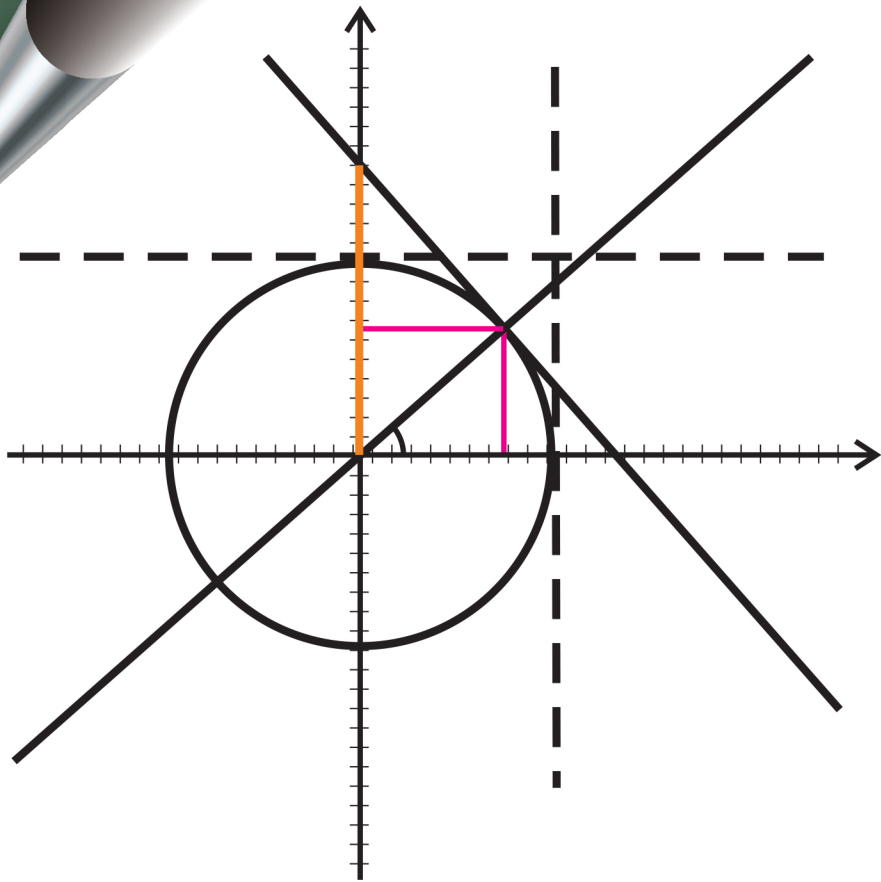


मैट्रिक्स

प्रश्न कोष कक्षा 10



शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली

मैटल मैथ्स

कक्षा-10

2022-23

शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली

HIMANSHU GUPTA, IAS
Director, Education & Sports



Directorate of Education
Govt. of NCT of Delhi
Room No. 12, Civil Lines
Near Vidhan Sabha,
Delhi-110054
Ph.: 011-23890172
E-mail : diredu@nic.in

PS/DE/2022/201

संदेश

Dated - 30-05-2022

ऐसा कहते हैं कि अंक केवल पत्रों पर लिखे कुछ मूल्यात्मक संकेत ही नहीं हैं, बल्कि अंक जीवंत हैं। यदि कहा जाए कि मानव सभ्यता के विकास में अंक केंद्रीय भूमिका में रहे हैं, तो यह अतिशय उक्ति नहीं होगी।

प्रतियोगितात्मक परीक्षाओं में तो अंक-निपुणता काम आती ही है, जीवन में भी अंको का ज्ञान काफी उपयोगी है।

हमारे मेटल मैथ्स प्रोजेक्ट का भी उद्देश्य यही है कि हमारे उदमीयान गणितज्ञों में संख्याओं के प्रति सजगता को धीरे-धीरे प्रोत्साहित किया जाए।

यह प्रोजेक्ट करीब दो दशक पहले शुरू किया गया था और हर बीतते वर्ष के साथ, यह अच्छे से आगे बढ़ रहा है।

अभी हाल ही में मुझे राज्य स्तरीय मेटल मैथ्स प्रश्नोत्तरी प्रतियोगिता में शरीक होने का मौका मिला। जिस गति, आत्मविश्वास व उत्साह से बच्चे प्रश्नों के सटीक उत्तर दे रहे थे, वह देखते ही बनता था।

प्रोजेक्ट डायरेक्टर, विषय विशेषज्ञों तथा प्रोजेक्ट की कोर कमिटी के सदस्यों की लगन व मेहनत की मैं भूरि भूरि प्रशंसा करता हूँ, जो गणित में प्रश्न बैंको का सृजन कर रहे हैं तथा मेहनत से इस प्रोजेक्ट को सही दिशा में आगे ले जा रहे हैं।

हिमांशु गुप्ता

विकास कालिया
परियोजना निदेशक (मैटल मैथ्स)
क्षेत्रीय शिक्षा निदेशक (सेंट्रल & उत्तर)



शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र दिल्ली
सिविल लाइंस, दिल्ली-११००५४

क्रमांक... PD/MMP/608

दिनांक... 02/01/2023

विद्यार्थी इसे कृप्या अवश्य पढ़ें।

प्यारे बच्चो। आपने विद्यालय में या अपने घर में भी देखा होगा कि कोई व्यक्ति तो सड़क चलते दो क्षण की मुलाकात में ही मित्र बन जाता है, जबकि कोई-कोई साथी एक दम से आप के साथ घुल मिल नहीं पाता है। आप अपनी ओर से दोस्ती का हाथ भी उसकी ओर बढ़ाएँ, तो भी वह संकोच ही करता है। किन्तु जब आप हार नहीं मानते और अंततः उससे मित्रता हो ही जाती है, तो फिर, यह दोस्त आपका जीवन भर साथ निभाने वाला परम मित्र बन जाता है।

गणित भी कुछ इसी तरह का मित्र है। शुरू में यदि आप इसकी कठिनाइयों के सामने हार मान गए, तो फिर ये आराम से समझ नहीं आएगा। मगर यदि आप ने ठान लिया कि चाहे जितनी भी मेहनत करनी पड़े, मुझे गणित को अच्छे से समझना ही है और इसे अपना मित्र बनाना ही है, तो गणित जीवन भर हर मोड़ पर आपका साथ निभाएगा और हर परीक्षा में आपकी सफलता सुनिश्चित करेगा।

इसलिए जितना जल्दी हो सके, गणित से डरना छोड़िए और इसे ध्यान से समझना शुरू कीजिए ताकि यह आपका भी मित्र बन जाए।

रही बात मैटल मैथ्स की, तो यह अभ्यास का विषय है। आप पहाड़े याद करें। अपने गणित के अध्यापक से कुछ फ़ार्मूले सीखें जिनकी मदद से गणित के सवाल को बिना कापी, कलम, और कैलकुलेटर के आप मन ही मन गणना करके सुलझा सकते हैं। इस पुस्तक से भी आप जितना अभ्यास करेंगे, उतने ही पारंगत होते जाएंगे।

अंत में, मैं मैटल मैथ्स प्रोजेक्ट से जुड़े अपने सभी गणित अध्यापकों, सदैव सहयोग देने वाले प्रधानाचार्यों, अपने संयोजकों तथा कोर कमेटी के सदस्यों का हृदय से आभार व्यक्त करता हूँ। जिनके कठोर परिश्रम के बिना इस पुस्तक की रचना संभव नहीं थी। मैं दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो तथा सर्वोपरि, अपने निदेशक महोदय का भी उनके सतत् स्नेह के लिए आभार व्यक्त करता हूँ।


02/01/23
(विकास कालिया)
परियोजना निदेशक (मैटल मैथ्स)

अभिस्वीकृति
विद्वत मंडल एवं पाठ्य सामग्री निर्माण समिति- कक्षा X

सत्र 2022-2023

- डॉ. सुनील अग्रवाल, प्रवक्ता
समन्वयक, मेंटल मैथ्स प्रोजेक्ट
रा.स.सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, पौसंगीपुर, बी-1, जनकपुरी (विद्यालय कोड - 1618003)
श्रीमती संपदा गुलाटी, उप प्रधानाचार्य
सह समन्वयक, मेंटल मैथ्स प्रोजेक्ट
राजकीय सर्वोदय कन्या विद्यालय, न.1, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618017)
श्री कुमार गौरव, टी.जी.टी.
राजकीय सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, कांगनहेड़ी (विद्यालय कोड - 1821034)
सुश्री विनती सिंगला, टी.जी.टी.
राजकीय सर्वोदय कन्या विद्यालय, समालका (विद्यालय कोड -1821022)
श्री दीपक शर्मा, टी.जी.टी.
राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, गाँधी नगर (विद्यालय कोड - 1003261)
श्री नारायण दत्त मासीवाल, प्रवक्ता
रा.स.सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, पौसंगीपुर, बी-1, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618003)
श्रीमती रितु तिवारी, प्रवक्ता
राजकीय सर्वोदय कन्या विद्यालय, भोला नाथ नगर (विद्यालय कोड - 1001018)

तकनीकी सहायक एवं मुख पृष्ठ आवरण

- श्री प्रेम कुमार शर्मा, प्रवक्ता
रा. उच्चतर माध्यमिक बाल विद्यालय, न.1, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618006)
श्री अजय कुमार , प्रवक्ता
रा. उच्चतर माध्यमिक बाल विद्यालय, न.1, जे जे कॉलोनी ख्याला , दिल्ली (विद्यालय कोड - 1514003)
श्री नरेश कुमार, टी.जी.टी.
रा. सर्वोदय बाल विद्यालय, न.2, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618005)

STATE LEVEL MENTAL MATHS QUIZ COMPETITION RESULT 2021-2022
LEVEL-3
REGION SOUTH (1st POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	X	SHIVAM KUMAR	KUSHAL KISHORE PANDEY	20170069833	17.12.2006	RPVV B-1 VASANT KUNJ	1720031	VINAY KAUSHIK
2	X	SHIVAM KUMAR KARN	SANJAY KUMAR KARN	20170073360	02.02.2007	GBSSS MAHIPALPUR	1720029	SHARWAN KUMAR MEENA
3	X	KAUSHAL	SHRIKANT	20170072225	02.01.2007	GBSSS JHARODA KALAN	1822065	MANISH

REGION EAST (1ST RUNNER UP)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	X	AARUSH	SURENDRA KUMAR	20200117284	13.01.2007	GBSSS GHONDA NO-1	1104006	AZAD
2	X	MAYANK SINGH SAGAR	TARA CHAND	20170184063	21.09.2006	SOSE KHICHRIPUR	1002401	KAMAL JEET SINGH
3	X	SARABJEET SINGH PAL	RAJVIR SINGH	20170208624	06.09.2006	RPVV LAJPAT NAGAR	1925334	RAVNEET SINGH

REGION WEST (2ND RUNNER UP)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	X	ABHINAV SHARMA	DEEPAK SHARMA	20170050454	26.03.2007	RPVV A6 PASCHIM VIHAR	1617009	NEETA YADAV
2	X	KRISHNA DHAKAL	TEEKARAM DHAKAL	20170218770	22.08.2006	SBV A BLOCK VIKASPURI	1618002	VIKAS KUMAR
3	X	ASHISH RANJAN DUBEY	BRIJ KUMAR DUBEY	20170110879	09.10.2005	GSBV WEST PATEL NAGAR	1516143	SURJEET SINGH

REGION NORTH (4TH POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	X	SUNDARAM	ANURUDH KUMAR	20170037979	07.07.2007	GBSSS BAWANA	1310019	SUDHIR ATRI
2	X	NIHARIKA	SHIV KUMAR JHA	20170272439	15.07.2006	SOE SEC- 23 ROHINI	1413342	MUKTA AGGARWAL
3	X	UDIT KUMAR	RAKESH PRASAD	20170103887	01.12.2006	S. CO ED SSS ZP BLOCK PITAMPURA	1411007	RAJESH KATHURIA

REGION CENTRAL (5TH POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	X	CHETAN	DHARAM SINGH	20170207560	20.01.2007	RPVV RAJNIWAS MARG	1207108	NISHANT DAS
2	X	URVASHI	VINOD KUMAR	20110048250	31.12.2006	RPVV KISHAN GANJ	1208092	MANISH CHANDER
3	X	SUNDRAM	SUNIL CHAUDHARY	20170064352	16.02.2007	RPVV CIVIL LINES	1207113	MANEETA SHARMA

SCHEDULE OF MENTAL MATHS QUIZ COMPETITIONS
FOR THE YEAR 2022-2023
DIRECTORATE OF EDUCATION
GOVT OF NCT OF DELHI

- Practice to students from Question Bank 01.04.2022 to 15.10.2022
- School level Quiz Competition 17.10.2022 to 07.11.2022
- Cluster level Quiz Competition 08.11.2022 to 14.11.2022
- Zonal level Quiz Competition 21.11.2022 to 30.11.2022
- District level Quiz Competition 07.12.2022 to 14.12.2022
- Regional level Quiz Competition 26.12.2022 to 31.12.2022
- State level Quiz Competition 18.01.2023 to 31.01.2023

विषय सूची

क्रमांक	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1	वास्तविक संख्याएँ	1
2	बहुपद	8
3	दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म	17
4	द्विघात समीकरण	27
5	समान्तर श्रेणी	34
6	त्रिभुज	41
7	निर्देशांक ज्यामिति	57
8	त्रिकोणमिति तथा इसके अनुप्रयोग	66
9	वृत्त	73
10	वृत्तों से सम्बंधित क्षेत्रफल	89
11	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	102
12	सांख्यिकी तथा प्रायिकता	110

अध्याय - 1

वास्तविक संख्याएँ

याद रखने योग्य बिंदु

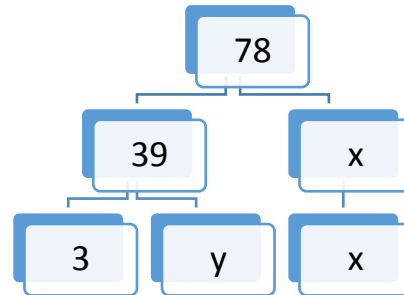
- यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका: दो धनात्मक पूर्णांक a और $b(a \geq b)$, दिए रहने पर, ऐसी अद्वितीय पूर्ण संख्याएँ q और r विद्यमान हैं कि $a = bq + r$, जहाँ $0 \leq r < b$ है।
- यदि p एक अभाज्य संख्या है और p, a^n को विभाजित करता है तो p, a को विभाजित करता है जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है।
- यदि p एक अभाज्य संख्या है, तो \sqrt{p} एक अपरिमेय संख्या है।
- प्रत्येक परिमेय संख्या, जिसका दशमलव प्रसार सांत है, को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कर सकते हैं जहाँ p और q सह अभाज्य हैं, और q का अभाज्य गुणनखंड $2^m \times 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n धनात्मक पूर्णांक हैं।
- यदि $x = \frac{p}{q}$ एक परिमेय संख्या है, p और q सह अभाज्य है तथा q का अभाज्य गुणनखंड $2^m \times 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n धनात्मक पूर्णांक है तो $\frac{p}{q}$ का दशमलव प्रसार सांत होगा।
- यदि एक परिमेय संख्या के भाजक $2^m \times 5^n$ के रूप में है, तो ये m स्थानों के बाद समाप्त होगा यदि $m > n$, या n स्थानों के बाद समाप्त होगा यदि $m < n$ है।

- यदि $x = \frac{p}{q}$ एक परिमेय संख्या हो, p और q सह अभाज्य हैं तथा q का अभाज्य गुणनखंड $2^m \times 5^n$ के रूप में नहीं है, जहाँ m और n धनात्मक पूर्णांक हैं तो $\frac{p}{q}$ का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।
- यदि a और b , दो धनात्मक पूर्णांक हैं तो,
ल.स. $(a, b) \times$ म.स. $(a, b) = a \times b$

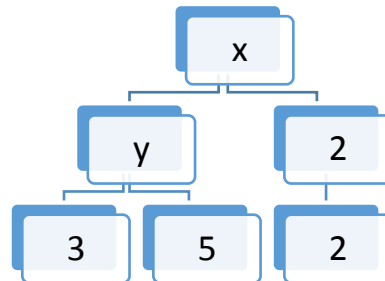
प्रश्नावली

1. $7^{2019} \times 3^{2019}$ के इकाई के स्थान पर आने वाला अंक बताइए।
2. $7^{219} \times 3^{522}$ के इकाई के स्थान पर आने वाला अंक बताइए।
3. $12345^{6789} + 6788^{12345}$ के इकाई के स्थान पर आने वाला अंक बताइए।
4. $44^{44} \times 66^{66} \times 99^{99} + 11^{11}$ के इकाई के स्थान पर आने वाला अंक बताइए।
5. $4^1 \times 9^2 \times 4^3 \times 9^4 \times 4^5 \times 9^6 \times \dots \times 4^{99} \times 9^{100}$ के इकाई के स्थान पर आने वाला अंक बताइए।
6. निम्न संख्याओं में कितने शून्य होंगे:
 - (i) $200 + 1000 + 80000 + 12500000$
 - (ii) $200 \times 5000 \times 80000 \times 12500000$
7. $2^2 \times 5^4 \times 4^6 \times 10^8 \times 6^{12} \times 15^{14}$ में कितने शून्य होंगे?
8. $(11^{11} + 22^{22} + 33^{33})$ को 10 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?
9. दो अंकों की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या और 3 अंकों की सबसे छोटी अभाज्य संख्याओं का अंतर बताइए।
10. $p^n = (a \times 5)^n$ का इकाई अंक 0 हो, इसके लिए a का मान क्या होगा?

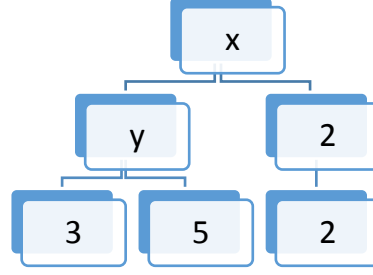
11. यदि $\frac{1}{7} = 0.142857142857\dots$ तो $\left[\frac{1}{2} + \frac{3}{14}\right]$ का मान दशमलव प्रसार में क्या होगा?
12. वह छोटी से छोटी परिमेय संख्या क्या होगी, जिसे $\frac{1}{3}$ से गुणा करने पर उसका दशमलव प्रसार एक स्थान के बाद सांत दशमलव बन जाए?
13. $\left[\frac{116}{2^5 \times 5^2}\right]$ का दशमलव प्रसार कितने स्थानों के बाद सांत होगा?
14. यदि $(\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{1})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{1}) = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c\sqrt{1}$, तो $(a + b + c)$ का मान ज्ञात कीजिए।
15. $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।
16. $(\sqrt{7} - \sqrt{9})^2 \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{9})^2$ का मान ज्ञात कीजिए।
17. निम्न गुणनखंड वृक्ष में $(x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।



18. निम्न गुणनखंड वृक्ष में $(2xy)$ का मान ज्ञात कीजिए।



19. निम्न गुणनखंड वृक्ष में $(x \div y)$ का मान ज्ञात कीजिए।



20. यदि $7560 = 2^3 \times 3^n \times q \times 7$ तो $n + q$ का मान ज्ञात कीजिए ।
21. संख्या $(11 \times 13 \times 19 \times 23 + 23)$ का सबसे छोटा अभाज्य गुणनखंड क्या होगा?
22. यदि $\left(\frac{15}{2^3} \times 5^2 \times 3^\beta \times 7^n\right)$ का दशमलव प्रसार सांत है, तो n और β के न्यूनतम संभव मान क्या होंगे?
23. दो समबाहु त्रिभुजों की भुजाओं की लंबाई क्रमशः 51 सेमी और 85 सेमी है। उस बड़ी से बड़ी टेप की लंबाई ज्ञात कीजिए जो दोनों त्रिभुजों को पूरी तरह नाप सके।
24. दो संख्याओं का अनुपात 17:13 है, यदि उनका महत्तम समापवर्तक 15 है तो संख्याओं का योग क्या होगा?
25. दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक और लघुतम समापवर्तक क्रमशः 33 और 264 है। जब पहली संख्या को 2 से भाग देते हैं तो भागफल 33 प्राप्त होता है तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।
26. $(2^{125} - 1)$ और $(2^{15} - 1)$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए ।
27. दो संख्याओं का लघुतम समापवर्तक 1890 और महत्तम समापवर्तक 30 है। यदि उनमें से एक संख्या 270 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए ।
28. दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक 11 है और लघुतम समापवर्तक 616 है, यदि उनमें से एक संख्या 88 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए ।
29. यदि दो संख्याओं का म.स.(2730, 4400) = 110 और ल.स.(2730, 4400) = 273 k तो k का मान ज्ञात कीजिए।

30. एक सेमिनार में हिंदी, अंग्रेजी और गणित में प्रतिभागियों की संख्या क्रमशः 60,84 और 108 है। न्यूनतम आवश्यक कमरों की संख्या ज्ञात कीजिए यदि प्रत्येक कमरे में सभी प्रतिभागी एक ही विषय के हैं।
31. 6 घंटियां एक साथ बजनी शुरू होती हैं। प्रत्येक के बजने का अंतराल 2, 4, 6, 8, 10 और 12 सेकंड है, 30 मिनट में सभी घंटियां एक साथ कितनी बार बजेंगी।
32. तीन संख्याओं में अनुपात क्रमशः 3 : 4 : 5 का है, यदि उनका लघुतम समापवर्त्य 2400 है तो महत्तम समापवर्तक क्या होगा?
33. यदि एक आयत की दो आसन्न भुजाओं 'a' और 'b' का अनुपात 3 : 5 है और महत्व समापवर्त्य (a, b) = 11 है, तो आयत का परिमाण ज्ञात कीजिए।
34. तीन विभिन्न अंकों से बनी तीन अंकों की सबसे छोटी और दो अंकों की सबसे बड़ी भाज्य संख्या का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए।
35. एक आयत की लंबाई = लघुतम समापवर्त्य (a,b) और चौड़ाई = महत्तम समापवर्त्य (a,b) है, तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?
36. यदि लघुतम समापवर्त्य (a,b) = महत्तम समापवर्त्य (a,b), तो a और b के बीच क्या संबंध होगा ?
37. यदि महत्तम समापवर्त्य (20, p) = 2 और लघुतम समापवर्त्य (20, p) = 60, तो p का मान क्या होगा?
38. संख्या $(\sqrt{180} + \sqrt{108})$, संख्या $(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ से कितनी बड़ी है ?
39. एक संख्या को जब भाजक से भाग किया जाता है तो शेषफल 23 आता है। यदि उसी संख्या के दोगुने को उसी भाजक से भाग किया जाये तो शेषफल 11 आता है। भाजक का मान बताइए।

40. यदि $\left(\frac{7^3+7^3+7^3+7^3+7^3+7^3+7^3}{7^x}\right)=7$ है तो x का मान बताइए।
41. दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य उनके महत्तम समापवर्त्य का 45 गुना है। यदि उनमें से एक संख्या 125 है और उनके महत्तम समापवर्त्य और लघुतम समापवर्त्य का योग 1150 है तो दूसरी संख्या क्या होगी?
42. यदि a एक विषम संख्या है और $b, 3$ से विभाजित नहीं होती है, a और b का लघुतम समापवर्तक p है तो $3a$ और $2b$ का लघुतम समापवर्तक क्या होगा?
43. वह न्यूनतम संख्या बताइए जिसे $\sqrt[3]{81}$ से गुना करने पर एक परिमेय संख्या प्राप्त होगी।
44. सम अभाज्य संख्या के कुल कितने गुणखंड होंगे?
45. यदि ल.स.(144,180)= $13m-3$ तो m का मान क्या होगा?
46. यदि संख्या $(5m+1)(5m+3)(5m+4)$ को 5 से भाग दिया जाए तो शेषफल r एक प्राकृत संख्या है | r का संभव मान बताइए |
47. वह सबसे छोटा धनात्मक पूर्णांक क्या होगा जो पहली पाँच प्राकृत संख्याओं से भाग होता हो?
48. यदि महत्तम समापवर्त्य $(a,b) = 29$ जहाँ $a,b > 29$ और लघुतम समापवर्त्य = 4147 तो $|a - b|$ का मान बताइए।
49. जब $a = bq + r$ तो $(a - r)$ के संभव गुणखंड बताइए।
50. यदि $(-1)^n + (-1)^{8n} = 0$ तो n का न्यूनतम धनात्मक मान बताइए।

उत्तरमाला

1	1	26	31
2	7	27	210
3	3	28	77
4	5	29	400
5	6	30	21
6	i) 2 ii) 18	31	16
7	26	32	40
8	8	33	176 सेमी
9	4	34	3
10	2	35	ab वर्ग ईकाई
11	0.714285714285...	36	a = b
12	$\frac{3}{10}$	37	6
13	3 स्थान	38	$5(\sqrt{5} + \sqrt{3})$
14	-2	39	35
15	$2\sqrt{2}$	40	3
16	4	41	225
17	15	42	6p
18	900	43	$\sqrt[3]{9}$
19	2	44	2
20	8	45	3
21	23	46	2
22	n = 0, $\beta = 0$	47	60
23	17 सेमी	48	58
24	450	49	b और q
25	132	50	1

अध्याय-2

बहुपद

याद रखने योग्य बिंदु

- बीजीय व्यंजक जिसमें प्रत्येक पद के चर की घात एक पूर्ण संख्या होती है, बहुपद कहलाती है | उदाहरण: $2x + 3, 5t^2 + 7t + 8$
- एक चर में बहुपद का घातांक:
एक बहुपद में किसी भी पद के चर की उच्चतम घात उसकी घातांक कहलाती है।
- निम्नलिखित विभिन्न घातांक बहुपद के रूप में हैं:

उदाहरण	बहुपद का नाम	घातांक
5	अचर बहुपद	0
$2x+3$	रैखिक बहुपद	1
$5x^2 + 7x + 8$	द्विघात बहुपद	2
$3x^3 + 2x^2 + 5x + 7$	त्रिघात बहुपद	3
$t^4 + 8t^3 + 7t^2 + 4t + 5$	चतुर्घात बहुपद	4
0	शून्य बहुपद	परिभाषित नहीं

- यदि बहुपद $p(x)$ में, $p(\alpha) = 0$ है तो α बहुपद $p(x)$ का एक शून्यक कहलाता है।
- 'n' घात के बहुपद के शून्यकों की संख्या अधिकतम 'n' होगी।
- यदि α और β बहुपद $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ के शून्यक हैं तो

$$\text{शून्यकों का योग } (\alpha + \beta) = -\frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}} = -\frac{b}{a}$$

शून्यकों का गुणनफल $(\alpha \cdot \beta) = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}} = \frac{c}{a}$

- यदि α और β बहुपद $p(x)$ के शून्यक हैं तो

$$p(x) = k[x^2 - (\text{शून्यकों का योग})x + \text{शून्यकों का गुणनफल}]$$

i.e. $p(x) = k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$, जहाँ k कोई वास्तविक संख्या है।

- यदि α, β और γ त्रिघात बहुपद $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ के शून्यक हैं तो

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

- यदि α, β और γ त्रिघात बहुपद $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ के शून्यक हैं, तो

$$p(x) = k[x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma]$$
, जहाँ k कोई

वास्तविक संख्या है।

- बहुपद $f(x)$ के ज्यामितिय शून्य x बिंदु के निर्देशांक हैं, जहाँ ग्राफ $y = f(x)$,

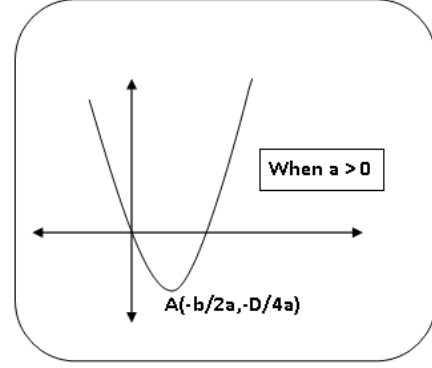
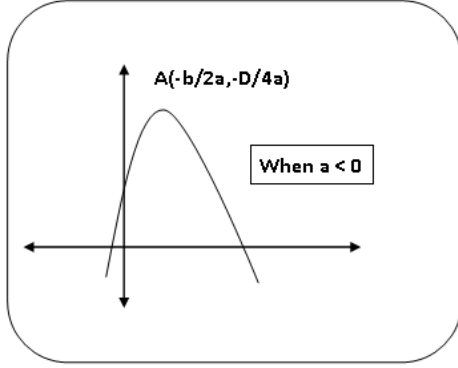
x अक्ष को प्रतिच्छेद करता है।

- $y = ax^2 + bx + c$ के आलेख के शीर्ष बिंदु 'A' के निर्देशांक

$$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) \text{ अर्थात् } \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right), \text{ है, जहाँ } D = b^2 - 4ac$$

उदाहरण: यदि $y = x^2 - 2x + 4$, तो इसके आलेख के शीर्ष बिंदु

$$-\frac{b}{2a} = 1 \text{ और } -\frac{D}{4a} = \frac{12}{4} = 3 \text{ होंगे।}$$



- विभाजन एल्गोरिथम के अनुसार यदि $p(x)$ और $g(x)$ कोई दो बहुपद हैं जहाँ $g(x) \neq 0$, $p(x)$ की घात $\geq g(x)$ की घात हो तो हम बहुपद $q(x)$ और $r(x)$ ऐसे प्राप्त कर सकते हैं कि $p(x) = g(x)q(x) + r(x)$, जहाँ $r(x) = 0$ है अथवा $r(x)$ की घात $< g(x)$ की घात
- यदि $(x + a)$ बहुपद $x^2 + px + q$ और $x^2 + mx + n$ का गुणखंड है तो $a = \frac{n-q}{m-p}$.

प्रश्नावली

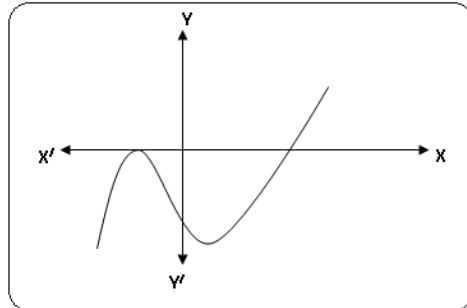
1. बहुपद के शून्यकों की संख्या क्या होगी, जिसका आलेख y -अक्ष के समानांतर है?
2. द्विघात बहुपद का आलेख x अक्ष को कितने बिन्दुओं पर काटता है?
3. द्विघात बहुपद $3x^2 + 15x + 7$ के शून्यकों का योग बताइए।
4. द्विघात बहुपद $2x^2 - 7$ के शून्यकों का गुणनफल बताइए।
5. द्विघात बहुपद $x^2 - 64$ के शून्यकों का योग बताइए।
6. द्विघात बहुपद बताइए, जिसके शून्यकों का योग और गुणनफल क्रमशः -3 और 2 हैं।
7. द्विघात बहुपद बताइए, जिसके शून्यक -9 और $-\frac{1}{9}$ हैं।

8. द्विघात बहुपद बताइए, जिसके शून्यकों का गुणनफल और योग क्रमशः $-\frac{3}{5}$ और 0 हैं। शून्यक भी बताइए।
9. द्विघात बहुपद बताइए, जिसके शून्यक $(5 + \sqrt{2})$ और $(5 - \sqrt{2})$ हैं।
10. यदि द्विघात बहुपद $2x^2 + 5x + 1$ के शून्यक α और β हैं तो $\alpha + \beta + \alpha\beta$ का मान बताइए।
11. त्रिघात बहुपद बताइए, जिसके शून्यक 0, 5 और -5 हैं।
12. यदि द्विघात बहुपद $2x^2 - 5x + 8$ के शून्यक α और β हैं, तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान बताइए।
13. यदि द्विघात बहुपद $2x^2 - 5x + 8$ के शून्यक α और β हैं, तो $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ का मान बताइए।
14. द्विघात बहुपद बताइए, जिसके शून्यकों का योग 0 है और एक शून्यक 5 है।
15. द्विघात बहुपद बताइए, जिसके शून्यकों का योग 4 है और एक शून्यक $2 + \sqrt{5}$ है।
16. यदि बहुपद $ax^2 + bx + c$ का एक शून्यक 1 है, तो $\frac{b+c}{a}$ का मान बताइए।
17. यदि बहुपद $(a + 1)x^2 + (2a + 3)x + (3a + 4)$ के शून्यकों का योग -1 है, तो a का मान बताइए।
18. यदि द्विघात बहुपद $3x^2 - kx + 6$ के शून्यकों का योग 3 है, तो k का मान बताइए।
19. बहुपद बताइए जिसके शून्यक बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यकों के व्युत्क्रम हैं।
20. यदि बहुपद $x^2 - 3x + 2$ के शून्यक α और β हैं, तो द्विघात बहुपद बनाइये जिसके शून्यक $(\alpha + \beta)^2$ और $(\alpha - \beta)^2$ हैं।
21. यदि बहुपद $z^2 + 13z - p$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का व्युत्क्रम हो, तो p का मान बताइए।

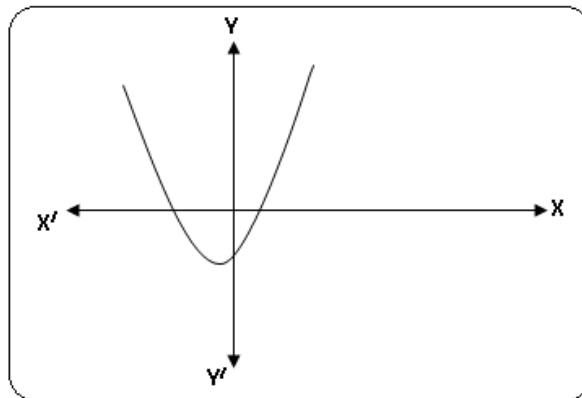
22. p के किस मान के लिए बहुपद $x^2 - 2x - (7p + 3)$ का एक शून्यक -4 है?
23. यदि बहुपद $ax^2 - 3(a - 1)x - 1$ का एक शून्यक 1 है तो a का मान बताइए।
24. यदि बहुपद $ax^2 - 5x + c$ के शून्यकों का योग और गुणनफल 10 है, तो a और c का मान बताइए।
25. यदि α और β बहुपद $x^2 - 3x + p$ के शून्यक हैं तथा $\alpha - \beta = 1$ है, तो p का मान बताइए।
26. यदि बहुपद $x^2 + ax + 2b$ का एक गुणनखंड $x + 2$ है और $a + b = 4$ है, तो a और b का मान बताइए।
27. बहुपद $x^2 + x - 12$ और $x^2 + 9x + 20$ का उभयनिष्ठ गुणनखंड बताइए।
28. एक बहुपद की घात 5 है, उसे एक द्विघात बहुपद से भाग देने पर शेषफल एक बहुपद आता है। इस शेषफल बहुपद की घात बताइए।
29. बहुपद $x^2 - 9x + 20$ को $x - 5$ से भाग देने पर भागफल क्या होगा?
30. यदि बहुपद $x^2 - 3x - 10$ और $x^2 - 8x + 15$ का उभयनिष्ठ गुणनखंड $x + a$ है, तो a का मान बताइए।
31. बहुपद $x^2 - 1$, $x^4 - 1$ और $(x - 1)^2$ में कौन सा गुणनखंड उभयनिष्ठ है।
32. $x^2 + 2x + 1$, $x^2 - 1$ और $x^3 + 1$ का उभयनिष्ठ शून्यक बताइए।
33. यदि $f(x) = 16x^3 + 13x^2 + x - 2$ को $g(x) = (2x + 1)^3$ से भाग दिया जाए तो भागफल बताइए।
34. यदि बहुपद $x^3 + x^2 - ax + b$, $x^2 - x$ से पूर्णतः विभाजित होता हो तो a और b का मान बताइए।

35. x के किस मान के लिए बहुपद $x^2 + 8x + 8$ और $x^2 - 3x - 10$ का मान शून्य होगा?
36. बहुपद $x^2 - 8x + 6$ में क्या जोड़ा जाये कि 4 इसका शून्यक बन जाए?
37. $x^3 - 3x^2 + 6x - 15$ में से क्या घटाया जाए कि यह $x - 3$ से पूर्णतः विभाजित हो?
38. यदि बहुपद $5x^2 + (p + q + r)x + pqr$ के शून्यकों का योग 0 है, तो $p^3 + q^3 + r^3$ का मान बताइए।
39. यदि बहुपद $x^2 - 9x + (7k + 4)$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का दोगुना है, तो k का मान बताइए।
40. यदि बहुपद $x^3 - 4x^2 - 3x + 12$ के दो शून्यक $\sqrt{3}$ और $-\sqrt{3}$ हैं तो तीसरा शून्यक ज्ञात कीजिये।
41. बहुपद $x^3 - 5x^2 - 16x + 80$ के दो शून्यकों का अंकीय मान बराबर है तथा वे एक दूसरे के ऋणात्मक हैं, तो शून्यक ज्ञात कीजिये।
42. यदि α, β और γ बहुपद $x^3 + bx^2 + cx + d$ के शून्यक हैं तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$ का मान ज्ञात कीजिये।
43. यदि α, β और γ बहुपद $x^3 - px^2 + qx - r$ के शून्यक हैं, तो $\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha}$ का मान ज्ञात कीजिये।
44. बहुपद $2x^2 - 4x + 5$ के ग्राफ को बनाने पर प्राप्त आकृति के शीर्ष के निर्देशांक बताइए।

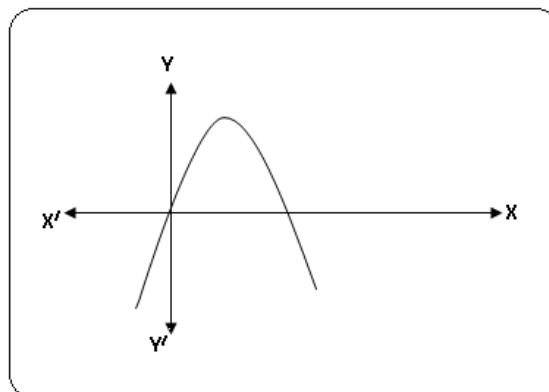
45. दिए गए आलेख में बहुपद की घात बताइए ।



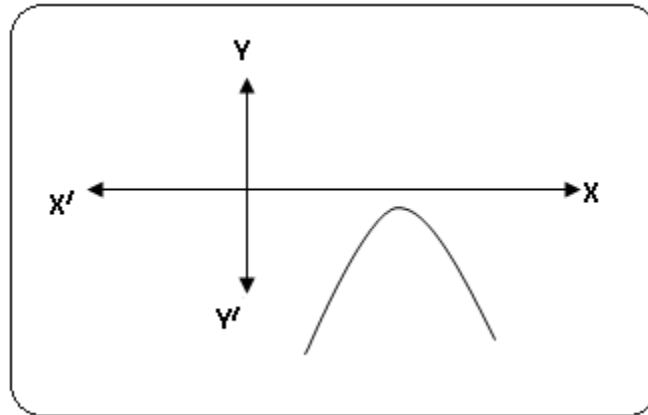
46. दिए गए आलेख में बहुपद के शून्यकों की संख्या बताइए ।



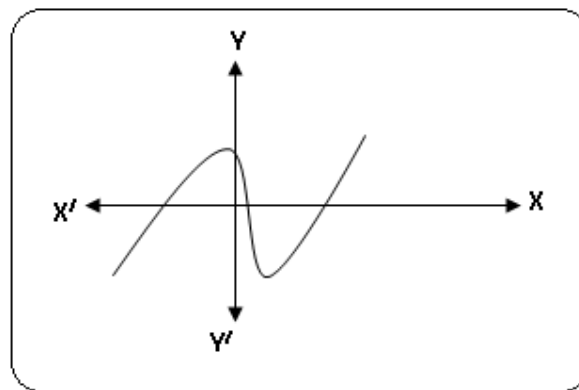
47. दिए गए आलेख में बहुपद के शून्यकों की संख्या बताइए।



48. दिए गए आलेख में बहुपद के शून्यकों की संख्या बताइए।



49. दिए गए आलेख में बहुपद के शून्यकों की संख्या बताइए।



50. एक त्रिघाती बहुपद बताइए जिसके शून्यक 0, 4 और -4 हैं ।

उत्तरमाला

1	1	26	$a = 3, b = 1$
2	अधिकतम 2 बिंदु	27	$x + 4$
3	-5	28	1 या 0 या अपरिभाषित
4	$-\frac{7}{2}$	29	$x - 4$
5	0	30	-5
6	$k(x^2 + 3x + 2)$	31	$x - 1$
7	$k(9x^2 + 82x + 9)$	32	-1
8	$k(5x^2 - 3)$	33	2
9	$x^2 - 10x + 23$	34	$a = 2, b = 0$
10	-2	35	-2
11	$x^3 - 25x$	36	10
12	$-\frac{7}{4}$	37	3
13	$-\frac{7}{16}$	38	$3pqr$
14	$x^2 - 25$	39	$k = 2$
15	$x^2 - 4x - 1$	40	4
16	-1	41	4, -4 और 5
17	-2	42	$-\frac{c}{d}$
18	9	43	$\frac{p}{r}$
19	$k\left(x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c}\right)$	44	(1, 3)
20	$x^2 - 10x + 9$	45	3 या तीन से अधिक
21	-1	46	2
22	3	47	2
23	1	48	0
24	$a = \frac{1}{2}, c = 5$	49	3
25	2	50	$x^3 - 16x$

अध्याय - 3

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

याद रखने योग्य बिंदु

- रैखिक समीकरण युग्म का मानक रूप
$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$
$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$
जहाँ $a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$ ऐसी वास्तविक संख्याएँ हैं कि
$$(a_1)^2 + (b_1)^2 \neq 0$$
 और $(a_2)^2 + (b_2)^2 \neq 0$
- उपरोक्त समीकरण युग्म में यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, तो
 - i) रैखिक समीकरण युग्म संगत होगा।
 - ii) रैखिक समीकरण युग्म से बना आलेख प्रतिच्छेदी रेखाएं दर्शाएगा।
 - iii) रैखिक समीकरण युग्म के अद्वितीय हल होंगे।
- उपरोक्त समीकरण युग्म में यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, तो
 - i) रैखिक समीकरण युग्म संगत तथा आश्रित होगा।
 - ii) रैखिक समीकरण युग्म से बना आलेख संपाती रेखाएं दर्शाएगा।
 - iii) रैखिक समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे।
- उपरोक्त समीकरण युग्म में यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, तो
 - i) रैखिक समीकरण युग्म असंगत होगा।
 - ii) रैखिक समीकरण युग्म से बना आलेख समान्तर रेखाएं दर्शाएगा।
 - iii) रैखिक समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होगा।

- त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊंचाई}$
 - यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य है तो बिंदु संरेखीय है तथा यदि बिंदु संरेखीय है तो उनसे बने त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।
- विशेष स्थिति: जब x और y के गुणांक दो समीकरणों में परस्पर परिवर्तित होता है
- : $ax + by = c, bx + ay = d,$
- तब $x + y = \frac{c+d}{a+b}$ और $x - y = \frac{c-d}{a-b}.$

प्रश्नावली

1. k के किस मान के लिए $(6, k)$, समीकरण $3x + y = 22$ का एक हल है?
2. एक रेखिक समीकरण बनाइए जिसका एक हल $(-2, 3)$ है।
3. यदि आश्रित रेखिक समीकरण युग्म का एक समीकरण $-5x + 7y = 2$ है तो दूसरा संभव समीकरण क्या होगा?
4. यदि $x = a, y = b$, समीकरण $x + y = 8, x - y = 2$ के हल हैं, तो a और b का मान बताइए।
5. समीकरण $y = 2$ और $2x + 3y = 5$ का प्रतिच्छेदी बिंदु बताइए ।
6. यदि $x + 2y = 9, x - 2y = 1$ है तो x और y का मान बताइए ।
7. p का न्यूनतम मान बताइए जिसके लिए समीकरण $2x + py = 8$ में x और y का मान समान हो ।
8. y अक्ष और $3x - 2y = 6$ से बनी रेखाओं का प्रतिच्छेदी बिंदु बताइए ।
9. यदि $x = 4$ और $y = 3p - 1$ समीकरण $x + y = 6$ का एक हल है, तो p और y का मान बताइए।

10. समीकरण $x = y$, $y = 4$ और y अक्ष से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।

11. निम्न रेखाओं और दोनों अक्षों से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।

(i) $x + y = 6$

(ii) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

12. यदि $2x + 3y = 0$ और $4x - 3y = 0$, तो $x + y$ का मान बताइए।

13. x और y के लिए हल कीजिये: $\sqrt{5}x + \sqrt{7}y = 0$, $\sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 0$

14. x और y के लिए हल कीजिये: $2^x + 5^y = 33$

15. यदि $\sqrt{ax} - \sqrt{by} = b - a$, $\sqrt{bx} - \sqrt{ay} = 0$, तो xy का मान बताइए।

16. k के किस मान के लिए दिए गए समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होगा?

$$kx + 2y - 1 = 0, 5x - 3y + 2 = 0$$

17. k के किस मान के लिए दिए गए समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?

$$2x - 3y = 7$$

$$(k + 2)x - (2k + 1)y = 3(2k - 1)$$

18. m के किस मान के लिए दिए गए समीकरण युग्म का एक अद्वितीय हल होगा?

$$2x + 3y - 5 = 0$$

$$mx - 6y = 8$$

19. p के किस मान के लिए समीकरण युग्म संपाती रेखाओं को दर्शाएगा ?

$$3x - y + 8 = 0, 6x - py = -16$$

20. c के किस मान के लिए समीकरण युग्म समान्तर रेखाओं को दर्शाएगा ?

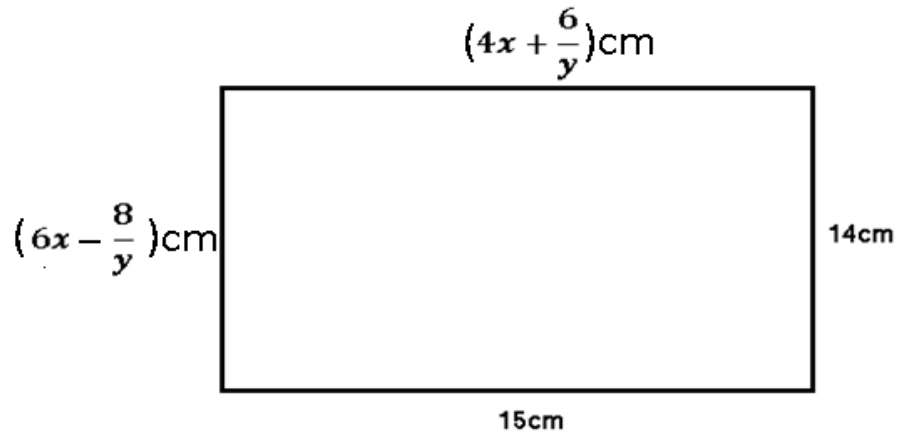
$$3x + 2cy = 2$$

$$2x + 5y + 1 = 0$$

21. यदि $2^x = 8^{y-1}$, $9^y = 3^{x-6}$ तो x और y का मान बताइए ।

22. x और y के लिए हल कीजिये: $31x + 29y = 89$, $29x + 31y = 91$

23. यदि $47x + 31y = 63, 31x + 47y = 15$, तो $x - y$ का मान बताइए |
24. यदि $152x - 378y = -74, -378x + 152y = -604$, तो $x + y$ का मान बताइए|
25. यदि $217x + 131y = 913, 131x + 217y = 827$ तो $x - y$ का मान बताइए|
26. x और y का मान बताइए: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7, \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1$
27. x और y का मान बताइए: $\frac{2x}{a} + \frac{y}{b} = 2, \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 4$
28. x और y का मान बताइए: $x - y = 0.9, \frac{11}{2(x+y)} = 1$
29. x और y का मान बताइए: $\frac{3}{(x+5)} - \frac{4}{(y+1)} = 0, \frac{6}{(x+5)} - \frac{8}{(y+1)} = 0$
30. संलग्न आकृति में x और y का मान बताइए:



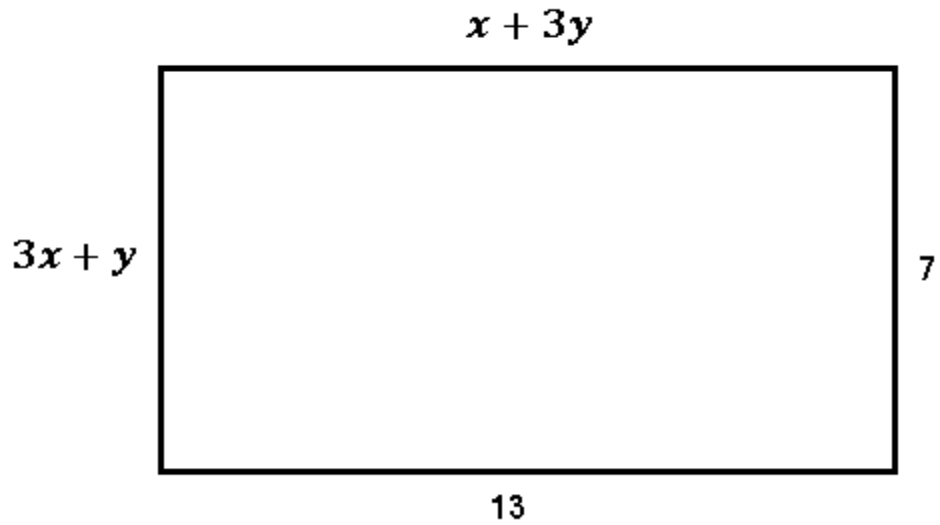
31. $\triangle ABC$ में, $\angle A = x, \angle B = y, \angle C = y + 20^\circ$, यदि $y - x = 50^\circ$, तो $\triangle ABC$ किस प्रकार का त्रिभुज है?
32. मेघा के पास केवल 1 रुपए और 2 रुपए के सिक्के हैं। यदि कुल सिक्कों की संख्या 50 है और उसके पास कुल धनराशि ₹ 75 है तो 1 रुपए और 2 रुपए की सिक्कों की संख्या बताइए|

33. दो अंकों की संख्या के अंकों का योग 9 है। यदि संख्या में 27 जोड़ा जाए तो संख्या के अंको का स्थान आपस में बदल जाता है। संख्या बताइए।
34. रैखिक समीकरण $2x + 3y = -7$ x-अक्ष को किस बिंदु पर काटेगी?
35. रैखिक समीकरण $3x - 7y = 5$ y-अक्ष को किस बिंदु पर काटेगी?
36. यदि रैखिक समीकरण $3x + 2y = 5$, x और y अक्ष को (a, 0) तथा (0, b) पर प्रतिच्छेदित करती है तो a और b का योग बताइए।
37. शीर्षों (3, 2), (5, 2) और (-7, 2) से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।
38. शीर्षों (3, 5), (3, -7) और (3, 0) से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।
39. शीर्षों (0, 0), (2, 2) और (4, 0) से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।
40. शीर्षों (2, 2), (4, 4) और (6, 2) से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।
41. दो संख्याओं का योग 35 और उनका अंतर 13 है, संख्याओं का मान बताइए।
42. यदि एक संख्या दूसरे की दोगुनी है और उनका योग 117 है, तो संख्याओं का मान बताइए।
43. यदि दो संख्याओं का योग 20 और गुणनफल 75 है, तो उनके व्युत्क्रमों का योग बताइए।
44. यदि दो संख्याओं का योग 20 है और गुणनफल 19 है, तो उनका अंतर बताइए।
45. एक भिन्न के अंश तथा हर का योगफल 12 है। यदि हर में 3 की वृद्धि की जाए तो भिन्न $\frac{1}{2}$ हो जाती है, भिन्न बताइए।
46. एक बगीचे की लम्बाई उसकी चौड़ाई से 12 मीटर अधिक है, तथा इसका अर्ध परिमाप 60 मीटर है। बगीचे की लम्बाई बताइए।

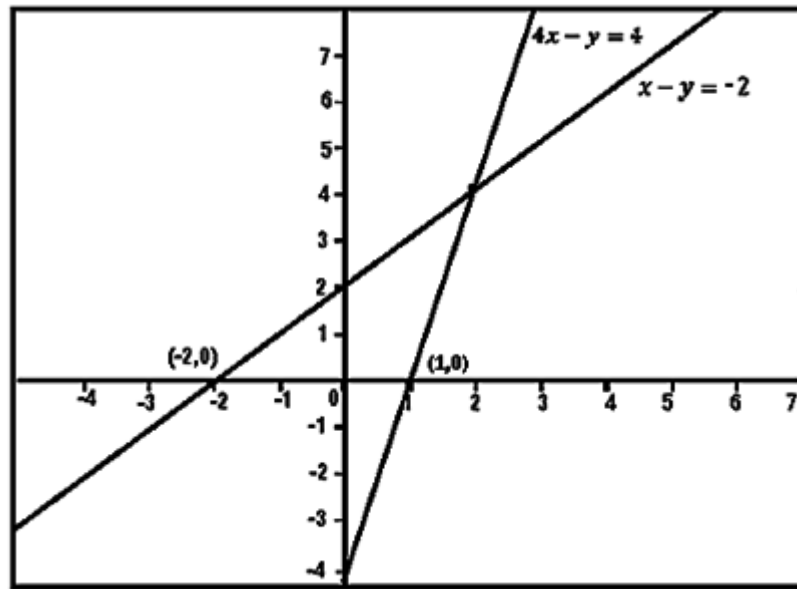
47. तीन किताबों और चार कलमों का कुल मूल्य ₹257 है तथा चार किताबों और तीन कलमों का कुल मूल्य ₹324 है। दो किताबों और दो कलमों की कुल मूल्य बताइए।
48. एक पिता की आयु उसके पुत्र की आयु की तीन गुनी है। 12 वर्ष पश्चात पिता की आयु पुत्र की आयु की दोगुनी होगी। उनकी वर्तमान आयु बताइए।
49. दो संख्याएँ 3:4 के अनुपात में हैं, यदि प्रत्येक संख्या में 8 जोड़ा जाता है तो उनका अनुपात 4:5 होता है। संख्याओं का मान बताइए।
50. A और B की मासिक आय 9:7 के अनुपात में है और उनका मासिक खर्च 4:3 के अनुपात में है। यदि दोनों ₹1600 प्रति महीने की बचत करते हैं तो प्रत्येक की मासिक आय बताइए।
51. मीना ₹2000 निकालने के लिए बैंक गयी। उसने खजांची से ₹50 और ₹100 के नोटों में राशि देने को कहा। यदि मीना को कुल 25 नोट मिले तो बताइए कि ₹50 और ₹100 के कुल कितने नोट मिले।
52. एक त्रिभुज के कोणों की माप x , y और 40° हैं। x और y के बीच का अंतर 30° है, x और y का मान ज्ञात कीजिये।
53. चक्रीय चतुर्भुज ABCD के कोण $\angle A = (6x + 10)^\circ$, $\angle B = (5x)^\circ$, $\angle C = (x + y)^\circ$, $\angle D = (3y - 10)^\circ$ हैं। x और y का मान बताइए।
54. रेखाओं $x = -2$ और $y = 3$ के आलेख और निर्देशांक अक्षों से बनी आकृति के शीर्षों के निर्देशांक बताइए।
55. (a) दो संपूरक कोणों में बड़े कोण का माप छोटे कोण के माप से 18° अधिक है। कोणों का माप ज्ञात कीजिये।

(b) तीन रेखाओं $y = x$, $x = a$ और $y = b$ द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

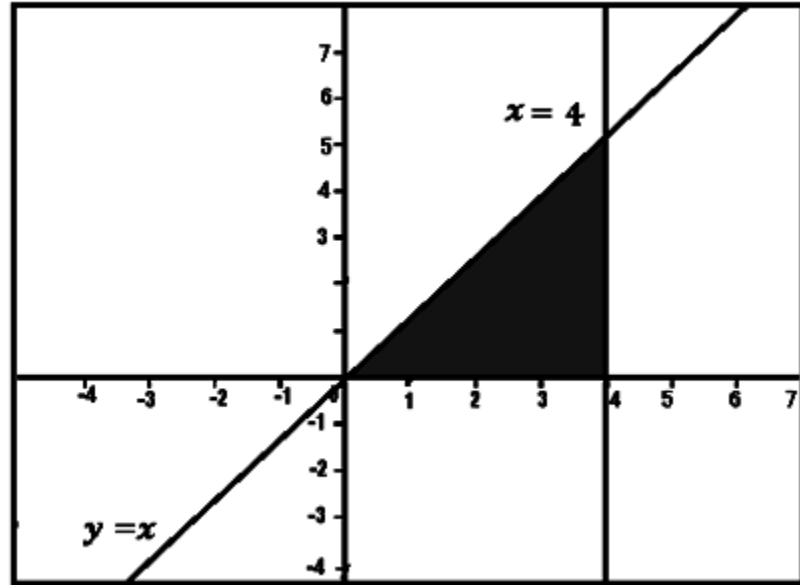
56. निम्न आकृति से x और y का मान बताइए।



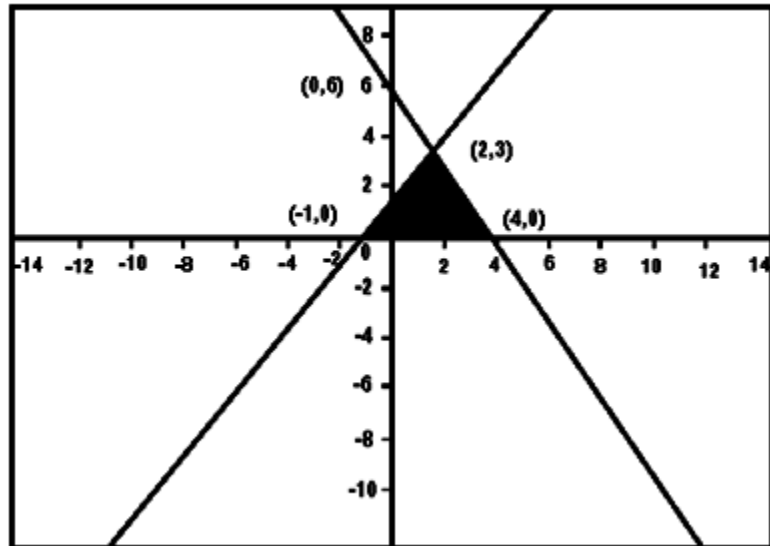
57. दी गयी आकृति से समीकरणों $x - y + 2 = 0$, $4x - y - 4 = 0$ तथा x अक्ष से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।



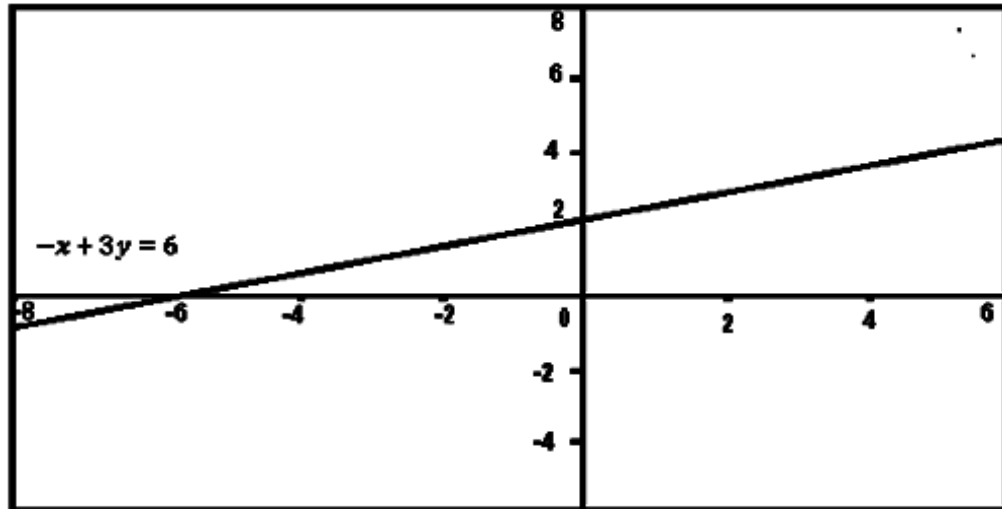
58. दी गयी आकृति से छायांकित त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए।



59. आकृति में दिए गए रेखिक समीकरणों के साथ x अक्ष तथा y अक्ष के साथ बने त्रिभुजों के क्षेत्रफलो का अनुपात बताइए।



60. बिन्दुओं के निर्देशांक बताइए जहाँ समीकरण $-x + 3y = 6$, x अक्ष और y अक्ष पर प्रतिच्छेद करती है।



उत्तरमाला

1	$k=4$	31	सम कोण त्रिभुज
2	$x+y=1$	32	25, 25
3	$-10x+14y=4$ या अन्य उचित हल	33	36
4	$x=5, y=3$	34	$(-\frac{7}{2}, 0)$
5	$(-\frac{1}{2}, 2)$	35	$(0, -\frac{5}{7})$
6	$x=5, y=2$	36	$4\frac{1}{6}$
7	$p=2, x=y=2$	37	0
8	(0, -3)	38	0
9	$p=1, y=2$	39	4 वर्ग इकाई
10	8 वर्ग इकाई	40	4 वर्ग इकाई
11	i) 18 वर्ग इकाई ii) $\frac{1}{2}ab$ वर्ग इकाई	41	24, 11
12	0	42	39, 78
13	$x=0, y=0$	43	$\frac{4}{15}$
14	$x=3, y=2$	44	18
15	\sqrt{ab}	45	$\frac{5}{7}$
16	$k = -\frac{10}{3}$	46	36 सेमी
17	$k=4$	47	₹ 166
18	$m \neq -4$	48	36 वर्ष , 12 वर्ष
19	$p=2$	49	24, 32
20	$c = \frac{15}{4}$	50	A=₹14400, B=₹11200
21	$x=24, y=9$	51	₹50 के 10 नोट, ₹100 के 15नोट
22	$x=1, y=2$	52	$x=85^\circ, y=55^\circ$
23	$x-y=3$	53	$x=20, y=30$
24	$x+y=3$	54	(0,0),(0,3),(-2,3),(-2,0)
25	$x-y=1$	55	a) $99^\circ, 81^\circ$ b) $\frac{1}{2}(a-b)^2$
26	$x=16, y=9$	56	$x=1$ इकाई, $y=4$ इकाई
27	$x=2a, y=-2b$	57	6 वर्ग इकाई
28	$x=3.2, y=2.3$	58	8 वर्ग इकाई
29	$x=-2, y=3$	59	3:2
30	$x=3, y=2$	60	(-6,0), (0,2)

अध्याय-4

द्विघात समीकरण

याद रखने योग्य बिंदु

- द्विघात समीकरण :

वह समीकरण जिसकी घात 2 हो द्विघात समीकरण कहलाता है। द्विघात समीकरण को एक चर x के मानक रूप में निम्न प्रकार से दर्शाया जाता है:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ जहाँ } a, b \text{ और } c \text{ वास्तविक संख्याएँ हैं तथा } a \neq 0.$$

- द्विघात समीकरण को हल करने की विधियाँ:

i. गुणनखंड विधि

ii. पूर्ण वर्ग विधि

iii. द्विघात सूत्र

- विविक्तकर : द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$, जहाँ $a \neq 0$ के लिए व्यंजक

$$D = b^2 - 4ac \text{ विविक्तकर कहलाता है। इसे } D \text{ द्वारा दर्शाया जाता है।}$$

- मूलों की प्रकृति

यदि $D = 0$, वास्तविक व बराबर मूल

यदि $D > 0$, वास्तविक व भिन्न मूल

यदि $D < 0$, वास्तविक मूल नहीं

- यदि $D \geq 0$ हो तो द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के वास्तविक मूल α, β

का मान निम्न होता है

$$\alpha = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} \text{ और } \beta = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} \text{ जहाँ } a \neq 0$$

- मूलों और गुणांकों के बीच सम्बन्ध :

यदि α और β द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$, के दो मूल हैं तो

$$\text{मूलों का योगफल} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\text{मूलों का गुणनफल} = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

- द्विघात समीकरण : $x^2 - (\text{मूलों का योगफल})x + \text{मूलों का गुणनफल} = 0$

प्रश्नावली

1. द्विघात समीकरण $3x^2 + 8x + 2 = 0$ का विविक्तकर बताइए।
2. k का मान बताइए जिसके लिए द्विघात समीकरण $2x^2 - kx + k = 0$ के बराबर मूल होंगे।
3. k के किस मान के लिए $x = 2$, समीकरण $kx^2 + 2x - 3 = 0$ का मूल होगा?
4. समीकरण $(2x - 4)^2 = 64$ में x का मान बताइए।
5. k के किस मान के लिए समीकरण $3x^2 - 10x + k = 0$ के मूल एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे?
6. z का मान बताइए यदि $z^2 + \frac{1}{z^2} = 1, z \neq 0$ ।
7. यदि समीकरण $3x^2 + rx + 4 = 0$ के विविक्तकर का मान 1 हो तो r के मान बताइए।
8. x का मान बताइए जो समीकरण $\frac{x}{17} + 1 = \sqrt{1 + \frac{35}{289}}$ को संतुष्ट करता हो।
9. समीकरण $x^2 - 12x + p = 0$ के मूल 1:2 के अनुपात में हैं तो p का मान बताइए।

10. यदि समीकरण $kx^2 + 6x + 4k = 0$ के मूलों का योगफल, मूलों के गुणनफल के बराबर हो तो k का मान बताइए।
11. द्विघात समीकरण बताइए जिसके मूल $5 + \sqrt{3}$ और $5 - \sqrt{3}$ हो।
12. द्विघात समीकरण में x का गुणांक बताइए जिसके मूल 5 तथा -1 हो।
13. यदि समीकरणों $ax^2 + ax + 3 = 0$ तथा $x^2 + x + b = 0$ का उभयनिष्ठ मूल $x = 1$ हो तो ab का मान बताइए।
14. यदि समीकरण $x^2 - x = \lambda(2x - 1)$ के मूलों का योगफल शून्य हो, तो λ का मान बताइए।
15. वह द्विघात समीकरण बताइए जिसका एक मूल 2 हो तथा मूलों का योगफल शून्य हो।
16. द्विघात समीकरण बताइए जिसका एक मूल $2 + \sqrt{7}$ हो।
17. x के लिए हल करें यदि $x = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$.
18. x के लिए हल करें यदि $x = \sqrt{72 - \sqrt{72 - \sqrt{72 - \dots}}}$.
19. यदि α और β समीकरण $x^2 - 3x + 2 = 0$ के मूल हैं तो निम्नलिखित के मान बताइए।
 (i) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ (ii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$
20. यदि द्विघात समीकरण का एक मूल दूसरे का ऋणात्मक है, तो समीकरण के मध्य पद का गुणांक बताइए।
21. 'p' के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $9x^2 - 12x + p = 0$ पूर्ण वर्ग के रूप में होगा?
22. x का वह मान बताइए जो समीकरण $x + \frac{4}{x} = -4, x \neq 0$ को संतुष्ट करता हो।

23. यदि $2x^2 + (4m + 1)x + 2(2m - 1) = 0$ के मूल एक दूसरे के व्युत्क्रम हो तो m का मान बताइए।
24. द्विघात समीकरण $5x^2 - 18x + 12 = 0$ के मूलों के गुणनफल तथा मूलों के योग का अनुपात बताइए।
25. द्विघात समीकरण $x^2 - 7x + 12 = 0$ के मूलों के व्युत्क्रमों का योगफल बताइए।
26. यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल $5 \pm \sqrt{5}$ हो, तो $a : c$ का मान बताइए।
27. p का वह मान बताइए जिससे द्विघात समीकरण $px^2 + 6x + 4p = 0$ के मूलों का गुणनफल, मूलों के योगफल के बराबर हो।
28. यदि द्विघात समीकरण $x^2 - 5x - 6 = 0$ को $(x+a)(x+b) = 0$ के रूप में व्यक्त किया जाये तो a और b का मान बताइए।
29. k का धनात्मक मान बताइए जिससे समीकरण $x^2 + kx + 64 = 0$ और $x^2 - 8x + k = 0$ के वास्तविक मूल हो।
30. यदि -4 द्विघात समीकरण $x^2 + px - 4 = 0$ का एक मूल है तथा द्विघात समीकरण $x^2 + px + k = 0$ के मूल समान हैं, तो k का मान बताइए।
31. यदि द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का एक मूल, दूसरे मूल का तीन गुना हो, तो $b^2 : ac$ का अनुपात बताइए।
32. यदि द्विघात समीकरण $kx^2 - 14x + 8 = 0$ का एक मूल, दूसरे मूल का छःगुना हो, तो k का मान बताइए।
33. यदि α और β द्विघात समीकरण $x^2 - 4x + 3 = 0$ के मूल हो, तो $\alpha^4\beta^2 + \alpha^2\beta^4$ का मान बताइए।

34. k का वह मान बताइए जिसके लिए द्विघात समीकरण $x^2 + 5kx - 16 = 0$ के वास्तविक मूल न हों।
35. यदि द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 4 = 0$ का एक मूल 2 है, तो दूसरा मूल बताइए।
36. वह द्विघात समीकरण बताइए जिसके मूल, द्विघात समीकरण $3x^2 - 7x + 4 = 0$ के मूलों के दोगुने हों।
37. यदि प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग $S = \frac{n(n+1)}{2} = 66$ हो तो n का मान बताइए।
38. यदि α और β द्विघात समीकरण $x^2 - 3x - 2 = 0$ के मूल हों तो वह द्विघात समीकरण बताइए जिसके मूल $\frac{1}{2\alpha+\beta}$ तथा $\frac{1}{2\beta+\alpha}$ हों।
39. यदि द्विघात समीकरण $x^2 - 5x + (3k - 3) = 0$ के मूलों का अंतर 11 हो तो k का मान बताइए।
40. x के लिए हल कीजिये यदि $x = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots \infty}}}$
41. एक प्राकृत संख्या तथा उसके व्युत्क्रम का योग $\frac{37}{6}$ हैं तो संख्या का मान बताइए।
42. 29 को दो भागों में ऐसे बांटिये की दोनों का गुणनफल 198 हो।
43. दो संख्याओं का योग 15 है, यदि उनके व्युत्क्रमों का योग $\frac{3}{10}$ हो तो संख्याएँ बताइए।
44. दो क्रमागत सम पूर्णांक बताइए जिनके वर्गों का योग 340 हो।
45. एक दो अंको की संख्या, अंकों के योग के चार गुना तथा अंकों के गुणनफल के दोगुने के बराबर है। संख्या बताइए।
46. यदि प्रथम n प्राकृत सम संख्याओं का योग 420 हो तो n का मान बताइए।
47. यदि किसी पूर्णांक को उसके वर्ग में जोड़ने पर 90 प्राप्त हो तो पूर्णांक बताइए।

48. द्विघात समीकरण $ax^2 + 2bx + c = 0$ तथा $bx^2 - 2\sqrt{ac}x + b = 0$ के मूल समान होने की शर्त क्या होगी?

49. x के लिए हल कीजिये: $12abx^2 - (9a^2 - 8b^2)x - 6ab = 0$

50. k के किस मान के लिए द्विघात समीकरण

$$9x^2 + \frac{3}{4}x + k = 0, \text{ पूर्ण वर्ग विधि से हल हो जाएगा ?}$$

उत्तरमाला

1	40	26	1:20
2	0, 8	27	$-\frac{3}{2}$
3	$k = -\frac{1}{4}$	28	-6,1
4	6, -2	29	16
5	k=3	30	$\frac{9}{4}$
6	1, -1	31	16:3
7	7, -7	32	3
8	1	33	90
9	32	34	$-\frac{8}{5} < k < \frac{8}{5}$
10	$-\frac{3}{2}$	35	1
11	$x^2 - 10x + 22 = 0$	36	$3x^2 - 14x + 16 = 0$
12	-4	37	11
13	3	38	$16x^2 - 9x + 1 = 0$
14	$-\frac{1}{2}$	39	$k = -7$
15	$x^2 - 4 = 0$	40	$\sqrt{2} - 1$
16	$x^2 - 4x - 3 = 0$	41	$6, \frac{1}{6}$
17	3	42	11, 18
18	8	43	5, 10
19	(i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{5}{2}$	44	12, 14
20	0	45	36
21	4	46	20
22	-2	47	-10, 9
23	1	48	$b^2 = ac$
24	2:3	49	$-\frac{2b}{3a}, \frac{3a}{4b}$
25	$\frac{7}{12}$	50	$k = \frac{1}{64}$

अध्याय - 5

समान्तर श्रेणी

याद रखने योग्य बिंदु

- n पदों वाली समान्तर श्रेणी (A.P) का मानक रूप $a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n-1)d$

जहाँ a = प्रथम पद, d = सार्व अंतर

- समान्तर श्रेणी (A.P) का n वां पद या अंतिम पद

$$a_n = t_n = l = a + (n - 1)d$$

- समान्तर श्रेणी (A.P) का r वां पद या सामान्य पद

$$a_r \text{ or } t_r = a + (r - 1)d$$

- समान्तर श्रेणी (A.P) के n पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

अथवा

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l] \text{ जहाँ } l \text{ अंतिम पद है}$$

- अंत से r वां पद = आरम्भ से $(n - r + 1)$ वां पद

$$= a + (n - r + 1 - 1)d$$

$$= a + (n - r)d$$

- अंत से r वां पद $t_r = a_n - (r - 1)d$ जहाँ a_n अंतिम पद है

- यदि a, b और c A.P में हो तो $2b = a + c$

- यदि A.P के प्रथम तीन पदों का योगफल दिया गया हो तो प्रथम तीन पद

$$a - d, a, a + d$$

- यदि A.P के प्रथम चार पदों का योगफल दिया गया हो तो प्रथम चार पद

$$a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$$

- यदि A.P के प्रथम पाँच पदों का योगफल दिया गया हो तो प्रथम पाँच पद
 $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$
- n वाँ पद (a_n) ज्ञात करना यदि n पदों का योगफल (S_n) दिया गया हो
 $a_n = S_n - S_{n-1}$
- सार्व अंतर $d = a_{n+1} - a_n$

प्रश्नावली

1. यदि $\sqrt{3}, \sqrt{12}, \sqrt{27}, \sqrt{48}$ A.P में हो तो इसके अगले तीन पद बताइए।
2. समान्तर श्रेणी का अगला पद बताइए।
 $\sqrt{7}, \sqrt{28}, \sqrt{63}, \dots$
3. k के किस मान के लिए $2k, k+10$ और $3k+2$ समान्तर श्रेणी में होंगे?
4. यदि $a_n = 5 - 11n$ हो तो सार्व अंतर बताइए।
5. यदि $8x + 9, 6x - 2, 2x - 7$ समान्तर श्रेणी के तीन क्रमागत पद हो, तो x का मान बताइए।
6. उस समान्तर श्रेणी का सार्व अंतर बताइए जिसका n वाँ पद $2n+5$ है।
7. यदि किसी समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग $S_n = an^2 + bn$ हो, तो सार्व अंतर बताइए।
8. यदि किसी समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग $S_n = 5n^2 + 2n$ हो, तो दूसरा पद बताइए।
9. समान्तर श्रेणी का सार्व अंतर बताइए

$$\frac{1}{p}, \frac{1-p}{p}, \frac{1-2p}{p}, \dots$$

10. समान्तर श्रेढी का n वां पद बताइए

$$\frac{1}{m}, \frac{1+m}{m}, \frac{1+2m}{m}, \dots$$

11. यदि $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x+3}, \frac{1}{x+5}$ समान्तर श्रेढी में हो, तो x का मान बताइए।

12. यदि $x, 13, y, 3$ समान्तर श्रेढी में हो, तो x और y का मान बताइए।

13. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग क्या होगा ?

14. प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग क्या होगा ?

15. प्रथम n सम प्राकृत संख्याओं का योग क्या होगा ?

16. यदि किसी समान्तर श्रेढी के प्रथम n सम प्राकृत संख्याओं का योग समान्तर श्रेढी के प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं के योग का k गुना हो तो k का मान बताइए।

17. यदि $18, a, b, -3$ समान्तर श्रेढी में हो तो $a+b$ का मान बताइए।

18. यदि $4, a_2, a_3, a_4, 28$ समान्तर श्रेढी में हो तो a_4 का मान बताइए।

19. यदि एक समान्तर श्रेढी के प्रथम n पदों का योग $3n^2 - n$ तथा सार्व अंतर 6 हो, तो इसका पहला पद बताइए।

20. यदि संख्याएँ a, b, c, d, e समान्तर श्रेढी में हो, तो $a - 4b + 6c - 4d + e$ का मान बताइए।

21. यदि समान्तर श्रेढी के तीन क्रमागत पद $a-d, a, a+d$ हो जिनका योग 33 तथा सार्व अंतर 5 हो, तो तीनों पद बताइए।

22. यदि a, b, c समान्तर श्रेढी में हो तो $(a + 2b - c)(2b + c - a)(c + a - b)$ का मान बताइए।

23. एक समकोण त्रिभुज की भुजाएं समान्तर श्रेणी में हो तो उनकी भुजाओं में अनुपात बताइए?
24. एक समान्तर श्रेणी के तीन क्रमागत पदों का योग 24 हो तो, उसका मध्य पद बताइए।
25. यदि समान्तर श्रेणी के पाँच क्रमागत पदों का योग 115 हो तो, उसका तीसरा पद बताइए।
26. एक त्रिभुज के कोण समान्तर श्रेणी में हैं, यदि सबसे छोटा कोण 40° का हो तो सबसे बड़े कोण का माप बताइए।
27. एक चतुर्भुज के कोण समान्तर श्रेणी में हैं जिनका सार्व अंतर 10° है। सभी कोणों का माप बताइए।
28. श्रेणी के n पदों का योग बताइए

$$\left(4 - \frac{1}{n}\right) + \left(4 - \frac{2}{n}\right) + \left(4 - \frac{3}{n}\right) + \dots$$

29. a, b और c का मान बताइए यदि $a, 7, b, 23, c$ समान्तर श्रेणी में हो।
30. 16 को चार भागों में इस प्रकार बाँटिए कि वह समान्तर श्रेणी में हो तथा इस श्रेणी के बाह्य पदों का गुणनफल इसके मध्य पदों के योग से एक कम हो।
31. समान्तर श्रेणी 72, 63, 54... का कौन सा पद शून्य होगा ?
32. यदि किसी समान्तर श्रेणी के प्रथम तीन पद b, c और $2b$ हो तो b और c का अनुपात बताइए।
33. यदि समान्तर श्रेणी के सातवें पद का सात गुना उसके ग्यारहवें पद के ग्यारह गुने के बराबर हो, तो उसका अठारहवाँ पद बताइए ।
34. समान्तर श्रेणी 3, 8, 13 ...253 के अंत से 20 वाँ पद बताइए ।

35. दो अंको की कुल कितनी प्राकृत संख्याएँ होंगी, जिनको यदि 3 से विभाजित किया जाये तो शेषफल 1 प्राप्त हो ?
36. यदि किसी समान्तर श्रेणी में m पदों का योग n पदों के योग के बराबर हो तो इसके $m + n$ पदों का योग बताइए।
37. श्रेणी $1 - 6 + 2 - 7 + 3 - 8 + \dots$ के 100 पदों का योग बताइए।
38. समान्तर श्रेणी $52, 48, 44, \dots$ का कौन सा पहला पद ऋणात्मक होगा?
39. यदि आप अपने जेब खर्च में से पहले दिन ₹1, दूसरे दिन ₹2, तीसरे दिन ₹3 इसी क्रम में बचाते हो, तो फरवरी 2024 में कुल कितने रुपए की बचत करेंगे?
40. उस समान्तर श्रेणी के 11 पदों का योग बताइए जिसका मध्य पद 30 हो।
41. यदि किसी समान्तर श्रेणी का p वाँ पद q तथा q वाँ पद p हो तो इस श्रेणी का n वाँ पद बताइए।
42. यदि किसी समान्तर श्रेणी का m वाँ पद $\frac{1}{n}$ तथा n वाँ पद $\frac{1}{m}$ हो तो इसका mn वाँ पद बताइए।
43. प्रथम 20 विषम प्राकृत संख्याओं का योग बताइए।
44. किसी समान्तर श्रेणी का 9वाँ पद 449 और 449वाँ पद 9 है। इस समान्तर श्रेणी का कौन सा पद शून्य होगा।
45. समान्तर श्रेणी $-3, -7, -11, \dots$ के लिए $a_{30} - a_{20}$ का मान बताइए।
46. किसी समान्तर श्रेणी का प्रथम पद व अंतिम पद क्रमशः 5 और 45 है। यदि सभी पदों का योगफल 500 हो तो पदों की संख्या बताइए।
47. यदि समान्तर श्रेणी का 8वाँ पद शून्य हो तो उसके 28 वें पद तथा 18 वें पद के बीच सम्बन्ध बताइए।

48. यदि समान्तर श्रेढी का 15 वाँ पद उसके 10 वें पद से 20 अधिक हो तो सार्व अंतर बताइए।
49. यदि समान्तर श्रेढी का तीसरा पद व नौवां पद क्रमशः 4 और -8 हो तो इसका कौन सा पद शून्य होगा?
50. एक व्यक्ति को ₹ 7000 मासिक वेतन की नौकरी मिली, जिसमें वार्षिक वृद्धि ₹ 500 होगी तो बताइए की 10 वर्ष पश्चात उसका वेतन कितना होगा ?

उत्तरमाला

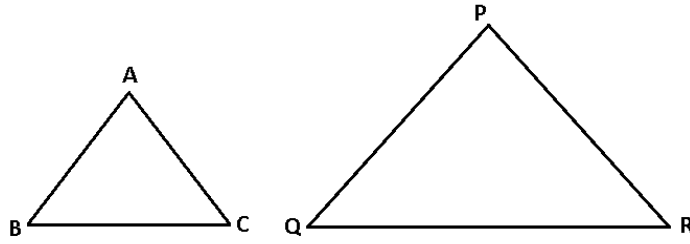
1	$5\sqrt{3}, 6\sqrt{3}, 7\sqrt{3}$	26	80°
2	$\sqrt{112}$	27	$75^\circ, 85^\circ, 95^\circ, 105^\circ$
3	6	28	$\frac{1}{2}(7n - 1)$
4	-11	29	$a = -1, b = 15, c = 31$
5	3	30	1, 3, 5, 7
6	2	31	9
7	2a	32	$b:c = 2:3$
8	17	33	0
9	-1	34	158
10	$\frac{1+mn-m}{m}$	35	30
11	1	36	0
12	18,8	37	-250
13	$\frac{n(n+1)}{2}$	38	15वाँ पद
14	n^2	39	₹ 435
15	$n(n + 1)$	40	330
16	$\frac{n+1}{n}$	41	$p+q-n$
17	15	42	1
18	22	43	400
19	2	44	458 वाँ पद
20	0	45	-40
21	6,11,16	46	20
22	4abc	47	दोगुना
23	3:4:5	48	4
24	8	49	5 वाँ पद
25	23	50	₹ 12,000

अध्याय-6

त्रिभुज

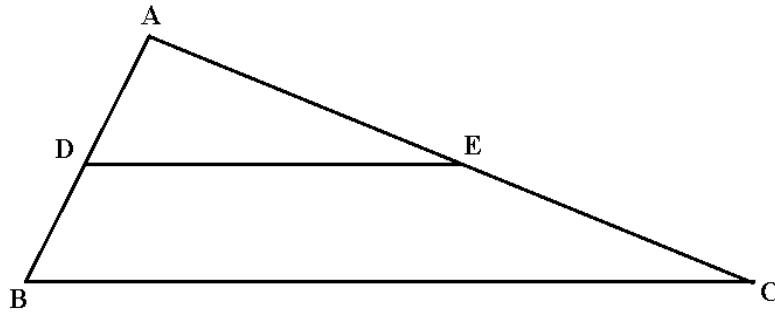
याद रखने योग्य बिंदु

- दो त्रिभुज समरूप होंगे यदि उनके संगत कोण समान और संगत भुजाएं समान अनुपात में हों।



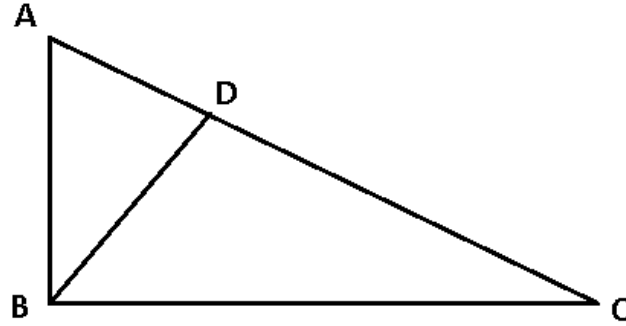
$$\Delta ABC \sim \Delta PQR \Rightarrow \angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R \& \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

- समरूपता की शर्तें : (a) AAA (b) SSS (c) SAS
- यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर एक रेखा खींची जाए जो अन्य दो भुजाओं को अलग - अलग बिन्दुओं पर काटती है तो दूसरी दोनों भुजाएँ समान अनुपात में बँट जाएगी ।

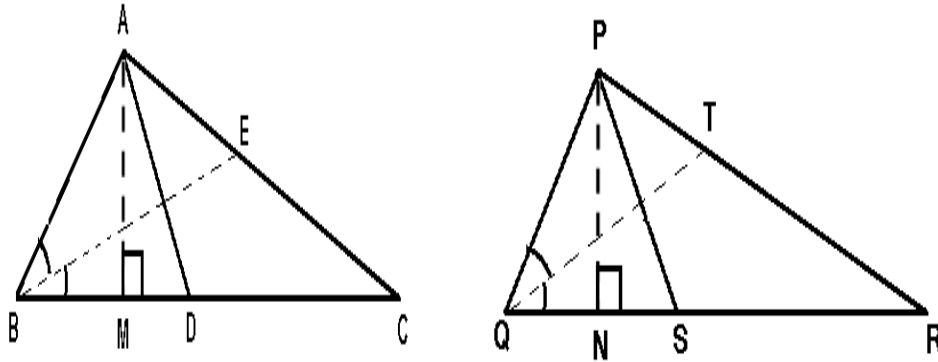


$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ या } \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{EC} \text{ या } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

- यदि $\Delta ABC \sim \Delta PQR \Rightarrow \frac{\text{क्षेत्रफल}(\Delta ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$
- ΔABC में यदि, $\angle B = 90^\circ$ हो तो $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय)



- ΔABC में, $\angle B = 90^\circ$ और $BD \perp AC$ हो तो $\Delta ABD \sim \Delta ACB \sim \Delta BCD$.
- यदि दो त्रिभुज समरूप हो तो उनके परिमाण, माध्यिका, लम्ब और कोण समद्विभाजक समान अनुपात में होंगे।
- दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल उनकी संगत भुजाओं, लम्ब, माध्यिका, परिमाण और कोण समद्विभाजक के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

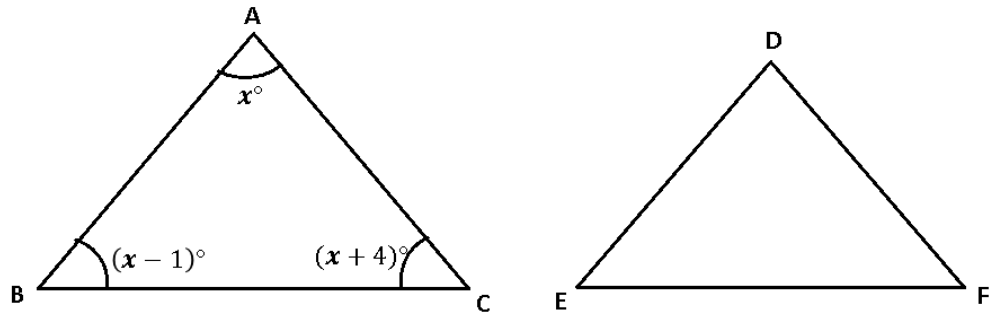


- उदाहरण : यदि $\triangle ABC \sim \triangle PQR \Rightarrow \frac{\text{परिमाण} (\triangle ABC)}{\text{परिमाण} (\triangle PQR)} = \frac{AD}{PS} = \frac{AM}{PN} = \frac{BE}{QT}$ और

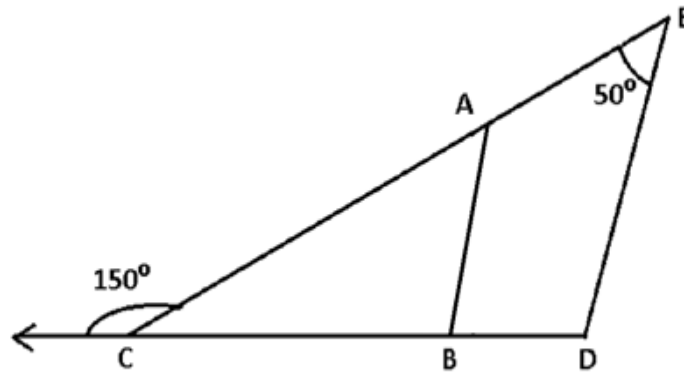
$$\frac{\text{क्षेत्रफल} (\triangle ABC)}{\text{क्षेत्रफल} (\triangle PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{AD^2}{PS^2} = \frac{AM^2}{PN^2} = \frac{(\triangle ABC \text{ के परिमाण})^2}{(\triangle PQR \text{ के परिमाण})^2} = \frac{BE^2}{QT^2}$$

प्रश्नावली

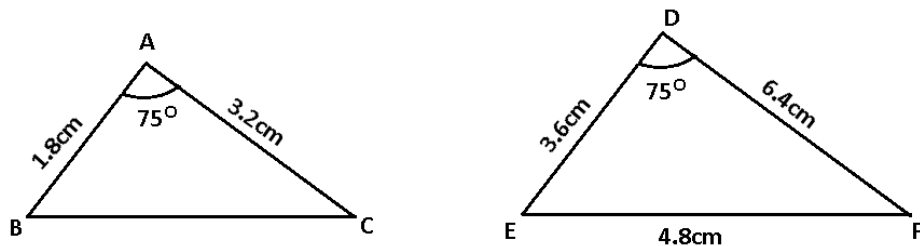
- आकृति में $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\angle D$ की माप बताइए |



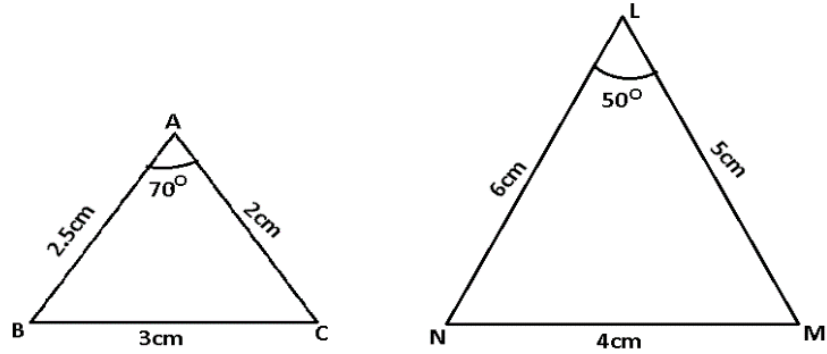
- आकृति में $\triangle ACB \sim \triangle ECD$, $\angle ABC$ की माप बताइए |



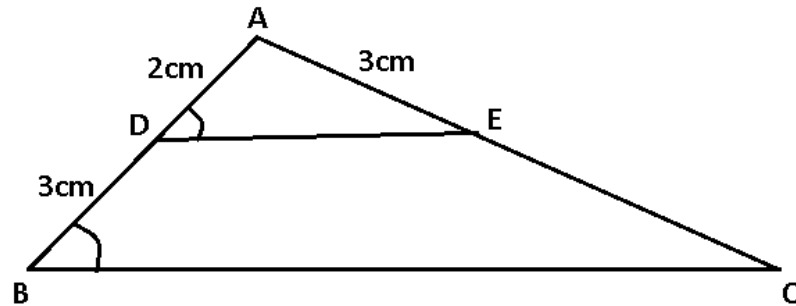
- आकृति में BC का मान बताइए |



4. आकृति में $\angle M$ तथा $\angle N$ का मान बताइए।

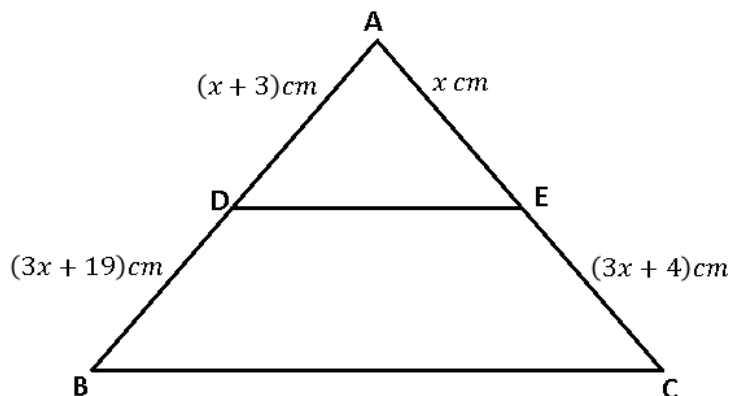


5. आकृति में, $\angle ADE = \angle ABC$ हो तो CE का मान बताइए।



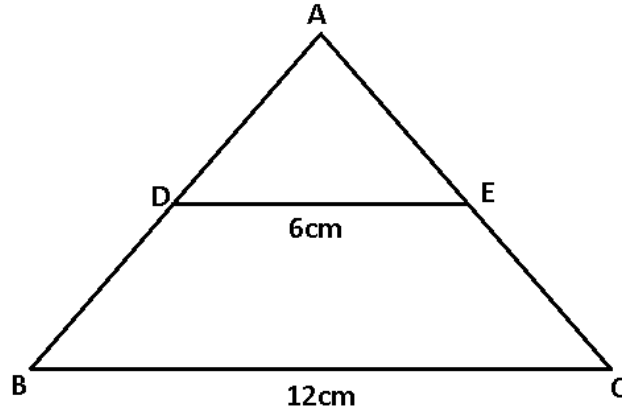
6. दो समरूप त्रिभुज $\triangle ABC$ तथा $\triangle BDE$ इस प्रकार हैं कि D, BC का मध्य बिंदु है, $\triangle ABC$ तथा $\triangle BDE$ के क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए।
7. यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\triangle DEF$ का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी तथा $\frac{AB}{DE} = \frac{1}{2}$ हो तो $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल बताइए।
8. यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $AB = 4$ सेमी, $DE = 6$ सेमी, $EF = 9$ सेमी तथा $FD = 12$ सेमी हो तो $\triangle ABC$ का परिमाण बताइए।

9. यदि $DE \parallel BC$ तो x का मान बताइए ।

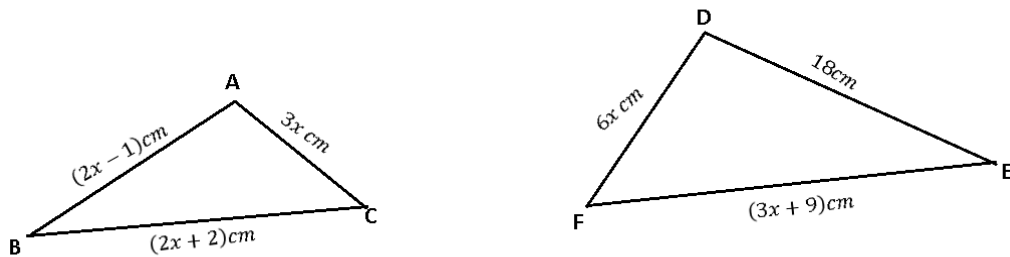


10. दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं में अनुपात 2:3 है । यदि छोटे त्रिभुज का क्षेत्रफल 48 वर्ग सेमी हो तो बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए ।
11. दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल 36 वर्ग सेमी तथा 100 वर्ग सेमी है, यदि बड़े त्रिभुज की एक भुजा की लम्बाई 20 सेमी हो तो छोटे त्रिभुज की संगत भुजा की लम्बाई बताइए ।
12. दो समरूप त्रिभुज $\triangle ABC$ व $\triangle PQR$ इस प्रकार हैं कि $\angle A = 32^\circ$ तथा $\angle R = 65^\circ$, तो $\angle B$ का माप बताइए ।
13. $\triangle ABC$ में $AB = 6\sqrt{3}$ सेमी, $AC = 12$ सेमी तथा $BC = 6$ सेमी हो तो $\angle B$ का माप बताइए ।
14. एक आदमी एक नियत स्थान से 15 मी पूर्व दिशा में चलता है तथा फिर वहाँ से 8 मी उत्तर दिशा में चलता है। बताइए कि वह अपने प्रारंभिक स्थान से कितनी दूरी पर है ।
15. यदि $\triangle PQR \sim \triangle ABC$, $PQ:AB=3:4$ तथा $\triangle PQR$ का क्षेत्रफल 216 वर्ग सेमी हो तो $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल बताइए ।

16. आकृति में यदि $DE \parallel BC$ हो तो $\triangle ADE$ तथा $\square DECB$ के क्षेत्रफल का अनुपात बताइए ।



17. एक हवाई जहाज एक हवाई अड्डे से उत्तर दिशा की ओर 300 किमी प्रति घंटा की चाल से उड़ान भरता है। उसी समय एक दूसरा हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से पश्चिम दिशा की ओर 400 किमी प्रति घंटा की चाल से उड़ता है, $1\frac{1}{2}$ घंटे बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच की दूरी बताइए।
18. यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ तो x का मान बताइए ।

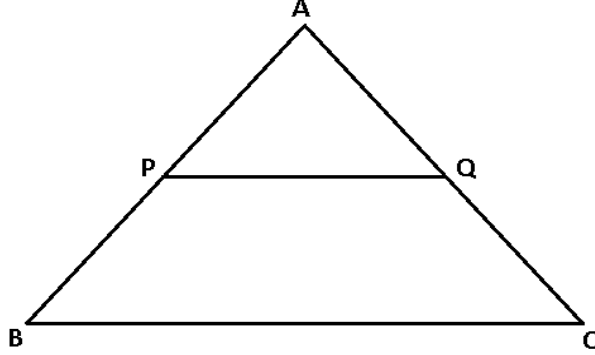


19. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज में कर्ण का माप $5\sqrt{2}$ सेमी हो तो त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई बताइए ।

20. यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $AB = 10$ सेमी, $EF = 6$ सेमी, $DE = 8$ सेमी तो $\frac{\text{ar}(\Delta ABC)}{\text{ar}(\Delta DEF)}$

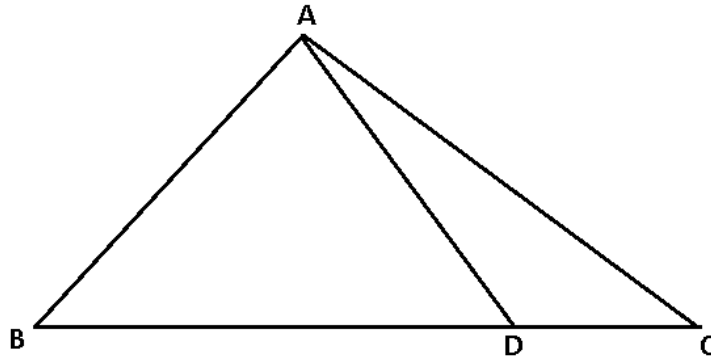
का मान बताइए।

21. आकृति में, $PQ \parallel BC$ तथा $AP:PB=1:2$ हो तो ΔAPQ तथा ΔABC के परिमाणों का अनुपात बताइए।

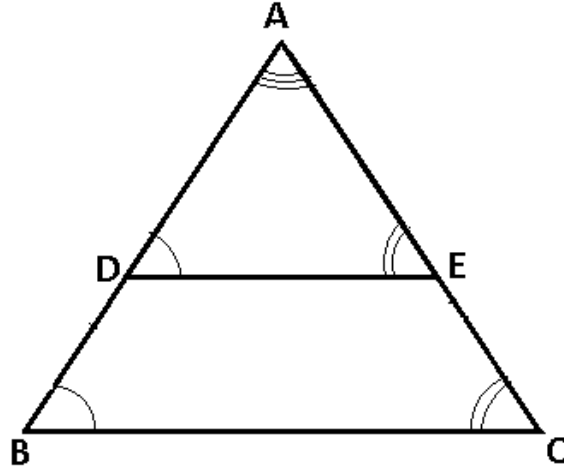


22. दो खम्भे जिनकी ऊँचाई 10 मी व 15 मी है, एक समतल मैदान में उर्ध्वाधर खड़े हैं, यदि उन खम्भों के पाद के बीच की दूरी $5\sqrt{3}$ मी हो तो उनके शिखर के बीच की दूरी बताइए।

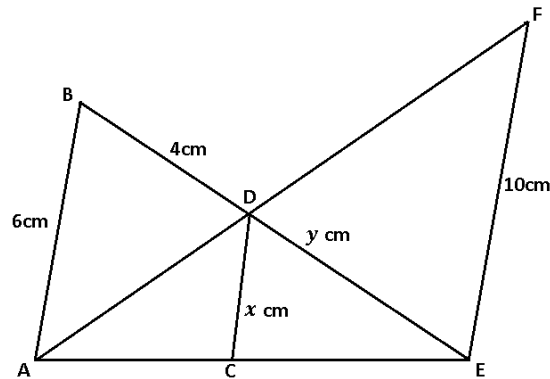
23. ΔABC में $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ है। यदि $\angle B = 70^\circ$ तथा $\angle C = 50^\circ$ हो तो $\angle BAD$ का मान बताइए।



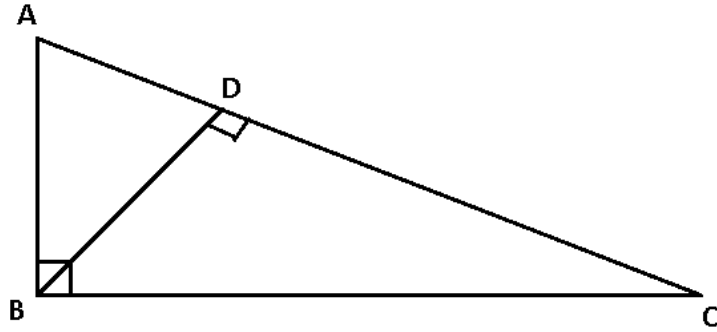
24. ΔABC में $DE \parallel BC$, यदि $BC = 8$ सेमी , $DE = 6$ सेमी तथा ΔADE का क्षेत्रफल 45 वर्ग सेमी हो तो ΔABC का क्षेत्रफल बताइए ।



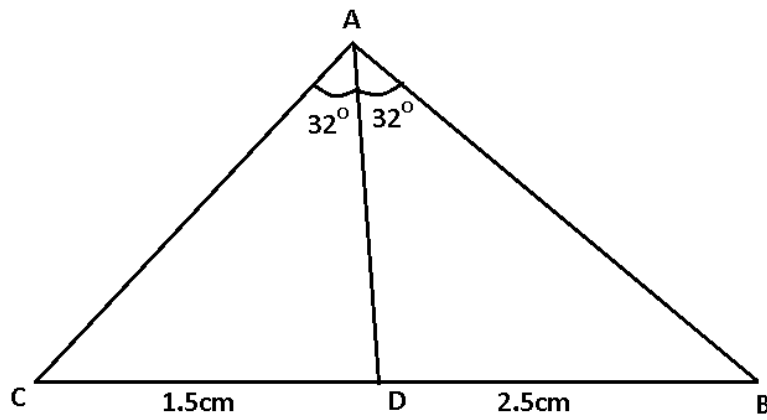
25. आकृति में $AB \parallel CD \parallel EF$, $AB = 6$ सेमी , $CD = x$ सेमी , $EF = 10$ सेमी , $BD = 4$ सेमी तथा $DE = y$ सेमी हो तो x तथा y का मान बताइए



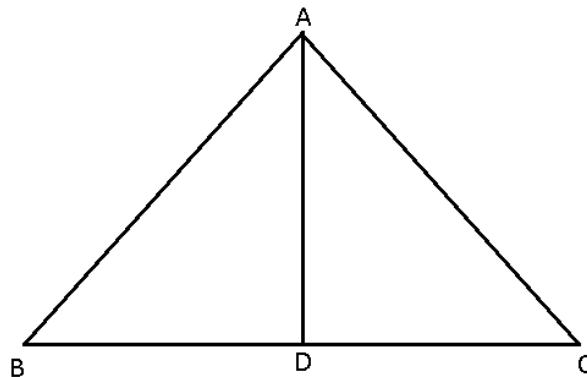
26. आकृति में ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle B = 90^\circ$ तथा $BD \perp AC$, यदि $AD = 4$ सेमी व $CD = 5$ सेमी हो तो BD की लम्बाई बताइए ।



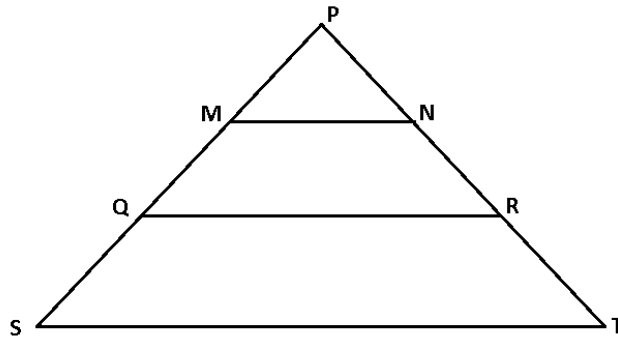
27. आकृति में $\frac{AB}{AC}$ का मान बताइए ।



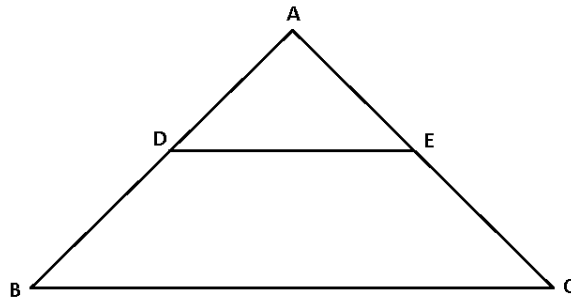
28. आकृति में $\triangle BAC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ है । यदि AD , $\angle BAC$ का समद्विभाजक हो तो $\frac{BD}{DC}$ का मान बताइए ।



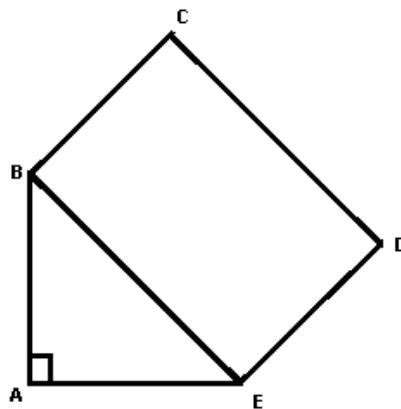
29. आकृति में $\angle S = \angle PRQ$ तथा $MN \parallel QR$, यदि $\frac{PS}{PT} = \frac{2}{3}$ हो तो $\frac{PN}{PM}$ का मान बताइए।



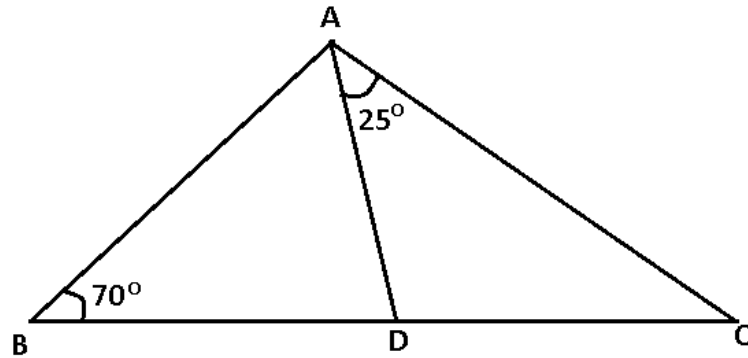
30. आकृति में $DE \parallel BC$ तथा $AD:DB=2:3$, क्षेत्रफल $(\triangle ADE) =$ क्षेत्रफल $(\triangle ABC)$ का मान बताइए।



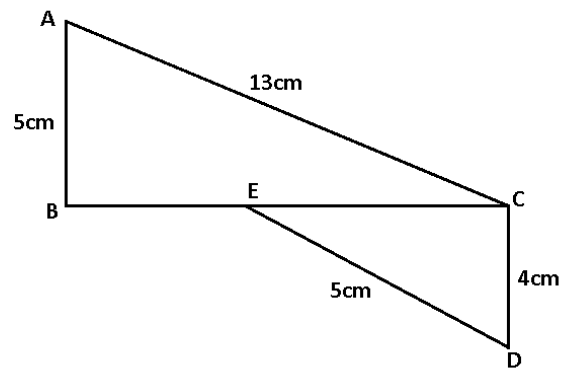
31. आकृति में $AB=BC=12$ सेमी तथा $AE=5$ सेमी हो तो आयत BCDE का परिमाण बताइए।



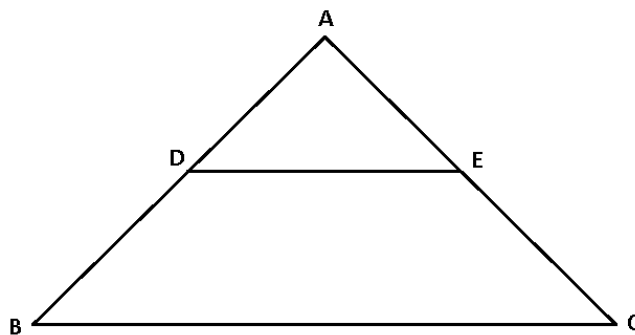
32. आकृति में यदि $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ हो तो $\angle ACD$ का मान बताइए।



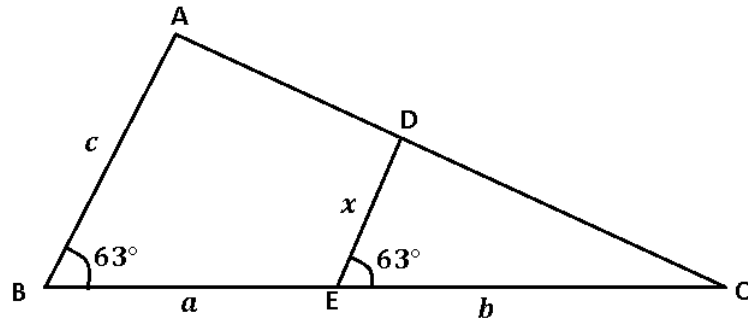
33. आकृति में त्रिभुज ABC तथा DCE समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle ABC = \angle DCE = 90^\circ$ है, तो BE का मान बताइए।



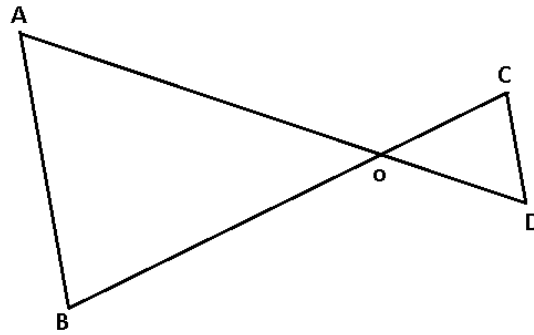
34. दी गयी आकृति में $DE \parallel BC$, $AD = 4BD$ तथा $AC = 1.6$ सेमी हो तो AE का मान बताइए।



35. दी गयी आकृति से, x का मान a , b तथा c के रूप में व्यक्त कीजिये ।

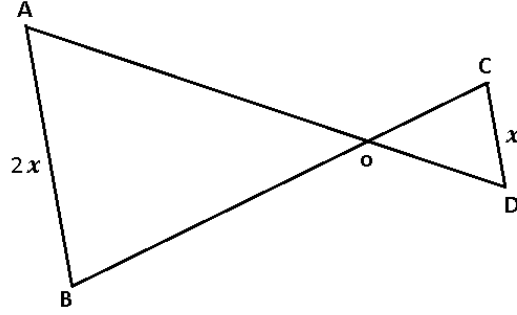


36. यदि $AB=3$ सेमी, $CD=2$ सेमी, $OD=2.2$ सेमी तथा $\angle B = \angle C$ हो तो OA का मान बताइए ।

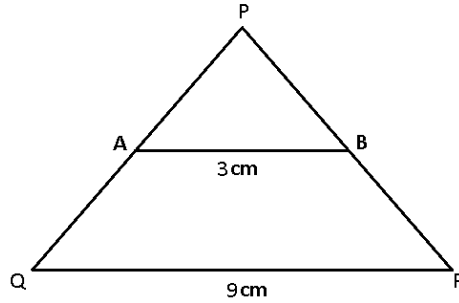


37. त्रिभुज ABC की भुजाओं की लम्बाई 12 सेमी, 16 सेमी तथा 21 सेमी है। सबसे बड़े कोण का समद्विभाजक सम्मुख भुजा को दो भागों में बांटता है । इन दो भागों का अनुपात बताइए ।

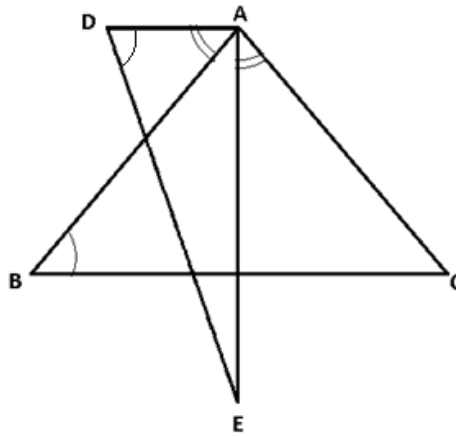
38. आकृति में $AB \parallel CD$, यदि त्रिभुज AOB का क्षेत्रफल 84 वर्ग सेमी हो, तो त्रिभुज COD का क्षेत्रफल बताइए ।



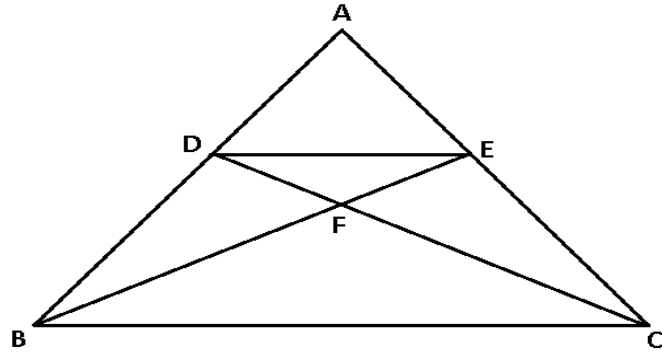
39. यदि $\angle PBA = \angle PRQ$ तथा $PR = 6$ सेमी हो तो BP का मान बताइए ।



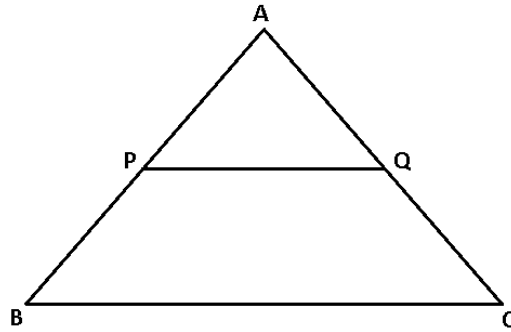
40. आकृति में, $\angle BAD = \angle CAE$ तथा $\angle ADE = \angle ABC$ है। यदि $AC:BC = 3:2$ हो तो $DE:AE$ का मान बताइए ।



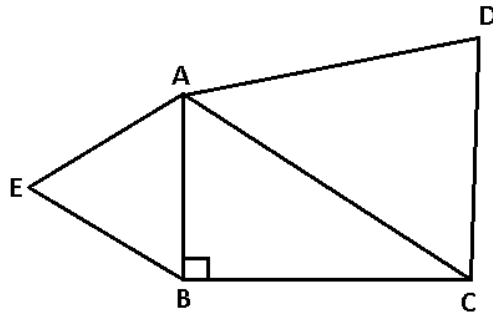
41. आकृति में यदि $DE \parallel BC$ तथा $AD:DB = 5:4$ हो तो $\frac{\text{क्षेत्रफल } (\triangle DFE)}{\text{क्षेत्रफल } (\triangle CFB)}$ का मान बताइए।



42. त्रिभुज ABC में रेखा $PQ \parallel BC$ तथा $AP : PB = 3 : 7$ है। यदि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी हो तो समलम्ब चतुर्भुज PQCB का क्षेत्रफल बताइए।



43. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $\angle B = 90^\circ$ तथा भुजा AB व AC पर दो समद्विबाहु त्रिभुज बनाये गए हैं। $\frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABE)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ACD)}$ का मान बताइए।



44. यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ इस प्रकार है कि $DE = 3$ सेमी, $EF = 2$ सेमी, $DF = 2.5$ सेमी, $BC = 4$ सेमी तो $\triangle ABC$ का परिमाण बताइए ।
45. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ में $AB = 9.1$ सेमी तथा $DE = 6.5$ सेमी है। यदि त्रिभुज DEF का परिमाण 25 सेमी हो तो त्रिभुज ABC का परिमाण बताइए ।
46. समरूप त्रिभुज ABC तथा DEF में $2AB = DE$ तथा $BC = 8$ सेमी हो तो EF का मान बताइए ।
47. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ इस प्रकार है कि क्षेत्रफल($\triangle ABC$) = 4 क्षेत्रफल ($\triangle PQR$)। यदि $BC = 12$ सेमी हो तो QR का मान बताइए ।
48. एक सीढ़ी एक दीवार के साथ इस प्रकार खड़ी है कि उसका पाद दीवार से 6 मीटर की दूरी पर है तथा उसका उपरी सिरा एक 8 मीटर की ऊँचाई पर स्थित खिड़की तक पहुँचता है। सीढ़ी को इस प्रकार सरकाया जाता है कि उसका पाद दीवार से 8 मीटर की दूरी पर हो तो बताइए कि सीढ़ी का उपरी सिरा दीवार पर किस ऊँचाई तक पहुँचेगा ?
49. एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC में $AB = AC = 25$ सेमी तथा $BC = 14$ सेमी हो तो शीर्ष A से BC पर डाले गए लम्ब की माप बताइए ।
50. त्रिभुज ABC में $\angle A = 90^\circ$, $AB = 5$ सेमी तथा $AC = 12$ सेमी है। यदि $AD \perp BC$ हो तो AD का मान बताइए ।

उत्तरमाला

1	59°	26	BD=2√5 सेमी
2	100°	27	$\frac{5}{3}$
3	2.4 सेमी	28	1
4	∠M=70°, ∠N=60°	29	$\frac{2}{3}$
5	4.5 सेमी	30	4:25
6	4:1	31	50 सेमी
7	25 वर्ग सेमी	32	60°
8	18 सेमी	33	9 सेमी
9	x=2	34	1.28 सेमी
10	108 वर्ग सेमी	35	$\frac{bc}{a+b}$ ईकाई
11	12 सेमी	36	3.3 सेमी
12	83°	37	3:4
13	90°	38	21 वर्ग सेमी
14	17 मी	39	2 सेमी
15	384 वर्ग इकाई	40	2:3
16	1:3	41	$\frac{25}{81}$
17	750 किमी	42	91 वर्ग सेमी
18	x = 5	43	1:2
19	5 सेमी	44	15 सेमी
20	$1\frac{9}{16}$	45	35 सेमी
21	1:3	46	16 सेमी
22	10 मी	47	6 सेमी
23	30°	48	6 मी
24	80 वर्ग सेमी	49	24 सेमी
25	x =3.75 सेमी , y = 6.67 सेमी	50	$4\frac{8}{13}$ सेमी

अध्याय 7

निर्देशांक ज्यामिति

याद रखने योग्य बिंदु

- एक तल पर किसी भी बिंदु की स्थिति का पता लगाने के लिए हमें निर्देशांक अक्षों की आवश्यकता होती है।
- निर्देशांक अक्ष तल को चार चतुर्थांश में विभाजित करते हैं।
- x- अक्ष से एक बिंदु की लंबवत दूरी को y- अक्ष पर मापा जाता है, इसको x निर्देशांक (भुज) कहा जाता है।
- y- अक्ष से एक बिंदु की लंबवत दूरी को x- अक्ष पर मापा जाता है इसको y निर्देशांक (कोटि) कहा जाता है।
- x अक्ष पर किसी भी बिंदु का निर्देशांक $(x, 0)$ के रूप में होता है।
- y अक्ष पर किसी भी बिंदु का निर्देशांक $(0, y)$ के रूप में होता है।
- दो बिंदुओं $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी है

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- मूल बिंदु $O(0, 0)$ से एक बिंदु $P(x, y)$ की दूरी है

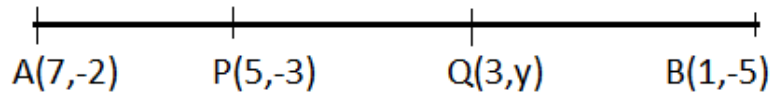
$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- बिंदु $P(x, y)$ के निर्देशांक जो बिंदु $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को जोड़ने वाली रेखा खंड को आंतरिक रूप से $m_1 : m_2$ के अनुपात में विभाजित करते हैं: $P\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$
इसे विभाजन सूत्र कहा जाता है।

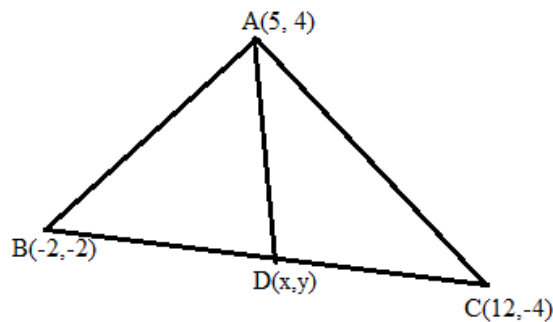
- बिंदु $P(x_1, y_1)$ और $Q(x_2, y_2)$ से बनने वाले रेखाखंड के मध्य बिंदु के निर्देशांक $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ ।
- बिंदु $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ द्वारा बने त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक $= \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$
- बिंदुओं $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$ वर्ग इकाई होता है।
- यदि बिंदु $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ संरेखीय हैं तो इन तीन बिंदुओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 0 होता है और यदि क्षेत्रफल 0 है, तो बिंदु संरेखीय होते हैं।

प्रश्नावली

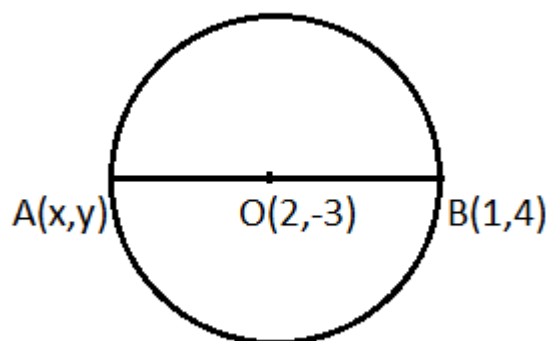
1. बिंदुओं $(a \cos 55^\circ, 0)$ और $(0, a \cos 35^\circ)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
2. बिंदुओं $(\cos\theta, \sin\theta)$ और $(-\sin\theta, \cos\theta)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
3. आकृति में, y का मान ज्ञात करें, यदि $P(5, -3)$ और $Q(3, y)$, बिंदु $A(7, -2)$ और $B(1, -5)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को समत्रिभाजित करते हैं।



4. आकृति में, ΔABC में D , BC का मध्य बिंदु है। D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

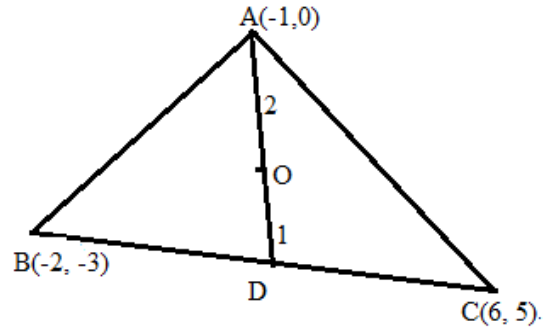


5. प्रश्न संख्या 4 में दी गयी आकृति के अनुसार, AD की लंबाई ज्ञात कीजिए।
6. मूल बिंदु से बिंदु $(a \cos b, a \sin b)$ के बीच की दूरी बताइए।
7. बिंदु के निर्देशांक बताइए, जो बिंदु A $(3, -6)$ और B $(-2, 7)$ को मिलाने वाली रेखाखंड को 2: 3 के अनुपात में विभाजित करता है।
8. आकृति में, A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

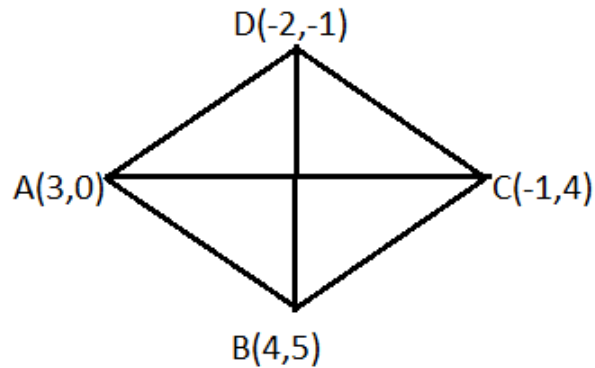


9. बिंदुओं $(4, 10)$ और $(2, 2)$ को मिलाने वाले रेखाखंड के मध्य बिंदु की बिंदु $(0, 2)$ से दूरी ज्ञात कीजिए।
10. y का मान ज्ञात करें, यदि बिंदु P (x, y) , बिंदुओं $(-3, 3)$ और $(1, -2)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 2: 3 के अनुपात में विभाजित करता है।
11. x का मान ज्ञात करें, यदि P (x, y) बिंदुओं A $(7, -5)$ और B $(2, -1)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 4: 1 के अनुपात में विभाजित करता है।
12. k का मान ज्ञात करें, यदि बिंदु $(0, 4)$, बिंदुओं $(10, k)$ और $(k, 8)$ से सम दूरस्थ है।
13. k का मान ज्ञात करें, यदि x अक्ष बिंदुओं $(-4, -6)$ और $(5, 2)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $k: 1$ के अनुपात में विभाजित करता है।

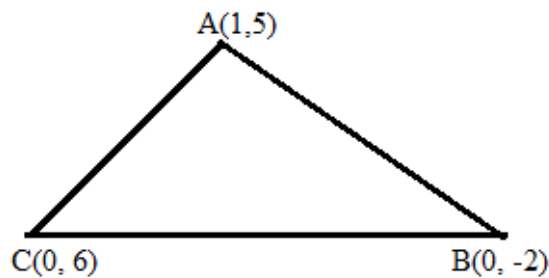
14. आकृति में, बिंदु $A(-1, 0)$, $B(-2, -3)$ और $C(6, 5)$ $\triangle ABC$ के शीर्ष हैं। यदि D , BC का मध्य बिंदु है, तो O के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो AD को $2:1$ के अनुपात में विभाजित करता है।



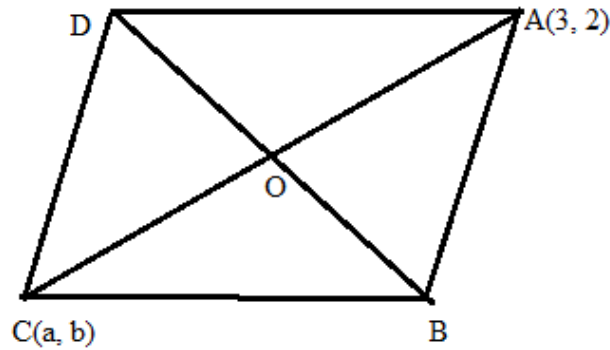
15. आकृति में, समचतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



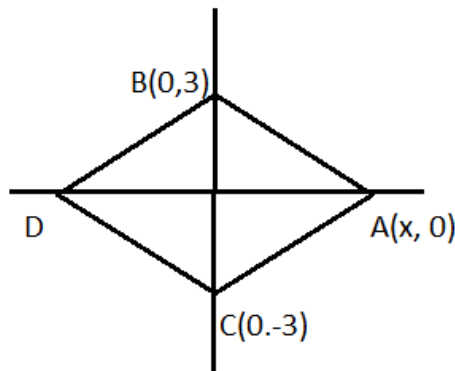
16. त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $A(1, 5)$, $B(0, -2)$ और $C(0, 6)$ हैं।



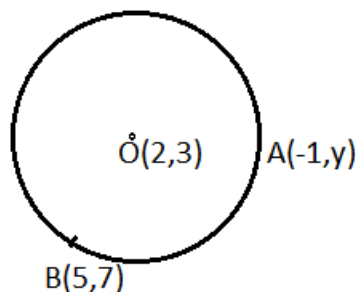
17. p का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिंदु $(-1, 3)$, $(2, p)$, और $(5, -1)$ संरेखित हैं।
18. x और y का मान ज्ञात कीजिए, यदि $O(0, 0)$, $A(0, 2)$, $B(x, y)$ और $C(3, 0)$ एक आयत $OABC$ बनाते हैं।
19. समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में, A और C के निर्देशांक क्रमशः $(3, 2)$ और (a, b) हैं। यदि AC और DB मूल बिंदु $O(0, 0)$ पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो ' a ' और ' b ' का मान ज्ञात कीजिए।



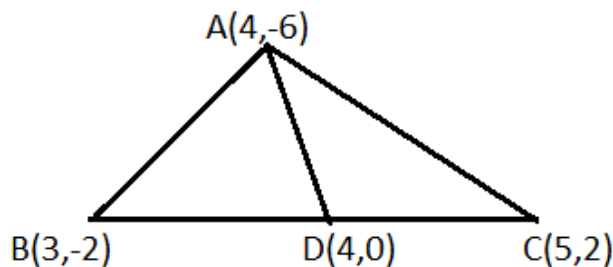
20. बिंदु $A(1, -4)$ और A की आसन्न भुजाओं के मध्य बिंदु $(2, -1)$ और $(0, -1)$ दिये हैं। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
21. y का मान ज्ञात कीजिए यदि $A(5, y)$, $B(5, 2)$, $C(2, 2)$ और $D(2, 5)$ एक वर्ग $ABCD$ बनाते हैं।
22. आकृति में, बिंदु A और D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, यदि $BACD$ एक समचतुर्भुज है और समबाहु त्रिभुज ABC का आधार BC , y अक्ष पर स्थित है।



23. आकृति में, O वृत्त का केंद्र है तथा A और B वृत्त पर कोई बिंदु हैं, y का मान ज्ञात कीजिए ।



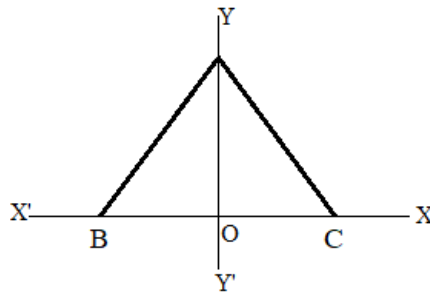
24. बिंदु Q रेखाखंड PR का मध्य बिंदु है जहां P, Q और R के निर्देशांक क्रमशः (6, -2), (1, 3) और (x, 8) हैं। 'x' का मान ज्ञात कीजिए।
25. बिंदु P के निर्देशांक ज्ञात करें, यदि P और Q बिंदुओं (5, -3) और (-1, 3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को समद्विभाजित करते हैं।
26. आकृति में, (ΔABC) का क्षेत्रफल : (ΔABD) का क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।



27. बिंदुओं (3,2), (5,4), और (3,6) से बने त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को जोड़कर बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. p और q का मान ज्ञात करें यदि बिंदु (3, -4) और (1, 2) को मिलाने वाला रेखाखंड को बिंदु (p, -2) और ($\frac{5}{3}$, q) समद्विभाजित करते हैं।
29. बिंदु (2, 1) और (5, -8) को मिलाने वाला रेखाखंड, बिंदु P और Q को समद्विभाजित करता है। यदि बिंदु P रेखा $2x - y + k = 0$ पर निहित है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

30. यदि एक समबाहु त्रिभुज की भुजाओं में से एक की लंबाई 'a' है, तो बिंदु C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जिसका आधार BC, x- अक्ष पर स्थित है और मूल बिंदु B पर है।
31. P के निर्देशांक ज्ञात करें यदि बिंदु P से बिंदु (3,4) की दूरी $\sqrt{10}$ इकाई है और बिंदु P का भुज इसके कोटि का दोगुना है।
32. यदि बिंदु A (x, y), B (1,2) और C (2,1) द्वारा बने त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 6 वर्ग इकाई है, तो x + y का मान ज्ञात कीजिए।
33. यदि $(\frac{a}{3}, 4)$, बिंदु P (-6, 5) और R (-2, 3) को जोड़ने वाले रेखाखंड का मध्य बिंदु है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।
34. x का मान ज्ञात करें, यदि बिंदु (0, x) की (3, 5) से दूरी 5 इकाई है।
35. बिंदुओं (a, b + c), (b, c + a) और (c, a + b) द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
36. यदि बिंदु (a, 0), (0, b) और (1, 1) संरेखीय हैं, तो $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ मान ज्ञात कीजिए।
37. यदि बिंदु (a, b), (b, c) और (c, a) द्वारा बने त्रिभुज का केंद्रक मूल बिंदु पर है, तो $a^3 + b^3 + c^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
38. यदि किसी त्रिभुज का केन्द्रक (1, 4) है और उसके दो शीर्ष बिंदु (4, -3) और (-9, 7) हैं, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
39. यदि बिंदुओं (7, x), (y, -6) और (9, 10) द्वारा बने त्रिभुज का केन्द्रक (6, 3) है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।
40. y का मान ज्ञात करें यदि बिंदु A (5, y), B (5, 5), C (1, 5) और D (1, 2) आयत के शीर्ष हैं।
41. बिन्दुओं (0, 0), (0, 2) और (2, 0) को मिलाकर बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

42. x अक्ष पर स्थित बिंदु P के निर्देशांक ज्ञात करें, जो कि बिंदु $(-2, 5)$ और $(2, -3)$ से सम दूरस्थ है।
43. $p + q$ का मान ज्ञात करें यदि (p, q) बिंदु $(5, 3)$ और $(-2, 4)$ को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिंदु है।
44. y अक्ष पर स्थित बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करें जो कि बिंदु $(3, 4)$ और $(-2, 5)$ से समान दूरी पर स्थित है।
45. बिंदु $(0, -1)$, $(2, 1)$, $(0, 3)$ और $(-2, 1)$ वर्ग के शीर्ष हैं। वर्ग की सभी भुजाओं और विकर्णों की लंबाई का योग ज्ञात कीजिए।
46. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु $A (-4, 4)$ और $B (8, 8)$ को मिलाने वाली रेखाखंड को बिंदु $(-1, 5)$ से विभाजित किया गया है।
47. p और q का मान ज्ञात करें, यदि बिंदु $(3p, 4)$ और $(-2, 2q)$ से बने रेखाखंड का मध्य बिंदु $(2, 6)$ है।
48. 24 सेमी भुजा वाले एक समबाहु त्रिभुज $\triangle ABC$ का आधार BC , x -अक्ष पर स्थित है, यदि आधार का मध्य बिंदु मूल बिंदु पर है तो B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।



49. क्रम में लिए गए एक समचतुर्भुज के तीन शीर्ष $(-2, -1)$, $(3, 0)$ और $(4, 5)$ हैं। चौथे शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
50. ' a ' का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिंदु $(0, 0)$, $(1, 1)$ और $(2, a)$ संरेखित हैं।

उत्तरमाला

1	a ईकाई	26	2:1
2	$\sqrt{2}$ ईकाई	27	1 वर्ग ईकाई
3	$y = -4$	28	$p = \frac{7}{3}$ और $q = 0$
4	(5, -3)	29	-8
5	7 ईकाई	30	(a, 0) or (-a, 0)
6	a ईकाई	31	(6, 3), (2, 1)
7	$(1, -\frac{4}{5})$	32	15
8	A(3, -10)	33	-12
9	5 ईकाई	34	$x = 1, 9$
10	$y = 1$	35	0 वर्ग ईकाई
11	$x = 3$	36	1
12	$k = \frac{25}{2}$	37	3abc
13	$k = 3$	38	91.5 वर्ग ईकाई
14	$(1, \frac{2}{3})$	39	$x = 5, y = 2$
15	24 वर्ग ईकाई	40	$y = 2$
16	4 वर्ग ईकाई	41	2 वर्ग ईकाई
17	$p = 1$	42	(-2, 0)
18	$x = 3, y = 2$ या (3,2)	43	$p + q = 5$
19	$a = -3$ और $b = -2$	44	P(0, 2)
20	12 वर्ग ईकाई	45	$8(\sqrt{2} + 1)$ ईकाई
21	$y = 5$	46	1 : 3
22	A = $(3\sqrt{3}, 0)$, D $(-3\sqrt{3}, 0)$	47	$p = 2, q = 4$
23	$y = -1$ या 7	48	(-12, 0)
24	$x = -4$	49	(-1, 4)
25	(3, -1)	50	$a = 2$

अध्याय – 8

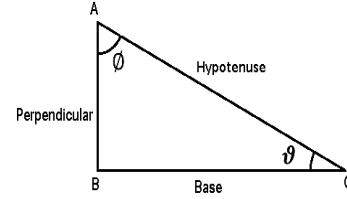
त्रिकोणमिति तथा इसके अनुप्रयोग

याद रखने योग्य बिंदु

- $\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{1}{\text{cosec}\theta}$
- $\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{1}{\text{sec}\theta}$
- $\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{1}{\text{cot}\theta}$
- $\text{cosec}\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{1}{\sin\theta}$
- $\text{sec}\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{1}{\cos\theta}$
- $\text{cot}\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = \frac{1}{\tan\theta}$

$$\theta = 90^\circ - \vartheta$$

$$\sin \theta = \sin(90^\circ - \vartheta) = \frac{BC}{AC} = \cos \vartheta$$



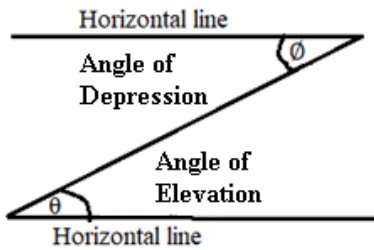
पूरक कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

- 1) $\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$ 2) $\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$ 3) $\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta$
 4) $\cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta$ 5) $\sec(90^\circ - \theta) = \text{cosec}\theta$ 6) $\text{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec\theta$

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाये

- 1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 2) $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ 3) $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

उन्नयन कोण और अवनमन कोण: -



उन्नयन कोण (Angle Of Elevation) :- जब किसी

वस्तु को धरातल से ऊपर की ओर देखा जाता है तो धरातल के साथ बने कोण को उन्नयन कोण कहते हैं।

अवनमन कोण (Angle Of Depression) :- जब

किसी वस्तु का नीचे की ओर झुकते हुए कोण बन रहा है तो उसे अवनमन कोण कहते हैं।

उन्नयन कोण = अवनमन कोण

प्रश्नावली

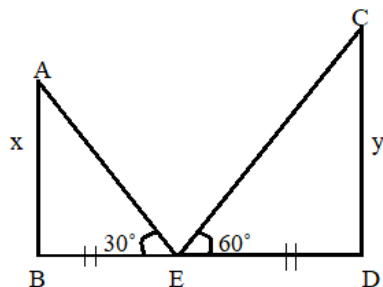
1. यदि $A + B = 90^\circ$, तो $\tan A \tan B$ का मान बताइए।
2. यदि $\alpha + \beta = 90^\circ$ और $\sec \alpha = \frac{19}{7}$, तो $\operatorname{cosec} \beta$ का मान बताइए।
3. यदि $\theta = 45^\circ$, तो $2\sin \theta \cos \theta$ का मान बताइए।
4. $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ$ का मान बताइए।
5. यदि $5\cos \theta = 3$ है, तो मान बताइए
$$\frac{5\sin \theta - 3\cos \theta}{5\sin \theta + 3\cos \theta}$$
6. यदि $\tan \theta = \frac{12}{5}$, तो $\frac{13\sin \theta}{3}$ का मान बताइए।
7. $(\cos \theta + \sin \theta)^2 + (\cos \theta - \sin \theta)^2$ का मान बताइए।
8. यदि $\sin A = \frac{1}{2}$, तो $3\cos A - 4\cos^3 A$ का मान बताइए।
9. $(\sec^2 \theta - 1)(1 - \operatorname{cosec}^2 \theta)$ का मान बताइए।
10. $3\tan^2 26^\circ - 3\operatorname{cosec}^2 64^\circ$ का मान बताइए।
11. यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$ है, तो $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta$ का मान बताइए।
12. यदि $\cos \theta - \cos(90^\circ - \theta) = 0$, तो θ का मान बताइए।
13. $\tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ$ का मान बताइए।
14. न्यून कोण θ का मान बताइए, यदि $\sin(\theta + 26^\circ) = \cos \theta$.
15. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 5^\circ + \sin^2 9^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ$ का मान बताइए।
16. यदि $a = 3\sec^2 \theta - 1$ और $b = 3\tan^2 \theta + 2$, तो $(a - b)$ का मान बताइए।
17. अगर $\sec \theta - \tan \theta = k$, फिर $\sec \theta + \tan \theta$ का मान बताइए।
18. यदि $x = 15^\circ$, तो $4\sin 2x \cos 4x \sin 6x$ का मान बताइए।
19. यदि $\sin x + \sin^2 x = 1$ है, तो $\cos^2 x(1 + \cos^2 x)$ का मान बताइए।

20. यदि $6x = \sec \theta$ और $\frac{6}{x} = \tan \theta$, तो $9(x^2 - \frac{1}{x^2})$ का मान बताइए।
21. यदि $K - 2 = \sec^2 A (1 + \sin A) (1 - \sin A)$, तो K का मान बताइए।
22. $5 \tan^2 A - 5 \sec A + 1$ का मान बताइए।
23. यदि $\sin A - \cos A = 0$ है, तो $(\sin^2 A)^2 + (\cos^2 A)^2$ का मान बताइए।
24. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$ का मान बताइए।
25. यदि $\tan A + \cot A = 4$ है, तो निम्न लिखित का मान बताइए।

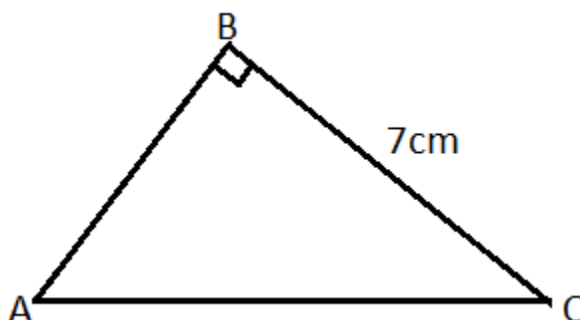
$$\frac{\tan^2 A + \cot^2 A}{\tan^2 A + \cot^2 A + 2 \tan A \cot A}$$

26. $\cot^4 A - \operatorname{cosec}^4 A + \cot^2 A + \operatorname{cosec}^2 A$ का मान बताइए।
27. यदि $7 \sin^2 A + 3 \cos^2 A = 4$ और $0 \leq A \leq 90^\circ$, तो $\tan A$ का मान बताइए।
28. यदि $\cos \theta + \sec \theta = 2$ है, तो $\cos^{68} \theta + \sec^{68} \theta$ का मान बताइए।
29. यदि $x = a \cos^3 \theta$, $y = b \sin^3 \theta$, तो $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$ का मान बताइए।
30. यदि $\sec^2 \theta = \frac{4}{3}$, तो $3(\sec^2 \theta + \tan^2 \theta)$ का मान बताइए।
31. यदि $\cos \theta = \frac{3}{5}$, तो $2 \sec^2 \theta + \tan^2 \theta + 1$ का मान बताइए।
32. यदि $1 + \tan^2 \theta + 4k \tan^2 \theta \sec^2 \theta = \sec^2 \theta + 2 \tan^2 \theta \sec^2 \theta$, तो k का मान बताइए।
33. यदि $x = a(\sin \theta + \cos \theta)$, $y = b(\sin \theta - \cos \theta)$, तो $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2$ का मान बताइए।
34. यदि $x \sin 45^\circ = y \operatorname{cosec} 30^\circ$ है, तो $\left(\frac{x}{y}\right)^4$ मान बताइए।
35. यदि $\cos x + \cos y = 2$ है, तो $\sin x + \sin y$ का मान बताइए।
36. यदि $\tan 2\theta = \cot 3\theta$, तो 5θ का मान बताइए।
37. $\tan \theta \times \frac{\sin \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \cos^3 \theta}$ का मान बताइए।

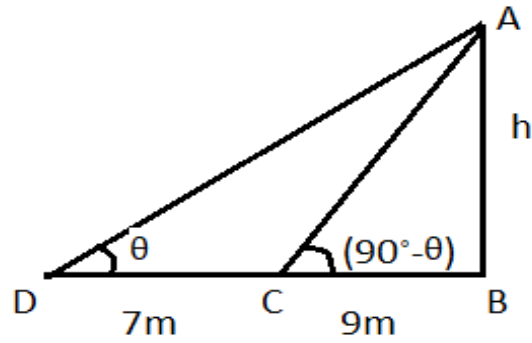
38. सूर्य का उन्नयन कोण उस समय ज्ञात कीजिए, जब किसी समय एक खम्भे की छाया की लम्बाई उसकी ऊँचाई की $\sqrt{3}$ गुना हो।
39. एक दीवार के साथ एक सीढ़ी को इस तरह से रखा गया था कि यह जमीन के साथ 30° का कोण बनाती है। यदि जमीन से इसका शीर्ष 10 मीटर उंचाई पर है, तो सीढ़ी की दीवार और पाद के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
40. दो पोस्ट के बीच की दूरी 'k' मीटर हैं और एक की ऊंचाई दूसरी से दोगुनी है। यदि उनके पाद से जुड़ने वाली रेखा के मध्य बिंदु से, एक पर्यवेक्षक को पोस्ट के शीर्ष का कोणीय माप पूरक लगता है, तो छोटे पोस्ट की ऊंचाई (मीटर में) ज्ञात कीजिए।
41. यदि 6 मीटर ऊंचाई का एक टॉवर जमीन के साथ $2\sqrt{3}$ मीटर की छाया बनाता है, तो सूर्य के जमीन के साथ बनने वाला उन्नयन कोण बताइए।
42. आकृति में, यदि $BE = ED$ है तो $x : y$ ज्ञात कीजिए



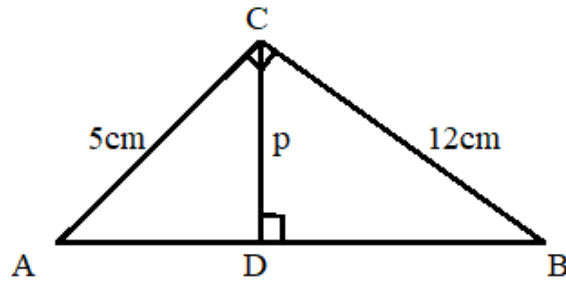
43. समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle B = 90^\circ$, और $AC - AB = 1$ है, तो $\cos A + \cos B + \cos C$ का मान बताइए।



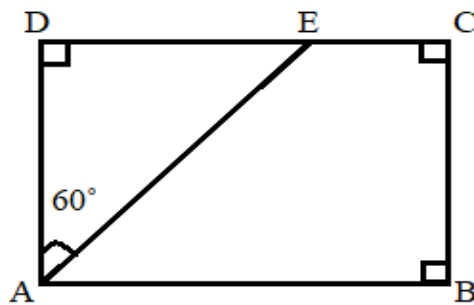
44. आकृति में, ऊँचाई 'h' ज्ञात कीजिए।



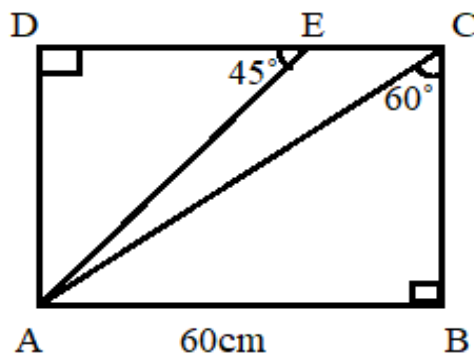
45. आकृति में, 'p' का मान ज्ञात कीजिए।



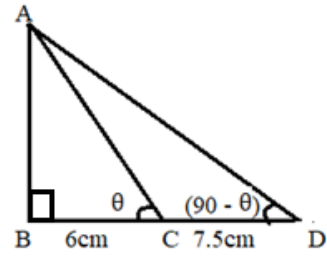
46. आकृति में, AE का मान ज्ञात कीजिए।



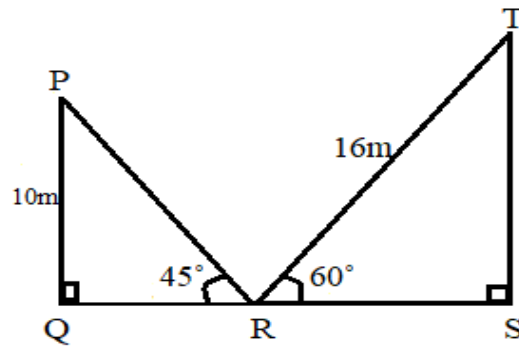
47. आकृति में, AC + AD का मान ज्ञात कीजिए।



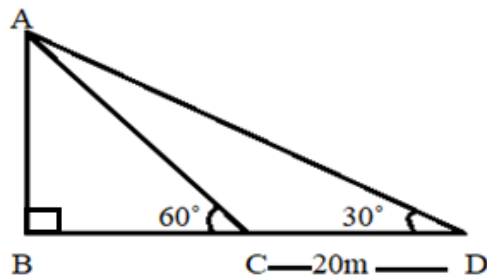
48. आकृति में, टॉवर AB (मीटर में) की ऊँचाई का ज्ञात कीजिए ।



49. आकृति में, QS की लम्बाई (मीटर में) ज्ञात कीजिए।



50. आकृति में, $\angle B = 90^\circ$, टॉवर AB की ऊँचाई (मीटर में) ज्ञात करें ।



उत्तरमाला

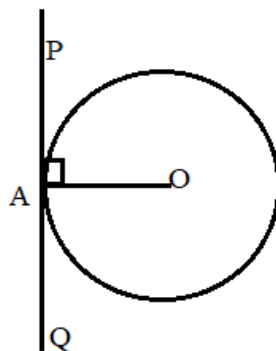
1	1	26	0
2	$2\frac{5}{7}$	27	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
3	1	28	2
4	1	29	1
5	$\frac{11}{29}$	30	5
6	4	31	$8\frac{1}{3}$
7	2	32	$\frac{1}{2}$
8	0	33	2
9	-1	34	64
10	-3	35	0
11	2	36	90°
12	45°	37	1
13	1	38	30°
14	32°	39	10√3 मीटर
15	$11\frac{1}{2}$	40	$\frac{k}{2\sqrt{2}}$ मीटर
16	0	41	60°
17	$\frac{1}{k}$	42	1:3
18	1	43	$1\frac{6}{25}$
19	1	44	12 मीटर
20	$\frac{1}{4}$	45	$4\frac{8}{13}$ सेंटीमीटर
21	3	46	80 सेंटीमीटर
22	-4	47	60√3
23	$\frac{1}{2}$	48	0.09 मीटर
24	4	49	18 मीटर
25	$\frac{7}{17}$	50	10√3 मीटर

अध्याय - 9

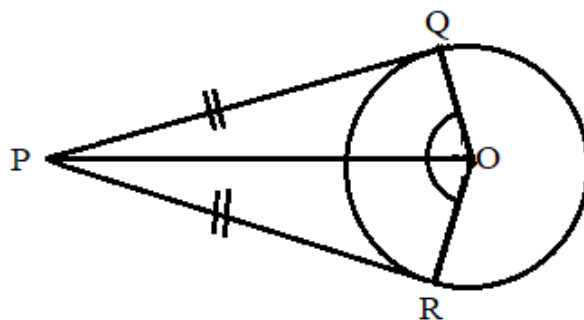
वृत्त

याद रखने योग्य बिंदु

- वृत्त की स्पर्श रेखा एक ऐसी रेखा है जो केवल एक बिंदु पर वृत्त को स्पर्श करती है।



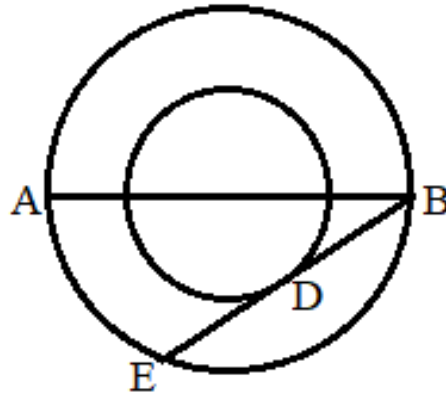
- किसी भी बिंदु पर स्पर्श रेखा संपर्क बिंदु से होकर गुजरने वाली त्रिज्या के लंबवत होती है। $OA \perp PA$ अर्थात् $\angle OAP = 90^\circ$ |
- वृत्त के बाहर स्थित बिंदु से एक वृत्त में दो केवल दो स्पर्श रेखाएं होती हैं। PQ और PR बाहरी बिंदु P से बनी दो स्पर्श रेखा हैं।
- बाहरी बिंदु से वृत्त तक खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई बराबर होती है, $PQ = PR$



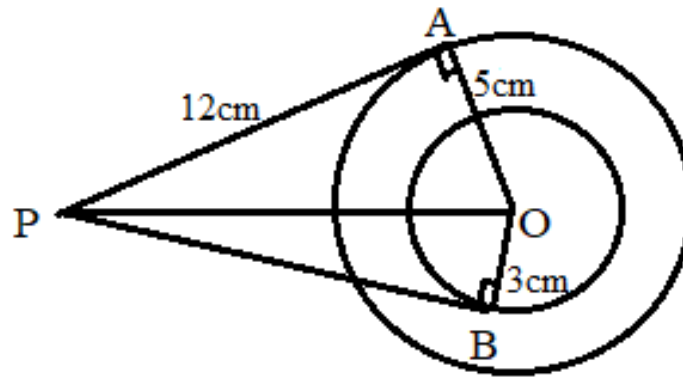
- उपरोक्त आकृति में, चतुर्भुज OQPR के सम्मुख कोणों का योग 180° है।

प्रश्नावली

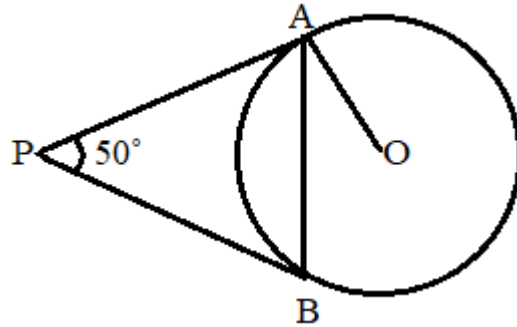
1. दो सकेन्द्रिये वृत्तों की त्रिज्या 5 सेमी और 3 सेमी हैं। AB बड़े वृत्त का एक व्यास है और BD , D को स्पर्श करने वाले छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है जो बड़े वृत्त को E पर मिलती हैं। यदि बिंदु A को D से जोड़ा जाता है तो AD की लंबाई बताइए।



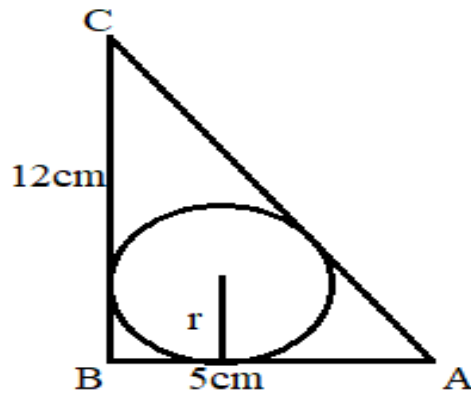
2. $(5p + 7)$ का मान बताइए, यदि p एक वृत्त के दो समानांतर स्पर्श रेखाओं के बीच की दूरी है, जिसका त्रिज्या 12.5 सेमी है।
3. आकृति में, BP का मान ज्ञात कीजिए।



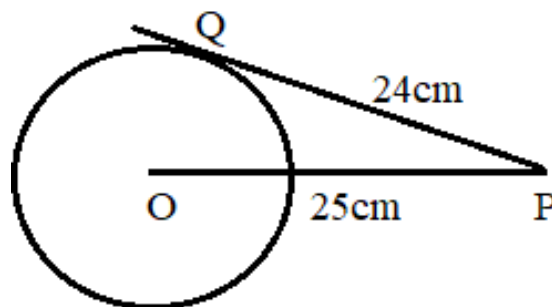
4. एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों से गुजरने वाले वृत्त की त्रिज्या बताइए जब लंबवत भुजाओं की लंबाई 6 सेमी और 8 सेमी हो।
5. आकृति में, एक वृत्त जिसका केंद्र O है तथा बाह्य बिंदु P से स्पर्श रेखा PA और PB बनी हैं, यदि $\angle APB = 50^\circ$, तो $\angle OAB$ का मान बताइए।



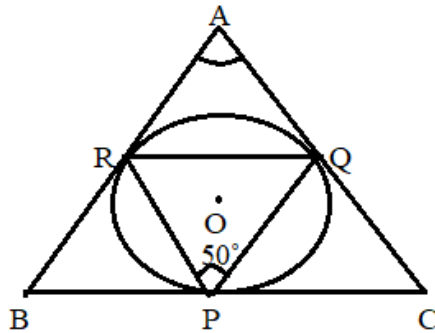
6. आकृति में, समकोण $\triangle ABC$, B पर समकोण हैं, वृत्त की त्रिज्या बताइए, यदि $AB = 5$ सेमी और $BC = 12$ सेमी।



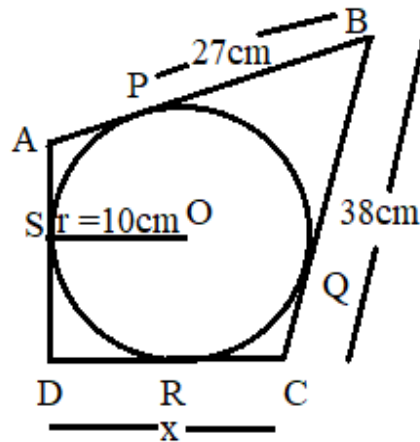
7. आकृति में, OQ का मान बताइए।



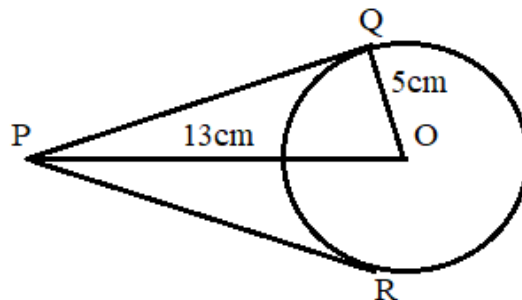
8. आकृति में, यदि $\angle RPQ = 50^\circ$, और O वृत्त का केंद्र है, तब $\angle BAC$ का मान बताइए।



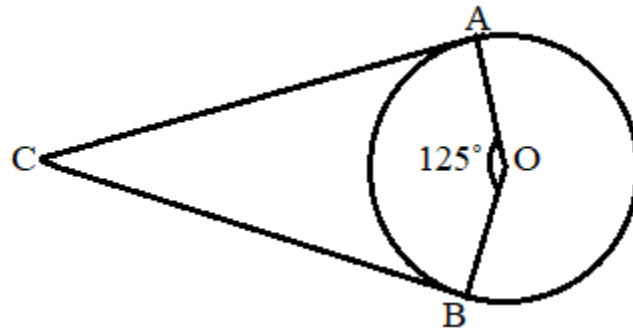
9. आकृति में, यदि O वृत्त का केंद्र है, तो x का मान बताइए।



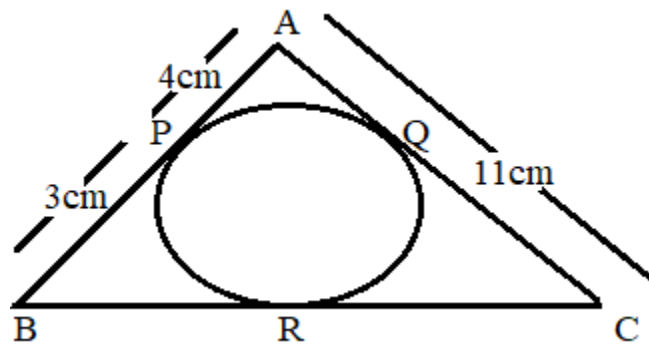
10. आकृति में, $(PR + OR)$ का मान बताइए।



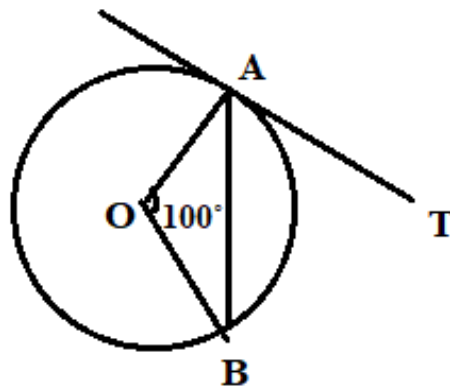
11. आकृति में, $(\angle ACB + \angle CAO)$ का मान बताइए।



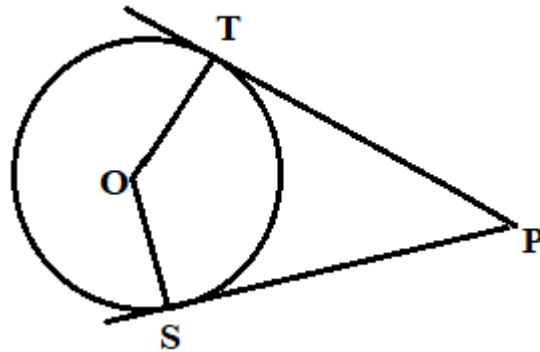
12. आकृति में, BC की लंबाई बताइए।



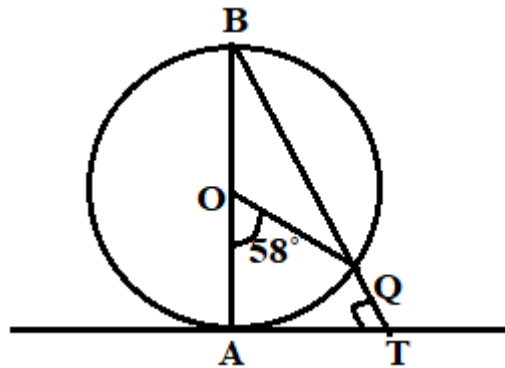
13. आकृति में, O वृत्त का केंद्र है, $\angle OAB$ का मान बताइए।



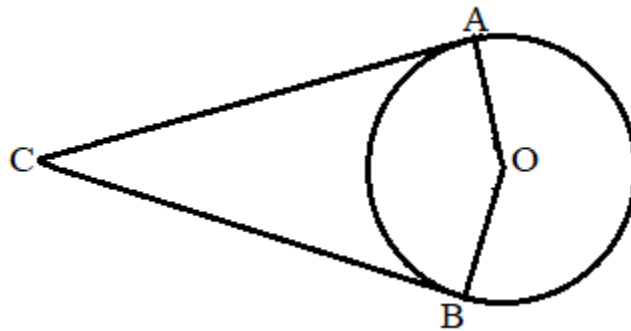
14. आकृति में, त्रिज्या r वाले वृत्त का केंद्र O है। यदि $OP = 2r$, $\angle OST$ का मान बताइए।



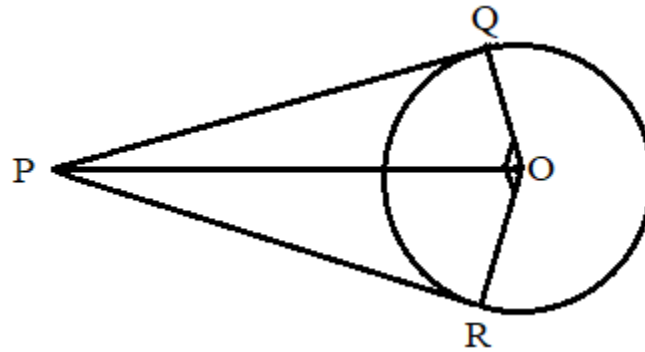
15. आकृति में, केंद्र O वाले वृत्त का व्यास AB है और AT स्पर्श रेखा है। $\angle ATQ$ का मान बताइए।



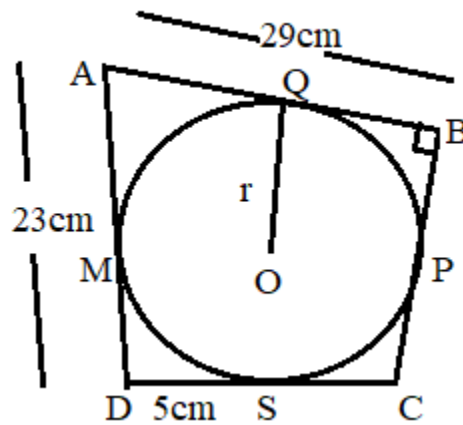
16. आकृति में, $\angle AOB$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\angle ACB + \angle CBO = 120^\circ$ ।



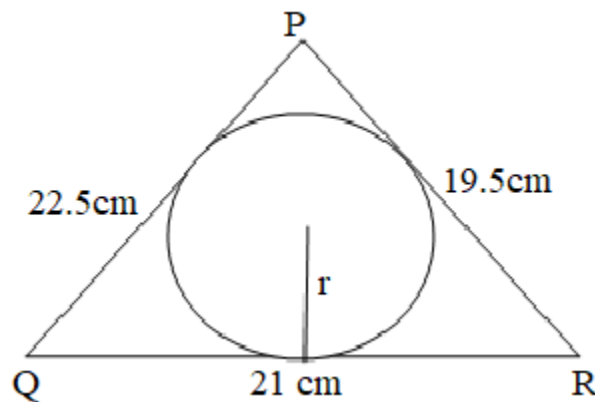
17. आकृति में, यदि $\angle OPQ = 40^\circ$, $\angle ROQ$ का मान बताइए।



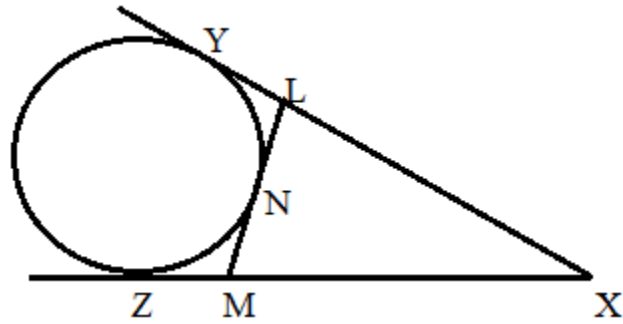
18. आकृति में, त्रिज्या r वाले वृत्त का केंद्र O है, वृत्त की त्रिज्या ' r ' का मान बताइए।



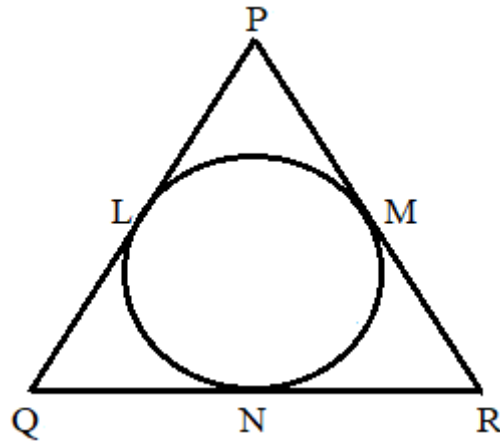
19. आकृति में, वृत्त की त्रिज्या बताइए, यदि ΔPQR का क्षेत्रफल = 189 वर्ग सेमी हैं।



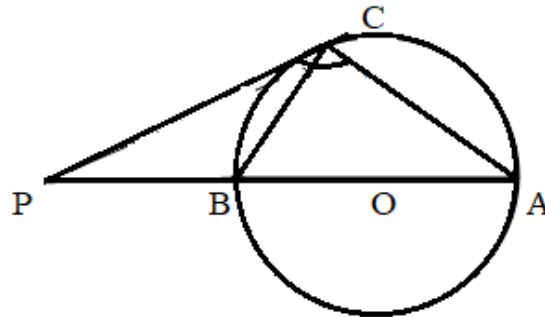
20. ΔXLM की परिमाप ज्ञात करें, यदि $XY = 18$ सेमी है।



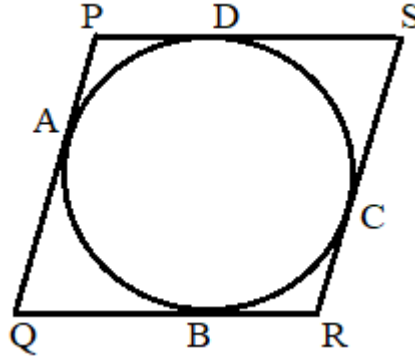
21. ΔPQR की परिमाप बताइए, यदि $PM = a$ सेमी, $RN = b$ सेमी तथा $QL = c$ सेमी है।



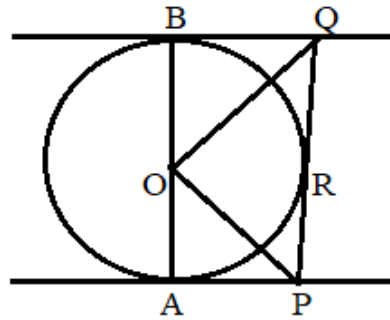
22. वृत्त के एक बिंदु 'C' पर स्पर्श रेखा और उसके व्यास AB को आगे बढ़ाए जाने पर 'P' पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle PCA = 110^\circ$, $\angle CBA$ का मान बताइए।



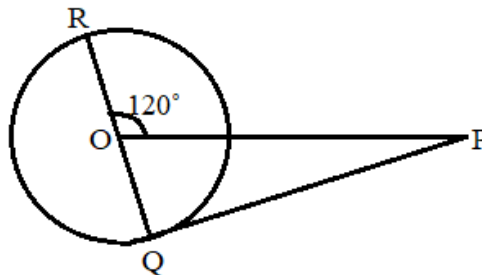
23. आकृति में, चतुर्भुज PQRS का परिमाण बताइए, यदि $PA = 3$ सेमी, $DS = 4$ सेमी, $SR = 7$ सेमी तथा $QB = 4$ सेमी है।



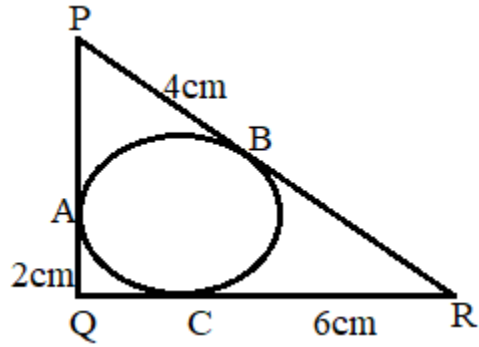
24. प्रश्न संख्या 23 में, x का मान ज्ञात करें यदि $PS = 7$ सेमी, $SR = 12$ सेमी, $QR = 15$ सेमी, $QA = 7$ सेमी तथा $AP = x$ सेमी है।
25. यदि BQ , QP और AP केंद्र O वाले वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं, तो $\frac{4\angle QOP}{5}$ का मान ज्ञात कीजिए।



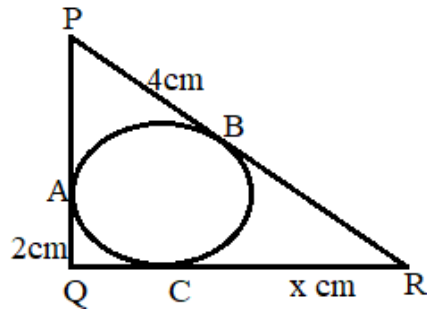
26. एक बाहरी बिंदु P से केंद्र O वाले एक वृत्त पर स्पर्श रेखा PQ है, यदि QR वृत्त का व्यास है और $\angle POR = 120^\circ$ । $\angle OPQ$ का माप बताइए।



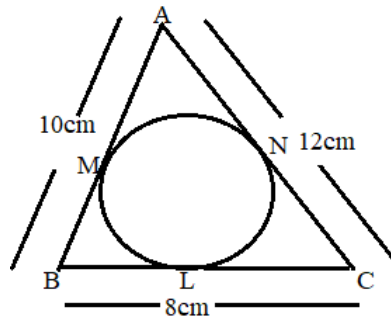
27. आकृति में, ΔPQR की परिमाप ज्ञात कीजिए।



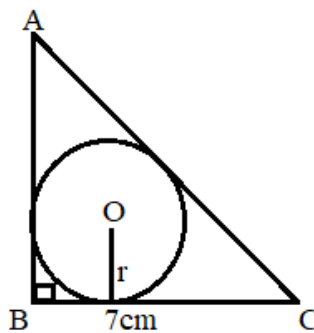
28. आकृति में, 'x' का मान ज्ञात कीजिए, यदि ΔPQR का परिमाप 52 सेमी. हैं।



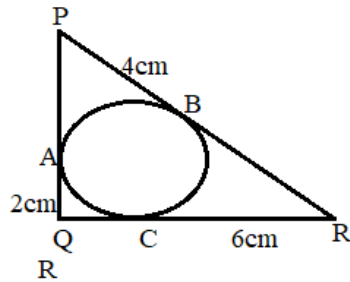
29. आकृति में, BL की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



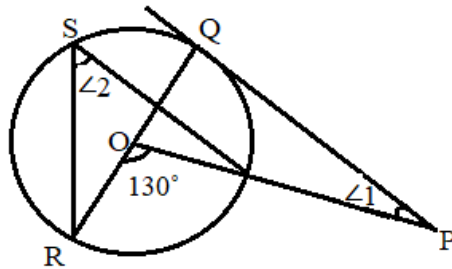
30. आकृति में, यदि $AC - AB = 1$ सेमी है, तो 'r' का मान ज्ञात करें।



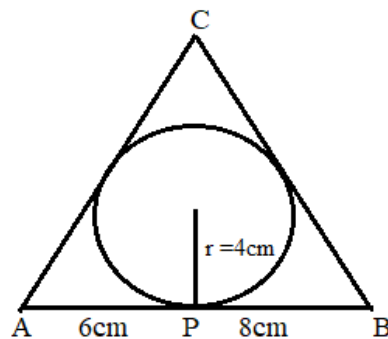
31. आकृति में, ΔPQR एक समकोण त्रिभुज है, $\angle Q$ पर समकोण है, तो $(\sin P + \sin R - \operatorname{cosec} Q)$ का मान ज्ञात कीजिए।



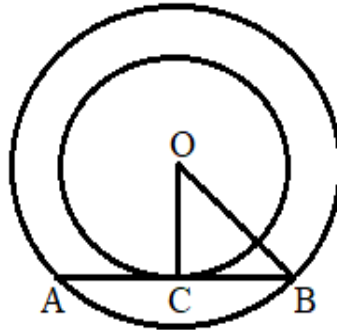
32. एक बिंदु P, वृत्त के केंद्र 26 सेमी की दूरी पर स्थित है। P से वृत्त तक खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई ज्ञात करें यदि वृत्त का व्यास 20 सेमी है।
33. आकृति में, यदि $\angle POR = 130^\circ$, बाह्य बिंदु P से एक स्पर्श रेखा PQ है तो $\angle 1 + \angle 2$ का मान ज्ञात कीजिए।



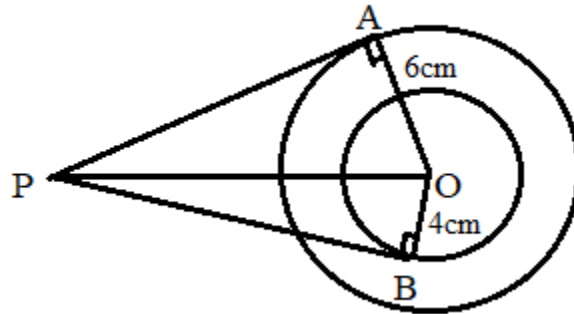
34. आकृति में, यदि ΔABC का क्षेत्रफल 84 वर्ग सेमी है, तो $AC + BC$ की लंबाई का मान ज्ञात कीजिए।



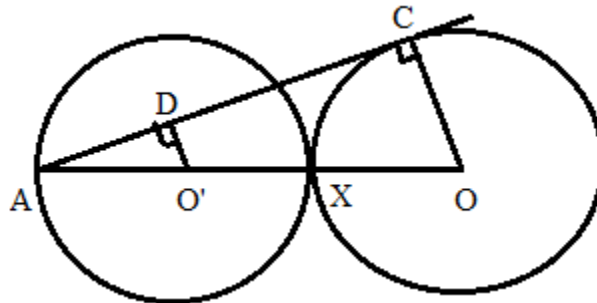
35. आकृति में, यदि $AB = 48$ सेमी और $OC = 7$ सेमी है, तो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याओं का अंतर बताइए।



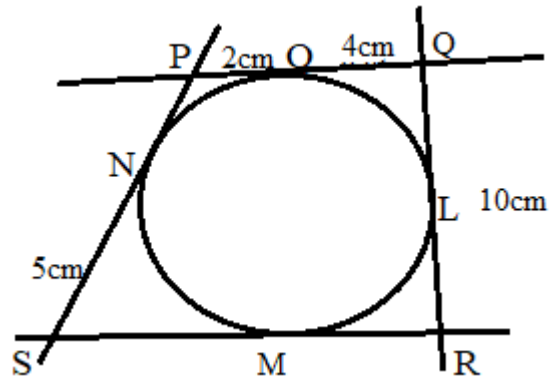
36. प्रश्न संख्या 35 में दिखाए गए चित्रानुसार, यदि संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्या का अंतर 4 सेमी है तो OC ज्ञात कीजिए, जहाँ $OB = 10$ सेमी है।
37. आकृति में, यदि $PO - PA = 2$ सेमी है, तो BP का मान ज्ञात कीजिए।



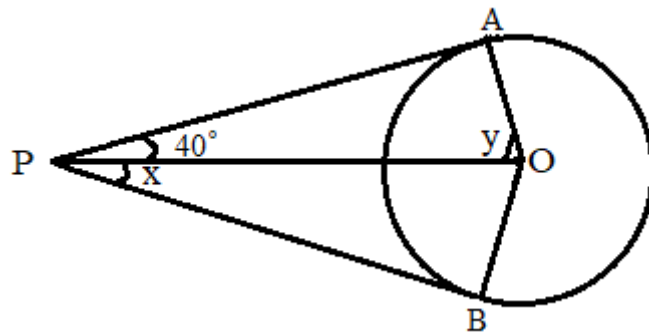
38. आकृति में, केंद्र O' और O वाले दो समान वृत्त X पर एक दूसरे को स्पर्श करते हैं, $DO' : CO$ का मान ज्ञात कीजिए।



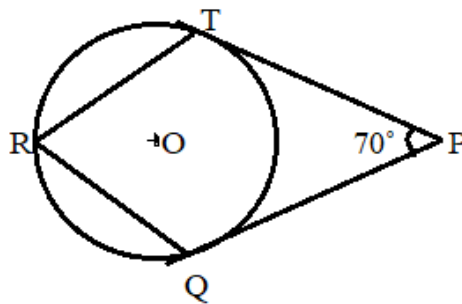
39. आकृति में, $(PQ + QR + RS - SP)$ का मान ज्ञात करें।



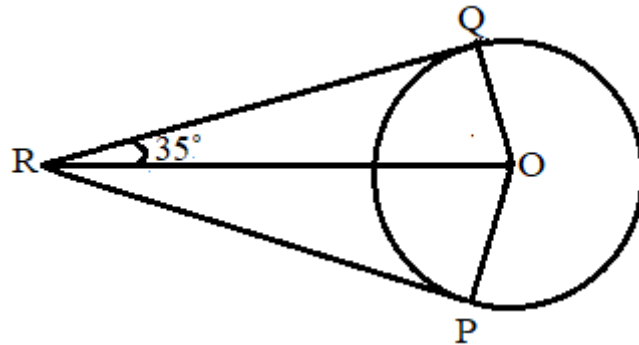
40. आकृति में, $(4y - 5x)$ का मान ज्ञात कीजिए।



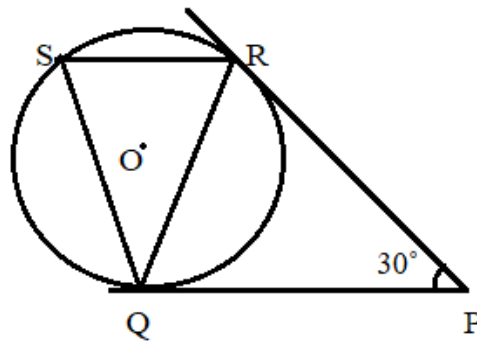
41. आकृति में, $\angle TPQ = 70^\circ$, $\angle TRQ$ का मान बताइए।



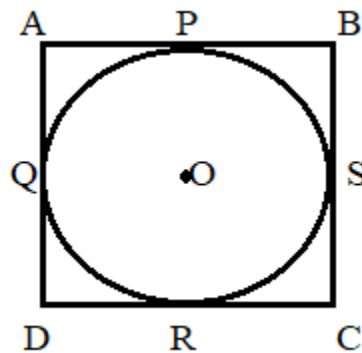
42. आकृति में, $(\angle QOP - \angle ROP)$ का मान ज्ञात करें।



43. आकृति में, $SR \parallel QP$, $\angle RQS$ का मान ज्ञात करें।

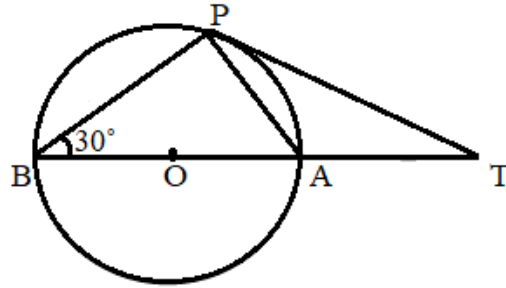


44. आकृति में, यदि $AB = 15.5$ सेमी और $CD = 16$ सेमी है, तो चतुर्भुज $ABCD$ का परिमाप ज्ञात कीजिए।

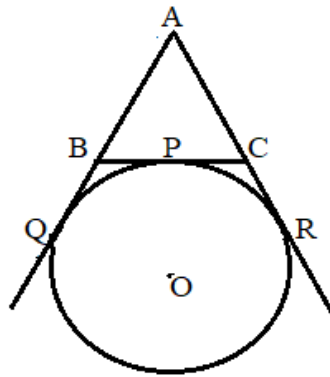


45. प्रश्न संख्या 44 में दिखाए गए चित्र अनुसार, यदि $AB = x$ सेमी, और $CD = y$ सेमी, $(AD + BC)$ का मान ज्ञात करें।

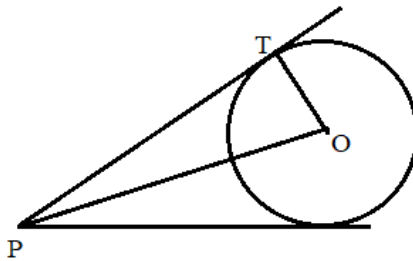
46. आकृति में, O वृत्त का केंद्र है, यदि $\angle PBT = 30^\circ$, BA: AT का अनुपात ज्ञात करें।



47. आकृति में, यदि $AB = 2x$ सेमी, $AC = 4y$ सेमी, $BC = 6z$ सेमी, AQ का मान ज्ञात कीजिए।



48. प्रश्न संख्या 47 में दिखाए गए चित्र अनुसार, ΔABC परिमाण ज्ञात करें यदि $AQ = 6.5$ सेमी।
49. आकृति में, यदि $OT : TP = 3 : 4$ और $OP = 10$ सेमी, तो वृत्त की त्रिज्या का मान बताइए।



50. प्रश्न संख्या 49 में दी गयी आकृति में, यदि $PT = 8$ सेमी, $PT + OT = 14$ सेमी, तो $OP : OT$ ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

1	$\sqrt{52}$ सेमी या $2\sqrt{13}$ सेमी	26	30°
2	132 सेमी	27	24 सेमी
3	$\sqrt{160}$ सेमी or $4\sqrt{10}$ सेमी	28	20
4	5 सेमी	29	3 सेमी
5	25°	30	3 सेमी
6	2 सेमी	31	$\frac{2}{5}$
7	7 सेमी	32	24 सेमी
8	80°	33	105°
9	21 सेमी	34	28 सेमी
10	17 सेमी	35	18 सेमी
11	145°	36	6 सेमी
12	10 सेमी	37	$\sqrt{84}$ सेमी या $2\sqrt{21}$ सेमी
13	40°	38	1 : 3
14	30°	39	20 सेमी
15	61°	40	0
16	150°	41	55°
17	100°	42	55°
18	11 सेमी	43	30°
19	6 सेमी	44	63 सेमी
20	36 सेमी	45	(x + y) सेमी
21	$2(a + b + c)$ सेमी	46	2 : 1
22	70°	47	(x + 2y + 3z) सेमी
23	28 सेमी	48	13 सेमी
24	3	49	6 सेमी
25	72°	50	5 : 3

अध्याय-10

वृत्तों से सम्बंधित क्षेत्रफल

याद रखने योग्य बिंदु

- वृत्त की परिधि और क्षेत्रफल

परिधि : एक वृत्त की परिधि इसकी सीमा की लम्बाई होती है।

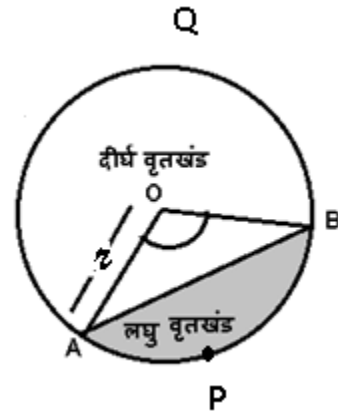
वृत्त की परिधि = $2\pi r = \pi d$

क्षेत्रफल : एक वृत्त का क्षेत्रफल उसकी सीमा से घिरे क्षेत्र का माप है।

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

(जहाँ r वृत्त की त्रिज्या और d वृत्त का व्यास है)

- वृत्त की परिधि को वृत्त के परिमाण के रूप में भी जाना जाता है।
- त्रिज्यखंड और वृत्तखंड का क्षेत्रफल



त्रिज्यखंड OAPB का क्षेत्रफल = $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ (जहाँ $\theta = \angle AOB$)

$$\text{त्रिज्यखंड OAPB कि संगत चाप की लम्बाई} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

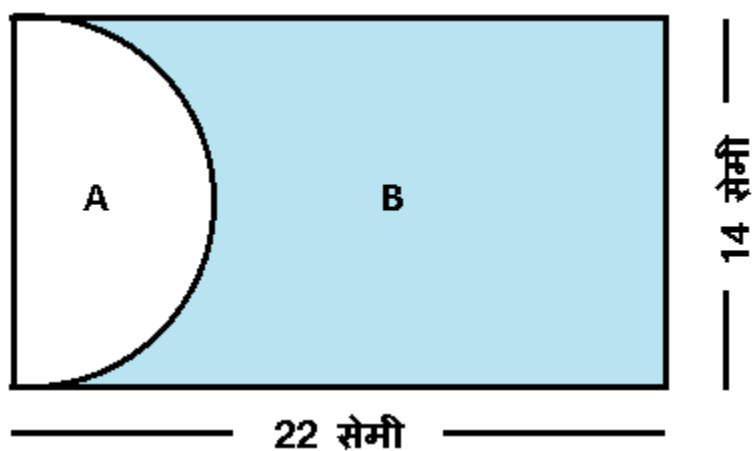
$$\text{त्रिज्यखंड OAPB का परिमाप} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r + 2r$$

- कोई भी जीवा एक वृत्त को दो भागों में विभाजित करती है। बड़ा भाग दीर्घ वृत्तखंड और छोटा भाग लघु वृत्तखंड कहलाता है।
- लघु वृत्त खंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड OAPB का क्षेत्रफल – ΔOAB का क्षेत्रफल
$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$
 (जहाँ $\theta = \angle AOB$)
- दीर्घ वृत्त खंड का क्षेत्रफल = πr^2 – लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल

प्रश्नावली

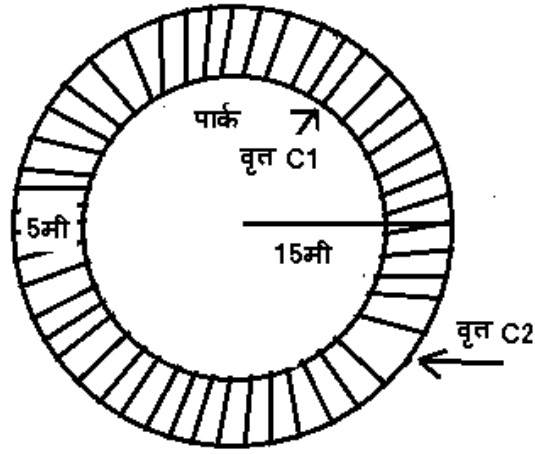
1. 30° केन्द्रीय कोण और 8 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के वृत्तखंड का क्षेत्रफल (π के रूप में) बताइए।
2. एक वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल बताइए जिसकी त्रिज्या 30 सेमी तथा संगत चाप की लम्बाई 10 सेमी है।
3. 21 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त में चाप केंद्र पर 30° का कोण बनाती है। उस चाप की लम्बाई बताइए।
4. एक अर्धवृत्त का क्षेत्रफल और परिमाप बताइए जिसका व्यास 'R' है।
5. उस वृत्त की त्रिज्या R ज्ञात कीजिये जिसका क्षेत्रफल दो वृत्तों जिनके व्यास क्रमशः 40 सेमी और 42 सेमी है के क्षेत्रफल के योग के बराबर है।
6. यदि त्रिज्या 13 सेमी और 12 सेमी वाले दो वृत्तों की परिधि का योग एक त्रिज्या 'R' वाले वृत्त की परिधि के बराबर है तो R^2 का मान बताइए।

7. यदि किसी वृत्त की परिधि एक वर्ग के परिमाप के बराबर है तो उनके क्षेत्रफल का अनुपात बताइए (π के रूप में)।
8. उस सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जो 85 मीटर त्रिज्या के अर्धवृत्त के अंतर्गत बना है।
9. उस सबसे बड़े वृत्त का क्षेत्रफल बताइए जो एक वर्ग के अंतर्गत अंकित किया जा सकता है, यदि वर्ग की भुजा 56 सेमी है।
10. एक वर्ग की भुजा 14 सेमी है। उस वृत्त का क्षेत्रफल बताइए जो इस वर्ग के परिगत बनाया गया है।
11. दी गयी आकृति में 'भाग A' का क्षेत्रफल और परिमाप बताइए।

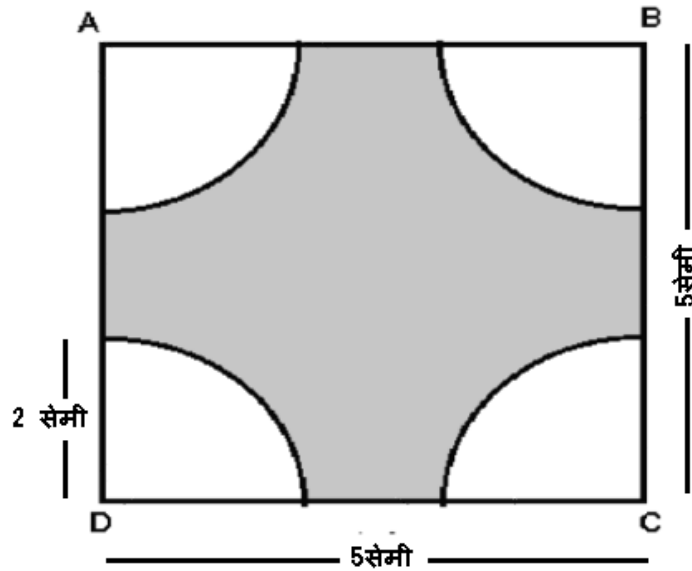


12. प्रश्न संख्या 11 में दी गयी आकृति में 'भाग B' का क्षेत्रफल बताइए।
13. प्रश्न संख्या 11 में दी गयी आकृति में, 'भाग B' और 'भाग A' के क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए ।
14. दी गयी आकृति में 15 मी त्रिज्या वाले एक वृत्ताकार पार्क के बाहर 5 मी चौड़ा वृत्ताकार पथ बनाया गया है।
 - i. C_1 तथा C_2 के परिमापों का योग बताइए।

ii. पथ का क्षेत्रफल बताइए।



15. दी गयी आकृति में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए (π के रूप में)।



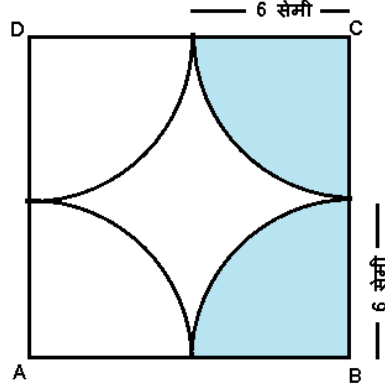
16. प्रश्न संख्या 15 में दी गयी आकृति में छायांकित भाग का परिमाण π के रूप में बताइए ।

17. दी गयी आकृति में ABCD एक वर्ग जिसकी प्रत्येक भुजा 12 सेमी है। निम्न ज्ञात कीजिये:

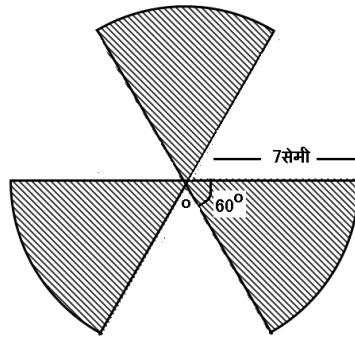
i. छायांकित भाग का क्षेत्रफल (π के रूप में)।

ii. छायांकित भाग का परिमाण बताइए (π के रूप में)|

iii. अछायांकित भाग का क्षेत्रफल (π के रूप में)|

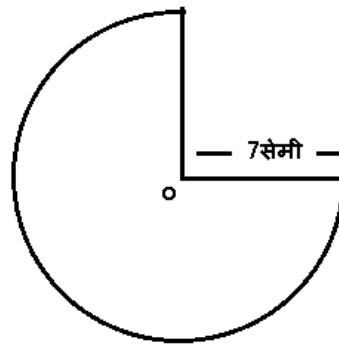


18. दी गयी आकृति में, O केंद्र वाले तीनों बराबर त्रिज्यखंडों का कुल क्षेत्रफल बताइए।

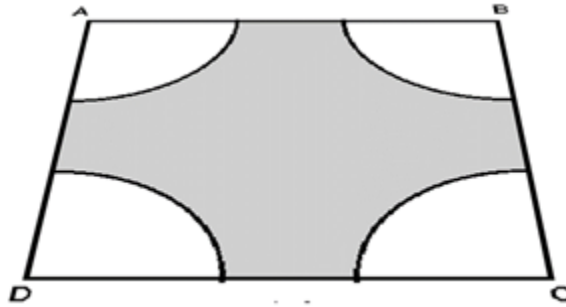


19. प्रश्न संख्या 18 में दी गयी आकृति का परिमाण बताइए।

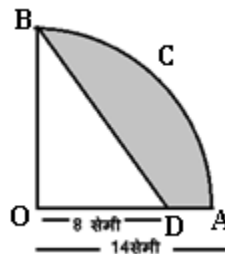
20. दी गयी आकृति का परिमाण बताइए जहाँ O वृत्त का केंद्र है।



21. जब एक तार को एक वर्ग के रूप में मोड़ा जाता है तो वर्ग का क्षेत्रफल 121 वर्ग सेमी है। यदि उसी तार को एक वृत्त के रूप में मोड़ा जाए तो वृत्त का क्षेत्रफल बताइए।
22. एक साइकिल का पहिया 500 चक्कर में 1.1 किलोमीटर की दूरी तय करता है। साइकिल के पहिये का व्यास (सेमी में) बताइए।
23. दी गयी आकृति में ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसमें $AB \parallel DC$, $AB = 18$ सेमी, $DC = 32$ सेमी तथा AB और DC के बीच की दूरी 14 सेमी है। यदि 7 सेमी की चाप A, B, C तथा D को केंद्र मानकर खींची जाए तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए।

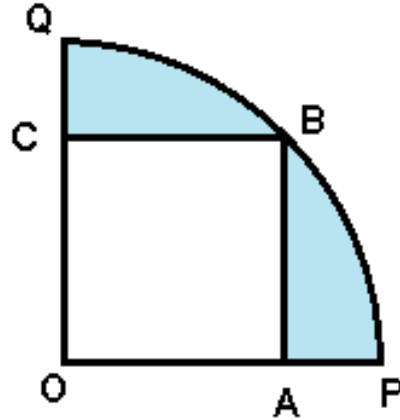


24. दी गयी आकृति में यदि OACB एक वृत्त का चतुर्थांश है जिस वृत्त का केंद्र O है व त्रिज्या 14 सेमी है और $OD=8$ सेमी हो तो $\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग करके छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए।

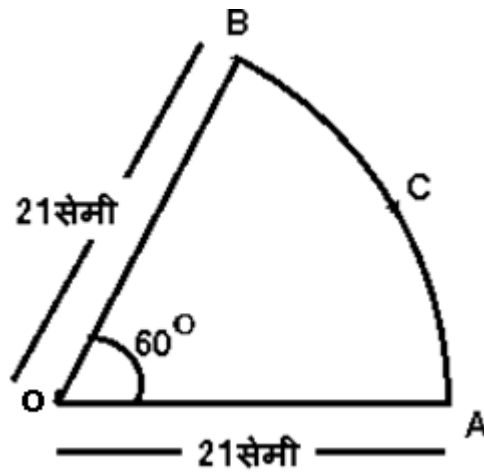


25. दी गयी आकृति में किसी वृत्त के चतुर्थांश में एक वर्ग OABC अंतरित हो जिसकी भुजा 20 सेमी हो तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए।

($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें)

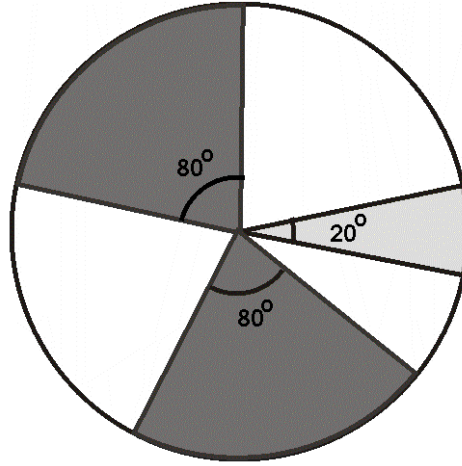


26. दी गयी आकृति में OACB का परिमाण बताइए।

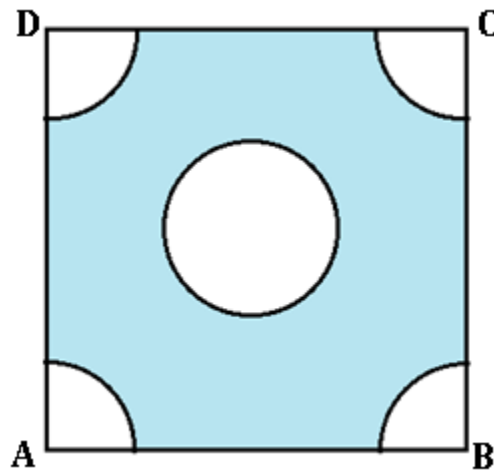


27. यदि एक चाँदे का व्यास 14 सेमी है तो उसकी परिधि बताइए।
28. एक वृत्त का व्यास बताइए जिसका क्षेत्रफल दो वृत्तों के क्षेत्रफल के योग बराबर है, यदि वृत्तों का व्यास क्रमशः $2(a^2 - b^2)$ सेमी और $4ab$ सेमी है।

29. दी गयी आकृति में, एक वृत्त जिसका व्यास 7 सेमी है उस वृत्त के तीन त्रिज्यखंड दिए गए हैं जो वृत्त के केंद्र पर क्रमशः 20° , 80° और 80° का कोण अंतरित करते हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए।



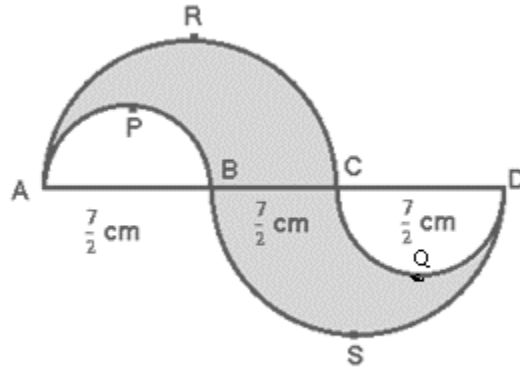
30. दी गयी आकृति में, ABCD 5 सेमी भुजा वाला एक वर्ग है। वर्ग के शीर्षों को केंद्र मान कर 1 सेमी त्रिज्या वाले चतुर्थांश बनाये गए हैं तथा वर्ग के अंदर एक 2 सेमी व्यास वाला वृत्त भी बनाया गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें)



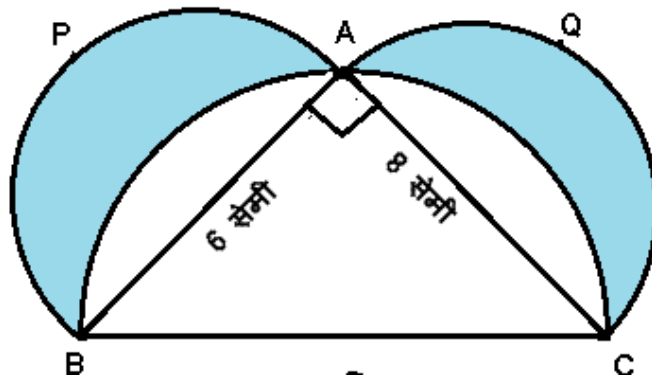
31. दी गयी आकृति में, APB तथा CQD व्यास $\frac{7}{2}$ सेमी वाले दो अर्धवृत्त हैं जबकि ARC तथा BSD व्यास 7 सेमी वाले दो अर्धवृत्त हैं।

निम्न ज्ञात कीजिये :

- छायांकित भाग का परिमाण।
- छायांकित भाग का क्षेत्रफल।

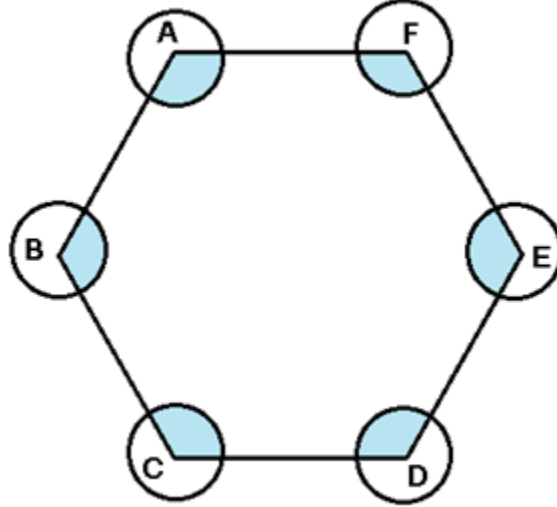


32. दी गयी आकृति में $\triangle BAC$ एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle A = 90^\circ$ है और AB, AC तथा BC को व्यास मानकर तीन अर्धवृत्त बनाए गए हैं। यदि AB = 6 सेमी तथा AC = 8 सेमी है तो छायांकित भाग का परिमाण बताइए।

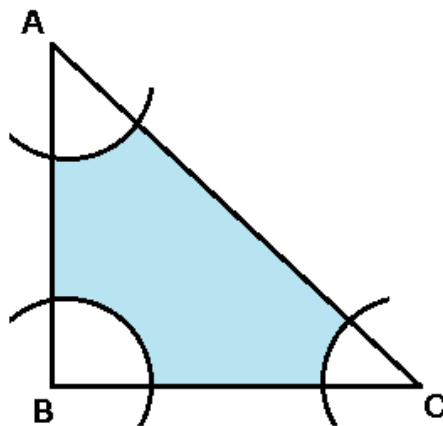


33. प्रश्न संख्या 32 में दी गयी आकृति के छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए।

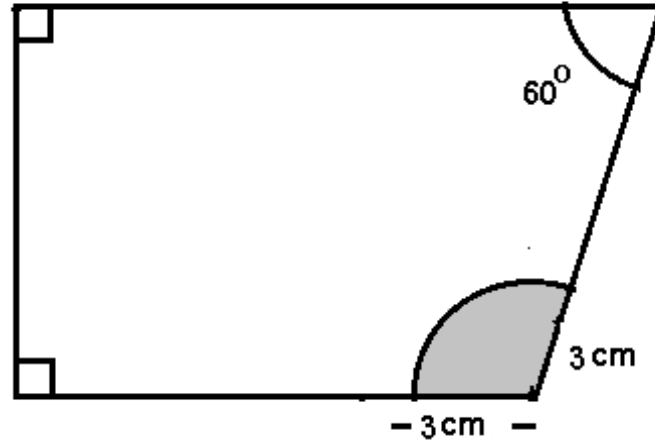
34. दी गयी आकृति में $ABCDEF$ समषट्भुज है, जिसके शीर्षों को केंद्र मानकर 7 सेमी त्रिज्याओं के वृत्त खींचे गए हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए।



35. दी गयी आकृति में त्रिभुज ABC के शीर्षों A, B तथा C को केंद्र लेकर तीन त्रिज्यखंड बनाये गए हैं जिनकी त्रिज्या 4 सेमी है। यदि $AB=10$ सेमी, $BC=24$ सेमी और $CA=26$ सेमी हो तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए (π के रूप में)।

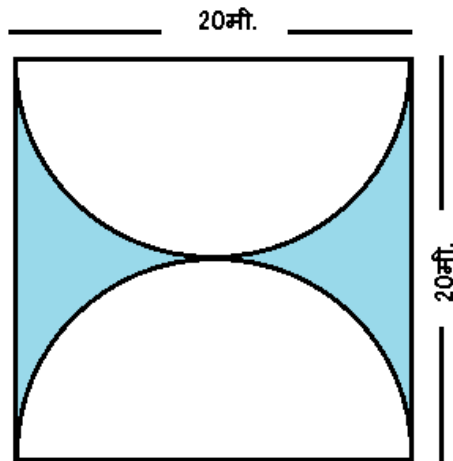


36. दी गयी आकृति में, छायांकित भाग का परिमाण बताइए (π के रूप में)।



37. प्रश्न संख्या 36 में दी गयी आकृति में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए (π के रूप में)।

38. दी गयी आकृति में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए (π के रूप में)।

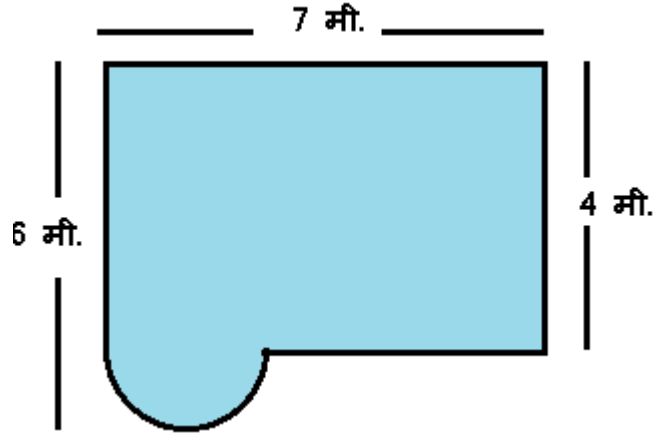


39. प्रश्न संख्या 38 में दी गयी आकृति में, छायांकित भाग का परिमाण बताइए (π के रूप में)।

40. दी गयी आकृति में, निम्न को (π के रूप में) ज्ञात कीजिये :

i. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

ii. छायांकित भाग का परिमाण



उत्तरमाला

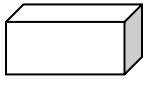
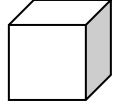
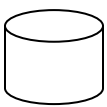
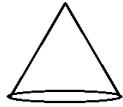
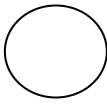


1	$(\frac{16\pi}{3} - 16)$ वर्ग सेमी	21	154 वर्ग सेमी
2	150 वर्ग सेमी	22	70 सेमी
3	11 सेमी	23	196 वर्ग सेमी
4	क्षेत्रफल = $\frac{\pi R^2}{8}$, परिमाण = $R(\frac{\pi}{2} + 1)$	24	98 वर्ग सेमी
5	29 सेमी	25	228 वर्ग सेमी
6	625 वर्ग सेमी	26	64 सेमी
7	$4:\pi$	27	36 सेमी
8	7225 वर्ग मी	28	$2(a^2 + b^2)$ सेमी
9	784π वर्ग सेमी	29	19.25 वर्ग सेमी
10	308 वर्ग सेमी	30	18.72 वर्ग सेमी
11	क्षेत्रफल = 77 वर्ग सेमी , परिमाण = 36 सेमी	31	i) 33 सेमी (ii) $28\frac{7}{8}$ वर्ग सेमी

12	231 वर्ग सेमी	32	$\frac{264}{7}$ सेमी
13	3:1	33	24 वर्ग सेमी
14	(i) 220 मी ii)550 वर्ग मी	34	308 वर्ग सेमी
15	$(25 - 4\pi)$ वर्ग सेमी	35	$(120-8\pi)$ वर्ग सेमी
16	$(4\pi + 4)$ सेमी	36	$(2\pi+6)$ सेमी
17	(i) 18π वर्ग सेमी (ii) $[6(\pi + 4)]$ सेमी (iii) $[144 - 18\pi]$ वर्ग सेमी	37	3π वर्ग सेमी
18	77 वर्ग सेमी	38	$(400-100\pi)$ वर्ग मी
19	64 सेमी	39	$(40+20\pi)$ मी
20	47 वर्ग सेमी	40	(i) $(28+2\pi)$ वर्ग मी (ii) $(18+2\pi)m$

अध्याय-11

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

याद रखने योग्य बिंदु

ठोस का नाम		वक्र/पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल	कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	आयतन
घनाभ		$2h(l + b)$	$2(lb + bh + hl)$	lbh
घन		$4(\text{किनारा})^2$	$6(\text{किनारा})^2$	$(\text{किनारा})^3$
लम्ब वृत्तीय बेलन		$2\pi rh$	$2\pi r(r + h)$	$\pi r^2 h$
लम्ब वृत्तीय शंकु		πrl	$\pi r(l + r)$	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$
गोला		$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
अर्ध गोला		$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3} \pi r^3$
शंकु का छिन्नक		$\pi(r_1 + r_2)l$ जहाँ $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$ और $r_1 > r_2$	$\pi(r_1 + r_2)l + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$	$\frac{1}{3} \pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

प्रश्नावली

1. तीन घनों, जिनका प्रत्येक का आयतन 125 घन सेमी है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
2. एक शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल (π के रूप में) ज्ञात कीजिये यदि उसकी ऊँचाई 15 सेमी और व्यास 16 सेमी है।
3. समान त्रिज्या और समान ऊँचाई वाले एक बेलन, एक शंकु और एक अर्धगोले के आयतनों का अनुपात बताइए।
4. एक अर्धगोले और एक शंकु के समान आधार हैं, यदि उनकी ऊँचाई भी बराबर है तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात बताइए।
5. तीन ठोस गोले जिनके व्यास क्रमशः 6 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी हैं को पिघलाकर एक बड़ा ठोस गोला बनाया जाता है। नए ठोस गोले का व्यास बताइए।
6. दो गोलों के आयतनों का अनुपात 125:216 है। दोनों गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए।
7. एक खोखला लोहे का पाइप 21 सेमी लम्बा है और इसका बाहरी व्यास 8 सेमी है। यदि पाइप की मोटाई 1 सेमी है तो पाइप का आयतन (π के रूप में) बताइए।
8. सबसे बड़े लम्ब वृत्ताकार शंकु का आयतन (π के रूप में) बताइए जिसे एक 12 सेमी के घन से काटा जा सकता है।
9. यदि घन की प्रत्येक भुजा को तीन गुना कर दिया जाए तो उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी ?
10. यदि एक अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 वर्ग सेमी है तो उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।

11. दो शंकुओं के आयतनों का अनुपात 1:4 है तथा उनके व्यास का अनुपात 4:5 है तो उनकी ऊँचाइयों का अनुपात बताइए।
12. यदि घन के प्रत्येक किनारे में 25% की कमी की जाती है तो मूल घन के आयतन और नए घन के आयतन का अनुपात बताइए।
13. एक ठोस घनाभ जिसकी भुजाएँ 100 सेमी × 80 सेमी × 64 सेमी हैं को पिघलाकर एक ठोस घन बनाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।
14. एक शंकु जिसकी ऊँचाई 20 सेमी और आधार की त्रिज्या 5 सेमी है प्रतिरूपण मिट्टी का बना हुआ है। एक बच्चा उसको एक ठोस गोले में बदल देता है। इस प्रकार प्राप्त गोले का व्यास ज्ञात कीजिये।
15. एक 16 सेमी त्रिज्या वाले ठोस गोले को पिघलाकर 2 सेमी त्रिज्या वाली कितनी छोटी ठोस गेंदें बनाई जा सकती हैं?
16. 1 मीटर भुजा वाले एक बड़े घनाकार बॉक्स में 5 सेमी भुजा वाले कितने छोटे घन आ सकते हैं?
17. यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं का अनुपात 4:3 है और उनकी ऊँचाई का अनुपात 5:6 है, तो उनके आयतनों का अनुपात बताइए।
18. 66 घन सेमी चाँदी को 1 मि.मी. व्यास वाले एक तार में बदला जाता है। इस प्रकार प्राप्त तार की लम्बाई मीटर में बताइए।
19. 1 सेमी, 6 सेमी और 8 सेमी के तीन ठोस घनों को पिघलाकर एक नया घन बनाया जाता है। नए घन का कुल क्षेत्रफल बताइए।
20. एक घन का विकर्ण $12\sqrt{3}$ सेमी है, इसका आयतन बताइए।

21. यदि 18 सेमी व्यास के एक लोहे के ठोस गोले को 4 मि.मी व्यास के तार में ढाला जाता है तो तार की लम्बाई बताइए।
22. यदि एक बेलनाकार टैंक की क्षमता 1848 घन मीटर है और इसके आधार का व्यास 14 मीटर है तो टैंक की गहराई बताइए।
23. यदि एक बेलन और शंकु के आधारों की त्रिज्या 3:4 के अनुपात में है और उनकी ऊँचाई 2:3 के अनुपात में है, तो उनके आयतन का अनुपात बताइए।
24. दो लम्ब वृताकार बेलनों A और B के आधार की त्रिज्या 3:2 के अनुपात में है और उनकी ऊँचाई $n : 1$ के अनुपात में है। यदि बेलन A का आयतन बेलन B के आयतन का तीन गुना है, तो n का मान बताइए।
25. दो लोहे की गोलाकार गेंद जिन दोनों का व्यास 6 सेमी है, को पानी से आधे भरे बेलनाकार बर्तन जिसकी त्रिज्या 6 सेमी है में डुबाया जाता है। बताइए की पानी का स्तर कितना बढ़ेगा।
26. एक लम्ब वृताकार बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 1056 वर्ग सेमी है और उसकी ऊँचाई 10 सेमी है। इसकी त्रिज्या बताइए।
27. एक चाँदी से बने ठोस शंकु का द्रव्यमान बताइए जिसका व्यास 14 सेमी और ऊँचाई 30 सेमी है, यदि चाँदी का घनत्व 10 ग्राम प्रति घन सेमी है।
28. गर्वित एक गणितीय मॉडल बना रहा है जिसमें वह 20 सेमी किनारे वाले चार घनों को एक के ऊपर एक रखता है। इस प्रकार प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
29. समान आधार और समान आयतन वाले शंकु और अर्धगोले की ऊँचाइयों का अनुपात बताइए।

30. धातु से बने एक खोखले गोले का भार बताइए यदि उसका आंतरिक और बाहरी व्यास क्रमशः 8 सेमी तथा 10 सेमी है और 1 घन सेमी धातु का भार 21 ग्राम है।
31. एक घनाभ का आयतन एक घन के आयतन का 36 गुना है। यदि घनाभ की विमायें 9 सेमी, 18 सेमी और 48 सेमी है तो घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
32. यदि त्रिज्या 'r' की एक ठोस गोलाकार स्टील की गेंद को चाँदी की पोलिश की जाती है और इसे चार बराबर टुकड़ों में काटा जाता है तो :
- प्रत्येक टुकड़े के 'पोलिश न किये भाग' का क्षेत्रफल बताइए।
 - प्रत्येक टुकड़े के 'पोलिश किये भाग के क्षेत्रफल' और 'पोलिश न किये भाग के क्षेत्रफल' का अनुपात बताइए।
33. यदि एक लम्ब वृताकार बेलन की ऊँचाई को 6 गुना किया जाता है और उसके आधार के क्षेत्रफल को $\frac{1}{9}$ गुना कम किया जाता है तो बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि/कमी होगी?
34. तीन समान घनों को एक पंक्ति में साथ - साथ जोड़ कर रखा गया है। नए घनाभ के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल और तीनों घनों के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफलों के योग का अनुपात बताइए।
35. यदि एक लम्ब वृताकार बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई 5:7 के अनुपात में है और इसका आयतन 550 घन सेमी है, तो बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।
36. 15 सेमी त्रिज्या वाले एक धातु के ठोस गोले को पिघलाया जाता है और 10 मिमी व्यास वाले छोटे - छोटे ठोस धातु के गोले बनाए जाते हैं। इस प्रकार बनाए गए छोटे ठोस धातु के गोलों की संख्या बताइए।

37. एक धातु से बने लम्ब वृताकार बेलन की त्रिज्या 3 सेमी है और इसकी उंचाई 5 सेमी है। इसको पिघलाकर 1 सेमी ऊँचाई और 1 मिमी त्रिज्या वाले छोटे - छोटे शंकु बनाये जाते हैं। इस तरह प्राप्त कुल शंकुओं की संख्या बताइए।
38. यदि 27π घन सेमी के आयतन का ठोस शंकु एक खोखले बेलन के अन्दर रखा जाता है जिसकी त्रिज्या और ऊँचाई शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई के बराबर है तो खाली जगह को भरने के लिए आवश्यक पानी की मात्रा बताइए।
39. एक शंकु के आकार की शीशी पानी से भरी है, जिसके आधार की त्रिज्या 'r' और ऊँचाई 'h' है। इस पानी को एक बेलनाकार शीशी में डाला जाता है जिसकी त्रिज्या 'mr' है। बेलनाकार शीशी में पानी की ऊँचाई बताइए।
40. एक लम्ब वृताकार बेलन की ऊँचाई बताइए जिसका आयतन और त्रिज्या, 12 सेमी व्यास के एक ठोस गोले के समान है।
41. यदि एक गोले की त्रिज्या 2 सेमी बढ़ जाती है तो इसका कुल क्षेत्रफल 352 वर्ग सेमी बढ़ जाता है। परिवर्तन से पहले की त्रिज्या बताइए।
42. यदि एक शंकु के छिन्नक की ऊँचाई 4 सेमी और दोनों आधारों की त्रिज्याएँ क्रमशः 3 सेमी और 6 सेमी हैं तो छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
43. यदि घन का आयतन 3375 घन मीटर है तो उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
44. यदि 3 सेमी की ऊँचाई के शंकु का अर्ध-उर्ध्वाधर कोण 60° है तो शंकु का व्यास बताइए।
45. यदि 5 सेमी ऊँचाई वाले शंकु का अर्ध-उर्ध्वाधर कोण 30° है तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई बताइए।

46. यदि 12 सेमी व्यास वाले शंकु का अर्ध उर्ध्वाधर कोण 45° है तो शंकु का आयतन(π के रूप में) बताइए।
47. यदि एक घनाभ के तीन आसन्न फलकों का क्षेत्रफल क्रमशः 36 वर्ग मीटर, 27 वर्ग मीटर और 12 वर्ग मीटर है तो घनाभ का आयतन बताइए ।
48. एक शंकु, अर्ध गोला और बेलन एक ही आधार पर खड़े हैं और समान ऊँचाई के हैं।
- उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए।
 - उनके आयतनों का अनुपात बताइए।
49. एक लम्ब वृताकार बेलन और एक शंकु के आधारों की त्रिज्याएँ $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ के अनुपात में हैं और उनकी ऊँचाई $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ के अनुपात में हैं। उनके आयतन का अनुपात बताइए।
50. एक ठोस गोलाकार गेंद जिसकी त्रिज्या 3 सेमी है को पिघलाकर तीन ठोस गोलाकार गेंद बनाई जाती है। यदि उनमें से दो गेंदों की त्रिज्याएँ 1.5 सेमी और 2 सेमी हैं तो तीसरी गेंद की त्रिज्या बताइए।

उत्तरमाला

1	350 वर्ग सेमी	26	16.8 सेमी
2	136π वर्ग सेमी	27	15.4 किलोग्राम
3	3:1:2	28	7200 वर्ग सेमी
4	$\sqrt{2}:1$	29	2:1
5	12 सेमी	30	5368 ग्राम या 5.368 किलोग्राम
6	25:36	31	216 वर्ग सेमी
7	147π घन सेमी	32	(i) πr^2 (ii) 1:1
8	144π घन सेमी	33	वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल दोगुना हो जायेगा
9	800%	34	7:9
10	308 वर्ग सेमी	35	220 वर्ग सेमी
11	25:64	36	27000
12	64:27	37	13500
13	38400 वर्ग सेमी	38	54π वर्ग मी
14	10 सेमी	39	$\left(\frac{h}{3m^2}\right)$
15	512	40	8 सेमी
16	8000	41	6 सेमी
17	40:27	42	45π वर्ग सेमी
18	84 मी	43	1350 वर्ग सेमी
19	486 वर्ग सेमी	44	$6\sqrt{3}$ सेमी
20	1728 घन सेमी	45	$\frac{10\sqrt{3}}{3}$ सेमी
21	243 मी	46	72π घन सेमी
22	12 मी	47	108 घन सेमी
23	9:8	48	(i) $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}$ (ii) 1:2:3
24	$n=\frac{4}{3}$	49	$3\sqrt{3}:\sqrt{2}$
25	2 सेमी	50	2.5 सेमी [संकेत : $1.5^3 + 2^3 + 2.5^3 = 3^3$]

अध्याय-12

सांख्यिकी तथा प्रायिकता

याद रखने योग्य बिंदु

- माध्य :

अवर्गीकृत आंकड़ों का माध्य : $\bar{x} = \frac{\text{सभी प्रेक्षणों का योग}}{\text{कुल प्रेक्षणों की संख्या}}$

वर्गीकृत आंकड़ों का माध्य :

(i) प्रत्यक्ष विधि $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

(ii) कल्पित माध्य विधि $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$ जहाँ $A =$ कल्पित माध्य

(iii) पग विचलन विधि $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$ $d_i = x_i - A$, $u_i = \frac{x_i - A}{h}$

- बहुलक :

अवर्गीकृत आंकड़ों का बहुलक = सबसे अधिक बारंबारता वाला प्रेक्षण

वर्गीकृत आंकड़ों का बहुलक = $l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

जहाँ $l =$ बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

$f_1 =$ बहुलक वर्ग की बारंबारता

$f_0 =$ बहुलक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की बारंबारता

$f_2 =$ बहुलक वर्ग से ठीक अगले वर्ग की बारंबारता

$h =$ वर्ग माप

- माध्यक :

अवर्गीकृत आंकड़ों का माध्यक = $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{वाँ}}$ प्रेक्षण (यदि n विषम संख्या है) ,

$$= \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{वाँ}} \text{प्रेक्षण} + \left(\frac{n}{2} + 1\right)^{\text{वाँ}} \text{प्रेक्षण}}{2} \text{ (यदि } n \text{ सम संख्या है)}$$

$$\text{वर्गीकृत आंकड़ों का माध्यक} = l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$$

जहाँ l = माध्यक वर्ग की निम्न सीमा

cf = माध्यक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी बारंबारता

f = माध्यक वर्ग की बारंबारता

h = वर्ग माप

n = प्रेक्षणों की संख्या

- आनुभविक सम्बन्ध

$$\text{बहुलक} = 3 \text{ माध्यक} - 2 \text{ माध्य}$$

- किसी घटना की प्रायिकता, $P(E) = \frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोगों के सभी संभव परिणामों की संख्या}}$
- किसी घटना की प्रायिकता 0 से 1 के बीच होती है i.e. $0 \leq P(E) \leq 1$
- $P(\text{असंभव घटना}) = 0$
- $P(\text{निश्चित घटना}) = 1$
- किसी घटना E के लिए, $P(E) + P(E \text{ नहीं}) = 1$ या $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

प्रश्नावली

1. आंकड़ों 1,2,3,...,($n - 1$) का माध्य बताइए।
2. किन्हीं आंकड़ों का माध्य तथा माध्यक क्रमशः 8.32 तथा 8.05 है। आंकड़ों का बहुलक बताइए।
3. प्रथम दस अभाज्य संख्याओं का माध्यक बताइए।
4. यदि (20,30) 'से कम प्रकार के तोरण' तथा 'से अधिक प्रकार के तोरण' का प्रतिच्छेदी बिंदु है, तो माध्यक और प्रेक्षणों की संख्या का अनुपात बताइए।

5. दो वितरण M और N जिनके प्रेक्षणों की कुल संख्या क्रमशः 25 और 75 है तथा माध्य क्रमशः 3 और 4 है को मिला दिया जाता है। इस प्रकार प्राप्त वितरण का माध्य बताइए।

6. x का मान बताइए यदि दिए गए आंकड़ों का माध्यक 9 है ($x > 0$)

$$\frac{x}{7}, \frac{x}{6}, \frac{x}{5}, \frac{x}{3}, \frac{x}{2}, x, \frac{x}{4}$$

7. यदि 3, 7, 5 और x का माध्य 5 है तथा 12, 7, 6, x और y का माध्य 10 है तो y का मान बताइए।

8. x का मान बताइए यदि दिए गए आंकड़ों (जो आरोही क्रम में व्यवस्थित हैं) का माध्यक 15 है।

$$5, 8, x - 3, x - 5, 15, 25$$

9. यदि प्रथम n प्राकृत संख्याओं का माध्य $\frac{5n}{9}$ है तो n का मान बताइए।

10. निम्न आंकड़ों के माध्यक और माध्य का अंतर बताइए:

$$17, 19, 20, 22, 23, 25$$

11. यदि $\sum f_i = 15$, $\sum f_i x_i = 3p + 36$, तथा वितरण का माध्य 4 हो तो p का मान बताइए।

12. 300 संख्याओं का माध्य 50 है। बाद में यह पता चलता है कि दो संख्याओं को 76 और 62 की जगह गलती से क्रमशः 67 और 26 पढ़ा गया। सही माध्य बताइए।

13. यदि x_i वर्ग अंतरालों के मध्य मान, f_i उनकी क्रमागत बारंबारता और \bar{x} वर्गीकृत आंकड़ों का माध्य हो तो $\sum f_i(x_i - \bar{x})$ का मान बताइए।

14. निम्नलिखित आंकड़ों में:

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0 से अधिक	63
10 के बराबर या अधिक	58
20 के बराबर या अधिक	55
30 के बराबर या अधिक	51
40 के बराबर या अधिक	48
50 के बराबर या अधिक	42

वर्ग अन्तराल (30-40) और (40-50) की बारंबारता बताइए।

15. 'p' का मान बताइए यदि नीचे दिए गए वितरण का माध्य 18 है :

x_i	10	15	20	25
f_i	5	10	p	8

16. निम्न बारंबारता सारणी 35 औरतों की आयु दर्शाती है :

आयु(वर्षों में)	<15	<30	<45	<60	<75	<90
औरतों की संख्या	3	15	20	25	28	35

i. कितनी औरतों की आयु 45-90 वर्षों में है?

ii. कितनी औरतें वरिष्ठ नागरिक हैं, यदि 60 वर्ष या उससे अधिक आयु वाले को वरिष्ठ नागरिक माना जाता है?

17. दो पासों को एक साथ फेंका गया। प्रायिकता बताइए कि दोनों पासों पर आयी संख्याओं का योग कम से कम 10 हो।

18. 2 और 100 के बीच एक पूर्ण वर्ग संख्या चुनने की प्रायिकता बताइए।

19. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर क्रमशः संख्याएँ 1,2,3,...,17 अंकित हैं। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता बताइए कि कार्ड पर आने वाली संख्या
- एक अभाज्य संख्या है।
 - एक विषम संख्या है।
 - 3 से विभाजित होती है।
 - 3 और 2 दोनों से विभाजित होती है।
20. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर संख्याएँ 3 से 101 लिखे हैं। एक व्यक्ति इस बक्से में से एक कार्ड यादृच्छया निकालता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाले गए कार्ड पर एक पूर्ण वर्ग संख्या या पूर्ण घन संख्या हो?
21. दो पासो को एक साथ फेंका जाता है। प्रायिकता बताइए कि
- दोनों में से किसी भी पासे पर 5 न आए।
 - कम से कम एक पासे पर 5 आए।
22. 52 पत्तों वाली ताश की एक गड्डी में से 'सभी काले चित्र पत्ते' निकाल दिए जाते हैं। शेष पत्तों में से एक पत्ता निकाला जाता है, प्रायिकता बताइए कि निकाला गया पत्ता
- एक चित्र पत्ता होगा।
 - एक लाल पत्ता होगा।
 - एक काला पत्ता होगा।
23. प्रायिकता बताइए कि एक वर्ष जो लीप वर्ष है उसमें 53 रविवार तथा 53 सोमवार हो।

24. दो अंकीय संख्याओं में से एक संख्या यादृच्छया चुनी गई। प्रायिकता बताइए कि चुनी गई संख्या 5 या 7 की गुणज हो।
25. एक बॉक्स में कुछ कार्ड हैं जिन पर संख्याएँ 3,5,7,9,...,35,37 अंकित हैं। बॉक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता बताइए कि निकाले गए कार्ड पर एक अभाज्य संख्या हो।
26. एक थैले में कुछ लाल, नीली और नारंगी गेंदें हैं। इस थैले में से एक लाल गेंद और एक नीली गेंद निकालने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{3}$ है। यदि थैले में कुल 10 नारंगी गेंद हैं तो कुल गेंदों की संख्या बताइए।
27. एक मर्तबान में 54 कंचे हैं जिनमें से कुछ नीले, कुछ लाल और शेष पीले हैं। मर्तबान में से एक कंचा निकालने पर उसके नीले और पीले होने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{3}$ तथा $\frac{5}{9}$ है। मर्तबान में लाल कंचों की संख्या बताइए।
28. दो पासों को एक साथ फेंका जाता है। इसकी प्रायिकता बताइए कि दोनों पासों पर आयी संख्याओं का गुणनफल एक पूर्ण वर्ग संख्या होगा।
29. 52 पत्तों की ताश की एक गड्डी में से सभी बादशाह, बेगम और इक्के निकाल दिए जाते हैं। शेष पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता बताइए कि निकाला गया पत्ता एक
- काला चित्र पत्ता हो।
 - लाल पत्ता हो।
30. किसी खेल को हारने की प्रायिकता 0.092 हो तो उस खेल को जीतने की प्रायिकता बताइए।

31. तीन संख्याओं p, q और r का माध्य 9 है तथा पाँच संख्याओं p, q, r, s और t का माध्य 14 है। s और t का माध्य बताइए।

32. नीचे दिए गए बारंबारता वितरण के लिए :

कक्षा	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25
बारंबारता	10	15	12	20	9

माध्यक वर्ग एवं बहुलक वर्ग की निम्न सीमा का योग बताइए।

33. एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सारणी में

$$\sum f_i u_i = 27, \sum f_i = 30 \text{ और } u_i = \frac{x_i - 25}{10} \text{ हो तो माध्य बताइए।}$$

34. 1000 छोटे रंगीन बल्बों में से 9^3 सफ़ेद रंग के हैं, 5^3 लाल रंग के हैं, 2^6 हरे रंग के हैं तथा शेष नीले रंग के हैं। एक बल्ब को चयनित करने पर उसके नीले रंग के होने की प्रायिकता बताइए।

35. ताश की एक सामान्य गड्डी में से एक पत्ता खींचा जाता है। प्रायिकता बताइए कि खींचा गया पत्ता :

i. राजा या रानी हो।

ii. लाल रंग का चित्र पत्ता हो।

iii. न राजा हो न रानी हो।

iv. या तो लाल रंग का हो या काले रंग का चित्र पत्ता हो।

v. राजा न हो।

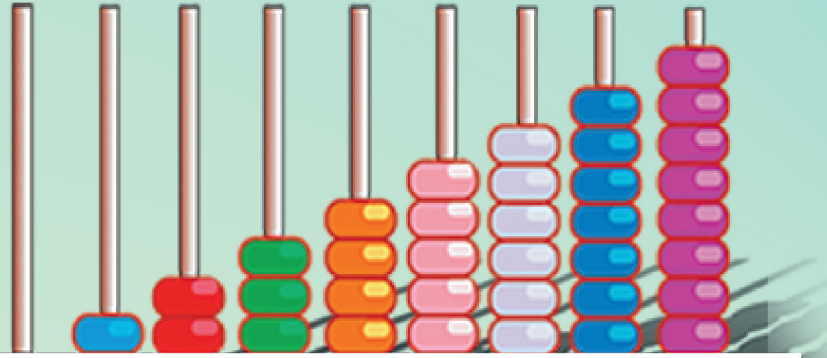
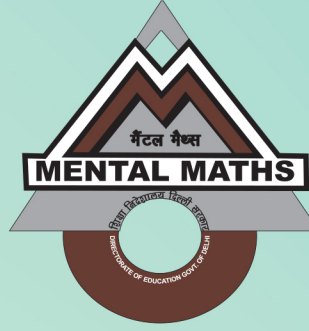
36. एक थैले में कुछ पर्ची हैं जिन पर 3 और 32 के बीच की सभी प्राकृत संख्याएँ अंकित हैं। एक पर्ची यादृच्छया थैले में से निकाली जाती है। पर्ची पर 4 के गुणज होने की प्रायिकता बताइए।

37. एक थैले में 12 गेंद हैं जिनमें से 'x' गेंद सफ़ेद हैं :
- यदि थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है तो उसके सफ़ेद होने की प्रायिकता बताइए।
 - यदि थैले में 6 सफ़ेद गेंद और डाल दी जाती है तो सफ़ेद गेंद को निकालने की प्रायिकता पहले से दोगुनी हो जाती है। x का मान बताइए।
38. एक थैले में 6 लाल गेंद और कुछ सफ़ेद गेंद हैं। यदि थैले में से एक सफ़ेद गेंद निकालने की प्रायिकता एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता की दोगुनी है तो थैले में सफ़ेद गेंदों की संख्या बताइए।
39. एक सिक्के को तीन बार उछालने पर एक चित या दो चित आने की प्रायिकता बताइए।
40. यदि $x = 13$ है तो निम्न आंकड़ों का बहुलक बताइए :
- 13, 15, 17, 10, $x + 2$, $2x - 11$, $x + 3$
41. 10 सदस्यों के एक समूह की माध्य मासिक आय ₹ 1445 है। एक और सदस्य जिसकी मासिक आय ₹ 1500 है समूह में शामिल हो जाता है। 11 सदस्यों के समूह की माध्य मासिक आय बताइए।
42. 6 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि एक संख्या निकाल दी जाती है तो शेष संख्याओं का माध्य 16 है। निकाली गयी संख्या बताइए।
43. यदि $x, x + 2, x + 4, x + 6, x + 8$ का माध्य 11 है तो अंतिम तीन आंकड़ों का माध्य बताइए।
44. ताश की सामान्य गड्डी में से एक सम संख्या वाला पत्ता निकालने की प्रायिकता बताइए।

45. किसी परिवार में तीन बच्चे हैं। उनमें से अधिकतम एक लड़की के होने की प्रायिकता बताइए।
46. ताश की एक सामान्य गड्डी में से एक पत्ता खींचा जाता है। एक व्यक्ति यह शर्त लगाता है कि यह पान का पत्ता या इक्का है। उसके शर्त जीतने की प्रायिकता बताइए।
47. कार्ड जिन पर 11 से 50 तक संख्याएँ अंकित हैं, में से अभाज्य संख्या वाला कार्ड निकालने की प्रायिकता बताइए।
48. दिए गए आंकड़ों का माध्य बताइए :
 $x - 5, 2x + 5, x + 3, 3x + 7, 2x + 1, 2x + 9, 3x + 8$
49. एक फैक्टरी में 5 कर्मचारियों की एक दिन की मजदूरी ₹400 , ₹500, ₹420, ₹350 और ₹300 है। यदि प्रत्येक कर्मचारी की मजदूरी ₹50 बढ़ा दी जाए तो नयी माध्य मजदूरी बताइए।
50. निम्न दिए गए आंकड़ों का बहुलक 48 हो तो $2x + 8$ का मान बताइए :
36, 42, 48, 53, 36, 48, $x + 2$, 50, 42

उत्तरमाला

1	$\frac{n}{2}$	26	24
2	7.51	27	6
3	12	28	$\frac{2}{9}$
4	1:3	29	(i) $\frac{1}{20}$ (ii) $\frac{1}{2}$
5	3.75	30	0.908
6	36	31	21.5
7	$y = 20$	32	25
8	19	33	34
9	9	34	$\frac{41}{500}$
10	0	35	(i) $\frac{2}{13}$ (ii) $\frac{3}{26}$ (iii) $\frac{11}{13}$ (iv) $\frac{8}{13}$ (v) $\frac{12}{13}$
11	8	36	$\frac{1}{4}$
12	50.15	37	(i) $\frac{x}{12}$ (ii) $x = 3$
13	0	38	12
14	3,6	39	$\frac{3}{4}$
15	7	40	15
16	(i) 15 (ii) 10	41	₹1450
17	$\frac{1}{6}$	42	28
18	$\frac{8}{97}$	43	13
19	(i) $\frac{7}{17}$ (ii) $\frac{9}{17}$ (iii) $\frac{5}{17}$ (iv) $\frac{2}{17}$	44	$\frac{5}{13}$
20	$\frac{4}{33}$	45	$\frac{1}{2}$
21	(i) $\frac{25}{36}$ (ii) $\frac{11}{36}$	46	$\frac{9}{13}$
22	(i) $\frac{3}{23}$ (ii) $\frac{13}{23}$ (iii) $\frac{10}{23}$	47	$\frac{11}{40}$
23	$\frac{1}{7}$	48	$2x + 4$
24	$\frac{29}{90}$	49	₹444
25	$\frac{11}{18}$	50	100



शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली



पढ़े चलो बढ़े चलो