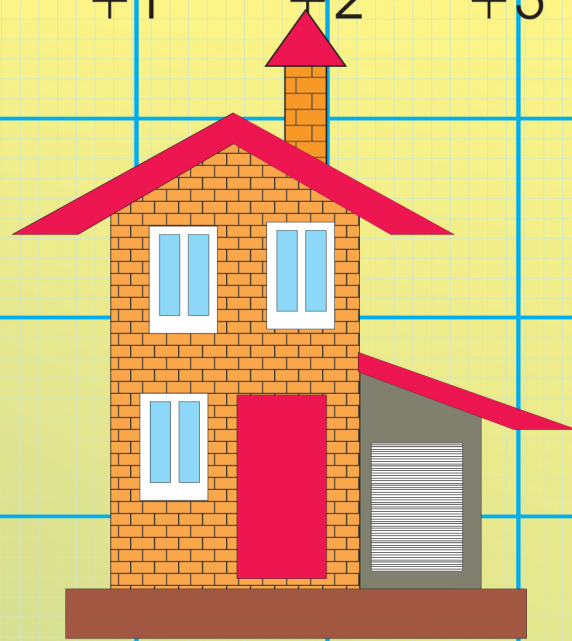
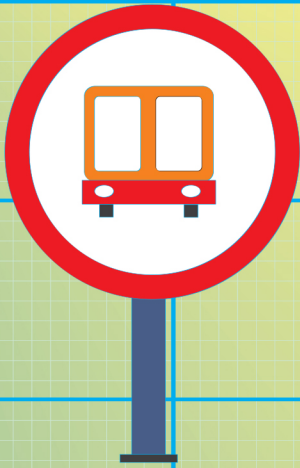
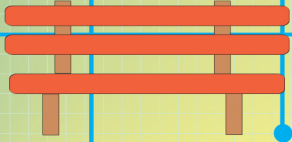
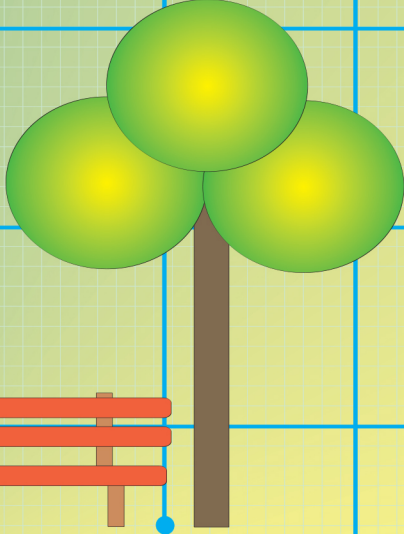


# मेंटल मैथ्स

## प्रश्न कोष कक्षा 9



# मैटल मैथ्स

कक्षा-9

2022-23

शिक्षा निदेशालय  
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली

**HIMANSHU GUPTA, IAS**  
Director, Education & Sports



Directorate of Education  
Govt. of NCT of Delhi  
Room No. 12, Civil Lines  
Near Vidhan Sabha,  
Delhi-110054  
Ph.: 011-23890172  
E-mail : diredu@nic.in

PS/DE/2022/291

**संदेश**

Dated - 30-05-2022

ऐसा कहते हैं कि अंक केवल पत्रों पर लिखे कुछ मूल्यात्मक संकेत ही नहीं हैं, बल्कि अंक जीवन्त हैं। यदि कहा जाए कि मानव सभ्यता के विकास में अंक केंद्रीय भूमिका में रहे हैं, तो यह अतिशय उक्ति नहीं होगी।

प्रतियोगितात्मक परीक्षाओं में तो अंक-निपुणता काम आती ही है, जीवन में भी अंको का ज्ञान काफी उपयोगी है।

हमारे मेटल मैथ्स प्रोजेक्ट का भी उद्देश्य यही है कि हमारे उदमीयान गणितज्ञों में संख्याओं के प्रति सजगता को धीरे-धीरे प्रोत्साहित किया जाए।

यह प्रोजेक्ट करीब दो दशक पहले शुरू किया गया था और हर बीतते वर्ष के साथ, यह अच्छे से आगे बढ़ रहा है।

अभी हाल ही में मुझे राज्य स्तरीय मेटल मैथ्स प्रश्नोत्तरी प्रतियोगिता में शरीक होने का मौका मिला। जिस गति, आत्मविश्वास व उत्साह से बच्चे प्रश्नों के सटीक उत्तर दे रहे थे, वह देखते ही बनता था।

प्रोजेक्ट डायरेक्टर, विषय विशेषज्ञों तथा प्रोजेक्ट की कोर कमिटी के सदस्यों की लगन व मेहनत की मैं भूरि भूरि प्रशंसा करता हूँ, जो गणित में प्रश्न बैंको का सृजन कर रहे हैं तथा मेहनत से इस प्रोजेक्ट को सही दिशा में आगे ले जा रहे हैं।

**हिमांशु गुप्ता**

विकास कालिया  
परियोजना निदेशक (मैटल मैथ्स)  
क्षेत्रीय शिक्षा निदेशक (सेंट्रल & उत्तर)



शिक्षा निदेशालय  
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र दिल्ली  
सिविल लाइंस, दिल्ली-११००५४

क्रमांक PD/MMP/608

दिनांक 02/01/2023

### विद्यार्थी इसे कृप्या अवश्य पढ़ें।

प्यारे बच्चों। आपने विद्यालय में या अपने घर में भी देखा होगा कि कोई व्यक्ति तो सड़क चलते दो क्षण की मुलाकात में ही मित्र बन जाता है, जबकि कोई-कोई साथी एक दम से आप के साथ घुल मिल नहीं पाता है। आप अपनी ओर से दोस्ती का हाथ भी उसकी ओर बढ़ाएँ, तो भी वह संकोच ही करता है। किन्तु जब आप हार नहीं मानते और अंततः उससे मित्रता हो ही जाती है, तो फिर, यह दोस्त आपका जीवन भर साथ निभाने वाला परम मित्र बन जाता है।

गणित भी कुछ इसी तरह का मित्र है। शुरु में यदि आप इसकी कठिनाइयों के सामने हार मान गए, तो फिर ये आराम से समझ नहीं आएगा। मगर यदि आप ने ठान लिया कि चाहे जितनी भी मेहनत करनी पड़े, मुझे गणित को अच्छे से समझना ही है और इसे अपना मित्र बनाना ही है, तो गणित जीवन भर हर मोड़ पर आपका साथ निभाएगा और हर परीक्षा में आपकी सफलता सुनिश्चित करेगा।

इसलिए जितना जल्दी हो सके, गणित से डरना छोड़िए और इसे ध्यान से समझना शुरू कीजिए ताकि यह आपका भी मित्र बन जाए।

रही बात मैटल मैथ्स की, तो यह अभ्यास का विषय है। आप पहाड़े याद करें। अपने गणित के अध्यापक से कुछ फ़ार्मूले सीखें जिनकी मदद से गणित के सवालों को बिना कापी, कलम, और कैलकुलेटर के आप मन ही मन गणना करके सुलझा सकते हैं। इस पुस्तक से भी आप जितना अभ्यास करेंगे, उतने ही पारंगत होते जाएंगे।

अंत में, मैं मैटल मैथ्स प्रोजेक्ट से जुड़े अपने सभी गणित अध्यापकों, सदैव सहयोग देने वाले प्रधानाचार्यों, अपने संयोजकों तथा कोर कमेटी के सदस्यों का हृदय से आभार व्यक्त करता हूँ। जिनके कठोर परिश्रम के बिना इस पुस्तक की रचना संभव नहीं थी। मैं दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो तथा सर्वोपरि, अपने निदेशक महोदय का भी उनके सतत स्नेह के लिए आभार व्यक्त करता हूँ।

(विकास कालिया)  
परियोजना निदेशक (मैटल मैथ्स)

**अभिस्वीकृति**  
**विद्वत मंडल एवं पाठ्य सामग्री निर्माण समिति- कक्षा IX**  
**सत्र 2022-2023**

- डॉ. सुनील अग्रवाल, प्रवक्ता  
समन्वयक, मेंटल मैथ्स प्रोजेक्ट  
रा.स.सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, पौसंगीपुर, बी-1, जनकपुरी (विद्यालय कोड - 1618003)  
श्रीमती संपदा गुलाटी, उप प्रधानाचार्य  
सह समन्वयक, मेंटल मैथ्स प्रोजेक्ट
- राजकीय सर्वोदय कन्या विद्यालय, न.1, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618017)  
श्री शशांक वोहरा, प्रवक्ता  
राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, बीई ब्लॉक हरी नगर (विद्यालय कोड - 1514023)  
श्री प्रदीप कुमार जैन, प्रवक्ता  
राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, राज निवास मार्ग (विद्यालय कोड - 1207108)  
श्री कुमार गौरव, टी.जी.टी.
- राजकीय सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, कांगनहेड़ी (विद्यालय कोड - 1821034)  
श्रीमती ज्योति धींगरा, टी.जी.टी.
- राजकीय सर्वोदय कन्या विद्यालय, सी - ब्लॉक, सुल्तानपुरी (विद्यालय कोड - 1412026)  
श्री मनीष जैन, टी.जी.टी.
- सर्वोदय विद्यालय, सेक्टर 3, रोहिणी (विद्यालय कोड - 1413002)  
श्रीमती वंदना रानी, टी.जी.टी.
- राजकीय सर्वोदय कन्या विद्यालय, एस.पी.रोड, नांगलोई (विद्यालय कोड - 16170013)

**तकनीकी सहायक एवं मुख पृष्ठ आवरण**

- श्री प्रेम कुमार शर्मा, प्रवक्ता  
रा. उच्चतर माध्यमिक बाल विद्यालय, न.1, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618006)  
श्री अजय कुमार , प्रवक्ता
- रा. उच्चतर माध्यमिक बाल विद्यालय, न.1, जे जे कॉलोनी ख्याला , दिल्ली (विद्यालय कोड -1514003)  
श्री नरेश कुमार, टी.जी.टी.
- रा. सर्वोदय बाल विद्यालय, न.2, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618005)

**STATE LEVEL MENTAL MATHS QUIZ COMPETITION RESULT 2021-2022**  
**LEVEL-3**  
**REGION- SOUTH (1st POSITION)**

S. No.	CLAS S	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	ADITYA RANA	MANOJ KUMAR RANA	20210520310	20.09.2007	SOSE SEC 10 DWARKA	1821291	ANJU KUMARI
2	IX	SHOURYA YADAV	SATISH YADAV	20180011380	07.03.2008	RPVV SEC 10 DWARKA	1821137	ANJU KUMARI
3	IX	KARUN JHA	PAPPU JHA	20180183681	03.11.2006	SOSE SEC 5 DWARKA	1821292	JYOTIKA

**REGION-EAST (1ST RUNNER UP)**

S. No.	CLAS S	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	SHREYANSH GUPTA	MUNNA GUPTA	20180021877	21.12.2007	SOSE KHICHRIPUR	1002401	KAMAL JEET SINGH
2	IX	SAMYAK JAIN	ADISH KUMR JAIN	20180017418	03.08.2007	RPVV B BLOCK YAMUNA VIHAR	1104149	GAURAV GARG
3	IX	SHUBHI RAI	RAMAKANT RAI	20130075610	24.03.2008	SOSE KHICHRIPUR	1002401	KAMAL JEET SINGH

**REGION -WEST (2ND RUNNER UP)**

S. No.	CLAS S	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	RANJEET KUMAR	RAJENDER MEHTO	20190319052	28.12.2007	GBSSS BAPROLA	1617258	RAHUL YADAV
2	IX	PRIYANSHU PATEL	NIRAJ KUMAR	20200166777	01.09.2008	SBV A BLOCK VIKAS PURI	1618002	VIKAS KUMAR
3	IX	ANSH CHAUDHARI	SANJAY KUMAR	20210093061	29.12.2006	SOSE BE BLOCK HARI NAGAR	1514116	RITIKA GUPTA

**REGION -NORTH (4TH POSITION)**

S. No.	CLAS S	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	RUPESH KUMAR	RAM KUMAR	20180077536	26.03.2007	SOSE SEC 23 ROHINI	1413345	DEEPAK
2	IX	PRATEEK GARG	SANJEEV KUMAR	20210134184	22.03.2008	SOSE SEC 11 ROHINI	1413346	REENA
3	IX	KESHAV KUMAR GOYAL	MOHAN LAL GOYAL	20140155380	09.02.2007	RPVV SEC 11 ROHINI	1413076	VINITA JAIN

**REGION -CENTRAL (5TH POSITION)**

S. No.	CLAS S	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	D.O.B.	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	ANSHUL KUMAR SINGH	BASANT KUMAR SINGH	20180016829	10.02.2008	RPVV CIVIL LINES	1207113	MANEETA SHARMA
2	IX	SAHIL RAJPUT	SHIV SINGH RAJPUT	20180015924	10.12.2007	RPVV KISHAN GANJ	1208092	SUNIT KUMAR JAIN
3	IX	VISHAL SINGH	LAXMAN SINGH	20170190098	23.03.2006	SBV ROUSE AVENUE	2127001	SHASHI KANT

# **SCHEDULE OF MENTAL MATHS QUIZ COMPETITIONS**

## **FOR THE YEAR 2022-2023**

### **DIRECTORATE OF EDUCATION**

#### **GOVT OF NCT OF DELHI**

---

- **Practice to students from Question Bank**      **01.04.2022 to 15.10.2022**
- **School level Quiz Competition**      **17.10.2022 to 07.11.2022**
- **Cluster level Quiz Competition**      **08.11.2022 to 14.11.2022**
- **Zonal level Quiz Competition**      **21.11.2022 to 30.11.2022**
- **District level Quiz Competition**      **07.12.2022 to 14.12.2022**
- **Regional level Quiz Competition**      **26.12.2022 to 31.12.2022**
- **State level Quiz Competition**      **18.01.2023 to 31.01.2023**

# विषय सूची

क्रमांक	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1	संख्या पद्धति	1
2	बहुपद	12
3	निर्देशांक ज्यामिति	23
4	दो चर वाले रैखिक समीकरण	33
5	यूक्लिड के ज्यामिति का परिचय	39
6	रेखाएँ और कोण	46
7	त्रिभुज	60
8	चतुर्भुज	74
9	समान्तर चतुर्भुज और त्रिभुजों के क्षेत्रफल	85
10	वृत्त	100
11	हिरोन का सूत्र	115
12	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	121
13	सांख्यिकी	131
14	प्रायिकता	138



## अध्याय – 1

# संख्या पद्धति

### याद रखने योग्य बिंदु

- प्राकृतिक संख्या :  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ , इन्हें गिनती संख्या भी कहा जाता है।
- पूर्ण संख्या :  $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- पूर्णांक :  $Z/I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

### परिमेय संख्या:

$$Q = \left\{ x = \frac{p}{q} \text{ जहाँ } p, q \in Z, q \neq 0, \text{ और म.स. } (p, q) = 1 \right\} \text{ उदाहरण: } \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{15}{17}, \frac{-101}{20}$$

एक परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो सांत होता है या अनवसानी आवर्ती होता है।

उदाहरण : 2.5, 3.128, 0.3, 40.157, 0.333... (=  $0.\overline{3}$ ) आदि।

### अपरिमेय संख्या

$Q'$  = वह संख्या जिसका दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती होता है, अपरिमेय संख्या कहलाती है।

उदाहरण :  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi, 1.314738\dots, 2.410112\dots$

- वास्तविक संख्या (R): सभी परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ एक साथ लेने पर वास्तविक संख्याओं का संग्रह प्राप्त होता है।
- किसी वास्तविक संख्या 'a' के लिए

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{if } a \geq 0 \\ -a, & \text{if } a < 0 \end{cases} \text{ और जहाँ } |a|, a \text{ का निरपेक्ष मान कहलाता है } \}$$

- यदि 'x' और 'y' परिमेय संख्याएँ हैं, तो  $(x + y)$ ,  $(x - y)$ ,  $x \times y$ ,  $\frac{x}{y}$  ( $y \neq 0$ ) भी परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- यदि 'r' एक शून्य के अतिरिक्त परिमेय संख्या है और 's' अपरिमेय संख्या है तो  $(r + s)$ ,  $(r - s)$ ,  $r \times s$ ,  $\frac{s}{r}$  ( $r \neq 0$ ),  $\frac{r}{s}$  ( $s \neq 0$ ) भी अपरिमेय संख्याएँ होती हैं।
- धनात्मक वास्तविक संख्याओं 'a' और 'b' के सम्बंध में निम्नलिखित सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं:

$$(i) \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(ii) \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$(iii) \quad (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

$$(iv) \quad (a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$$

$$(v) \quad (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

- मान लीजिये  $a > 0$  एक वास्तविक संख्या है, तथा  $p$  और  $q$  परिमेय संख्याएँ हैं तो

$$(i) \quad a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$(ii) \quad (a^p)^q = a^{pq}$$

$$(iii) \quad \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(iv) \quad a^p b^p = (ab)^p$$

$$(iv) \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

### प्रश्नावली

1.  $(13)^{21}$  का इकाई अंक बताइए।
2.  $\{8^{-4/3} \div 2^{-2}\}^{1/2}$  का मान ज्ञात कीजिए।
3.  $\{(23 + 2^2)^{2/3} + (140 - 19)^{1/2}\}^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

4. यदि  $\sqrt[3]{5^n} = 25$ , तो  $5^n \sqrt{64}$  का मान ज्ञात कीजिए।

5. सरल कीजिये:

- (i)  $[(16)^{-1/5}]^{5/2}$
- (ii)  $(0.027)^{1/3}$
- (iii)  $[(625)^{-1/2}]^{-1/4}$
- (iv)  $[\sqrt[3]{64}]^{-1/2}$
- (v)  $\sqrt{x^6 y^{-6}}$
- (vi)  $(256)^{0.16} \cdot (256)^{0.09}$
- (vii)  $-\sqrt{32} + 32\sqrt{2}$
- (viii)  $11\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$
- (ix)  $[64/125]^{-1/3}$
- (x)  $[5(8^{1/3} + 27^{1/3})^3]^{1/4}$
- (xi)  $\left(\frac{81}{16}\right)^{-3/4} \left[ \left(\frac{25}{9}\right)^{-3/2} \div \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \right]$

6. निम्न में  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।

- (i)  $27^x = \frac{9}{3^x}$
- (ii)  $4^x - 4^{x-1} = 24$
- (iii)  $2^5 \div 2^x = (\sqrt[5]{2})^{20}$
- (iv)  $5^{x-2} \cdot 3^{2x-3} = 135$
- (v)  $2^{x-7} \cdot 5^{x-4} = 1250$
- (vi)  $\left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{2x} = \frac{125}{27}$
- (vii)  $\left(\frac{\sqrt[4]{10}}{\sqrt{10}}\right) = \sqrt[4]{\frac{1}{5}} \cdot 2^x$

7. हल कीजिये।

- (i)  $\left[1 - \frac{1}{3}\right] \left[1 - \frac{1}{4}\right] \left[1 - \frac{1}{5}\right] \dots \dots \dots \left[1 - \frac{1}{n}\right]$
- (ii)  $\left(\frac{x^{a+b} \cdot x^{b+c} \cdot x^{c+a}}{x^a \cdot x^b \cdot x^c}\right)$

(iii)  $\sqrt{x^{-1} \cdot y} \cdot \sqrt{y^{-1} \cdot z} \cdot \sqrt{z^{-1} \cdot x}$

(iv)  $\sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}}$

(v)  $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}}$

8. निम्न में हर का परिमयेकरण कीजिये।

(i)  $\frac{2}{\sqrt{37-6}}$

(ii)  $\frac{5+\sqrt{6}}{5-\sqrt{6}}$

(iii)  $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{5}}$

(iv)  $\frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{2}}{\sqrt{48+\sqrt{18}}}$

9. यदि  $\sqrt{2} = 1.414$ , तो  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  का मान ज्ञात कीजिए।

10.  $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + (0.001)^{-1/3} - (27)^{2/3}$  का मान ज्ञात कीजिए।

11. यदि  $x^{-3} = 64$ , तो  $x^{3/2} + x^0$  का मान ज्ञात कीजिए।

12. यदि  $\sqrt{2} = 1.4142$ , तो  $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$  का मान ज्ञात कीजिए।

13. यदि  $x = \frac{2}{3+\sqrt{7}}$ , तो  $(x-3)^4$  का मान ज्ञात कीजिए।

14. यदि  $\sqrt{15 - a\sqrt{14}} = \sqrt{8} + \sqrt{7}$ , तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।

15. निम्न युग्मों में से बड़ी संख्या बताइए :

(i)  $\sqrt{0.04}$  अथवा  $\sqrt{0.4}$

(ii)  $\sqrt[3]{2}$  अथवा  $\sqrt[4]{2}$

(iii)  $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$  अथवा  $\sqrt[4]{\frac{1}{3}}$

(iv)  $\sqrt[5]{3}$  अथवा  $\sqrt[6]{30}$

16. निम्नलिखित संख्याओं को आरोही क्रम में लिखिए:

(i)  $\sqrt[2]{25}$ ,  $\sqrt[2]{16}$ ,  $\sqrt[2]{64}$

(ii)  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{2}$ ,  $\sqrt[4]{4}$

(iii)  $\sqrt[3]{5}$ ,  $\sqrt[4]{6}$ ,  $\sqrt[2]{7}$

(iv)  $2^{1/5}$ ,  $5^{1/3}$ ,  $4^{1/5}$

17. निम्नलिखित को p/q के रूप में व्यक्त कीजिये:

(i)  $23.\overline{43}$

(ii)  $0.\overline{32}$

(iii)  $1.\overline{275}$

(iv)  $0.\overline{23}$

18. निम्नलिखित को p/q के रूप में व्यक्त कीजिये:

(i)  $0.\overline{23} + 0.\overline{22}$

(ii)  $0.\overline{3} + 0.\overline{4}$

(iii)  $1.\overline{32} + 0.\overline{35}$

19. निम्नलिखित को पूर्ण करणी रूप में व्यक्त कीजिये:

(i)  $3x^2y\sqrt[3]{xy}$

(ii)  $a^{\frac{1}{3}}\sqrt{ab^3}$

(iii)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$

(iv)  $2xy^2\sqrt[5]{x}$

20. निम्न का परिमेयकारी व्यंजक बताएं |

(i)  $\sqrt[3]{36}$

(ii)  $\sqrt[5]{81}$

(iii)  $2+\sqrt{7}$

(iv)  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$

(v)  $\sqrt{120} \times \sqrt{45}$

(v)  $\sqrt{5} \times \sqrt{10}$

(vi)  $\sqrt{8} \times \sqrt{6}$

(vii)  $\sqrt{27} \times \sqrt{5}$

(viii)  $\sqrt{16} \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

(ix)  $5\sqrt{8} \times 2\sqrt{6}$

21. निम्न दी गई संख्याओं के बीच दो परिमेय संख्याएं लिखिए।

(i)  $\frac{1}{5}$  और  $\frac{1}{2}$

(ii) -2 और -1

(iii)  $\sqrt{2}$  और  $\sqrt{3}$

(iv) 0.121221222122221..... और 0.14114111411114.....

22. यदि  $\frac{2}{7} = 0.\overline{285714}$ , तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $\frac{3}{7}$

(ii)  $\frac{4}{7}$

(iii)  $\frac{1}{7}$

(iv)  $\frac{5}{7}$

23. 'a' और 'b' का मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = a+b\sqrt{3}$

(ii)  $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = a+b\sqrt{5}$

24. यदि  $x = 2 + \sqrt{3}$ , तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

(a)  $x + \frac{1}{x}$

(b)  $x - \frac{1}{x}$

25. यदि  $x = 11 - 2\sqrt{30}$ , तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

(a)  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

(b)  $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

26. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2$ , तो  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  का मान ज्ञात कीजिए।

27. यदि  $x - \frac{1}{x} = 2$ , तो  $(x^3 - \frac{1}{x^3})$  का मान ज्ञात कीजिए ।

28. यदि  $x = (\sqrt{2} - 1)$ , तो  $(x - \frac{1}{x})^3$  का मान ज्ञात कीजिए ।

29.  $2^{100}$  का एक चौथाई ज्ञात कीजिए ।

30.  $\frac{3^{40} + 3^{39} + 3^{38}}{3^{41} + 3^{40} - 3^{39}}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

31. निम्न में से परिमेय और अपरिमेय संख्याएं बताइए :

(i)  $\sqrt{800}$

(ii)  $(1 + \sqrt{2})^2$

(iii)  $\sqrt{3125}$

(iv)  $(2\sqrt{2} - \sqrt{5})(2\sqrt{2} + \sqrt{5})$

(v)  $9^{1/2} + (343)^{2/3}$

(vi)  $(2\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$

(vii)  $\sqrt{\frac{12}{3}}$

(viii) 0.3796

(ix) 7.478478...

(x) 3.799779977799...

(xi)  $(\sqrt{2} + 2)^2$

(xii)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

(xiii)  $\frac{6}{3\sqrt{2}}$

32. हल कीजिए:  $\frac{13\sqrt{24}}{26\sqrt{54}}$

33. हल कीजिए:  $\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+1}}$

34. मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt[12]{32}$

(ii)  $\sqrt[6]{12} \div (\sqrt{3} \times \sqrt[3]{2})$

(iii)  $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[4]{4}$

35. हल कीजिए:

(i)  $(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + (2\sqrt{3} - \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{3})$

(ii)  $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$

36.  $\frac{1}{17}$  के दशमलव विस्तार में अंकों के दोहराव में अंकों की अधिकतम संख्या क्या हो सकती है?

37. निम्न में  $(x + y)$  का मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $(2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) = x\sqrt{2} + y\sqrt{3}$

(ii)  $4\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + 2\sqrt{75} = x\sqrt{2} + y\sqrt{3}$

(iii)  $\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{2} = x\sqrt{2} + y\sqrt{3}$

38. दो अपरिमेय संख्याओं के युग्म का उदाहरण दीजिए, जिसका

(i) अंतर एक परिमेय संख्या है।

(ii) अंतर एक अपरिमेय संख्या है।

(iii) जोड़ एक परिमेय संख्या है।

(iv) जोड़ एक अपरिमेय संख्या है।

(v) गुणनफल एक परिमेय संख्या है।



(vi) गुणनफल एक अपरिमेय संख्या है।

(vii) भागफल एक परिमेय संख्या है।

(viii) भागफल एक अपरिमेय संख्या है ।

39. (a)  $\sqrt{(2020)(2022) + 1}$  का मान ज्ञात कीजिए।

(b)  $\sqrt{(2010)(2030) + 100}$  का मान ज्ञात कीजिए।

40. यदि  $\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1} - \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1} = a - b\sqrt{7}$ , तो  $a$  तथा  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।

## उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1	3 (संकेत: $13^1, 13^2, 13^3 \dots$ )	15	(i) $\sqrt{0.4} > \sqrt{0.04}$ (ii) $\sqrt[3]{2} > \sqrt[4]{2}$
2	$\frac{1}{2}$	16	(iii) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}} > \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$ (iv) $\sqrt[6]{30} > \sqrt[5]{3}$
3	400		
4	10	17	(i) $\sqrt{16} < \sqrt{25} < \sqrt{64}$ (ii) $\sqrt[3]{2} < \sqrt[4]{4} < \sqrt{3}$ (iii) $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{5} < \sqrt{7}$ (iv) $2^{\frac{1}{5}} < 4^{\frac{1}{5}} < 5^{\frac{1}{5}}$
5	(i) $\frac{1}{4}$ (ii) 0.3 (iii) $\sqrt{5}$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{x^3}{y^3}$ (vi) 4 (vii) $28\sqrt{2}$ (viii) $21\sqrt{5}$ (ix) $\frac{5}{4}$ (x) 5 (xi) 1		
6	(i) $x = \frac{1}{2}$ (ii) $x = \frac{5}{2}$ (iii) $x = 1$ (iv) $x = 3$ (v) $x = 8$ (vi) $x = 3$ (vii) $x = \frac{-1}{2}$	18	(i) $\frac{5}{11}$ (ii) $\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{1659}{990}$
7	(i) $\frac{2}{n}$ (ii) $x^{a+b+c}$ (iii) 1 (iv) 3 (v) $3^{\frac{15}{16}}$	19	(i) $\sqrt[3]{27x^7y^4}$ (ii) $\sqrt[6]{a^7b^9}$ (iii) $\sqrt[6]{72}$ (iv) $\sqrt[5]{32x^6y^{10}}$
8	(i) $2(\sqrt{37} + 6)$ (ii) $\frac{31+10\sqrt{6}}{19}$ (iii) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{5}$ (iv) $\frac{114-41\sqrt{6}}{30}$	20	(i) $\sqrt[3]{6}$ (ii) $\sqrt[5]{3}$ (iii) $2 - \sqrt{7}$ (iv) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ (v) $\sqrt{6}$ (vi) $\sqrt{2}$ (vii) $\sqrt{3}$ (viii) $\sqrt{15}$ (ix) $\sqrt{3}$ (x) $\sqrt{3}$
9	2.121	21	(i) $\frac{3}{10}, \frac{4}{10}$ (ii) $\frac{-5}{3}, \frac{-4}{3}$ (iii) 1.425, 1.567 (या कोई उपयुक्त उत्तर) (iv) 0.125, 0.13 (या कोई उपयुक्त उत्तर)
10	$\frac{3}{2}$		
11	$\frac{9}{8}$		
12	0.4142		
13	49		
14	-4		

22	(a) 0.428571 (b) 0.571428 (c) 0.142857 (d) 0.714285	31	(i) अपरिमेय संख्या (ii) अपरिमेय संख्या (ii) परिमेय संख्या (iv) परिमेय संख्या (i) परिमेय संख्या (vi) अपरिमेय संख्या (vii) परिमेय संख्या (viii) परिमेय संख्या (ix) परिमेय संख्या (x) अपरिमेय संख्या (xi) अपरिमेय संख्या (xii) अपरिमेय संख्या (xiii) अपरिमेय संख्या
23	(i) a = 2, b = -1 (ii) a = 9, b = -4		
24	(a) $x + \frac{1}{x} = 4$ (b) $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$		
25	(a) $2\sqrt{6}$ (b) $2\sqrt{5}$		
26	x = 2		
27	14		
28	-8		
29.	$2^{98}$		32.
30.	$\frac{13}{33}$	33.	1
34.	(i) 2 (ii) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ (iii) $2\sqrt[3]{3}$	35.	(i) 2 (ii) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$
36.	16	37.	(i) 6 (ii) 8 (iii) 5
38.	(i) $\sqrt{2} - \sqrt{2}$ (ii) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ (iii) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2})$ (iv) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (v) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ (vi) $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ (vii) $\sqrt{8} \div \sqrt{2}$ (viii) $\sqrt{5} \div \sqrt{3}$ (या कोई उपयुक्त उत्तर i से viii)		
39.	(a) 2021 (b) 2020		
40.	$a = 0, b = \frac{2}{3}$		

## अध्याय – 2

### बहुपद

#### याद रखने योग्य बिंदु

- बहुपद : एक चर वाला बहुपद,  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ,  $x$  में बीजीय व्यंजक है जहां  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  अचर हैं |  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  क्रमशः  $x^0, x^1, x^2, \dots, x^n$  के गुणांक हैं और  $n$  को बहुपद की घात कहा जाता है | प्रत्येक  $a_0, a_1x, a_2x^2, \dots, a_nx^n$  जहां  $a_n \neq 0$  को बहुपद  $p(x)$  का पद कहा जाता है |  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  वास्तविक संख्याएँ हैं जबकि  $x$  की घात पूर्ण संख्याएं हैं |
- बहुपद की घात : बहुपद  $p(x)$  की घात, चर की अधिकतम घात वाले पद का घातांक होता है | इसे  $\deg p(x)$  से दर्शाया जाता है |
- शून्य बहुपद :  $p(x) = 0$  शून्य बहुपद कहलाता है और शून्य बहुपद की घात बतायी नहीं जा सकती |
- अचर बहुपद : एक शून्येतर अचर संख्या अचर बहुपद कहलाती है | उदाहरण:  $0.5, 11, 105, \mu, (\mu \neq 0)$  आदि | इसकी घात शून्य होती है |
- रैखिक बहुपद: एक घात वाली बहुपद को रैखिक बहुपद कहते हैं | इसका मानक रूप  $ax + b$  जहाँ  $a$  और  $b$  वास्तविक अचर संख्या हैं और  $a \neq 0$  |  
उदाहरण  $3x + 1, 5x$

- द्विघात बहुपद: दो घात वाली बहुपद को द्विघात बहुपद कहते हैं। इसका मानक रूप  $ax^2 + bx + c$  है, जहाँ  $a, b$  और  $c$  वास्तविक अचर संख्या है और  $a \neq 0$ ।  
उदाहरण  $x^2 + 5x - 1$
- त्रिघात बहुपद : तीन घात वाली बहुपद को द्विघात बहुपद कहते हैं। इसका मानक रूप है  $ax^3 + bx^2 + cx + d$ , जहाँ  $a, b, c$  और  $d$  वास्तविक अचर संख्या है और  $a \neq 0$ । उदाहरण  $x^3 + 1, x^3 + 3x^3 - 5x + 1$
- चतुर्थघाती बहुपद : चार घात वाली बहुपद को चतुर्थघाती बहुपद कहते हैं। इसका मानक रूप है  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , जहाँ  $a, b, c, d$  और  $e$  वास्तविक अचर है और  $a \neq 0$ । उदाहरण  $3x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 8$
- एकपदी: वह बहुपद जिसमें एक शून्येतर पद हो एकपदी कहलाता है। उदाहरण  $7x, 11x^3, \frac{-2}{3}xy, 4xyz$  आदि।
- द्विपदी : वह बहुपद जिसमें दो शून्येतर पद हो द्विपदी कहलाता है।  
उदाहरण  $x^2 + 1, 3p^3 - 5p, x + y, r^2 + 2s^2r$  आदि।
- त्रिपदी : वह बहुपद जिसमें तीन शून्येतर पद हो त्रिपदी कहलाता है।  
उदाहरण e.g.  $x^3 + x - 5, p + q + r, x^2 + 2y^2x - 3$  आदि।
- बहुपद का शून्यक : वास्तविक संख्या 'a' बहुपद  $p(x)$  का एक शून्यक होती है यदि  $p(a) = 0$ ।
- शेषफल प्रमेय : यदि  $p(x)$  एक से अधिक या एक के बराबर घात वाला एक बहुपद हो, और  $p(x)$  को

(i) रैखिक बहुपद  $(x - a)$ , से भाग दिया गया हो तो शेषफल  $p(a)$  होता है ।

(ii) रैखिक बहुपद  $(x + a)$ , से भाग दिया गया हो तो शेषफल  $p(-a)$  होता है

- गुणनखंड प्रमेय : यदि  $p(x)$  घात  $n \geq 1$  वाला एक बहुपद हो और 'a' कोई वास्तविक संख्या हो तो

(i)  $(x - a)$ ,  $p(x)$  का गुणनखंड होता है यदि,  $p(a) = 0$

(ii)  $(x + a)$ ,  $p(x)$  का गुणनखंड होता है यदि,  $p(-a) = 0$

- बीजीय सर्वसमिकाएं :

(i)  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

(ii)  $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

(iii)  $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

(iv)  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

(v)  $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

(vi)  $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

(vii)  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

(viii)  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x + y + z)[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2]$

(ix) यदि  $x + y + z = 0$  तो  $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

(x)  $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

$(x - y)^3 = x^3 - 3xy(x - y) - y^3$

(xi)  $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x + y)^3 = x^3 + 3xy(x + y) + y^3$

(xii)  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

## प्रश्नावली

1. निम्नलिखित में कौन से बहुपद हैं ?

(i)  $x^4 - 2x^3 + 5x + 7$

(ii)  $x^2 - \frac{8}{x} + 3$

(iii)  $(\sqrt{5x} - 2)^2$

(iv)  $(\sqrt{2x}+3)(\sqrt{2x} - 3)$

(v)  $x^{-2} + 2x^{-1} + 3$

(vi)  $\sqrt{3} (x+\sqrt{3})$

(vii)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$

(viii)  $\frac{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3}{(x+y)^2}$

2. निम्नलिखित बहुपद को मानक रूप में लिखें और प्रत्येक बहुपद की घात भी लिखें:

(i)  $p(x) = x^5 - 2x + 3x^3 - 7$

(ii)  $f(x) = (2x - 3)^2 + (x - 8)$

(iii)  $q(x) = (3x + 7)^2 - (3x - 7)^2$

(iv)  $p(x) = (x + 2)^3 - (x + 1)$

(v)  $r(x) = -9$

(vi)  $f(x) = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

(vii)  $g(x) = (3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})$

(viii)  $p(x) = 2x^2 + 2^{22}x^3 + 2^{30}x + 2^{11}x^5$

3. निम्नलिखित बहुपद में से कौन से बहुपद अचर, रैखिक, द्विघात, त्रिघाती और

चतुर्थघाती है:

(i)  $r(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 1$

(ii)  $g(y) = 5y^4 - 3y^2 - 2y + 6$

(iii)  $g(t) = -8t + \frac{1}{2}$

(iv)  $h(x) = 2$

(v)  $p(x) = x^2 + 7$

4. प्रत्येक का एक उदाहरण दें:

(i) 0 घात का बहुपद

(ii) 10 घात का द्विपद

(iii) 15 घात का एकपदी

(iv) 5 घात का त्रिपद

(v) 100 घात का बहुपद

(vi) 4 घात का बहुपद जिसका एक शून्यक 5 हो

(vii) 2 घात का बहुपद जिसका एक गुणनखंड  $(x - 1)$  हो

5. निम्नलिखित बहुपद का मान, दिए गए चरों के मान के लिए ज्ञात करो:

(i) यदि  $p(x) = 3x^2 - 5x + 4$ ,  $p(2)$

(ii) यदि  $g(y) = y^4 - 5y^3 + y^2 + 5$ ,  $g(-1)$

(iii) यदि  $f(t) = 3t^2 - 5t + 9$ ,  $f(0)$

(iv) यदि  $r(y) = y^5 - 2y + 1$ ,  $r(-2)$

(v) यदि  $g(t) = t^2 - 5t$ ,  $g(2)$

6. यदि  $f(x) = x^2 - 5x + 7$ , तो  $f(2) - f(-1)$  का मान ज्ञात कीजिए |

7. निम्नलिखित में  $x$  का गुणांक लिखिए:

(i)  $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 2$

(ii)  $f(x) = yx^2 + 2yx - 3y$

(iii)  $g(x) = 5x^2 + a^2hx - 7$

(iv)  $h(x) = \frac{3}{7}x - t^2 + y$

(v)  $r(x) = \sqrt{3}tx + 7x - 9$



8. निम्नलिखित बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए:

- (i)  $p(x) = x + 5$
- (ii)  $q(t) = 2t - 5$
- (iii)  $r(y) = 2y$
- (iv)  $g(x) = x^2 + 5x - 24$
- (v)  $h(y) = 6y^2 + 7y - 3$
- (vi)  $p(t) = 9t^2 - 22t + 8$

9. जब  $p(x)$  को  $g(x)$  से विभाजित किया जाता है तो शेषफल ज्ञात करें और जाँचें कि

क्या  $g(x)$ ,  $p(x)$  का गुणखंड है :

- (i)  $p(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ ,  $g(x) = x-1$
- (ii)  $p(x) = 2x^4 + 9x^3 + 6x^2 - 11x - 6$ ,  $g(x) = x+1$
- (iii)  $p(x) = x^4 - x^2 - 12$ ,  $g(x) = x+2$
- (iv)  $p(x) = x^{101} + 101$ ,  $g(x) = x+1$
- (v)  $p(x) = x^3 + 3x^2 + 10x$ ,  $g(x) = x-2$

10. यदि  $g(x)$ ,  $f(x)$  का गुणखंड है, तो 'k' का मान ज्ञात करो:

- (i)  $f(x) = x^5 - kx^4 + k + x - 2$ ,  $g(x) = (x - k)$
- (ii)  $f(x) = x^3 + kx^2 - 17x + 15$ ,  $g(x) = (x - 3)$
- (iii)  $f(x) = 4x^2 + 12x + 5k - 1$ ,  $g(x) = (x - 1)$
- (iv)  $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - 50$ ,  $g(x) = (x - 5)$
- (v)  $f(x) = kx^2 - \sqrt{2}x + 1$ ,  $g(x) = (x-1)$

11. निम्नलिखित के गुणनफल ज्ञात करो:

- (i)  $(x - 2)(x + 6)$
- (ii)  $(x + 3)(5 - \frac{1}{x})$
- (iii)  $(y^3 - 2)(y^2 + 5)$
- (iv)  $(x^2 + 4 - 2x)(x^2 + 4 + 2x)$
- (v)  $(2a + 5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$

12. निम्नलिखित के गुणनफल ज्ञात कीजिये :

- (i)  $(5x - 2)^2$
- (ii)  $(2x + 3)^3$
- (iii)  $(2x - 3y + z)^2$
- (iv)  $(2x - \frac{1}{2x})^2$
- (v)  $(x - \frac{1}{x})^3$
- (vi)  $(x^2 - 2x + 1)^2$

13. गुणनखंड कीजिये :

- (i)  $36a^3b - 60a^2bc$
- (ii)  $49x^2 - 256y^2$
- (iii)  $6(2a + 3b)^2 - 8(2a + 3b)$
- (iv)  $a^3 - 2\sqrt{2}b^3$
- (v)  $4a^2 + b^2 + 4ab - 6b - 12a + 9$
- (vi)  $1 + 64x^3$
- (vii)  $a^3 - 8b^3 + 64c^3 + 24abc$
- (viii)  $\frac{8}{27}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 2x - 1$
- (ix)  $2x^2 + y^2 + 8z^2 - 2\sqrt{2}xy + 4\sqrt{2}y^3 - 8xz$
- (x)  $2xy(x - y)^2 + x^2(x - y)^2 + y^2(x - y)^2$
- (xi)  $a^3 - 0.064$
- (xii)  $64a^3 + b^3 + 48a^2b + 12ab^2$
- (xiii)  $3x^2 + \sqrt{3}x - 2$
- (xii)  $\sqrt{2}x^2 + 3x + \sqrt{2}$
- (xiii)  $6ab - b^2 + 12ac - 2bc$
- (xiv)  $a^4 - 81b^4$
- (xv)  $4a^2 + 12ab + 9b^2 - 8a - 12b$
- (xvi)  $x^4 + 4x^2 + 3$
- (xvii)  $8x^3 - (2x - 3y)^3$
- (xviii)  $a^8 - a^2b^6$

14. शेषफल ज्ञात कीजिये, यदि  $f(a) = a^4 + 4a^2 + 16$  को  $p(a) = a^2 + 2a + 4$  से भाग किया जाए।

15. यदि  $x^2 + 5kx - 3$  और  $2x^2 + 3px + 2p$ ,  $(x - 1)$ , से पूर्णतया भाग हो तो  $k + p$  का मान ज्ञात कीजिए ।

16. निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान उपयुक्त सर्वसमिकाओं का प्रयोग कर ज्ञात करें:

- (i)  $(102)^2$
- (ii)  $96 \times 97$
- (iii)  $(997)^2$
- (iv)  $104 \times 96$
- (v)  $(-10)^3 + (6)^3 + (4)^3$
- (vi)  $(99)^3$

17. यदि  $8x^3 + 27y^3 + 36x^2y - 54xy^2 = (kx + 3py)^3$ , तो  $(k + p)$  का मान ज्ञात कीजिए ।

18. निम्नलिखित विस्तार को पूर्ण करें:

$$(3x - 4y)^3 = \square x^3 - \square y^3 + \square x^2y - \square xy^2$$

19. यदि  $3x - 2y = 3$  तो  $27x^3 - 8y^3 - 54x^2y + 36xy^2$  का मान ज्ञात कीजिए ।

20. यदि  $a = x - y$ ,  $b = y - z$ ,  $c = z - x$ , तो  $a^3 + b^3 + c^3$  का मान ज्ञात कीजिए ।

21. यदि  $2x^2 - 13x + 15$  ऐसी आयत का क्षेत्रफल दर्शाता है, जिसकी एक भुजा  $x - 5$  है तो दूसरी भुजा ज्ञात कीजिए ।

22. यदि  $ab + bc + ca = 0$ , तो  $\frac{1}{a^2 - bc} + \frac{1}{b^2 - ca} + \frac{1}{c^2 - ac}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

23.  $\frac{83^3+17^3}{83^2-83\times 17+17^2}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

24. यदि  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -1$  ( $x, y \neq 0$ ), तो  $x^3 - y^3$  का मान ज्ञात कीजिए ।

25.  $\frac{20202020^2}{20202019^2 + 20202021^2 - 2}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

26. यदि  $(x + y) = 5$  ,  $xy = 4$ , तो  $x - y$  का मान ज्ञात कीजिए ।

27. यदि  $a^2 + b^2 + c^2 = 250$ ,  $ab + bc + ca = 3$ , तो  $a + b + c$  का मान ज्ञात कीजिए।

28. आयत की परिमाण ज्ञात कीजिए, जिसका क्षेत्रफल  $25x^2 - 35x + 12$  है।

29.  $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए ।

30. यदि  $(x + 1)$  और  $(x - 1)$ ,  $ax^3 + x^2 - 2x + b$  के गुणनखंड हैं तो  $a$  और  $b$  का मान ज्ञात कीजिए ।

## उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1.	(I), (III), (IV), (VI), (VII), (VIII)	6.	- 12
2.	(i) $x^5 + 3x^3 - 2x - 7$ , घात 5 (ii) $4x^2 - 11x + 1$ , घात 2 (iii) $84x$ , घात 1 (iv) $x^3 + 6x^2 + 11x + 7$ , घात 3 (v) $-9x^0$ , घात 0 (vi) $x^2 - 3$ , घात 2 (vii) $-x + 9$ , घात 1 (viii) $2^{11}x^5 + 2^{22}x^3 + 2x^2 + 2^{30}x$ , घात 5	7.	(i) -5 (ii) $2y$ (iii) $a^2h$ (iv) $\frac{3}{7}$ (v) $\sqrt{3t} + 7$
		8.	(i) -5      (iv) -8, 3 (ii) $\frac{5}{2}$ (v) $-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ (iii) 0      (vi) $\frac{4}{9}, 2$
3.	(i) त्रिघाती बहुपद (ii) चतुर्थघाती बहुपद (iii) रैखिक बहुपद (iv) अचर बहुपद (v) द्विघात बहुपद	9.	(i) 7, $g(x)$ , $p(x)$ का गुणनखंड नहीं है। (ii) 4, $g(x)$ , $p(x)$ का गुणनखंड नहीं है। (iii) 0, $g(x)$ , $p(x)$ का गुणनखंड है। (iv) 100, $g(x)$ , $p(x)$ का गुणनखंड नहीं है। (v) 40, $g(x)$ , $p(x)$ का गुणनखंड नहीं है।
4.	(i) $p(x) = \frac{-5}{9}$ (ii) $f(x) = x^{10} - 3x^2$ (iii) $g(y) = 3y^{15}$ (iv) $h(t) = -7t^5 - 2t + 1$ (v) $q(y) = 5y^{100} - y^{82} + 7y^{17} - 1$ (vi) $f(x) = x^4 - 625$ (vii) $p(x) = x^2 - 1$		
5.	(i) $p(2) = 6$ (ii) $g(-1) = 12$ (iii) $f(0) = 9$ (iv) $r(-2) = -27$ (v) $g(2) = -6$	10.	(i) $k = 1$ (ii) $k = 1$ (iii) $k = -3$ (iv) $k = -30$ (v) $k = \sqrt{2} - 1$
		11.	(i) $x^2 + 4x - 12$ (iv) $x^4 + 4x^2 + 16$ (ii) $5x - \frac{3}{x} + 14$ (v) $8a^3 + 125b^3$ (iii) $y^5 + 5y^3 - 2y^2 - 10$

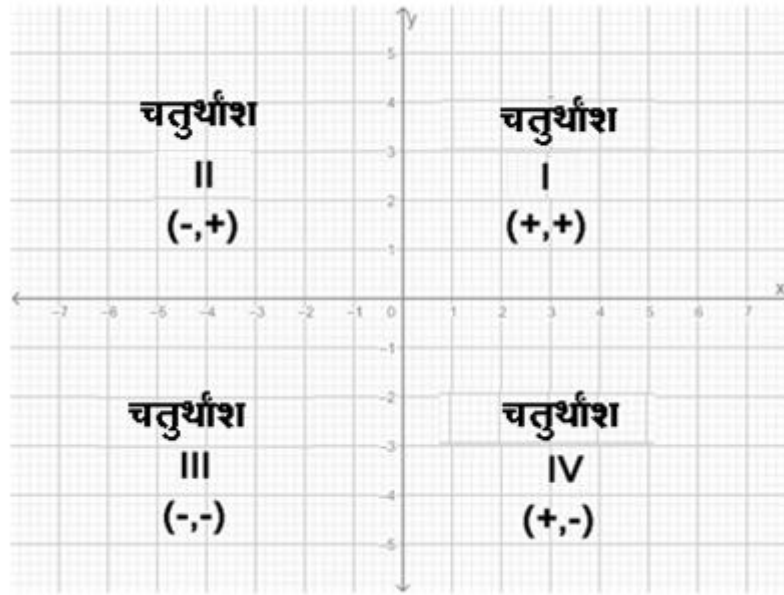
12.	(i) $25x^2 - 20x + 4$	14.	$a^2 - 2a + 4$
	(ii) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$	15.	0
	(iii) $4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy - 6yz + 4zx$	16.	(i) 10404
	(iv) $4x^2 - \frac{1}{4x^2} - 2$		(ii) 9312
	(v) $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x + \frac{3}{x}$		(iii) 994009
	(vi) $x^3 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$		(iv) 9984
13.	(i) $12a^2b(3a - 5c)$		(v) 720
	(ii) $(7x + 16y)(7x - 16y)$		(vi) 970299
	(iii) $2(2a + 3b)(6a + 9b - 4)$	17.	$k + p = -1$
	(iv) $(a - \sqrt{2}b)(a^2 + \sqrt{2}ab + 2b^2)$	18.	27, 64, -108, -144
	(v) $(2a + b - 3)(2a + b - 3)$	19.	27
	(vi) $(4x + 1)(16x^2 - 4x + 1)$	20.	$3(x - y)(y - z)(z - x)$
	(vii) $(a - 2b + 4c)$	21.	$(2x - 3)$
	$(a^2 + 4b^2 + 16c^2 +$	22.	0
	$2ab + 8bc - 4ac)$	23.	100
	(viii) $\left(\frac{2}{3}x - 1\right)\left(\frac{2}{3}x - 1\right)\left(\frac{2}{3}x - 1\right)$	24.	0
	(ix) $(-\sqrt{2}x + y +$	25.	1/2
	$2\sqrt{2}z)(-\sqrt{2}x + y +$	26.	3
	$2\sqrt{2}z)$	27.	16
	(x) $(x + y)(x + y)(x -$	28.	$(20x - 14)$ इकाई
	$y)(x - y)$	29.	$x^8 - \frac{1}{x^8}$
	(xi) $(a - 0.4)(a^2 + 0.4a +$	30.	$a = 2, b = -1$
	$0.16)$		
	(xii) $(4a + b)(4a + b)(4a +$		
	$b)$		
	(xiii) $(\sqrt{3}x - 1)(\sqrt{3}x + 2)$		
	(xiv) $(x + \sqrt{2})(\sqrt{2}x + 1)$		
	(xv) $(6a - b)(b + 2c)$		
	(xvi) $(a - 3b)(a + 3b)(a^2 +$		
	$9b^2)$		
	(xvii) $(2a + 3b)(2a + 3b - 4)$		
	(xviii) $(x^2 + 1)(x^2 + 3)$		
	(xix) $3y(4x^2 + 9y^2 - 6xy)$		
	$(a - b)(a + b)(a^2 + ab + b^2)$		
	$(a^2 - ab + b^2)$		

## अध्याय – 3

# निर्देशांक ज्यामिति

### याद रखने योग्य बिंदु

- समन्वय अक्षों  $X'OX$  और  $Y'OY$  को क्रमशः  $x$ - अक्ष और  $y$ - अक्ष कहा जाता है,  $X'OX$  क्षैतिज रेखा है और  $Y'OY$ ,  $X'OX$  की लंबवत रेखा है।
- निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में बाँट देते हैं, जिन्हें चतुर्थांश कहा जाता है।
- $x$ - अक्ष और  $y$ - अक्ष के प्रतिच्छेदन के बिंदु को मूल- बिंदु कहा जाता है और इसे  $O(0, 0)$  द्वारा निरूपित किया जाता है।
- एक बिंदु को, एक सतह में  $P(x, y)$  के रूप में दर्शाया गया है।
- $OX$  और  $OY$  को क्रमशः  $x$ - अक्ष और  $y$ - अक्ष की धनात्मक दिशा कहा जाता है जबकि  $OX'$  और  $OY'$  को क्रमशः  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष की ऋणात्मक दिशाएं कहा जाता है।
- बिंदु के  $x$ -निर्देशांक को भुज कहा जाता है।
- बिंदु के  $y$ -निर्देशांक को कोटि कहा जाता है।
- यदि कोई बिंदु I चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक  $(+, +)$  के रूप में होंगे, II चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक  $(-, +)$  के रूप में होंगे, III चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक  $(-, -)$  के रूप में होंगे तथा IV चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक  $(+, -)$  के रूप में होंगे।



- $P(x, y)$ , एक बिंदु P का प्रतिनिधित्व करता है जिसके निर्देशांक  $x$  और  $y$  हैं।
  - (a) बिंदु P का भुज =  $y$ -अक्ष से बिंदु P की लंबवत दूरी
  - (b) बिंदु P का कोटि =  $x$ -अक्ष से बिंदु P की लंबवत दूरी
  - (c) यदि बिंदु P का भुज धनात्मक है तो P,  $y$ -अक्ष के दाईं ओर स्थित होता है, यदि शून्य है तो P,  $y$ -अक्ष पर है और ऋणात्मक है तो P,  $y$ -अक्ष के बाईं ओर स्थित है।
  - (d) यदि बिंदु P का कोटि धनात्मक है तो P,  $x$ -अक्ष के ऊपरी भाग में होता है, यदि शून्य है तो P,  $x$ -अक्ष पर है और ऋणात्मक है तो P,  $x$ -अक्ष के निचले भाग में स्थित होता है ।
- एक बिंदु के निर्देशांक
  - (i)  $x$ -अक्ष पर  $(x, 0)$  के रूप में होते हैं और
  - (ii)  $y$ -अक्ष पर  $(0, y)$  के रूप में होते हैं ।



## प्रश्नावली

1. दिए गए बिंदु किस चतुर्थांश में या किस अक्ष पर स्थित है?

- (a) (-3, 5)
- (b) (5, -3)
- (c) (2, 0)
- (d) (4, 5)
- (e) (-4, -5)
- (f) (0, -2)

2. निम्नलिखित बिन्दुओं के भुज और कोटि बताएं:

- (a) (2, -7)
- (b)  $(0, \frac{3}{2})$
- (c) (6, 4)
- (d) (-4, -3)
- (e) (-6, 0)
- (f) (-3, 2)

3. x-अक्ष में प्रतिबिम्ब के अंतर्गत निम्न बिन्दुओं के निर्देशांक बताएं ।

- (a) (3, 2)
- (b) (-5, 4)
- (c) (0, 0)

4. y-अक्ष में प्रतिबिम्ब के अंतर्गत निम्न बिन्दुओं के निर्देशांक बताएं ।

- (a) (6, -3)
- (b) (-1, 0)
- (c) (-8, -2)

5. निम्नलिखित बिन्दुओं की लाम्बिक दूरी ज्ञात करें।

- (a) (0, -4), y- अक्ष से
- (b) (2, 8), x- अक्ष से

- (d)  $(-1, 3)$ , y- अक्ष से
- (e)  $(3, 5)$ , x- अक्ष से
- (f)  $(-4, -6)$ , y- अक्ष से

6. बताएं निम्न रेखाएं किस अक्ष के समानांतर हैं:

- (a)  $y = 0$
- (b)  $3x - 6 = 0$
- (c)  $x = -2$
- (d)  $x = 0$
- (e)  $2y + 8 = 0$

7. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिये जिसकी

- (a) भुज  $\frac{-3}{2}$  व कोटि 5 है।
- (b) कोटि  $\frac{5}{4}$  तथा y अक्ष पर स्थित है।
- (c) कोटि 5 व भुज - 2 है।

8. कार्तीय तल में निम्न बिन्दुओं को मिलाने पर प्राप्त त्रिभुज का प्रकार बताएं।

- (a) A  $(-4, 0)$ , B  $(0, 4)$  तथा C  $(4, 0)$
- (b) P  $(0, 0)$ , Q  $(3, 3)$  तथा R  $(0, 3)$
- (c) L  $(0, 6)$ , M  $(0, -6)$  तथा N  $(6\sqrt{3}, 0)$

9. निम्न बिन्दुओं को मिलाने पर प्राप्त चतुर्भुज का प्रकार बताएं।

- (a) P  $(3, 0)$ , Q  $(3, 3)$ , R  $(-3, 3)$  तथा S  $(-3, 0)$
- (b) A  $(1, 3)$ , B  $(1, -1)$  C  $(7, -1)$  तथा D  $(7, 3)$
- (c) P  $(-1, 0)$ , Q  $(0, \sqrt{3})$ , R  $(1, 0)$  तथा S  $(0, -\sqrt{3})$

10. निम्नलिखित बिंदुओं द्वारा गठित ज्यामितीय आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- (a) A (1, 2), B (-4, 2) C (-4, -1) तथा D (1, -1)
- (b) P (2, 0), Q (3, 0), R (0, -2) तथा S (0, -3)
- (c) A (2, 0), B (0, 8) तथा O (0, 0)
- (d) O (0, 0), P (1, 0) तथा Q (0, 2)

11. अंतर ज्ञात करें:

- (a) P (2, 3) के भुज तथा Q (-2, 0) के भुज में।
- (b) A (-1, 5) के कोटि तथा B (2, 3) के कोटि में।
- (c) L (3, 5) के भुज तथा M (-3, -4) के कोटि में।

12. बिंदु के भुज का मान क्या होगा यदि बिंदु x-अक्ष पर स्थित है।

13. बिंदु के कोटि का मान क्या होगा यदि बिंदु x-अक्ष पर स्थित है।

14. निम्न दिए गए ज्यामितीय में अज्ञात शीर्ष ज्ञात करें:

- (a) यदि बिंदु P (1, 0), Q (5, 0), R (5, 2) तथा S (x, y) एक आयत बनाते हैं।
- (b) यदि बिंदु A (0, 0), B (2, 0) C (2, 2) तथा D (x, y) एक वर्ग बनाते हैं।
- (c) यदि O (0, 0) वृत्त का केंद्र है और बिंदु A (0, 4) B (-4, 0) C (0, -4) और D (x, y) वृत्त पर स्थित है।

15. यदि बिंदु A (2, 0), B (-6, 0) और C (3, a - 3) x- अक्ष पर स्थित हैं, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

16. दो बिंदुओं के निर्देशांक P (5, 3) और Q (-2, 7) हैं तो P के भुज व Q के कोटि का माध्य ज्ञात कीजिए।

17. रिक्त स्थान भरें:

- (i) समन्वय अक्षों के प्रतिच्छेदन के बिंदु को \_\_\_\_\_ कहा जाता है।
- (ii) दोनों अक्षों के बीच बने कोण का मान \_\_\_\_\_ है।
- (iii) मूल बिंदु के भुज व कोटि \_\_\_\_\_ है।
- (iv) x-अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का कोटि \_\_\_\_\_ होता है।
- (v) y-अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का भुज \_\_\_\_\_ होता है।

18. निर्देशांक अक्ष तल को कितने भागों में बांटता है?

19. बिंदु  $(x, y)$  किस चतुर्थांश में स्थित है, यदि  $y$  ऋणात्मक और  $x$  धनात्मक है।

20. यदि  $x$ - अक्ष से बिंदु  $A$  की लंबवत दूरी  $y$ - अक्ष की ऋणात्मक दिशा के साथ 4 इकाई हो, फिर  $A$  की कोटि ज्ञात कीजिये ।

21. दोनों अक्षों  $x$  और  $y$ - अक्ष पर कितने बिंदु स्थित होते हैं?

22.  $PQR$  एक समबाहु त्रिभुज है जिसमें क्रमशः  $P$  और  $R$  के निर्देशांक  $(0, -5)$  और  $(0, 5)$  हैं।  $\triangle PQR$  की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

23. यदि किसी बिंदु के भुज और कोटि अलग-अलग चिन्ह के हैं  $(+, -)$  अथवा  $(-, +)$ , तो बिंदु किस चतुर्थांश में होगा?

24. कार्तीय तल में बिन्दुओं  $P(-1, -1)$ ,  $Q(2, 3)$  और  $R(8, 11)$  को मिलाने पर प्राप्त आकृति का नाम बताएं ।

25. दिए गए कार्तीय तल को देखें व प्रश्नों के उत्तर दें:

(a)  $A, B, C, D, E, F$  और  $G$  के निर्देशांक लिखिए।

(b)  $A, B, C, D$  के निर्देशांक जोड़े और जो चतुर्भुज प्राप्त हुआ उसका नाम बताएं और उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(c) P, Q, R, S. के निर्देशांक लिखिए। उन्हें जोड़े और जो चतुर्भुज प्राप्त हुआ

उसका

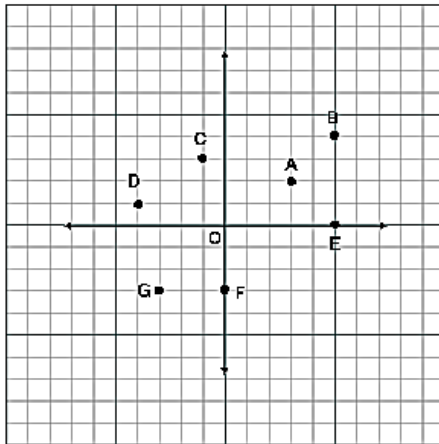
नाम बताएं और विकर्णों की लंबाई ज्ञात कीजिए।

(d) P, Q, R, S एक समांतर चतुर्भुज है। P, Q, R, S के निर्देशांक लिखिए और इनके विकर्णों का प्रतिच्छेदी बिंदु ज्ञात करें।

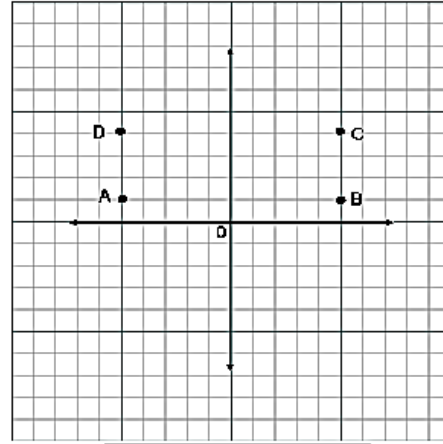
(e) A, B तथा C के निर्देशांक लिखिए तथा  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(f) एक वृत्त खींचा गया है जिसका केंद्र O और त्रिज्या = 4 इकाई है।

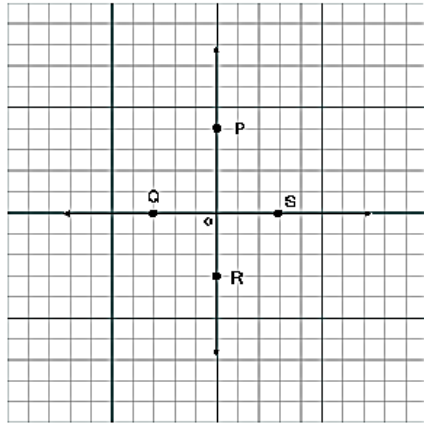
A, B, C, D, E और F के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।



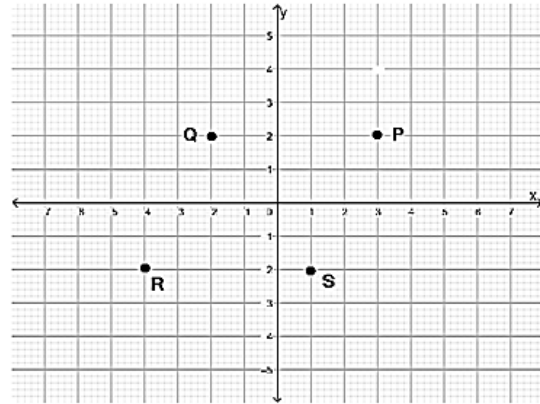
Q 25 (a) के लिए बाफ



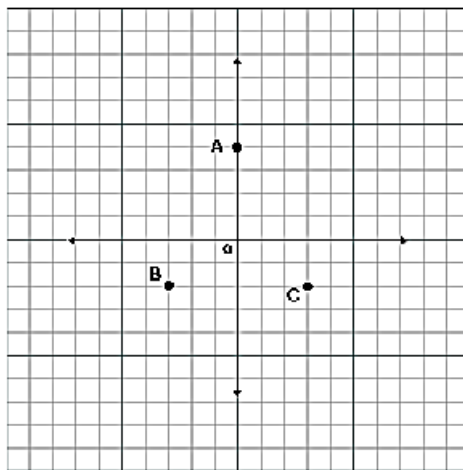
Q 25 (b) के लिए बाफ



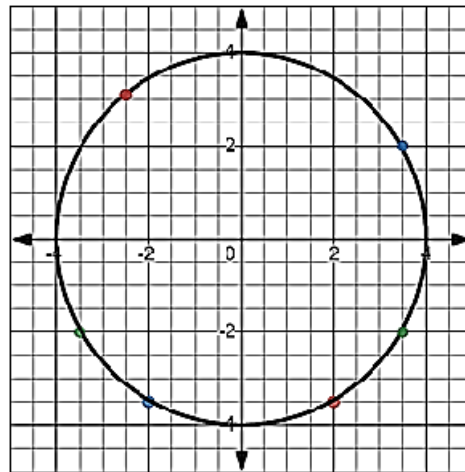
Q 25 (c) के लिए बाफ



Q 25 (d) के लिए बाफ



Q 25 (e) के लिए बाफ



Q 25 (f) के लिए बाफ

## उत्तरमाला

1. (a) II चतुर्थांश  
(b) IV चतुर्थांश  
(c) x - अक्ष  
(d) I चतुर्थांश  
(e) III चतुर्थांश  
(f) y - अक्ष
2. (a) भुज  $x = 2$ ,  
कोटि  $y = -7$   
(b)  $x = 0, y = \frac{3}{2}$   
(c)  $x = 6, y = 4$   
(d)  $x = -4, y = -3$   
(e)  $x = -6, y = 0$   
(f)  $x = -3, y = 2$
3. (a) (3, -2) (b) (-5, -4) (c) (0, 0)
4. (a) (-6, -3) (b) (1, 0) (c) (8, -2)
5. (a) 0 इकाई  
(b) 8 इकाई  
(c) 1 इकाई  
(d) 5 इकाई  
(e) 4 इकाई
6. (a) x- अक्ष  
(b) Y- अक्ष  
(c) Y- अक्ष  
(d) Y- अक्ष  
(e) x- अक्ष
7. (a)  $(-\frac{3}{2}, 5)$  (b)  $(0, \frac{5}{4})$  (c) (-2, 5)
8. (a) समद्विबाहु त्रिभुज  
(b) समद्विबाहु समकोण त्रिभुज  
(c) समबाहु त्रिभुज
9. (a) आयत  
(b) आयत  
(c) समचतुर्भुज
10. (a) 15 वर्ग इकाई  
(b) 2.5 वर्ग इकाई  
(c) 8 वर्ग इकाई  
(d) 1 वर्ग इकाई
11. (a) 4 इकाई  
(b) 2 इकाई  
(c) 7 इकाई
12. कोई भी संख्या
13. 0 (शून्य)
14. (a) S (1, 2) (b) D (0, 2) (c) D (4, 0)
15.  $a = 3$
16. 6
17. (a) मूल बिंदु  
(b)  $90^\circ$   
(c) 0 तथा 0  
(d) 0  
(e) 0
18. चार
19. IV चतुर्थांश
20. -4
21. केवल एक जो है मूल बिंदु (0, 0)
22. 10 इकाई
23. II, IV चतुर्थांश
24. रेखा

25. (a) A (3, 2), B (5, 4), C (-1, 3), D (-4, 1), E (5, 0), F (0, -3), G (-3, -3),

(b) A (-5, 1), B (5, 1), C (5, 4), D (-5, 4)

चतुर्भुज एक आयत है और उसका क्षेत्रफल = 30 वर्ग इकाई

(c) P (0, 3), Q (-3, 0), R (0, -3), S (3, 0),

चतुर्भुज एक वर्ग है और उसके विकर्ण की लम्बाई = 6 इकाई

(d) P (3, 2), Q (-2, 2), R (-4, -2), S (1, -2)

विकर्णों का प्रतिच्छेदी बिंदु  $(\frac{-1}{2}, 0)$  है

(e) A (0, 4), B (-3, -2), C (3, -2)

$\Delta ABC$  का क्षेत्रफल = 18 वर्ग इकाई

(f) A (2, -3.5), B (-2, -3.5), C (-3.5, -2), D (-2.5, 3), E (3.5, 2), F (3.5, -2)



## अध्याय - 4

# दो चर वाले रैखिक समीकरण

### याद रखने योग्य बिंदु

- $ax + by + c = 0$  के रूप के एक समीकरण को जहाँ  $a$ ,  $b$  और  $c$  वास्तविक संख्या हैं, जैसे कि  $a$  और  $b$  दोनों शून्य नहीं हैं, दो चर में रैखिक समीकरण कहा जाता है।
- दो चर में एक रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
- दो चरों वाले प्रत्येक रैखिक समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा होता है।
- $x = a$  का आलेख  $y$ - अक्ष के समानांतर एक सीधी रेखा है, जहाँ ' $a$ ' कोई वास्तविक संख्या है।  
यदि  $a = 0$  है तो यह  $y$ - अक्ष का प्रतिनिधित्व करता है।
- $y = a$  का आलेख  $x$ - अक्ष के समानांतर एक सीधी रेखा है, जहाँ ' $a$ ' कोई वास्तविक संख्या है।  
यदि  $a = 0$  है तो यह  $x$ - अक्ष का प्रतिनिधित्व करता है।
- रैखिक समीकरण का हर हल रैखिक समीकरण के आलेख पर एक बिंदु होता है।

### प्रश्नावली

1. एक चर वाले रैखिक समीकरण का मानक रूप बताइये ।
2. दो चर वाले रैखिक समीकरण का मानक रूप बताइये ।
3. दो चर वाले रैखिक समीकरण के कितने हल होते हैं?

4. समीकरण  $3x - 8 = \sqrt{2}y$  और  $ax + by + c = 0$  की तुलना कीजिये और प्रत्येक स्थिति में  $a$ ,  $b$  और  $c$  का मान बताइये ।
5. समीकरण  $2x = -6y$  और  $ax + by + c = 0$  की तुलना कीजिये और प्रत्येक स्थिति में  $a$ ,  $b$  और  $c$  का मान बताइये ।
6. समीकरण  $x - \frac{y}{5} - 10 = 0$  और  $ax + by + c = 0$  की तुलना कीजिये और प्रत्येक स्थिति में  $a$ ,  $b$  और  $c$  का मान बताइये ।
7. समीकरण  $2x = 0$  और  $ax + by + c = 0$  की तुलना कीजिये और  $(a + b + c)$  का मान ज्ञात करें।
8. यदि  $x = 1$  और  $y = -1$ , समीकरण  $3x + py = 6$  का एक हल हो तो  $p$  का मान ज्ञात कीजिये ।
9. यदि  $x = 2$  और  $y = 3$ , समीकरण  $\frac{3x+5}{3} - y = k$  का एक हल हो तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिये ।
10. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करें, जहाँ समीकरण  $3x + y = 6$  का आलेख  $x$ - अक्ष पर काटता हो।
11. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करें, जहाँ समीकरण  $2x + y = 7$  का आलेख  $y$ - अक्ष पर काटता हो।
12.  $p$  का मान ज्ञात करें यदि  $x = \frac{2}{3}$  और  $y = 1$  समीकरण  $3xp + y = 5$  के हल है ।
13. समीकरण  $3x - 2 = 0$  का ग्राफ (आलेख) किस अक्ष के समांतर होगा?
14. समीकरण  $2y + 3 = 0$  का ग्राफ (आलेख) किस अक्ष के समांतर होगा?

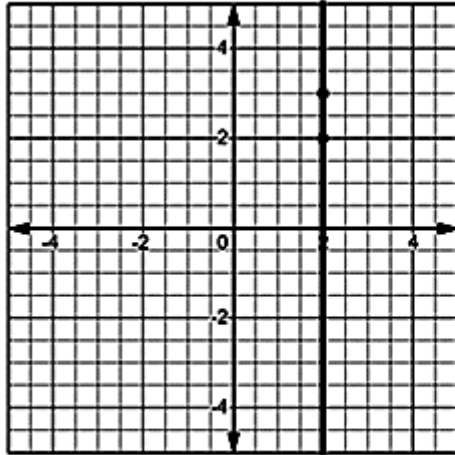
15.  $y = 2$  से बने आलेख में, भुज  $x = -7$  के लिए कोटि का मान क्या होगा?
16. समीकरण  $x - 2y = 4$  को  $y$  के रूप में व्यक्त कीजिये ।
17. समीकरण  $2x + y = 9$  को  $x$  के रूप में व्यक्त कीजिये ।
18. समीकरण  $3x + 5y - 11 = 0$  में  $y$  को  $x$  के रूप में व्यक्त कीजिये। वह बिंदु ज्ञात कीजिये जहाँ समीकरण  $3x + 5y - 11 = 0$ ,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष को प्रतिच्छेदित करता है।
19. समीकरण  $2x + 3y = 5$  का कोई एक हल बताइये ।
20. समीकरण  $y = \frac{x}{2}$  का कोई एक हल बताइये ।
21. यदि बिंदु  $(1, \frac{9}{4})$  समीकरण  $mx + 4y = 9$  के आलेख पर स्थित है, तो  $m$  का मान ज्ञात कीजिए।
22.  $x$  के लिए हल करें :  $\frac{3x+2}{7} + \frac{4(x+1)}{5} = \frac{2(2x+1)}{3}$
23.  $x$  के लिए हल करें :  $\frac{x-7}{4} - 6 = \frac{3(x+1)}{4} + 2$
24. यदि बिंदु  $(2k - 3, k + 2)$  समीकरण  $2x + 3y + 15 = 0$  के आलेख पर स्थित है, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।
25. निम्नलिखित कथन को दो चर में एक रैखीय समीकरण के रूप में लिखें:
- (a)  $x$  की आयु  $y$  की आयु से 7 वर्ष अधिक है।
- (b) 5 वर्ष के बाद, पिता की आयु उसके पुत्र की आयु का दो गुना होगी, यदि पिता की वर्तमान आयु है  $y$  वर्ष और पुत्र की  $x$  वर्ष है।
26. दोनों रैखिक समीकरण का समान हल खोजें:  $x - 2y = 1$  और  $2x + y = 7$  ।
27.  $C$  के किस मान के लिए, रैखिक समीकरण  $2x + cy = 8$  में  $x$  और  $y$  के मान

बराबर है और इसे आलेख पर दर्शाए।

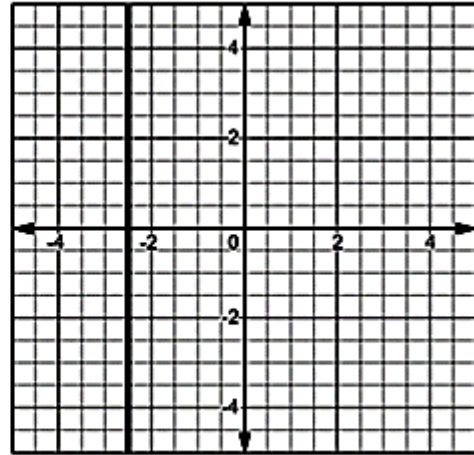
28. यदि  $y$ ,  $x$  के अनुकूल बदलता है, तो एक रेखीय समीकरण लिखें यदि  $y = 12$

और  $x = 4$  है |  $y$  का मान क्या है, जब  $x = 5$ ?

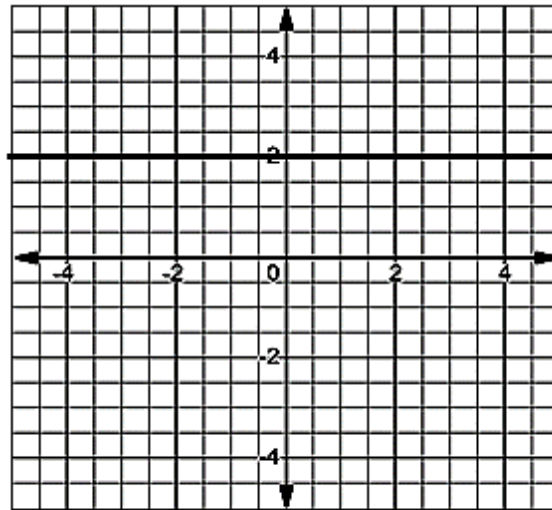
29. निम्न आलेख का संगत समीकरण बताओ।



Q. 29 (a) के लिए बाफ

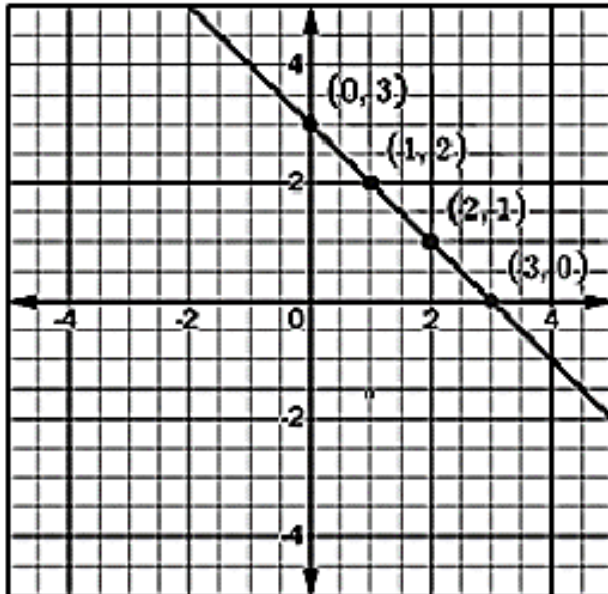


Q. 29 (b) के लिए बाफ

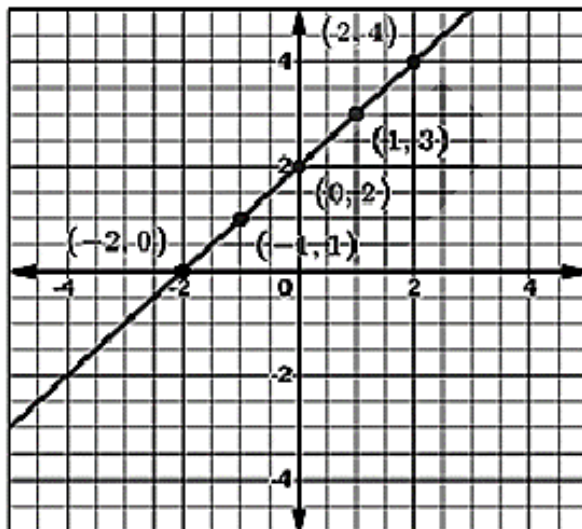


Q. 29 (c) के लिए बाफ

30. निम्न आलेख का संगत समीकरण बताओ।



Q 30 (a) के लिए बाफ



Q 30 (b) के लिए बाफ

## उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1.	$ax + b = 0, a \neq 0$	16.	$y = \frac{x - 4}{2}$
2.	$ax + by + c = 0, a, b \neq 0$	17.	$x = \frac{9 - y}{2}$
3.	अनंत हल	18.	$y = \frac{11 - 3x}{5}$ रेखा $x - \text{axis}$ को $(\frac{11}{3}, 0)$ पर प्रतिच्छेद करती है। रेखा $y - \text{axis}$ को $(0, \frac{11}{5})$ पर प्रतिच्छेद करती है।
4.	$a = 3, b = -\sqrt{2}, c = -8$	19.	(1, 1) (या कोई उपयुक्त उत्तर)
5.	$a = 2, b = 6, c = 0$	20.	(2, 1) (या कोई उपयुक्त उत्तर)
6.	$a = 1, b = -\frac{1}{5}, c = -10$	21.	$m = 0$
7.	$a + b + c = 2$	22.	$x = 4$
8.	$p = -3$	23.	$x = -21$
9.	$k = \frac{2}{3}$	24.	$k = \frac{-15}{7}$
10.	(2, 0)	25.	(a) $x - y - 7 = 0$ (b) $2x - y + 5 = 0$
11.	(0, 7)	26.	$x = 3, y = 1, (3, 1)$
12.	$= 2$	27.	$C = \frac{8 - 2x}{x}, x \neq 0$
13.	$y - \text{अक्ष}$	28.	$y = 3x, y = 15$
14.	$x - \text{अक्ष}$	29.	(a) $x = 2$ (b) $x = -2.5$ (c) $y = 2$
15.	2	30.	(a) $x + y = 3$ (b) $y - x = 2$

## अध्याय – 5

# यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

### याद रखने योग्य बिंदु

- अभिगृहीत या अभिधारणा ऐसी धारणाएँ हैं जो स्पष्ट सार्वभौमिक सत्य हैं। इन्हें सिद्ध नहीं किया जाता है।
- प्रमेय वे कथन हैं जो पहले सिद्ध किए गए परिभाषाओं, अभिगृहीतों, पहले सिद्ध किए गए कथनों, निगमनिक तर्क द्वारा सिद्ध किये जाते हैं।
- यूक्लिड के कुछ अभिगृहीत हैं:
  - (a) वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के बराबर हो, एक दूसरे के बराबर होती हैं।
  - (b) यदि बराबरों को बराबरों में जोड़ा जाए, तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।
  - (c) यदि बराबरों को बराबरों में से घटाया जाए, तो शेषफल भी बराबर होते हैं।
  - (d) वे वस्तुएँ जो परस्पर संपाती हो, एक दूसरे के बराबर होती हैं।
  - (e) पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।
  - (f) एक ही वस्तुओं के दुगुने परस्पर बराबर होते हैं।
  - (g) एक ही वस्तुओं के आधे परस्पर बराबर होते हैं।
- यूक्लिड की अभिधारणाएँ :

अभिधारणा 1: एक सीधी रेखा को किसी एक बिंदु से किसी अन्य बिंदु तक खींचा जा सकता है।

अभिधारणा 2: एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।

अभिधारणा 3: किसी को केंद्र मानकर और किसी त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जा सकता है।

अभिधारणा 4: सभी समकोण एक दूसरे के बराबर होते हैं।

अभिधारणा 5: यदि एक सीधी रेखा अन्य दो सीधी रेखाओं पर गिर कर अपने एक ही ओर दो अंतः कोण इस प्रकार बनाये कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो, तो वह दोनों सीधी रेखाएं अनिश्चित रूप से बढ़ाये जाने पर उसी तरफ मिलती हैं जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम हो।

### प्रश्नावली

उपयुक्त यूक्लिड के स्वयंसिद्ध / अभिधारणा को उपयोग करके निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दें:

1. कम से कम कितने भिन्न बिंदुओं से एक अद्वितीय रेखा खींची जा सकती है?
2. दो भिन्न रेखाएँ अधिकतम कितने बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती हैं ?
3. दो भिन्न तल अधिकतम कितने बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करते हैं?
4. तल में दो भिन्न बिंदुओं द्वारा अधिकतम कितनी रेखाएँ बनायीं जा सकती हैं ?
5. एक दी गई बिंदु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं?
6. एक रेखा में अधिकतम कितने बिंदु हो सकते हैं?
7. दिए हुए दो बिंदुओं P और Q से कितने रेखाखंड खींचे जा सकते हैं ?
8. तीन संरेखी बिंदुओं X, Y और Z द्वारा बनने वाले रेखाखंडों के नाम बताइए।
9. क्या किसी रेखा खंड की कोई लंबाई है?



10. ज्यामितीय रेखा का उदाहरण दीजिए।

11. एक किरण के कितने अंत बिंदु होते हैं?

12. पूर्ण और भाग के बीच संबंध बताइए।

13. दो सेल्समैन मार्च के महीने में चॉकलेट की समान बिक्री करते हैं। जून में, प्रत्येक सेल्समैन मार्च के महीने की तुलना में अपनी बिक्री को दोगुना कर देता है। जून में उनकी बिक्री की तुलना करें।

14. यदि  $a > b$  और  $b > c$  है, तो,  $a$  और  $c$  के बीच क्या संबंध है?

15. यदि  $a + b = 10$  है, तो  $a + b + x$  का मान ज्ञात कीजिए।

16. यदि B, A और C के बीच स्थित है और  $AC = 8\text{cm}$ ,  $BC = 3\text{m}$ , तो BA और  $(AB)^2$  क्या है?

17. यदि बिंदु P, M और N के बीच में स्थित है और C, MP का मध्य-बिंदु है, तो

(a)  $MN - NP - MC$  क्या है?

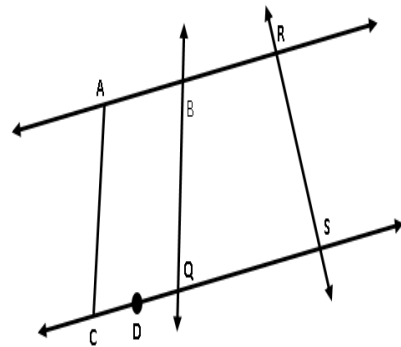
18. आकृति में निम्नलिखित के नाम बताइए

(a) 3 रेखाखंड

(b) 4 संरेख बिंदु

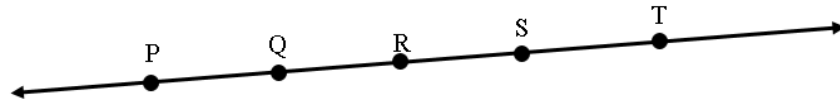
(c) अप्रतिच्छेदी रेखाखंडों का एक

युग्म



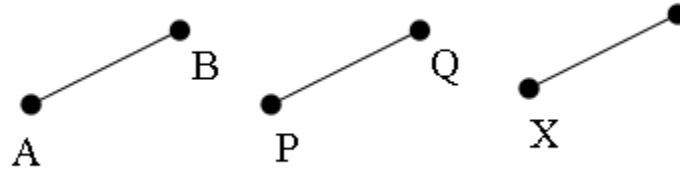
19. नीचे दी गई आकृति के संदर्भ में, यह बताएं कि कौन सा कथन सही है और कौन सा गलत है?

- (ii)  $PQ + QR = PR$
- (iii)  $PR + PS = PS$
- (iv) रेखाखंड PQ और PS संपाती है
- (v) बिंदु R, S और T, रेखा PQ पर स्थित है



20. निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है और कौन सा असत्य है?

- (a) यदि दो वृत्त समान हैं, तो उनकी त्रिज्या बराबर है।
- (b) आकृति में, यदि  $AB = PQ$  और  $PQ = XY$  है तो  $AB = XY$



- (c) एक सतह के किनारें वक्र हैं।
- (d) एक ठोस में तीन आयाम होते हैं।
- (e) यदि एक मात्रा B अन्य मात्रा A का एक भाग है, तो A को B और अन्य तीसरी मात्रा C के योग के रूप में लिखा जा सकता है।

21. यह ज्ञात है कि  $x + y = 10$  और  $x = z$ , तो  $y + z$  का मान ज्ञात कीजिए।

22. रिक्त स्थान भरें:

- (a) एक रेखा, एक समतल को \_\_\_\_\_ भागों में विभाजित करती है।
- (b) आयताकार चित्र \_\_\_\_\_ द्वारा बनाया जाता है।
- (c) पृष्ठ वह है जिसकी लम्बाई व \_\_\_\_\_ होती है पर \_\_\_\_\_ नहीं होती ।
- (d) एक बिंदु की \_\_\_\_\_ विमाएँ होती है ।
- (e) एक पृष्ठ की \_\_\_\_\_ विमाएँ होती है।

23. रिक्त स्थान भरें:

- (a) यदि दो वर्ग सर्वांगसम है तो उनकी \_\_\_\_\_ बराबर होगी ।
- (b) पिरामिड एक ऐसी ठोस आकृति है, जिसका आधार एक \_\_\_\_\_ होता है और जिसके पार्श्व फलक \_\_\_\_\_ होते हैं।
- (c) एक समतल में दो भिन्न \_\_\_\_\_ में एक से अधिक बिंदु उभनिष्ठ नहीं हो सकते ।
- (d) यदि एक रेखा और एक बिंदु (जो रेखा पर नहीं है) दिया हो तो, एक और केवल एक लंब रेखा होती है जो दिए गए बिंदु और रेखा से होकर गुजरती है और रेखा पर \_\_\_\_\_ हो ।
- (e) यदि AB, AC, AD, AR एक रेखा के समानांतर हैं, तो A, B, C, D और R \_\_\_\_\_ है।

24. बहुविकल्पीय प्रश्न: सही विकल्प चुनें।

- (a) “रेखाएँ समांतर होगी यदि वे एक दूसरे को न प्रतिच्छेद करती हों”, को \_\_\_\_\_ के रूप में कहा गया है।

(i) एक अभिगृहीत (ii) एक परिभाषा (iii) एक अभिधारणा (iv) सिद्ध करना

(b) निम्नलिखित में से किसको सिद्ध करने की आवश्यकता है?

(i) प्रमेय      (ii) अभिगृहीत      (iii) परिभाषा      (iv) अभिधारणा

(c) ठोस की परिसीमाएँ होती हैं

(i) रेखाएँ      (ii) पृष्ठीय      (iii) बिंदु      (iv) वक्रिय

(d) पृष्ठ की परिसीमाएँ होती हैं

(i) पृष्ठीय      (ii) रेखाएँ      (iii) बिंदु      (iv) वक्रिय या सीधी रेखाएँ

25. बहुविकल्पीय प्रश्न: सही विकल्प चुनें।

(a) तत्वों में कुल प्रस्तावों की संख्या है

(i) 465      (ii) 460      (iii) 13      (iv) 55

(b) सिंधु घाटी सभ्यता (लगभग 300 ईसा पूर्व) में निर्माण कार्य के लिए उपयोग की जाने वाली ईंटों की विमाएँ निम्न अनुपात में थीं

(i) 1:3:4      (ii) 4:2:1      (iii) 4:4:1      (iv) 4:3:2

(c) एक पिरामिड एक ठोस आकृति है, जिसका आधार है

(i) केवल एक त्रिभुज      (ii) केवल एक वर्ग

(iii) केवल एक आयत      (iv) कोई भी बहुभुज

(d) एक पिरामिड के पार्श्व फलक होते हैं

(i) त्रिभुज      (ii) वर्ग      (iii) बहुभुज      (iv) समलम्ब चतुर्भुज

## उत्तरमाला

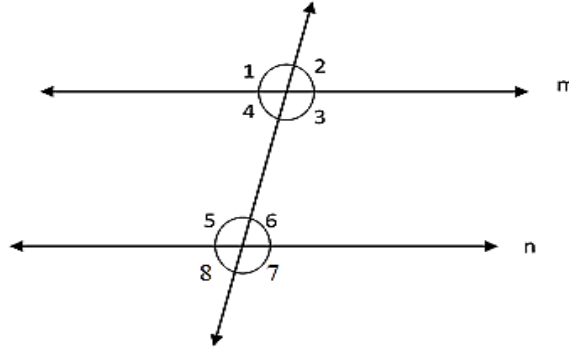
प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1.	2	19.	(a) सही
2.	1		(b) गलत
3.	अनंत		(c) गलत
4.	अद्वितीय (1)		(d) सही
5.	अनंत	20.	(a) सही
6.	अनंत		(b) सही
			(c) गलत
7.	1		(d) सही
8.	XY, YZ, ZX	(e) सही	
9.	सही (बिना चौड़ाई के)	21.	10
10.	दो दीवारों का मिलना	22.	(a) 2
			(b) सीधी रेखाओं
11.	एक	23.	(c) चौड़ाई , मोटाई
12.	पूर्ण > भाग		(d) 0
13.	बराबर		(e) 2
14.	$a > c$		(a) भुजाएँ
15.	$10 + x$	24.	(b) बहुभुज, त्रिभुज
			(c) रेखाएं
16.	5मी , 25 वर्ग मी		(d) लम्ब
17.	CP		(e) संरेखी
18.	(a) AC, BQ, RS या कोई अन्य तीन	25.	(a) (iii) एक अभिधारणा
			(b) (i) प्रमेय
18.	(b) C, D, Q, S (c) AC, BQ या कोई अन्य	25.	(c) (ii) पृष्ठीय
			(d) (iv) वक्रिय या सीधी रेखाएँ
18.	(a) AC, BQ, RS या कोई अन्य तीन	25.	(a) (i) 465
			(b) (ii) 4 : 2 : 1
18.	(b) C, D, Q, S (c) AC, BQ या कोई अन्य	25.	(c) (iv) कोई बहुभुज
			(d) (i) त्रिभुज

## अध्याय – 6

# रेखाएँ और कोण

### याद रखने योग्य बिंदु

- यदि एक रेखा पर एक किरण खड़ी होती है, तो दो आसन्न कोणों का योग  $180^\circ$  होता है। इस युग्म को रैखिक जोड़ी के रूप में जाना जाता है, तथा इस का विपरीत रूप भी सत्य होता है।
- यदि दो रेखाएँ एक-दूसरे को काटती हैं, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं। यदि कोई तिर्यक रेखा दो समानांतर रेखाओं को काटता है, तो (संदर्भ चित्र देखें)



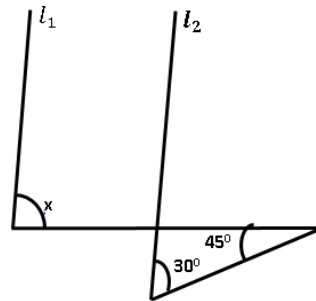
- (a) संगत कोणों की प्रत्येक जोड़ी समान है, उदाहरण  $\angle 1 = \angle 5$ ,  $\angle 4 = \angle 8$ .
- (b) एकांतर अंतः कोणों की प्रत्येक जोड़ी बराबर होती है उदाहरण  $\angle 4 = \angle 6$ ,  $\angle 3 = \angle 5$
- (c) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतःकोण संपूरक होते हैं।

उदाहरण के लिए:  $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ ,  $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$

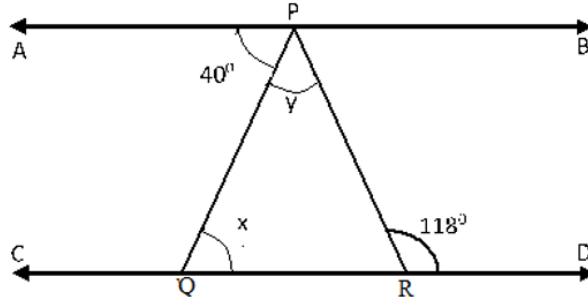
- यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस तरह प्रतिच्छेद करती है, कि या संगत कोणों की कोई एक जोड़ी बराबर होती है, या एकांतर अन्तःकोणों की कोई एक जोड़ी बराबर होती है, या तिर्यक रेखा के एक ही तरफ अन्तः कोणों की कोई एक जोड़ी संपूरक होती है, रेखाएँ समानांतर होती हैं।
- दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ एक ही रेखा के समानांतर नहीं हो सकती हैं।
- वे रेखाएँ जो किसी दी गई रेखा के समानांतर होती हैं, एक दूसरे के समानांतर होती हैं।
- त्रिभुज के तीन अन्तः कोणों का योग  $180^\circ$  होता है।
- एक त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाए जाने पर, त्रिभुज का एक बहिष्कोण दोनों संगत अंतः अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।

### प्रश्नावली

1. एक सीधी रेखा पर दो आसन्न कोण  $5 : 4$  के अनुपात में हैं। प्रत्येक कोण का माप क्या होगा?
2. यदि दो कोणों के माप  $25^\circ - x$  और  $135^\circ + 2x$  हैं तथा ये एक दूसरे के संपूरक हों तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।
3. यदि कोई कोण अपने संपूरक कोण का एक-तिहाई हों तो कोण का मान ज्ञात कीजिये।
4. दी गई आकृति में यदि  $l_1 \parallel l_2$  हों तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।



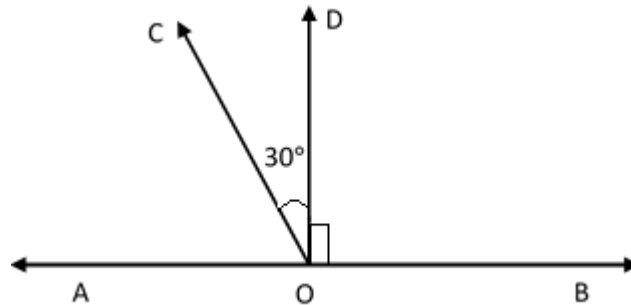
5. दी गई आकृति में यदि  $AB \parallel CD$  हों,  $\angle APQ = 40^\circ$  और  $\angle PRD = 118^\circ$  तो  $x$  और  $y$  ज्ञात कीजिये।



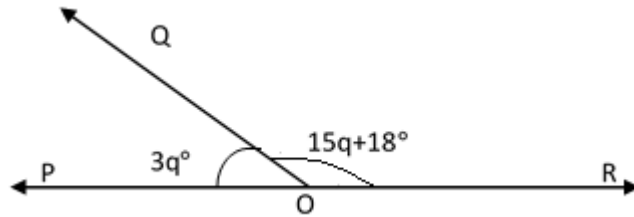
6.  $\triangle ABC$  में,  $\angle A - \angle B = 30^\circ$ ,  $\angle B - \angle C = 15^\circ$ .  $\angle B$  का मान ज्ञात कीजिये।
7.  $\triangle ABC$  में,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$ ,  $\angle B$  और  $\angle C$  के समद्विभाजक बिंदु  $O$  पर मिलते हैं, तो  $\angle BOC$  का मान ज्ञात कीजिए।
8. यदि  $x$ ,  $y$  और  $z$  एक त्रिभुज के आंतरिक कोण हैं और  $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$ , तो त्रिभुज के सबसे बड़े कोण का मान ज्ञात कीजिये।
9. यदि एक पहिये में 6 डंडे समान रूप से लगे हैं, तो दो आसन्न डंडों के बीच के कोण का माप ज्ञात कीजिये।
10. एक सम्पूरक युग्म का एक कोण दूसरे कोण का दुगना है कोणों का मान ज्ञात कीजिये।
11. यदि एक कोण अपने पूरक कोण का आधा है, तो उस कोण का माप ज्ञात करें।
12. एक कोण अपने पूरक कोण से 20 अधिक है तो कोणों का मान ज्ञात कीजिये।
13. एक कोण अपने पूरक कोण से 5 गुना है, तो उस कोण का माप ज्ञात करें।
14. एक कोण के पूरक और सम्पूरक का अनुपात 2: 5 है, तो उस कोण का माप ज्ञात करें।



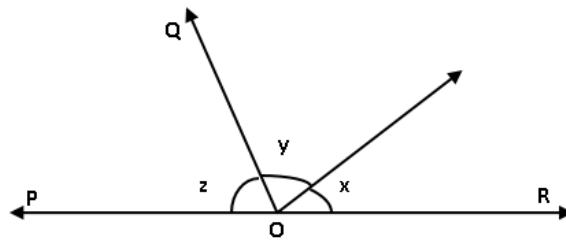
15. एक त्रिभुज के तीनों कोणों का माप  $\frac{x}{2} + 10^\circ$ ,  $\frac{x}{3} + 30^\circ$  तथा  $x - 25^\circ$  हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।
16. यदि  $\triangle ABC$  की भुजा BC को बिंदु D तक इस प्रकार बढ़ाया जाये कि  $\angle ACD = 120^\circ$  तथा  $\angle B = \frac{1}{2} \angle A$ , तो  $\angle A$  का मान ज्ञात कीजिये।
17. एक त्रिभुज का बाहरी कोण  $108^\circ$  है। यदि त्रिभुज के संगत अन्तः अभिमुख कोण 4: 5 के अनुपात में हैं, तो त्रिभुज के अन्तः कोणों का मान ज्ञात कीजिये।
18. एक त्रिभुज का बाह्य कोण  $93^\circ$  है। यदि अन्तः अभिमुख कोणों में एक कोण दूसरे कोण से 19 अधिक है तो त्रिभुज के सबसे छोटे कोण का मान ज्ञात कीजिये।
19. यदि  $\frac{x}{2} - 19^\circ$  तथा  $\frac{x}{3} + 14^\circ$  एक दूसरे के पूरक कोण हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।
20.  $\triangle ABC$  में,  $2\angle A = 3\angle B = 6\angle C$ , त्रिभुज का सबसे छोटा कोण ज्ञात कीजिए।
21. यदि  $OD \perp AB$  तथा  $\angle DOC = 30^\circ$ , तो  $(\angle BOA - \angle BOC)$  का मान ज्ञात कीजिये।



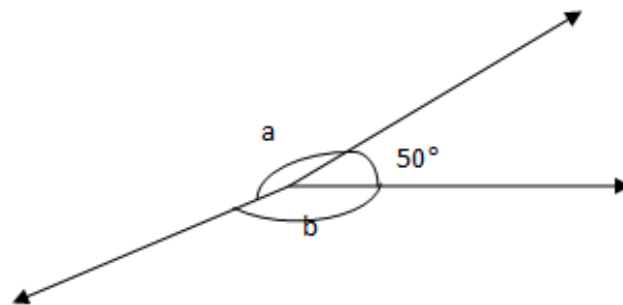
22. दी गई आकृति में,  $q$  का मान ज्ञात कीजिये।



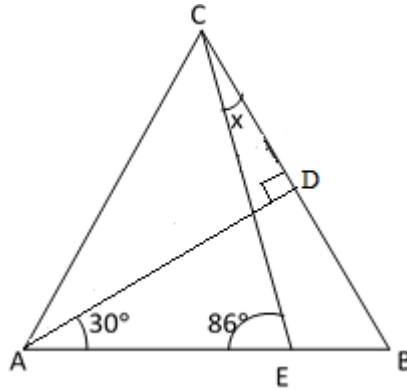
23. दी गई आकृति में, यदि  $x = 58^\circ$  तथा  $y = 42^\circ$  हो तो  $z$  के आधे का मान ज्ञात कीजिये।



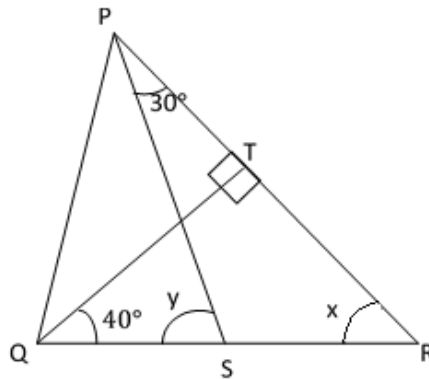
24. दी गई आकृति में,  $(a + b)$  का मान ज्ञात कीजिये।



25. यदि  $\angle ADB$  समकोण हो तो,  $x$  का मान ज्ञात कीजिये ।



26. दी गई आकृति में,  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिये ।



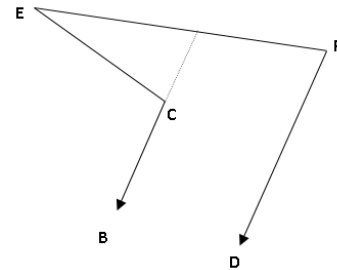
27. एक त्रिभुज के तीन कोणों का अनुपात 2: 4: 3 है। त्रिभुज के सबसे छोटे कोण का मान ज्ञात कीजिये।

28. यदि  $(5y + 62)^\circ$  और  $(22 + y)^\circ$  सम्पूरक है तो,  $y$  का मान ज्ञात कीजिये।

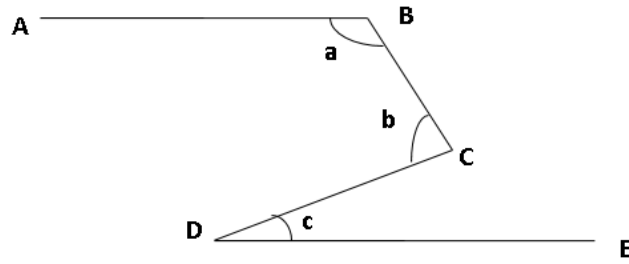
29. दी गई आकृति में, यदि  $AB \parallel CD$ ,  $\angle ABE = 130^\circ$

और  $\angle BED = 20^\circ$  तो,  $\angle EDC$

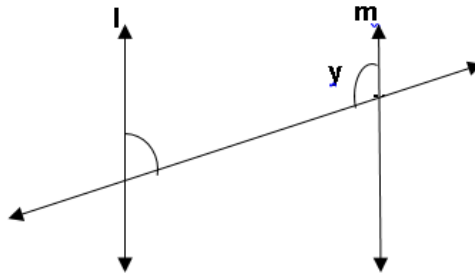
का मान ज्ञात कीजिये।



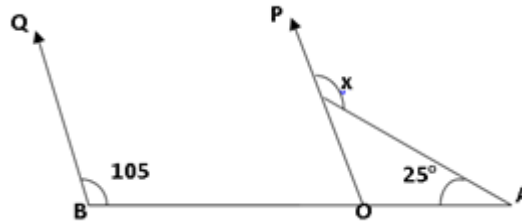
30. दी गई आकृति में, यदि  $AB \parallel DE$  तो  $(a + b - c)$  का मान ज्ञात कीजिये।



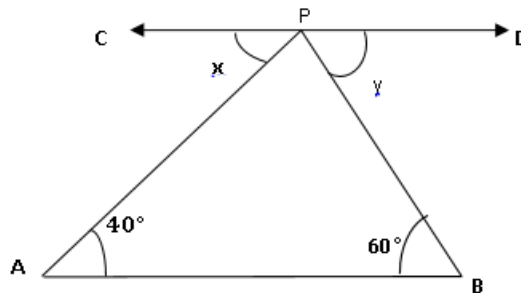
31. दी गई आकृति में, यदि  $l \parallel m$  है तो  $x$  का मान  $y$  के रूप में ज्ञात कीजिये।



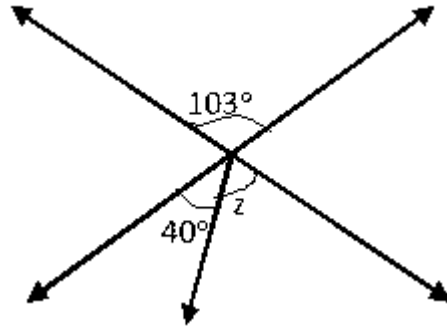
32. यदि  $BQ \parallel OP$  है तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।



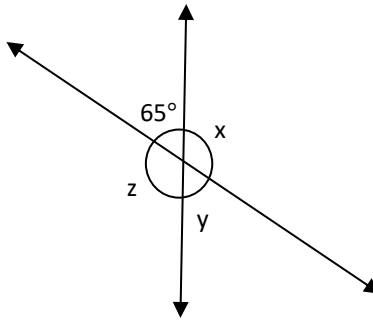
33. यदि  $AB$  और  $CD$  समानांतर हैं, तो  $x + y$  का मान ज्ञात करें।



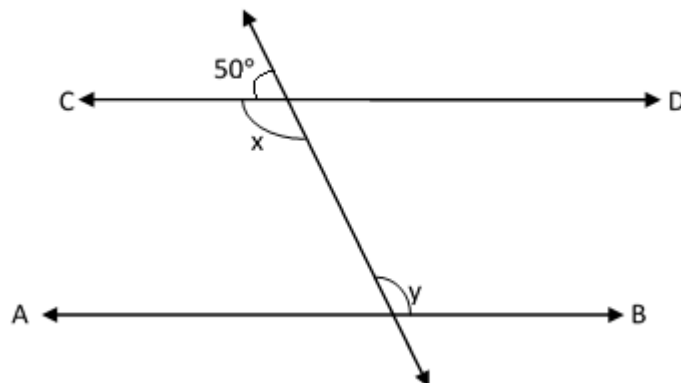
34. कोण  $z$  का मान ज्ञात कीजिए।



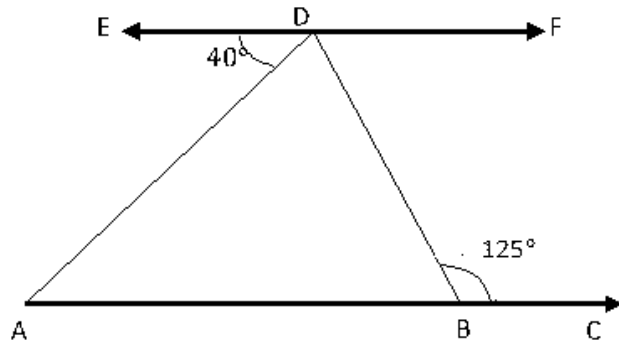
35.  $x$ ,  $y$  और  $z$  का मान ज्ञात कीजिए।



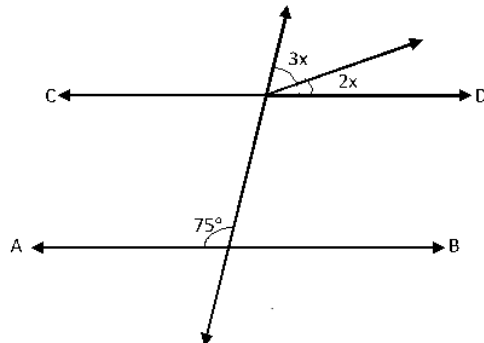
36. यदि  $AB \parallel CD$   $x$  और  $y$  का मान ज्ञात करें।



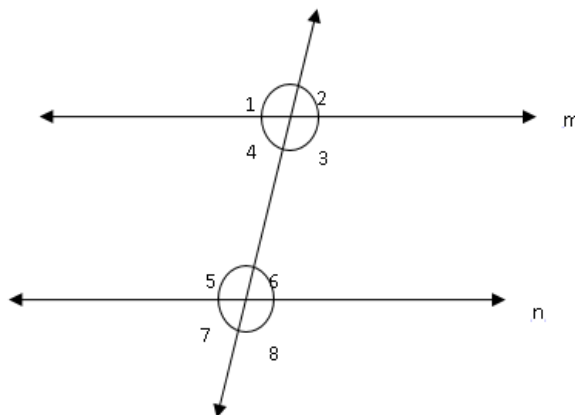
37. यदि  $AC \parallel EF$ ,  $\angle ADB$  का मान ज्ञात करें |



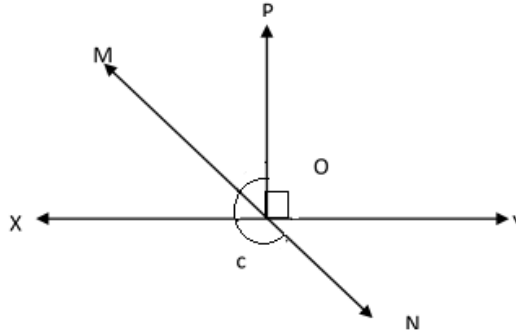
38. यदि  $AB \parallel CD$ ,  $x$  का मान ज्ञात करें |



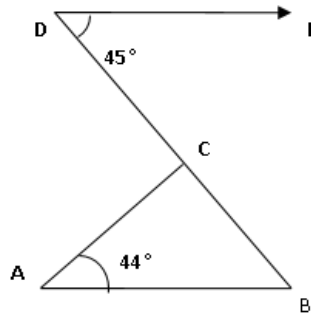
39. यदि  $m \parallel n$  और  $\angle 1 = 110^\circ$ , तब  $\angle 7$  ज्ञात करें।



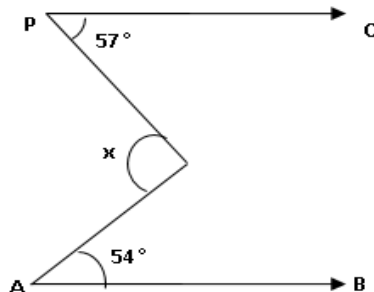
40. दिए गई आकृति में, रेखाएँ XY और MN को O पर प्रतिच्छेद करती हैं, यदि  $\angle POY = 90^\circ$ ,  
 $\angle POM : \angle MOX = 2 : 3$ , c का मान ज्ञात करें।



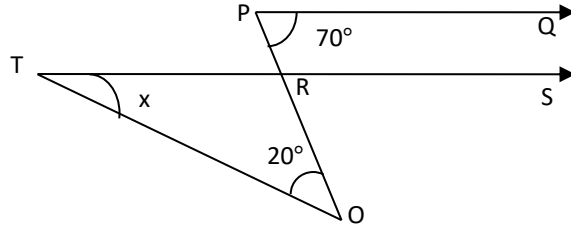
41. यदि एक कोण का पूरक कोण अपने सम्पूरक का एक तिहाई हो तो कोण ज्ञात कीजिये।
42. यदि  $AB \parallel DE$ ,  $\angle ACB$  का मान ज्ञात कीजिए।



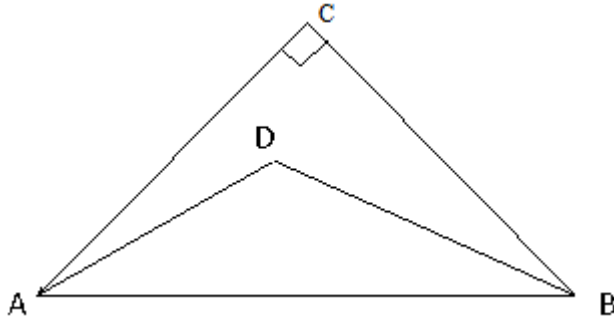
43. यदि  $AB \parallel PQ$ , x का मान ज्ञात कीजिए।



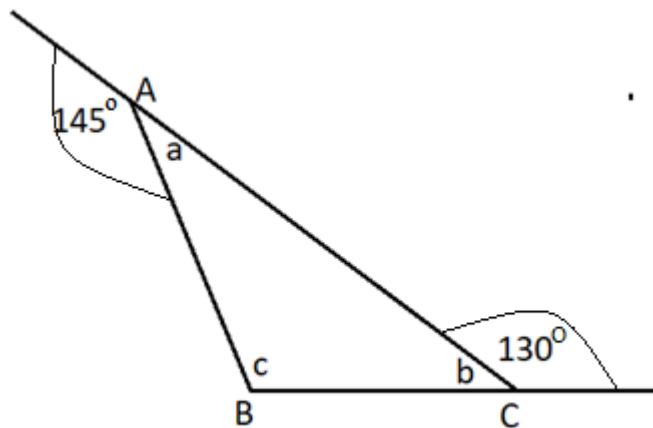
44. यदि  $PQ \parallel TS$ ,  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



45. यदि  $AD$  और  $BD$  क्रमशः  $\angle CAB$  और  $\angle CBA$  के समद्विभाजक हैं, तथा  $\angle ACB = 90^\circ$  तो  $\angle ADB$  का मान ज्ञात कीजिए।



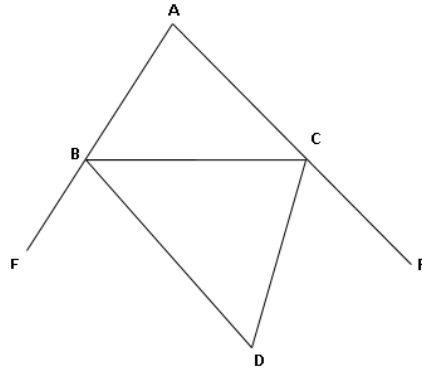
46. दी गई आकृति में,  $c$  का मान ज्ञात कीजिए।





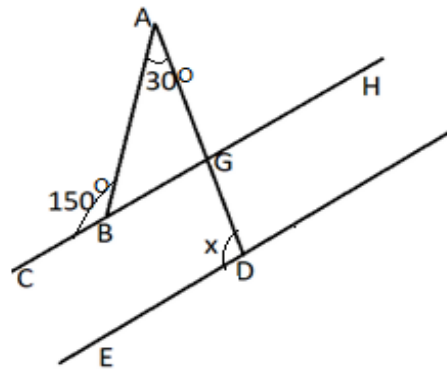
47. आकृति में BD और CD, B और C के बाहरी कोणों के समद्विभाजक है यदि

$\angle BAC = 80^\circ$  हो तो  $\angle BDC$  का मान ज्ञात कीजिए।



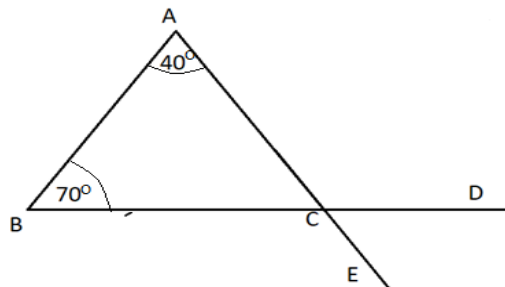
48. दी गई आकृति में  $x$  का मान ज्ञात कीजिये यदि  $BC \parallel DE$  और  $\angle ABC =$

$150^\circ$  और  $\angle BAD = 30^\circ$ ।

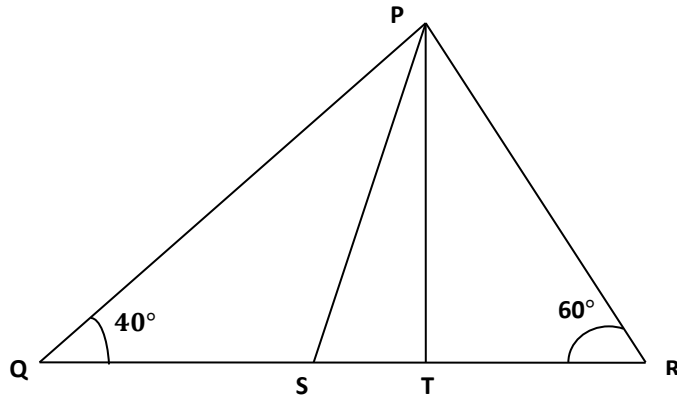


49. दी गई आकृति में यदि,  $\angle A = 40^\circ$  और  $\angle B = 70^\circ$ , तो  $\angle BCE$  का मान ज्ञात

कीजिये ।



50. आकृति में PS,  $\angle QPR$  का समद्विभाजक है,  $PT \perp QR$ ,  $\angle PRT = 60^\circ$ ,  $\angle PQS = 60^\circ$ ,  
हो तो  $\angle SPT$  का मान ज्ञात कीजिए।



## उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1	$100^\circ, 80^\circ$	26	$x = 50^\circ, y = 80^\circ$
2	$20^\circ$	27	$40^\circ$
3	$45^\circ$	28	$y = 16$
4	$x = 75^\circ$	29	$110^\circ$
5	$x = 40^\circ, y = 78^\circ$	30	$180^\circ$
6	$55^\circ$	31	$180^\circ - y^\circ$
7	$120^\circ$	32	$130^\circ$
8	$80^\circ$	33	$100^\circ$
9	$60^\circ$	34	$63^\circ$
10	$120^\circ, 60^\circ$	35	$x = 115^\circ, y = 65^\circ, z = 115^\circ$
11	$30^\circ$	36	$x = 130^\circ$ तथा $y = 130^\circ$
12	$35^\circ, 55^\circ$	37	$85^\circ$
13	$150^\circ$	38	$21^\circ$
14	$30^\circ$	39	$70^\circ$
15	$90^\circ$	40	$216^\circ$
16	$80^\circ$	41	$45^\circ$
17	$48^\circ, 60^\circ, 72^\circ$	42	$91^\circ$
18	$37^\circ$	43	$111^\circ$
19	$114^\circ$	44	$50^\circ$
20	$30^\circ$	45	$135^\circ$
21	$60^\circ$	46	$C = 95^\circ$
22	$q = 9$	47	$50^\circ$
23	$40^\circ$	48	$120^\circ$
24	$310^\circ$	49	$110^\circ$
25	$26^\circ$	50	$10^\circ$

## अध्याय – 7

# त्रिभुज

### याद रखने योग्य बिंदु

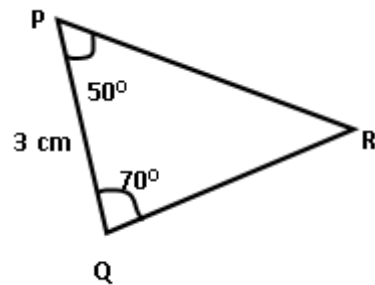
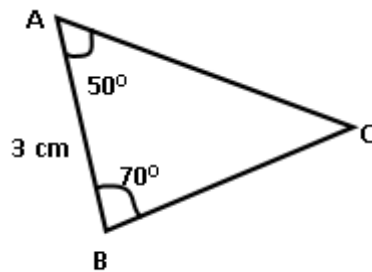
- दो आकृतियाँ सर्वांगसम हैं, यदि वे समान आकार और समान माप की हैं।
- यदि दो त्रिभुज  $ABC$  और  $XYZ$  संगतता  $A \leftrightarrow X$ ,  $B \leftrightarrow Y$  और  $C \leftrightarrow Z$ , के अंतर्गत सर्वांगसम हैं, तो उन्हें सांकेतिक रूप में  $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$  लिखते हैं।
- यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हो तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (SAS सर्वांगसमता नियम)
- यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (ASA सर्वांगसमता नियम)
- यदि एक त्रिभुज के दो कोण और एक भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और संगत भुजा के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (AAS सर्वांगसमता नियम)
- यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (RHS सर्वांगसमता नियम)

- यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (SSS सर्वांगसमता नियम)
- त्रिभुज की बराबर भुजाओं के विपरीत कोण बराबर होते हैं।
- एक त्रिभुज के बराबर कोणों की विपरीत भुजा (पक्ष) समान हैं।
- एक समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण  $60^\circ$  होता है।
- एक बाह्य बिंदु से दी गई रेखा पर पड़ने वाली रेखाखंडों में से लम्बवत रेखाखंड सबसे छोटा होता है।
- एक त्रिभुज में, सबसे लंबी भुजा के विपरीत कोण सबसे अधिक माप का होता है।
- एक त्रिभुज में, बड़े कोण के विपरीत भुजा (पक्ष) लंबी होती है।
- त्रिभुज के किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है।
- त्रिभुज की किन्हीं भी दो भुजाओं के बीच का अंतर उसकी तीसरी भुजा से कम होता है।

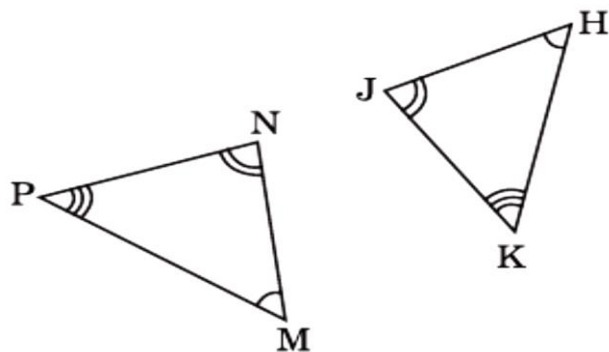
### प्रश्नावली

1. निम्नलिखित त्रिभुजों की सर्वांगसमता में सर्वांगसमता का कौन सा नियम लगता है ?

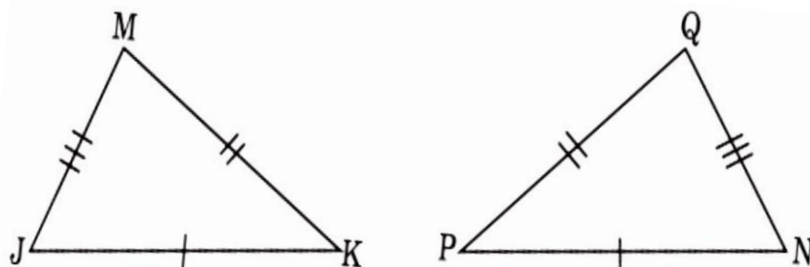
(i)



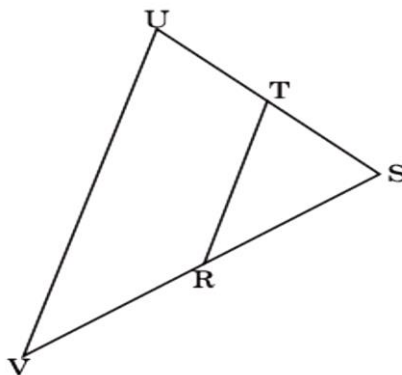
(ii)



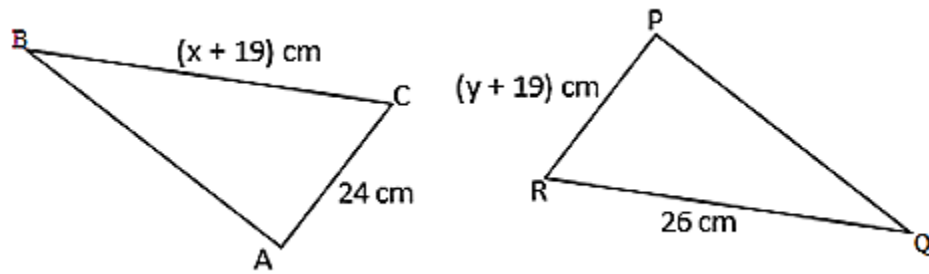
(iii)



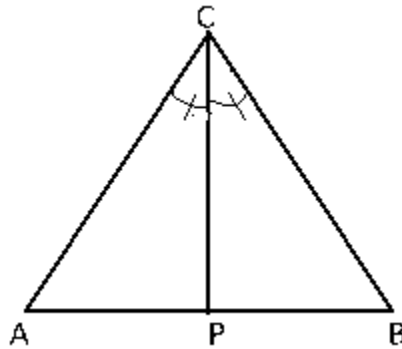
2. यदि बिंदु T, R क्रमशः भुजा SU तथा SV के मध्य-बिंदु है, और  $RT = x$  सेमी है  
यदि  $x^2 - 2x + 1 = 0$ , तो UV का मान ज्ञात कीजिए ।



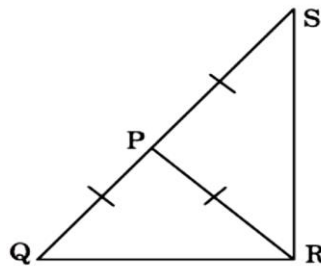
3. त्रिभुज ABC में, कोण A की माप  $25^\circ$  और कोण B की माप  $90^\circ$  से अधिक है तो कोण C,  $x^\circ$  से कम होना चाहिए,  $x$  का मान ज्ञात करें?
4. यदि  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ , तो  $(x - y)^2 + (x + y)^2$  का मान ज्ञात करें।



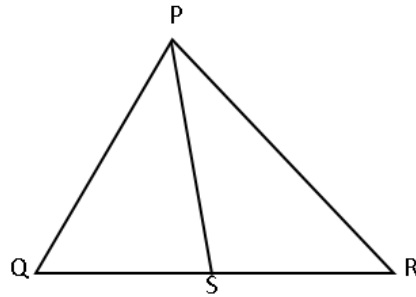
5. आकृति में,  $CP, \angle C$  समद्विभाजक है और  $CA = CB$  है, तो  $\triangle CAP$  और  $\triangle CBP$  कौन-से नियम से सर्वांगसम होंगे?



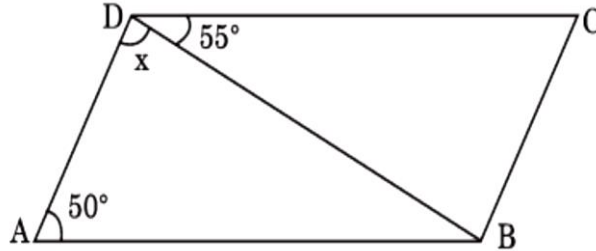
6. आकृति में,  $PQ = PR = PS$ , तो  $(3\angle QRS - 2\angle SQR - \angle QSR)$  का मान ज्ञात करें।



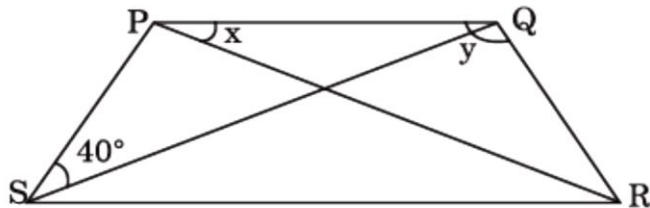
7. यदि किसी त्रिभुज की तीन भुजाओं की लंबाई क्रमशः 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी है, तो दिए गए त्रिकोण के कर्ण की माध्यिका की लंबाई (सेमी में) ज्ञात करें।
8. आकृति में,  $PQ = PS = SR$  और  $\angle QPS = 40^\circ$ , तो  $\angle QPR$  का मान ज्ञात करें।



9. आकृति में,  $x$  का मान ज्ञात करें यदि  $BC = AD$  और  $AB = CD$  हैं।



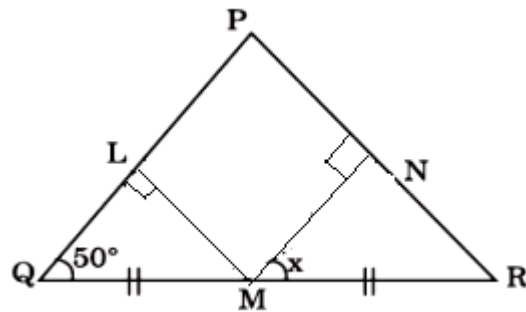
10. आकृति में,  $PQ \parallel SR$  और  $PQ = QR$  तो  $(2x + y)$  का मान ज्ञात करें।



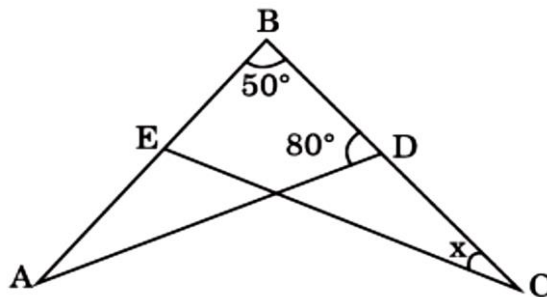
11. एक त्रिभुज PQR में,  $\angle Q$  और  $\angle R$  के आंतरिक कोणीय समद्विभाजक एक बिंदु O पर मिलते हैं। यदि  $\angle P = 110^\circ$  है तो  $\angle QOR$  का मान बताइए।



12. एक त्रिभुज  $XYZ$  में,  $XA$ ,  $YZ$  पर कोण समद्विभाजक है। यदि त्रिभुज की अर्ध-परिधि 12 सेमी है और  $XY = 12$  सेमी,  $YZ = 6$  सेमी, तो  $YA:AZ$  का अनुपात बताइए।
13. एक त्रिभुज  $ABC$  में,  $AX$ ,  $BC$  पर कोण समद्विभाजक है। यदि त्रिभुज की अर्ध-परिधि 9सेमी है और  $AB = 4$ सेमी,  $BC = 6$  सेमी, तो  $BX:XC$  का अनुपात बताइए।
14. आकृति में,  $LM = MN$ ,  $QM = MR$ ,  $ML \perp PQ$ ,  $MN \perp PR$ ,  $\angle Q = 50^\circ$ , तो  $x$  का मान बताइए।

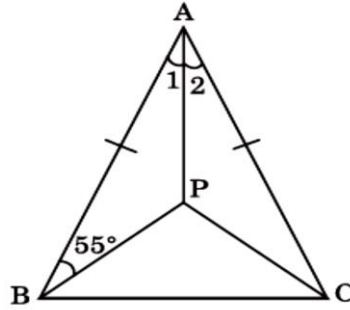


15. आकृति में,  $AB = BC$  और  $\angle A = \angle C$ , तो  $x$  का मान ज्ञात करें।

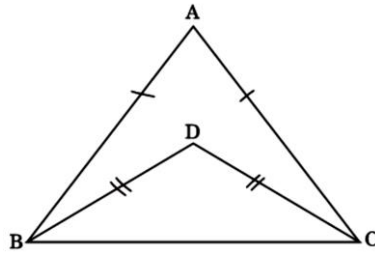


16.  $\triangle PQR$  में,  $\angle P - \angle Q = 16^\circ$ ,  $\angle Q - \angle R = 28^\circ$ , तो  $\angle Q$  का मान ज्ञात करें।

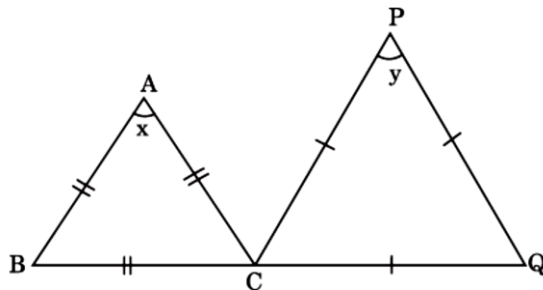
17.  $\triangle ABC$  में,  $AB = AC$  और  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle A = 40^\circ$  तो  $\angle PBC$  और  $\angle PCA$  का मान ज्ञात करें।



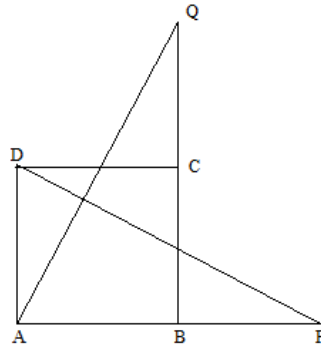
18. आकृति में,  $\angle ABD : \angle ACD$  का मान ज्ञात करें।



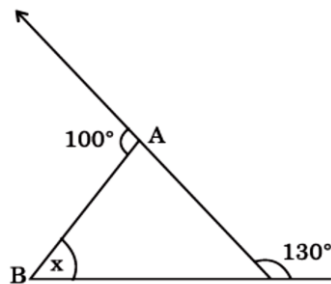
19.  $\triangle ABC$  में, C एक समकोण है तथा  $AC = 12$  सेमी,  $BC = 5$  सेमी, तो AB का मान ज्ञात करें।
20.  $\triangle PQR$  में, R एक समकोण है तथा  $PR = 7$  सेमी,  $QR = 24$  सेमी, तो PQ का मान ज्ञात करें।
21. आकृति में,  $(x + y)$  का मान ज्ञात करें।



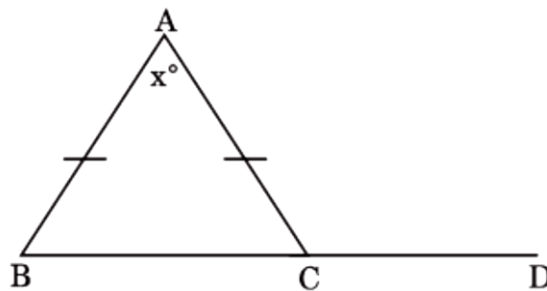
22. आकृति में, ABCD एक वर्ग है। भुजाओं AB और BC को P और Q को इस तरह बढ़ाया जाता है कि  $BP = CQ$ । यदि  $DP = 7$  सेमी, AQ का मान ज्ञात करें।



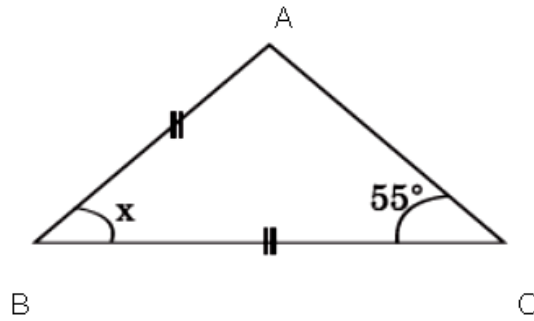
23. आकृति में,  $x$  का मान ज्ञात करें।



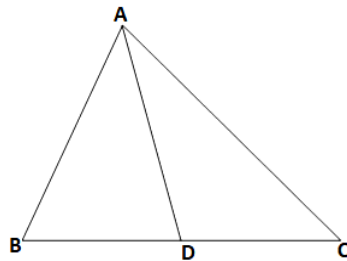
24. आकृति में,  $AB = AC$  और  $\angle ACD = 110^\circ$ ,  $x$  का मान ज्ञात करें ।



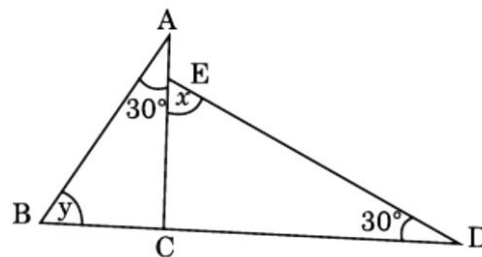
25. आकृति में,  $x$  का मान ज्ञात करें |



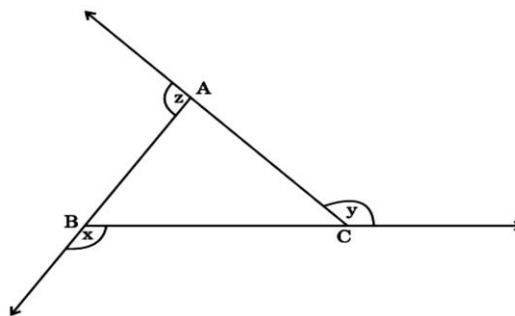
26.  $\triangle ABC$  में,  $\angle B = 65^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$  और  $\angle BAC$  का समद्विभाजक BC को D पर मिलता है तो  $\angle DAC : \angle C$  मान ज्ञात करें |



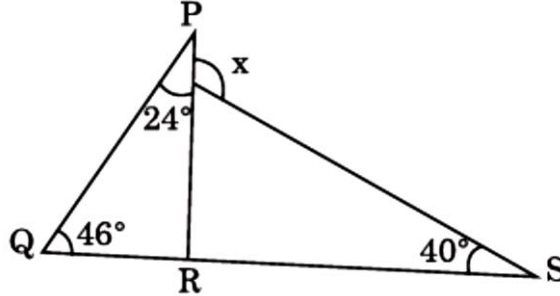
27. आकृति में,  $\angle A = \angle D = 30^\circ$ ,  $(x + y)$  का मान ज्ञात करें|



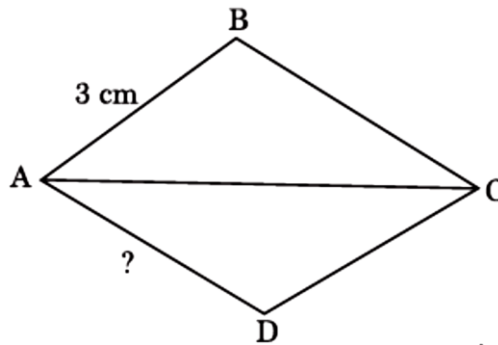
28. आकृति में,  $(x + y + z)$  का मान ज्ञात करें|



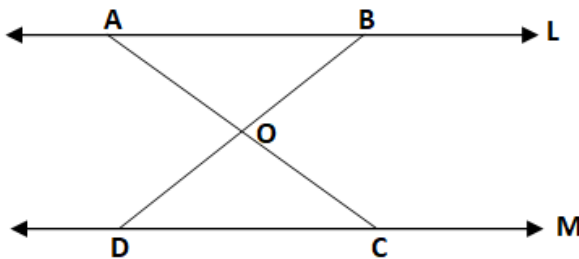
29. आकृति में,  $\angle P = 24^\circ$ ,  $\angle Q = 46^\circ$  और  $\angle S = 40^\circ$ , तो  $x$  का मान ज्ञात करें।



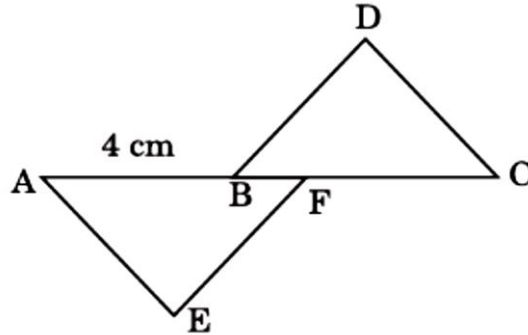
30. आकृति में, AC,  $\angle A$  और  $\angle C$  का समद्विभाजक है यदि  $AB = 3 \text{ cm}$ , तो AD का मान ज्ञात करें।



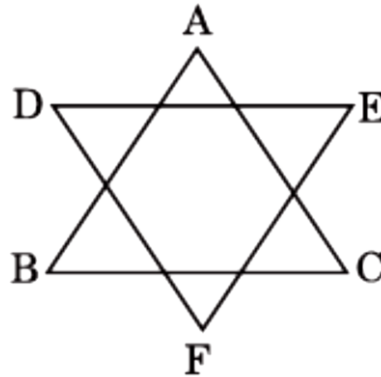
31. आकृति में,  $L \parallel M$ ,  $AB = DC$ , तो  $AC + BD$  का मान ज्ञात करें, यदि  $OB = 3.5 \text{ cm} = OC$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$  है।



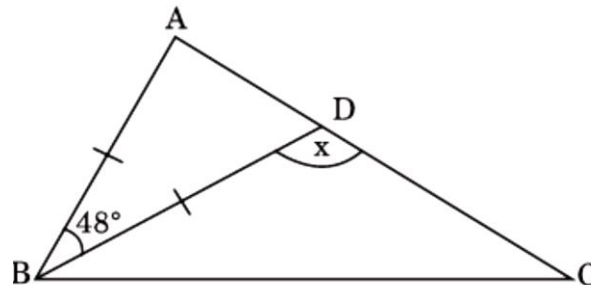
32. आकृति में,  $\triangle DBC \cong \triangle EAF$ , यदि  $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $FC$  का मान ज्ञात करें।



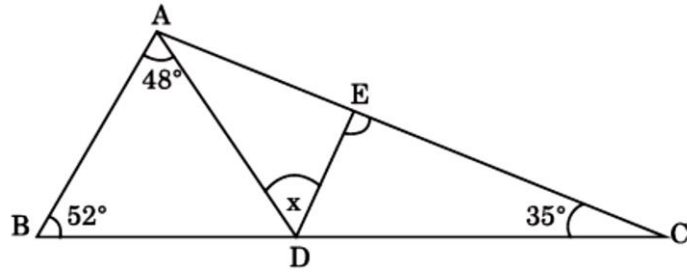
33. आकृति में,  $\triangle ABC$  और  $\triangle DEF$  समबाहु त्रिभुज हैं, तो  $(3\angle A - 2\angle E)$  का मान ज्ञात करें।



34. आकृति में, यदि  $AB = DB$ ,  $\angle ABD = 48^\circ$  तो  $x$  का मान ज्ञात करें।

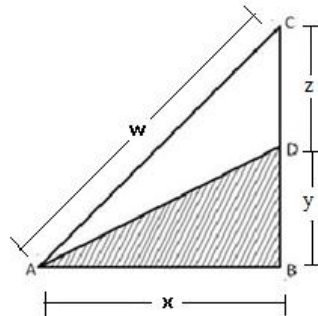


35. आकृति में, यदि  $\angle DEC = 90^\circ$ , तो  $x$  का मान ज्ञात करें।



36. यदि एक त्रिभुज का एक कोण, दूसरे दो कोणों के योग के बराबर है तो यह किस प्रकार का त्रिभुज है?
37. यदि  $\triangle PQR$  में  $\angle Q$  एक समकोण है, तो त्रिभुज की सबसे लम्बी भुजा का नाम बताओ तथा भुजा PQ तथा PR में सम्बन्ध बताइए ।
38.  $\triangle ABC$  में,  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle B = 50^\circ$ , तो त्रिभुज की सबसे लम्बी भुजा बताइए ।
39. एक त्रिभुज का केन्द्रक, मध्यिका को किस अनुपात में बांटता है?
40. एक समद्विबाहु त्रिभुज के आधार कोण और ऊर्ध्वाधर कोण के बीच का अनुपात 5:2 हैं, तो त्रिभुज के सभी कोण का मान बताइए ।
41. एक त्रिभुज के आधार की लंबाई इसकी ऊंचाई से 4 सेमी कम है। त्रिभुज का क्षेत्रफल 96 वर्ग सेमी है। आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए।
42. समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण 100 सेमी है, यदि आधार 36 सेमी है तो समान भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
43. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 615 वर्ग सेमी है। इसकी एक भुजा की लंबाई 123 सेमी है, तो फिर लंबवत की लंबाई क्या है जो उस भुजा पर विपरीत शीर्ष से खींचा जाता है?

44.  $\triangle XYZ$  में, M और N क्रमशः XZ और YZ पर बिंदु हैं, और MN, YZ का लंब समद्विभाजक है। यदि  $XM = XY$  और  $\angle XYZ = 90^\circ$ , तो  $\angle XZY$  की माप बताइए।
45.  $\triangle LMN$  में, माध्यिका MX और NY एक दूसरे के लंबवत हैं और Z पर मिलते हैं। यदि  $MX = 8$  सेमी,  $NY = 12$  सेमी, तो  $\triangle LMN$  का क्षेत्रफल बताइए।
46. एक समबाहु त्रिभुज के तीनों भुजाओं का योग  $72\sqrt{3}$  सेमी है। त्रिभुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
47. त्रिभुजPQR में, S और T क्रमशः भुजा PR और PQ के मध्यबिंदु हैं। माध्यिका QS और RT, U पर काटते हैं तो (क्षेत्रफलPQU): (क्षेत्रफलPQR) ज्ञात करें।
48. एक त्रिभुज की तीन भुजाओं की लंबाई 5:12:13 के अनुपात में है। इस त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा और सबसे छोटी भुजा के बीच में 1.6 सेंटीमीटर का अंतर है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
49. यदि छायांकित क्षेत्र त्रिभुज ABC का आधा क्षेत्र है, और कोण ABC समकोण है, तो केवल w और y के संदर्भ में खंड AD की लंबाई ज्ञात करें।



50. सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए, जिसे लंबाई 'l' इकाई और चौड़ाई 'w' इकाई वाले आयत में फिट किया जा सकता है?



उत्तरमाला

1	(i)ASA	26	7 : 9
	(ii) त्रिभुजसर्वांगसम नहीं भी हो सकते (iii) SSS	27	120°
2	2 सेमी	28	360°
3	x = 65	29	110°
4	148	30	3 सेमी
5	SAS	31	14 सेमी
6	135°	32	4 सेमी
7	6.5 सेमी	33	60°
8	75°	34	114°
9	75°	35	45°
10	180°	36	समकोण त्रिभुज
11	145°	37	PR, PR > PQ
12	2:1	38	AB
13	1 : 2	39	2 : 1
14	40°	40	आधार कोण - 75°, 75° शीर्ष कोण- 30°
15	50°		
16	64°	41	12 सेमी
17	15°, 55°	42.	32 सेमी
18	1 : 1	43	10 सेमी
19	13 सेमी	44	30°
20	25 सेमी	45	48 वर्ग सेमी
21	120°	46	36 सेमी
22	7 सेमी	47	1 : 3
23	50°	48	1.2 वर्ग सेंटीमीटर
24	40°	49	$AD = \sqrt{w^2 - 3y^2}$
25	70°	50	$\frac{1}{2}lw$ वर्ग इकाई

## अध्याय - 8

# चतुर्भुज

### याद रखने योग्य बिंदु

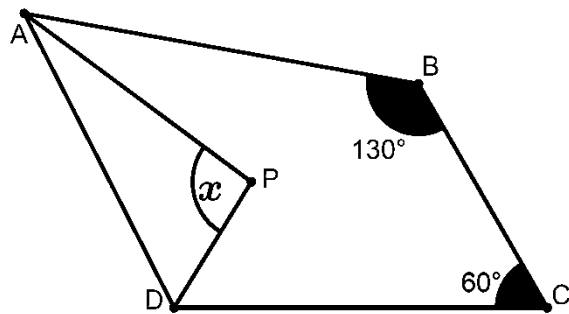
- किसी चतुर्भुज के कोणों का योग  $360^\circ$  होता है।
- समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।
- एक समांतर चतुर्भुज में : (i) सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म बराबर होते हैं (ii) सम्मुख कोणों के दोनों युग्म बराबर होते हैं (iii) विकर्ण परस्पर एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
- एक चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है, यदि (i) सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म बराबर हो, (ii) सम्मुख कोणों के दोनों युग्म बराबर हो (iii) विकर्ण परस्पर एक दूसरे को समद्विभाजित करते हो (iv) सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर हो।
- आयत के विकर्ण बराबर होते हैं और परस्पर समद्विभाजित करते हैं । इसका विलोम भी सत्य है।
- समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं। इसका विलोम भी सत्य है।
- वर्ग के विकर्ण बराबर होते हैं और परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं। इसका विलोम भी सत्य है।

- किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखंड तीसरी भुजा के समांतर होता है और उसका आधा होता है।
- किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिन्दु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।
- किसी चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को एक क्रम से मिलाने वाले रेखाखंडों द्वारा बना चतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज होता है।
- दो सर्वांगसम आकृतियों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं, परन्तु इसका विलोम आवश्यक रूप से सत्य नहीं है।
- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं।
- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके आधार और संगत शीर्षलम्ब का गुणनफल होता है।
- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले समांतर चतुर्भुज समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं।
- यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज समान आधार (या बराबर आधार) और समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।
- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं।
- त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके आधार और संगत शीर्षलम्ब के गुणनफल का आधा होता है।

- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुज समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं।
- त्रिभुज की एक माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।

### प्रश्नावली

1. एक चतुर्भुज के कोण 3: 6: 8: 13 के अनुपात में हैं। सबसे बड़े कोण का मान ज्ञात कीजिए।
2. चतुर्भुज के कोण  $x^\circ$ ,  $(x - 10)^\circ$ ,  $(x + 52)^\circ$  तथा  $3x^\circ$  हैं। सबसे छोटे कोण का मान ज्ञात कीजिए।
3. दी गई आकृति में, ABCD एक चतुर्भुज है और AP और DP,  $\angle A$  और  $\angle D$  के कोण समद्विभाजक हैं।  $x$  का मान ज्ञात करें।

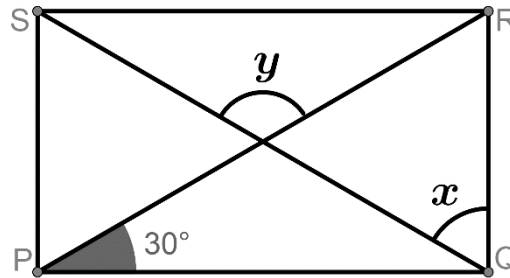


4. चतुर्भुज के तीन कोण  $60^\circ$ ,  $110^\circ$  और  $86^\circ$  हैं, चौथा कोण ज्ञात करें।
5. एक चतुर्भुज के दो कोण पूरक हैं और अन्य दो कोण 2: 7 के अनुपात में हैं। इन दोनों कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

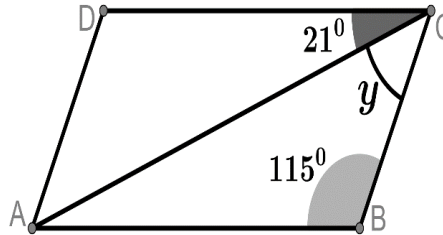
6. एक चतुर्भुज में, यदि एक कोण का मान  $100^\circ$  का है और अन्य तीन कोण

1: 5: 7 के अनुपात में हैं। इन तीनों कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

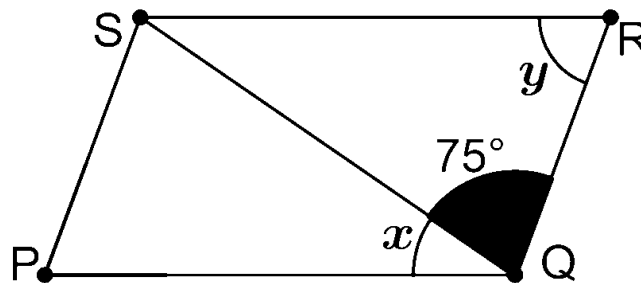
7. दी गई आकृति में, PQRS एक आयत है यदि  $\angle RPQ = 30^\circ$  हैं।  $(x + y)$  का मान ज्ञात करें।



8. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, तो  $y$  का मान ज्ञात करें।

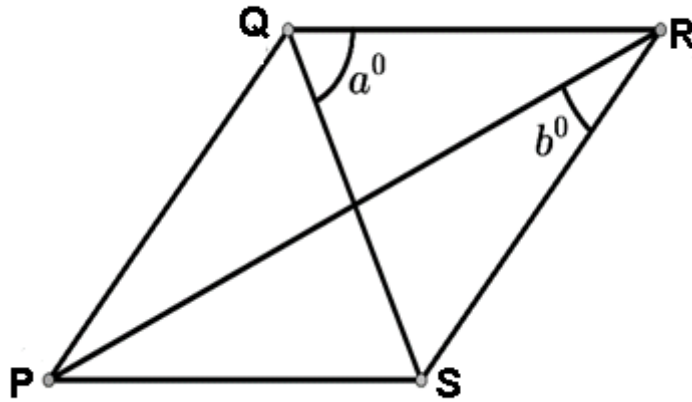


9. दी गई आकृति में, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, तो  $\left(\frac{x+y}{3}\right)$  मान ज्ञात करें।



10. एक समांतर चतुर्भुज  $ABCD$  में, यदि  $\angle A = (2x + 15)^\circ$ ,  $\angle B = (3x - 25)^\circ$  तो  $x$  का मान ज्ञात करें।

11. दी गई आकृति में, समचतुर्भुज  $PQRS$  में  $\angle QPS = 50^\circ$  है, तो  $a^\circ$  और  $b^\circ$  का मान ज्ञात करें।



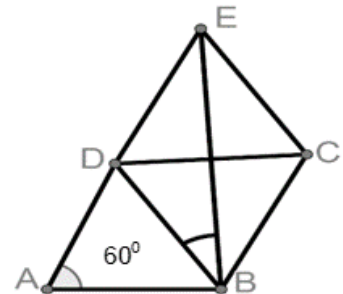
12.  $ABCD$  एक समचतुर्भुज है, यदि  $\angle ACB = 40^\circ$  है, तो  $\angle ADC$  का मान ज्ञात करें।

13. एक चतुर्भुज  $ABCD$  के विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हैं। यदि  $\angle A = 35^\circ$  है, तो  $\angle B$  का मान ज्ञात करें।

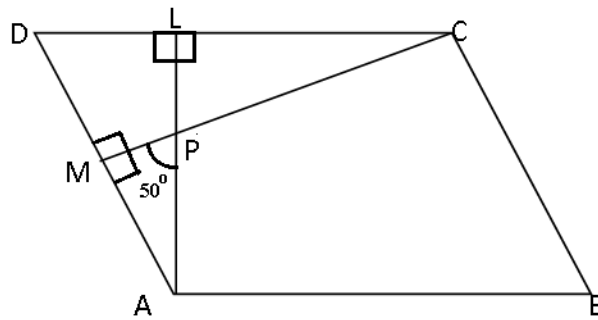
14.  $PQRS$  आयत में यदि  $\angle QPR = 35^\circ$  है तो  $\angle SQR$  और  $\angle SPR$  का योग ज्ञात कीजिए।

15. एक समांतर चतुर्भुज के दो विपरीत कोण  $(3x - 2)^\circ$  और  $(63 - 2x)^\circ$  हैं। समांतर चतुर्भुज के प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।

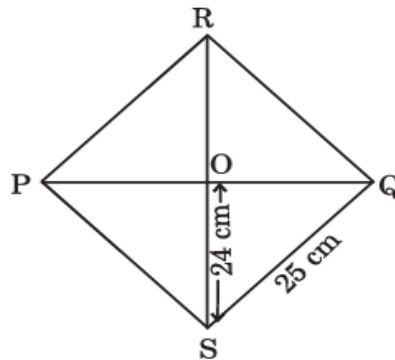
16. दी गई आकृति में,  $ABCD$  एक समचतुर्भुज है तथा  $\angle A = 60^\circ$  है। यदि  $\triangle DEC$  एक समबाहु त्रिभुज है, तो  $\angle DBE$  का मान ज्ञात कीजिए।



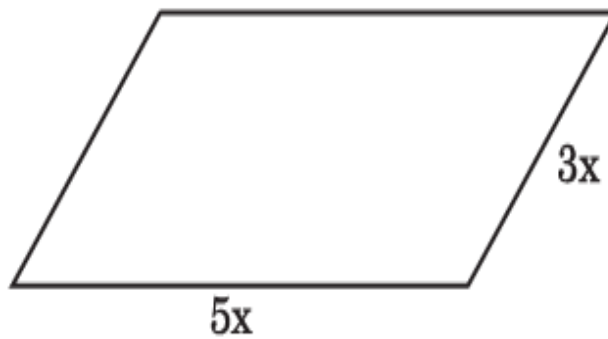
17. यदि समांतर चतुर्भुज के शीर्षलम्ब और उसके क्षेत्रफल के संख्यात्मक मानों का अनुपात 2:11 है, तो आधार की लम्बाई ज्ञात करो।
18. यदि समांतर चतुर्भुज के आधार और उसके क्षेत्रफल के संख्यात्मक मानों का अनुपात 1:8 है, तो शीर्षलम्ब की लम्बाई ज्ञात करो।
19. त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA और AB के मध्य बिंदु क्रमशः D, E और F हैं। यदि  $\triangle ABC$  का परिमाण 12.8 सेमी है तो त्रिभुज DEF का परिमाण बताएं।
20. एक चतुर्भुज STAR में, यदि  $\angle S = 120^\circ$  और  $\angle T : \angle A : \angle R = 5 : 3 : 7$  है, तो  $\angle R$  का मान ज्ञात कीजिए।
21. एक समांतर चतुर्भुज का परिमाण 30 सेमी है, यदि छोटी भुजा की लम्बाई 6 सेमी है, तो बड़ी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
22. एक समांतर चतुर्भुज का एक कोण उसके आसन्न कोण के दुगुने से  $36^\circ$  कम है, तो समांतर चतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए।
23. दिए गए समांतर चतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए, यदि  $CM \perp AD$ ,  $AL \perp DC$  और  $\angle MPA = 50^\circ$  है।



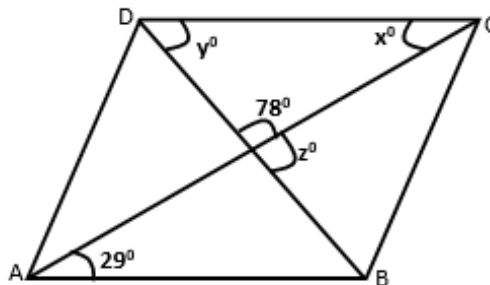
24. समचतुर्भुज PQRS में विकर्णों की लंबाई का योग ज्ञात कीजिए।



25. दिए गए समांतर चतुर्भुज का परिमाप 128 मी है, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

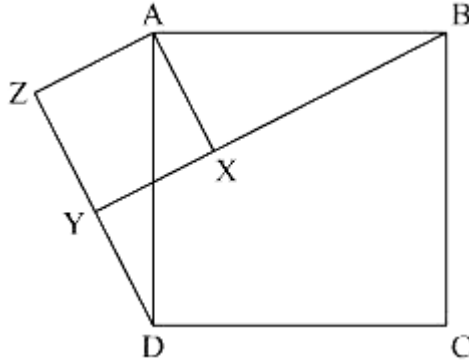


26. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है,  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिए।

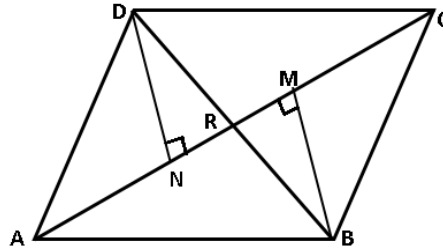




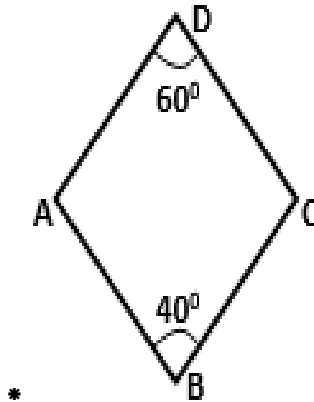
27. आकृति में, X वर्ग ABCD के आंतरिक भाग में एक बिंदु है | XYZ भी एक वर्ग है। यदि  $DY=3$  सेमी और  $AZ=2$ सेमी है तो  $BY$  का मान ज्ञात कीजिए।



28. चतुर्भुज ABCD में,  $BM$  और  $DN$ ,  $AC$  पर इस तरह लम्ब हैं कि  $BM=DN$ , यदि  $BR=8$  सेमी तो  $BD$  का मान ज्ञात कीजिए।

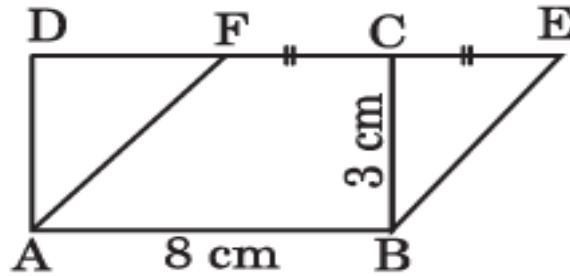


29. आकृति में,  $\angle A$  और  $\angle C$  ज्ञात करें, यदि  $AD = DC$  और  $AB = BC$  है।



30. एक आयत की लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात 4:3 है | यदि उसके विकर्ण का माप 25सेमी है तो आयत का परिमाण ज्ञात कीजिए |

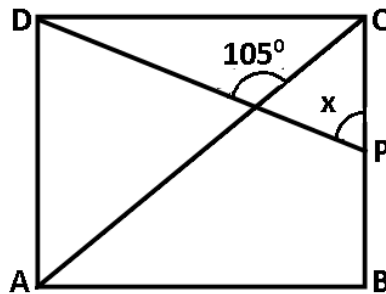
31. आयत ABCD और समांतर चतुर्भुज ABEF का क्षेत्रफल बराबर है। यदि आधार AB = 8सेमी, ऊंचाई BC = 3सेमी और C, EF का मध्यबिंदु हो तो समांतर चतुर्भुज ABEF का परिमाण ज्ञात करें।



32. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है. यदि उसके दोनों विकर्ण बराबर हो तो  $\angle ABC$  का मान ज्ञात कीजिए |

33. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में,  $DL \perp AB$  और  $BM \perp AD$  है। यदि  $AB = 20$  सेमी,  $DL = 15$ सेमी और  $BM = 25$  सेमी है, तो  $AD$  मान ज्ञात करें।

34. दी गई आकृति में, यदि ABCD एक वर्ग है तो  $x$  का मान गते कीजिए |



35. एक आयत का एक विकर्ण आयत की एक भुजा पर  $25^\circ$  पर झुका हुआ है।

विकर्णों के बीच का न्यून कोण का ज्ञात कीजिए ।

36. दो समानांतर रेखाएँ  $l$  और  $m$  तिर्यक रेखा 't' द्वारा प्रतिच्छेदित होती हैं ।

बताइए आंतरिक कोणों के समद्विभाजकों द्वारा किस प्रकार का चतुर्भुज बनेगा।

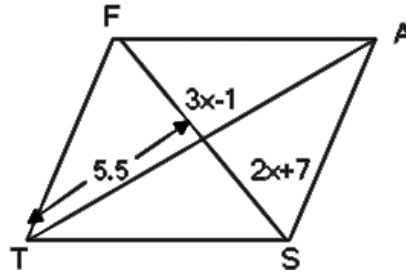
37. एक चतुर्भुज में  $BC = AD$  और  $DC \parallel AB$  है तो  $\angle B$  और  $\angle D$  का योग ज्ञात कीजिए

|

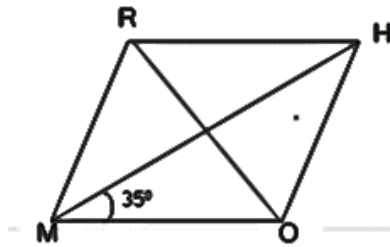
38. एक त्रिभुज  $\triangle ABC$  में,  $AD$ ,  $BC$  की माध्यिका है और  $E$ ,  $AD$  का मध्य बिंदु है। यदि

$DG \parallel BF$  और  $AC = x \cdot AF$  तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए ।

39. समान्तर चतुर्भुज  $FAST$  में लम्बे विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।



40. दिए गए समचतुर्भुज  $RHOM$  में,  $\angle ROH$  का मान क्या होगा?



## उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1.	$156^\circ$	21.	9 सेमी
2.	$43^\circ$	22.	$72^\circ, 108^\circ, 72^\circ, 108^\circ$
3.	$x = 95^\circ$	23.	$130^\circ, 50^\circ, 130^\circ, 50^\circ$
4.	$104^\circ$	24.	62 सेमी
5.	$60^\circ, 210^\circ$	25.	$x = 8$ मी
6.	$20^\circ, 100^\circ, 140^\circ$	26.	29, 73
7.	$180^\circ$	27.	7 सेमी
8.	$y = 44^\circ$	28.	16 सेमी
9.	$35^\circ$	29.	$\angle A = 130^\circ, \angle C = 130^\circ$
10.	$x = 38^\circ$	30.	70 सेमी
11.	$a = 65^\circ, b = 25^\circ$	31.	26 सेमी
12.	$\angle ADC = 100^\circ$	32.	$90^\circ$
13.	$145^\circ$	33.	12 सेमी
14.	$110^\circ$	34.	$60^\circ$
15.	$37^\circ, 37^\circ, 143^\circ, 143^\circ$	35.	$50^\circ$
16.	$\angle DBE = 30^\circ$	36.	आयत
17.	5.5 इकाई	37.	$180^\circ$
18.	8 इकाई	38.	3
19.	6.4 सेमी	39.	46 इकाई
20.	$\angle R = 112^\circ$	40.	$55^\circ$

## अध्याय - 9

# समांतर चतुर्भुजों तथा त्रिभुजों के क्षेत्रफल

### याद रखने योग्य बिंदु

- दो आकृतियाँ एक ही आधार और समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित होती हैं, यदि उनकी उभयनिष्ठ भुजा (आधार) तथा शीर्ष, एक समान्तर रेखा पर स्थित हैं जो कि प्रत्येक आकृति के उभयनिष्ठ आधार के विपरीत होती हैं।
- किसी आकृति का क्षेत्रफल एक संख्या (इकाई के रूप में) होती है। यह समतल के कुछ भाग से संबंधित होता है।
- दो सर्वांगसम आकृतियों का क्षेत्रफल समान होता है परन्तु इसका विलोम सत्य नहीं होता है।
- यदि दो या दो से अधिक समानांतर रेखाएँ हैं और इनके द्वारा एक तिर्यक रेखा पर किए गए अवरोध बराबर हैं, किसी भी तिर्यक रेखा के संगत अंतःक्षेपण समान होते हैं।
- यदि किसी समतल आकृति (F) का एक समतल क्षेत्र किन्हीं दो और आकृतियों (F1) तथा (F2) के गैर अतिव्यापी समतल क्षेत्रों से मिलकर बना है तो क्षेत्रफल  $(F) = \text{क्षेत्रफल (F1)} + \text{क्षेत्रफल (F2)}$
- किसी समान्तर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में विभाजित करता है।

- समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुजों का क्षेत्रफल समान होता है।
- समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल, उसके आधार और संगत ऊंचाई के गुणफल के बराबर होता है।
- समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुजों का क्षेत्रफल समान होता है।
- त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊंचाई}$  ( संगत)
- यदि एक त्रिभुज और एक समान्तर चतुर्भुज, समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित हैं, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times$  ( समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल )
- समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times$  (समांतर भुजाओं का योग)  $\times$  ऊंचाई
- दो समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में, त्रिभुज की एक भुजा दूसरे त्रिभुज की भुजा के बराबर है तो उनकी संगत ऊंचाई भी समान होगी ।
- यदि चतुर्भुज का प्रत्येक विकर्ण उसे समान क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करता है, तो चतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज होता है।
- एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके विकर्णों की लंबाई के गुणफल का आधा होता है।
- समांतर चतुर्भुज के विकर्ण इसे समान क्षेत्रफल वाले चार त्रिभुजों में विभाजित करते हैं।

- यदि एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD हैं। AC और BD, O पर प्रतिच्छेद करते हैं और चतुर्भुज को समान क्षेत्रफल वाले चार त्रिभुजों में विभाजित करते हैं, तो चतुर्भुज ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।
- एक त्रिभुज की माध्यिका इसे समान क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।

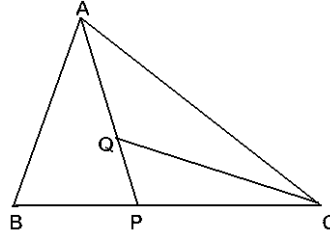
### प्रश्नावली

1. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 48 वर्ग सेमी है। इसके आधार और ऊँचाई में अनुपात 1:3 हैं, तो आधार की लम्बाई ज्ञात करो।
2. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 1000 वर्ग सेमी है। इसके आधार और ऊँचाई में अनुपात 5:2 हैं, तो आधार पर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात करो।
3. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 12 सेमी तथा 5 सेमी लम्बाई के हैं तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
4. एक समचतुर्भुज का परिमाण ज्ञात करो, यदि उसके विकर्ण की लम्बाई 6 सेमी तथा 8 सेमी हैं।
5. एक समांतर चतुर्भुज की भुजाएँ 7:3 के अनुपात में हैं तथा इसका परिमाण 120 सेमी हैं, तो उसकी बड़ी भुजा की लम्बाई ज्ञात करें।
6. एक समचतुर्भुज के दो विकर्ण 4:3 के अनुपात में हैं और इसका परिमाण 20 मीटर है। समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
7. एक समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई तथा क्षेत्रफल में अनुपात 3 : 7 का है तो समांतर चतुर्भुज के आधार की लम्बाई ज्ञात करो।

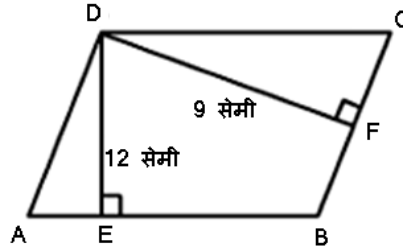
8. एक आयत का परिमाण 300 सेमी हैं, उसकी लम्बाई, चौड़ाई से 90 सेमी अधिक हैं तो आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
9. एक समलंब चतुर्भुज की समांतर भुजाओं की लम्बाई 2 सेमी तथा 5 सेमी हैं, यदि उसकी ऊँचाई 7 सेमी हो तो समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
10. एक त्रिभुज का आधार 9 इकाई है और ऊँचाई 5 इकाई है। एक अन्य त्रिभुज का आधार 10 इकाई है और ऊँचाई 6 इकाई है। इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
11. दो त्रिभुज,  $\triangle ABC$  तथा  $\triangle PBC$  एक ही आधार BC पर स्थित हैं, यदि क्षेत्रफल  $(\triangle ABC) = 49$  वर्ग सेमी तथा क्षेत्रफल  $(\triangle PBC) = 49$  वर्ग सेमी तो उनकी शीर्षलम्बों में क्या अनुपात होगा?
12. AD,  $\triangle ABC$  की माध्यिका हैं, यदि क्षेत्रफल  $(\triangle ABD) = 13.5$  वर्ग सेमी हैं, तो  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
13.  $\triangle ABC$  तथा  $\triangle PQR$  का क्षेत्रफल समान हैं, यदि उनके शीर्षलम्बों की लम्बाई क्रमशः 5 सेमी तथा 4 सेमी हो तो उनके संगत आधार में क्या अनुपात होगा?
14. एक समचतुर्भुज के एक विकर्ण की लम्बाई, उसकी भुजाओं के समान हैं। समचतुर्भुज की एक भुजा पर बने समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफल तथा समचतुर्भुज के क्षेत्रफल में अनुपात ज्ञात करो।
15. यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार पर और एक ही समांतर चतुर्भुज के बीच हों तो त्रिभुज के क्षेत्रफल का समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल से अनुपात ज्ञात कीजिए।



16. दी गई आकृति में, P त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक ऐसा बिंदु है कि  $BP:PC=1:2$  और Q, AP पर एक ऐसा बिंदु है कि  $PQ:QA = 2:3$  तो क्षेत्रफल  $(\Delta AQC)$ : क्षेत्रफल  $(\Delta ABC)$  ज्ञात करो।

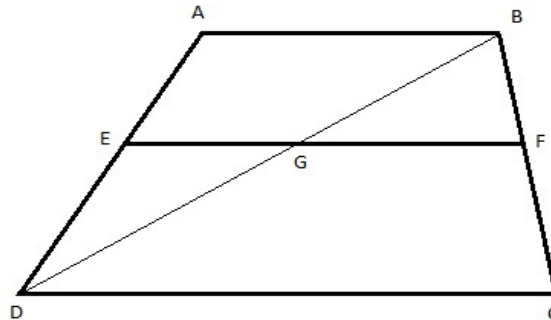


17. आकृति में, समांतर चतुर्भुज ABCD का परिमाण 70 सेमी है। समांतर चतुर्भुज की भुजाओं की लंबाई और समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

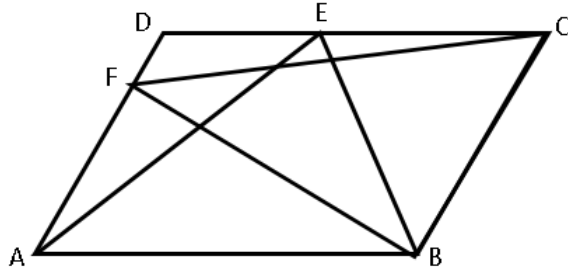


18. ABCD एक समलंब है जिसकी समानांतर भुजाएँ  $AB = a$  सेमी और  $DC = b$  सेमी हैं। E और F गैर-समानांतर भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं।

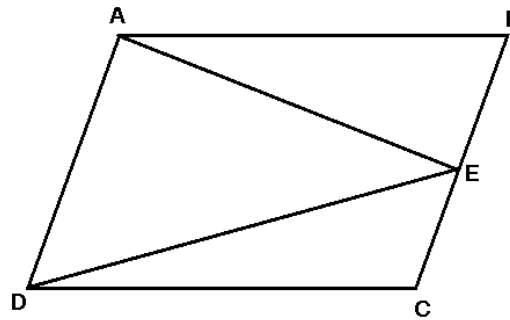
क्षेत्रफल (ABFE): क्षेत्रफल (EFCD) का अनुपात ज्ञात कीजिए।



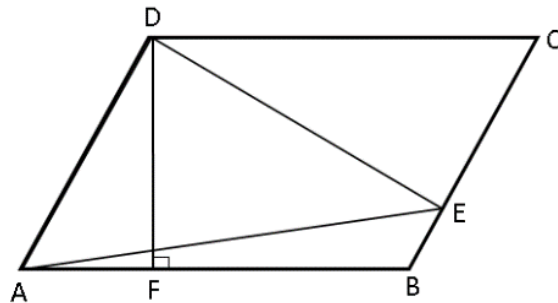
19. आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। यदि AEB का क्षेत्रफल 16 वर्ग सेमी है तो  $\Delta BFC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



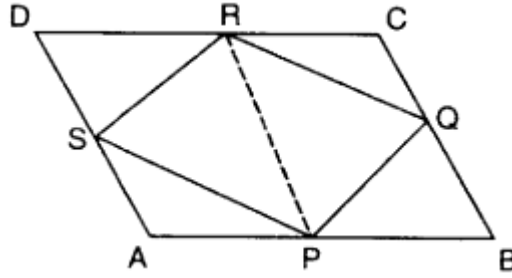
20. आकृति में, E समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजा BC का मध्य-बिंदु है, तो क्षेत्रफल ( $\Delta ADE$ ) : क्षेत्रफल ( $\Delta ABE$ ) का अनुपात ज्ञात कीजिए ।



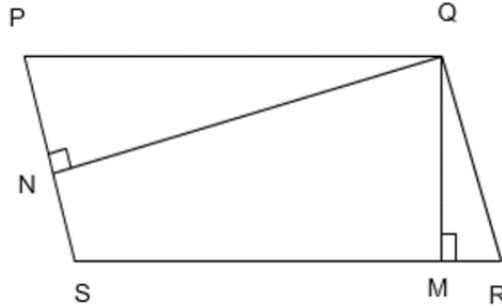
21. आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है,  $AB = 6$  सेमी और AB पर लंब DF की लंबाई 3 सेमी है, तो  $\Delta ADE$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



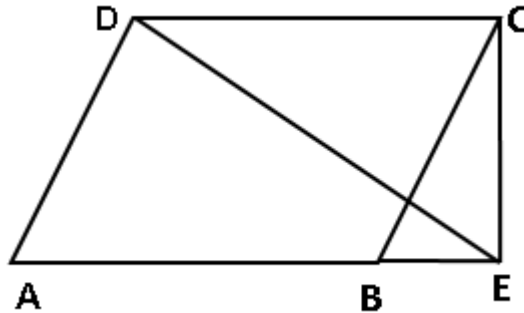
22. बिंदु P, Q, R तथा S, समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं के मध्य बिंदु हैं | यदि क्षेत्रफल (समांतर चतुर्भुज ABCD) = 48 वर्ग सेमी हो तो चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



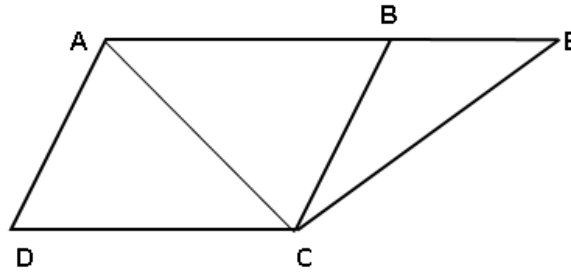
23. समांतर चतुर्भुज PQRS में,  $SR = 15$  सेमी,  $QN \perp PS$  और  $QM \perp SR$ । यदि  $QN = 10$  सेमी और  $QM = 7.6$  सेमी है, तो PS की लंबाई ज्ञात कीजिए।



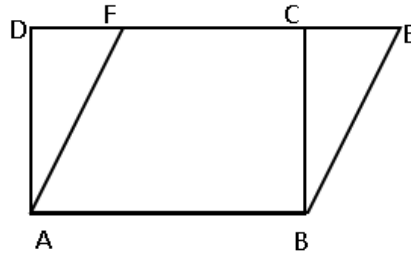
24. यदि क्षेत्रफल (समांतर चतुर्भुज ABCD) = 134 वर्ग सेमी और भुजा AB, E तक बढ़ जाती है तो  $\triangle CDE$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



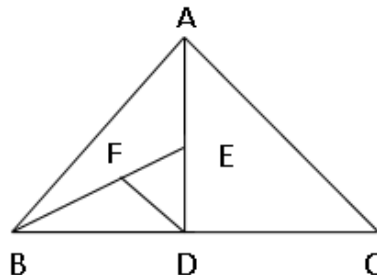
25. आकृति में, समान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजा AB को एक बिंदु E तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि  $AB = BE$  है। AC और EC को जोड़ा है, यदि क्षेत्रफल (समान्तर चतुर्भुज ABCD) = 64 वर्ग सेमी. क्षेत्रफल ( $\triangle BCE$ ) ज्ञात कीजिए।



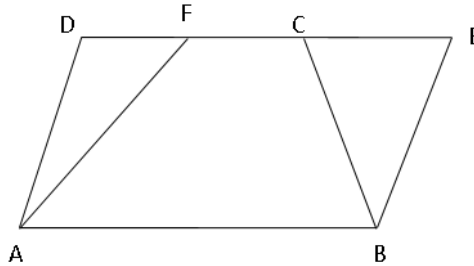
26. आकृति में, आयत ABCD और समान्तर चतुर्भुज ABEF एक ही आधार AB पर हैं जिसकी लंबाई 12 सेमी है। यदि  $BC = 8$  सेमी है, तो ABEF का परिमाण ज्ञात कीजिए, यदि F, CD का मध्य-बिंदु है।



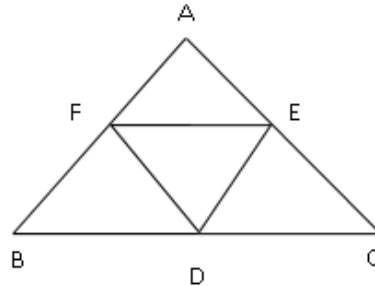
27.  $\triangle ABC$  में, D, BC का मध्यबिंदु है, E, AD का मध्यबिंदु है और F, BE का मध्यबिंदु है।  $\triangle BDE$  के क्षेत्रफल से त्रिभुज के शेष भाग के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।



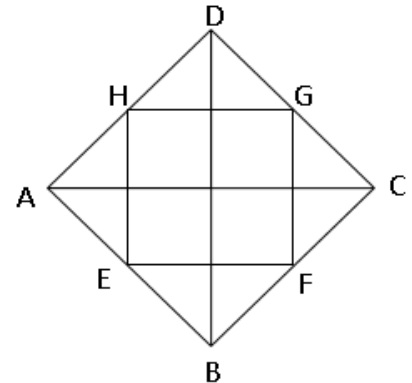
28. समलंब ABCD और समांतर चतुर्भुज ABEF एक ही आधार पर और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हैं। यदि समलंब की भुजा CD, EF की आधी है। समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल का समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल से अनुपात ज्ञात कीजिए ।



29.  $\triangle ABC$ , बिंदु D, E, F क्रमशः भुजाओं BC, CA तथा AB के मध्य बिंदु हैं । यदि क्षेत्रफल ( $\triangle ABC$ ) = 16 वर्ग सेमी हैं तो समलंब FBCE का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



30. यदि समचतुर्भुज के विकर्णों BD तथा AC की लम्बाई क्रमशः 16 सेमी तथा 12 सेमी हैं तो समचतुर्भुज की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के मिलाने से बनी आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

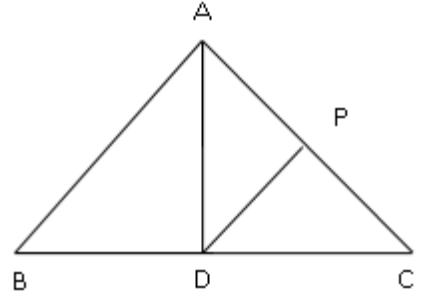


31. दी गई आकृति में  $AD$ ,  $\triangle ABC$  की माध्यिका

है,  $AC$  पर  $P$  एक बिंदु है। यदि

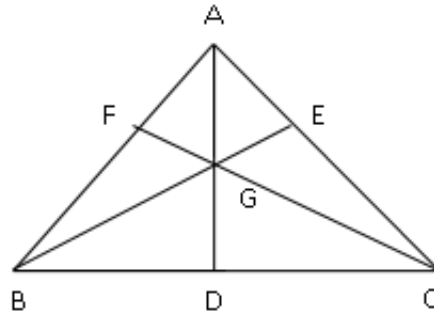
क्षेत्रफल ( $\triangle ADP$ ): क्षेत्रफल ( $\triangle ABD$ ) = 2: 3 है तो

क्षेत्रफल ( $\triangle PDC$ ) : क्षेत्रफल ( $\triangle ABC$ ) ज्ञात करो।



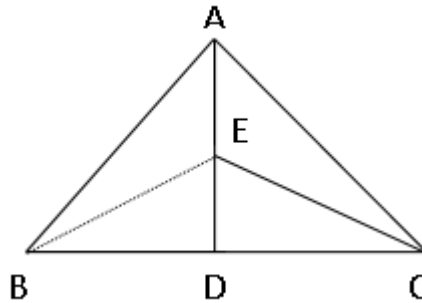
32.  $\triangle ABC$  की माध्यिकाएं बिंदु  $G$  पर प्रतिच्छेद करती हैं।

यदि क्षेत्रफल ( $\triangle ABC$ ) = 27 वर्ग सेमी हो तो  $\triangle BGC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



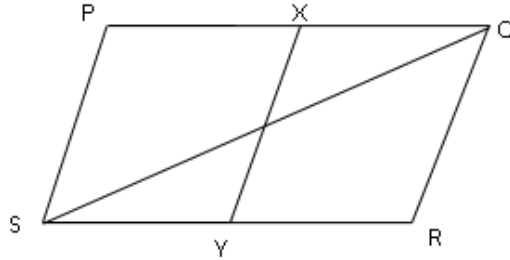
33.  $\triangle ABC$  में बिंदु  $D$  तथा  $E$  क्रमशः भुजाओं  $BC$  तथा  $AD$  के मध्य बिंदु हैं। यदि

क्षेत्रफल ( $\triangle AEC$ ) = 3.5 वर्ग सेमी हैं तो  $\triangle BEC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

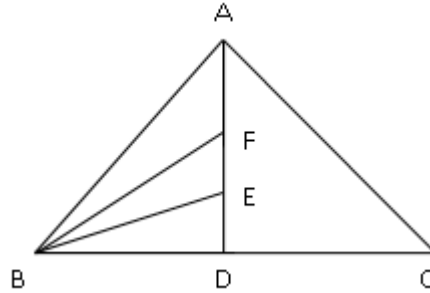


34. दी गई आकृति में,  $PQRS$  एक समांतर चतुर्भुज है। यदि  $X$  तथा  $Y$  क्रमशः

भुजाओं PQ तथा SR के मध्य बिंदु है तथा विकर्ण SQ को मिलाया, तो क्षेत्रफल (समान्तर चतुर्भुज XQRY): क्षेत्रफल ( $\Delta QSR$ ) ज्ञात करो।

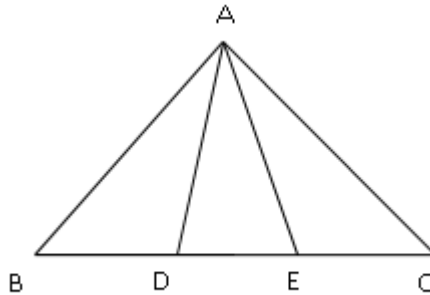


35. दी गई आकृति में  $\Delta ABC$  की माध्यिका AD है, उसे बिंदु E तथा F पर समत्रिभाजित किया गया है। यदि क्षेत्रफल ( $\Delta BEF$ ) = 4 वर्ग सेमी है तो क्षेत्रफल ( $\Delta ABC$ ) ज्ञात करो।



36.  $\Delta ABC$  में, आधार BC को बिंदु D तथा E द्वारा समत्रिभाजित किया गया है। यदि

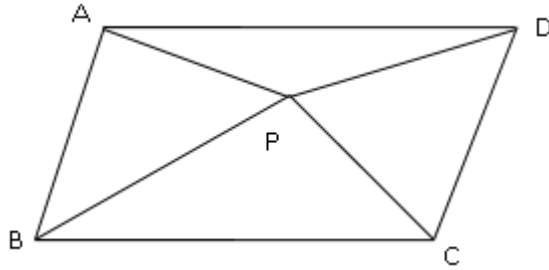
क्षेत्रफल ( $\Delta ABC$ ) = 27 वर्ग सेमी है तो क्षेत्रफल ( $\Delta ADE$ ) ज्ञात करो।



37. समान्तर चतुर्भुज ABCD के अन्तः भाग में P एक बिंदु है। यदि

क्षेत्रफल  $(\Delta APB) = 14$  वर्ग सेमी तथा  $\Delta DCP$  का क्षेत्रफल 15 वर्गसेमी हो तो

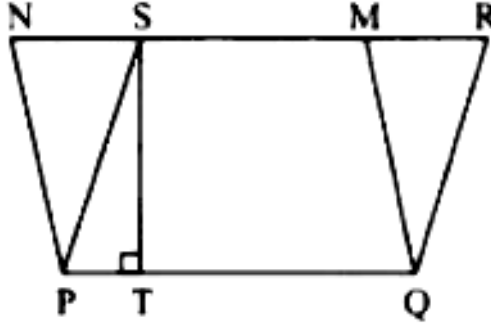
समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



38. दो समांतर चतुर्भुज PQRS और PQMN का उभयनिष्ठ आधार PQ है जैसा कि

चित्र में दिखाया गया है। यदि  $PQ = 9$  सेमी,  $SM = 3$  सेमी और  $ST = 5$  सेमी है

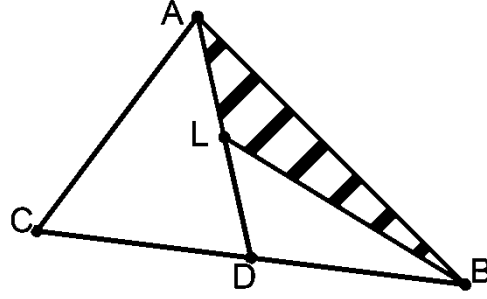
तो PQRN का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



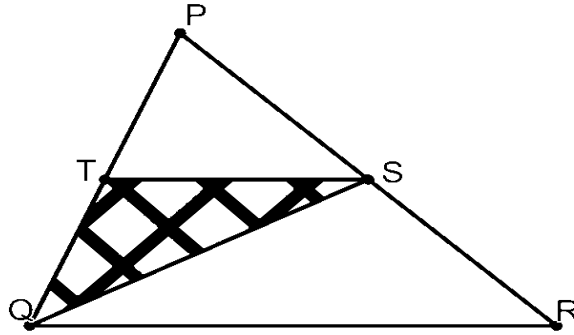
39. दी गई आकृति में, D, BC का मध्यबिंदु है और L, AD का मध्यबिंदु है यदि

क्षेत्रफल  $(\Delta ABL) = x$  क्षेत्रफल  $(\Delta ABC)$ , तो x का मान ज्ञात कीजिए।

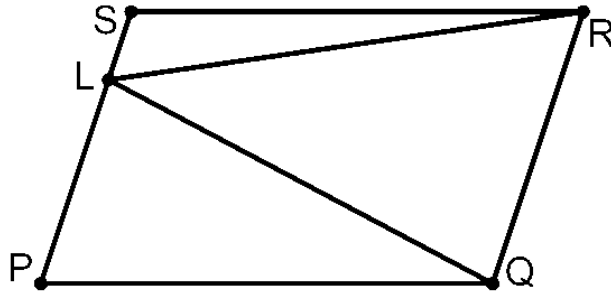




40. दी गई आकृति में S और T,  $\Delta PQR$  के क्रमशः PR और PQ के मध्यबिंदु हैं।  
अगर क्षेत्रफल  $(\Delta PQR) = 64$  वर्गसेमी, तो क्षेत्रफल  $(\Delta PQR)$  और क्षेत्रफल  $(\Delta TSQ)$  के बीच अंतर ज्ञात कीजिए।



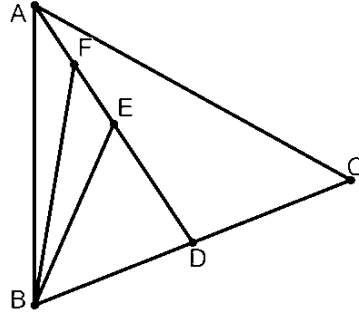
41. दी गई आकृति में, समांतर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी है। यदि क्षेत्रफल  $(\Delta SLR) = 7.5$  वर्गसेमी है तो क्षेत्रफल  $(\Delta QPL)$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



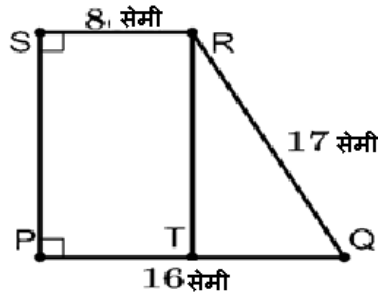
42. ABCD एक आयत है जिसके अभ्यंतर में कोई बिंदु 'O' है। अगर क्षेत्रफल  $(\Delta AOD) = 4$  वर्गसेमी और क्षेत्रफल  $(\Delta BOC) = 8$  वर्गसेमी है तो आयत

ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

43. आकृति में AD, ABC की माधिका है। E, AD का मध्यबिंदु है और F, AE का मध्यबिंदु है। अगर क्षेत्रफल ( $\triangle ABF$ ) = 6 वर्ग सेमी है, तो क्षेत्रफल ( $\triangle ABC$ ) ज्ञात कीजिए।



44. आकृति में, यदि PQ = 16 सेमी, QR = 17 सेमी और RS = 8 सेमी है, तो क्षेत्रफल (समलंब PQRS) ज्ञात कीजिए।



45. 8 सेमी और 6 सेमी भुजाओं वाले एक आयत की आसन्न भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने से प्राप्त आकृति का नाम बताइए, उसका क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

## उत्तरमाला

क्र. सं.	उत्तर	क्र. सं.	उत्तर
1.	4 सेमी	24.	67 वर्ग सेमी
2.	20 मी	25.	32 वर्ग सेमी
3.	30 वर्ग सेमी	26.	44 सेमी
4.	20 सेमी	27.	1 : 3
5.	42 सेमी	28.	3 : 4
6.	5मी	29.	12 वर्ग सेमी
7.	$\frac{7}{3}$ इकाई	30.	48 वर्ग सेमी
8.	3600 वर्ग सेमी	31.	1 : 6
9.	24.5 वर्ग सेमी	32.	9 वर्ग सेमी
10.	3 : 4	33.	7 वर्ग सेमी
11.	1 : 1	34.	1: 1
12.	27 वर्ग सेमी	35.	24 वर्ग सेमी
13.	4 : 5	36.	9 वर्ग सेमी
14.	1 : 2	37.	58 वर्ग सेमी
15.	1 : 2	38.	60 वर्ग सेमी
16.	2 : 5	39.	$\frac{1}{4}$
17.	15 सेमी और 20 सेमी, 180 वर्ग सेमी	40.	48 वर्ग सेमी
18.	$(3a + b) : (a + 3b)$	41.	22.5 वर्ग सेमी
19.	16 वर्ग सेमी	42.	24 वर्ग सेमी
20.	2 : 1	43.	48 वर्ग सेमी
21.	9 वर्ग सेमी	44.	180 वर्ग सेमी
22.	24 वर्ग सेमी	45.	समचतुर्भुज, 24 वर्ग सेमी
23.	11.4 सेमी		

## अध्याय – 10

### वृत्त

#### याद रखने योग्य बिंदु

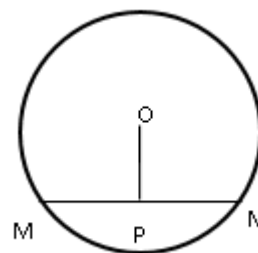
- एक वृत्त किसी एक तल के उन सभी बिन्दुओ का समूह होता है, तो तल के एक स्थिर बिंदु से समान दूरी पर हो।
- एक वृत्त की (या सर्वांगसम वृत्तों की) बराबर जीवाएँ केंद्र (या संगत केन्द्रों) पर बराबर कोण अंतरित करती है।
- यदि किसी वृत्त की (या सर्वांगसम वृत्तों की) दो जीवाएँ केंद्र पर (या संगत केन्द्रों पर) बराबर कोण अंतरित करें तो जीवाएँ बराबर होती है।
- किसी वृत्त के केंद्र से किसी जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है।
- केन्द्र से हो कर जाने वाली और किसी जीवा को समद्विभाजित करने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है।
- तीन असंरेखीय बिन्दुओं से जाने वाला एक और केवल एक वृत्त होता है।
- एक वृत्त (या सर्वांगसम वृत्तों ) की बराबर जीवाएँ केंद्र (या संगत केन्द्रों ) से समान दूरी पर होती है।
- एक वृत्त (या सर्वांगसम वृत्तों ) के केंद्र से समान दूरी पर स्थित जीवाएँ बराबर होती है।

- यदि किसी वृत्त के दो चाप सर्वांगसम हो तो उनकी संगत जीवाएँ बराबर होती हैं और विलोमतः यदि किसी वृत्त के दो जीवाएँ बराबर हो, तो उनके संगत चाप सर्वांगसम होते हैं।
- किसी वृत्त की सर्वांगसम चाप केंद्र पर बराबर कोण अंतरित करते हैं।
- किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण उसके द्वारा वृत्त के शेष भाग के किसी बिंदु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।
- एक वृत्तखण्ड में बने कोण बराबर होते हैं।
- अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।
- यदि दो बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखंड उसको अंतर्विष्ट करने वाली रेखा के एक ही ओर स्थित दो अन्य बिन्दुओं पर समान कोण अंतरित करे, तो चारों बिंदु एक वृत्त पर स्थित होते हैं।
- चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग  $180^\circ$  होता है।
- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के किसी एक युग्म का योग  $180^\circ$  हो तो चतुर्भुज चक्रीय होता है।

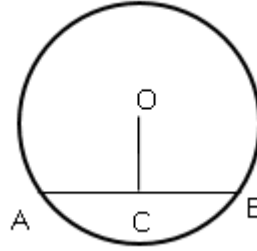
### प्रश्नावली

1. तीन असंरेखीय बिन्दुओं से कितने वृत्त गुजरते हैं?
2. आकृतिमें, बिंदु P, MN का मध्य बिंदु है।

$\angle OPN$  के पूरक का मान ज्ञात करो ।

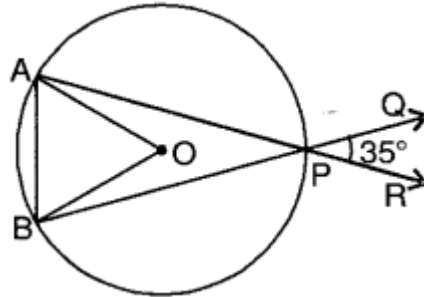


3. आकृति में, C जीवा AB का मध्यबिंदु है।  $\angle OCA$  का संपूरक ज्ञात कीजिए।



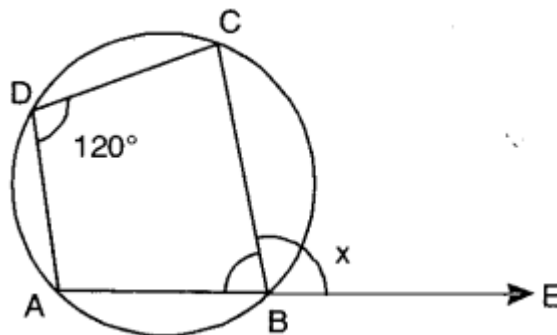
4. PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है। यदि  $\angle P = 95^\circ$  तो  $\angle R$  का मान ज्ञात कीजिए।

5. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है, जिसमें जीवाएँ AP और BP क्रमशः R और Q तक बढ़ती हैं। यदि  $\angle QPR = 35^\circ$  है, तो  $\angle AOB$  का माप ज्ञात कीजिए।

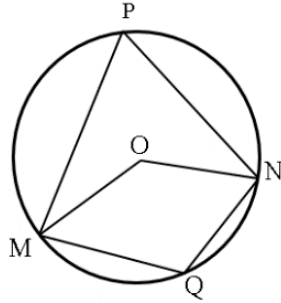


6. यदि एक वृत्त के केंद्र और 8 मीटर लंबी जीवा के बीच की लंबवत दूरी 3 मीटर है, तो वृत्त की त्रिज्या बताइए।

7. दी गई आकृति में कोण x का माप बताइए।

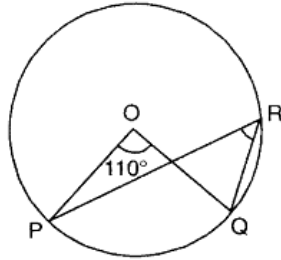


8. आकृति में,  $\angle MON = 120^\circ$  है, तो  $\angle MQN$  ज्ञात कीजिए।



9. एक वृत्त में जीवा AB, वृत्त के केंद्र O से 8 सेमी की दूरी पर है। यदि वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है। जीवा AB की लंबाई ज्ञात कीजिए।

10. दी गई आकृति में, यदि O वृत्त का केंद्र है और  $\angle POQ = 110^\circ$  है, तो  $\angle PRQ$  ज्ञात कीजिए।

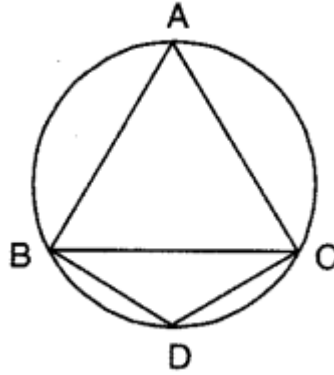


11. यदि AB केंद्र O वाले वृत्त का व्यास है। C वृत्त पर कोई बिंदु है तो  $\angle ACB$  ज्ञात कीजिए।

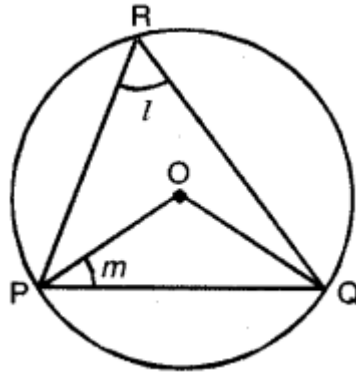
12. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है यदि  $\angle A = 60^\circ$  और  $\angle B = 110^\circ$  हो तो  $\angle C$  तथा  $\angle D$  का योग ज्ञात कीजिए।

13. कागज के एक टुकड़े पर एक रुपये का सिक्का रखा जाता है। समान आकार के और कितने सिक्के इस प्रकार रखे जा सकते हैं कि प्रत्येक केंद्रीय सिक्के दो और आसन्न सिक्कों को स्पर्श करे?

14. दी गई आकृति में,  $\triangle ABC$  एक समबाहु त्रिभुज है और ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, तो  $\angle BDC$  का माप ज्ञात कीजिए।



15. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है। PQ वृत्त की जीवा है और R वृत्त पर कोई बिंदु है, यदि  $\angle PRQ = l$  और  $\angle OPQ = m$  है, तो  $l + m$  ज्ञात कीजिए।

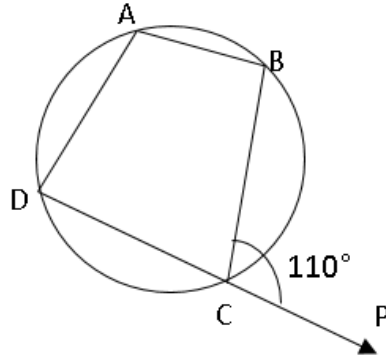


16. रेखा खंड PQ, 6 मीटर लंबा है और बिंदु R पर दो संकेन्द्रित वृत्तों के आंतरिक वृत्त की स्पर्श रेखा है। यह ज्ञात है कि दो वृत्तों की त्रिज्या पूर्णांक हैं। बाहरी वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
17. 15 सेमी और 20 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

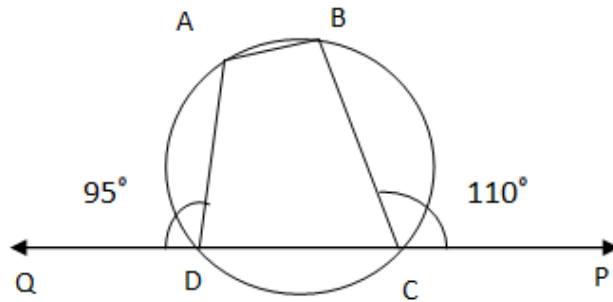


कीजिए, यदि केन्द्रों के बीच की दूरी 25 सेमी हैं।

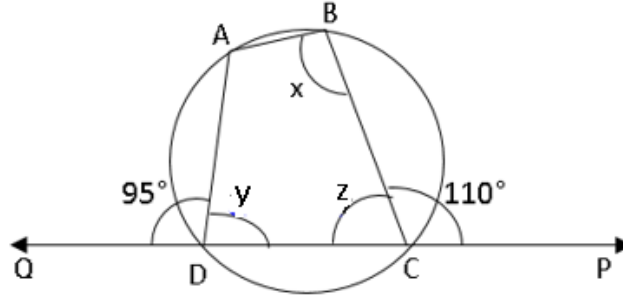
18. आकृति, में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। भुजा DC को P तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि  $\angle BCP = 110^\circ$  है।  $\angle A$  का मान ज्ञात कीजिए।



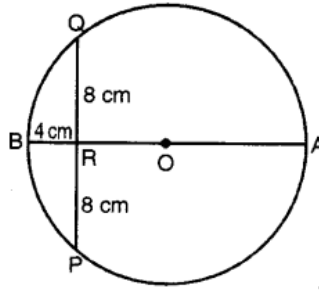
19. आकृति, में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है तथा भुजा CD दोनों तरफ इस प्रकार बढ़ाई गई है कि  $\angle BCP = 110^\circ$  तथा  $\angle ADQ = 95^\circ$  है।  $\angle A$  और  $\angle B$  का योग ज्ञात कीजिए।



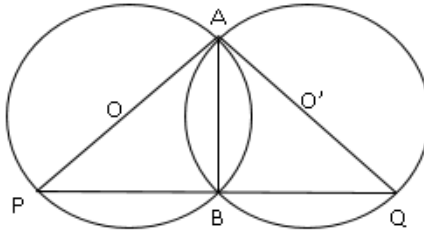
20. आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। भुजा CD को दोनों ओर इस प्रकार बढ़ाया जाता है कि  $\angle BCP = 110^\circ$  तथा  $\angle ADQ = 95^\circ$ ।  $(x+y-z)$  का मान बताइए।



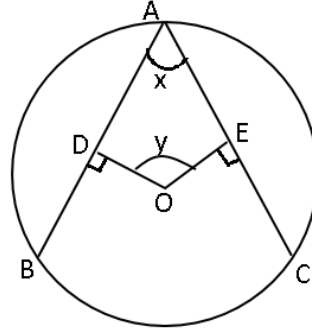
21. दी गई आकृति, O केंद्र वाला एक वृत्त दर्शाती है जिसमें एक व्यास AB, जीवा PQ को बिंदु R पर समद्विभाजित करता है। यदि  $PR = RQ = 8$  सेमी और  $RB = 4$  सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



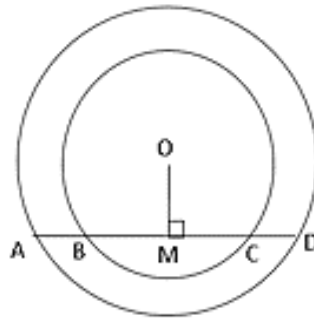
22. O और O' केंद्रों वाले दो वृत्त A और B पर प्रतिच्छेद करते हैं।  $\angle PBQ$  का मान ज्ञात कीजिए।



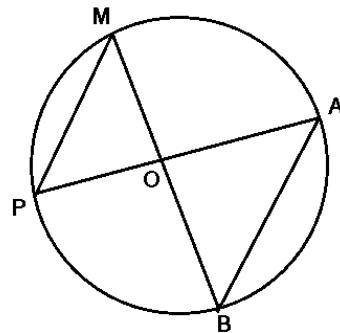
23. आकृति में, AB तथा AC वृत्त की दो समान जीवाएँ हैं,  $OD \perp AB$  तथा  $OE \perp AC$  हैं।  $(x + y)$  का मान ज्ञात कीजिए।



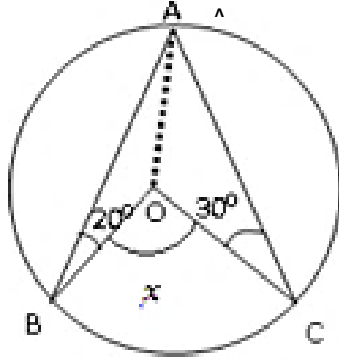
24. आकृति में, दो संकेंद्रीय वृत्त जिनका केंद्र O है इसमें एक छेदक रेखा AD जो अंदर वाले वृत्त को B तथा C पर प्रतिच्छेदित करती है। यदि  $OM \perp AD$  एवं  $AD = 18$  सेमी है और  $BM = 8$  सेमी हो तो CD का मान ज्ञात कीजिए।



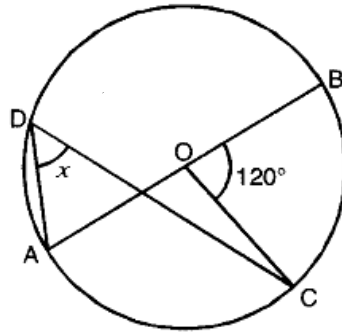
25. आकृति में, AB एक वृत्त की त्रिज्या के बराबर है।  $\angle OAB$  ज्ञात कीजिए।



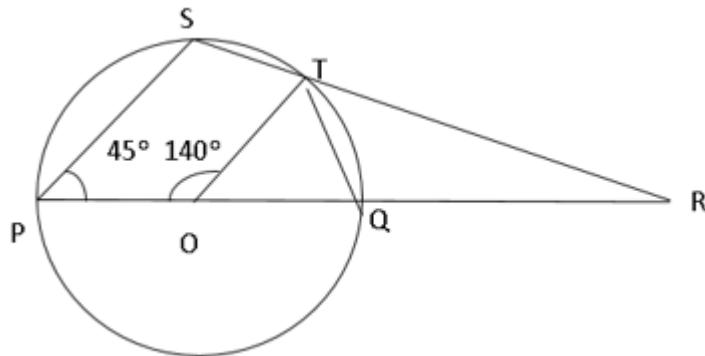
26. आकृति में, 'O' वृत्त का केंद्र है,  $\angle ABO = 20^\circ$  और  $\angle ACO = 30^\circ$ , जहां A, B, C वृत्त पर बिंदु हैं तो x का मान ज्ञात कीजिए।



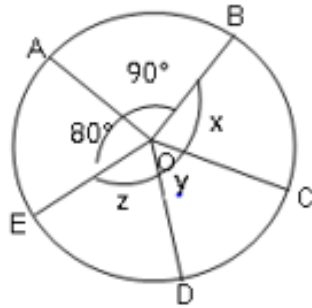
27. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है। यदि  $\angle BOC = 120^\circ$  है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



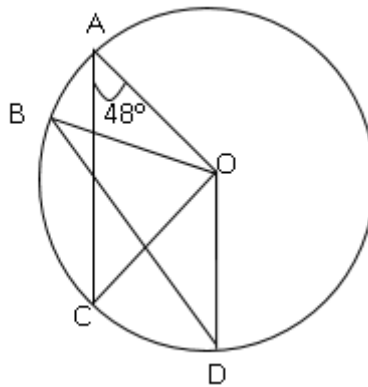
28. दी गई आकृति में,  $(\angle RTQ + \angle RQT)$  का मान ज्ञात कीजिए।



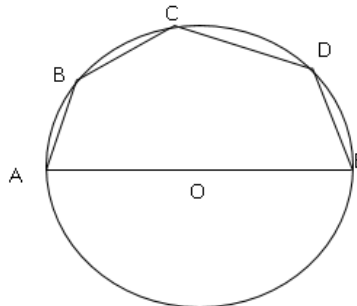
29. दी गई आकृति में,  $(x + y + z)$  का मान ज्ञात कीजिए। यदि O केंद्र है और  $\angle AOB = 90^\circ$  और  $\angle AOE = 80^\circ$  है।



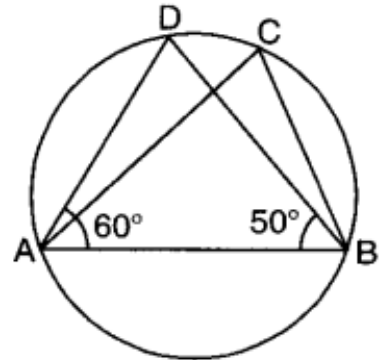
30. दी गई आकृति में, यदि  $AC = BD$ ,  $\angle OAC = 48^\circ$ ,  $\angle B$  का मान ज्ञात कीजिए।



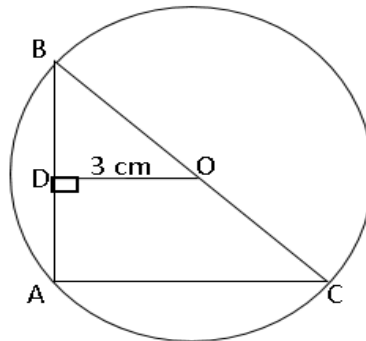
31. आकृति में, ABCDE अर्धवृत्त में एक पंचभुज है तो  $(\angle ABC + \angle CDE)$  का मान ज्ञात कीजिए।



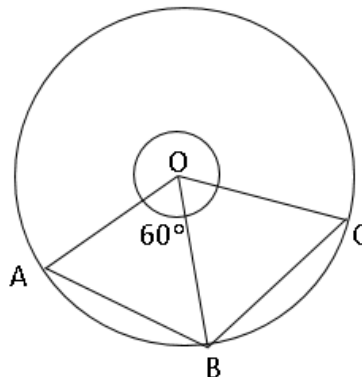
32. आकृति में, यदि  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $\angle ABD = 50^\circ$ ,  
तो  $(\angle ACB + \angle ADB)$  का मान ज्ञात कीजिए।



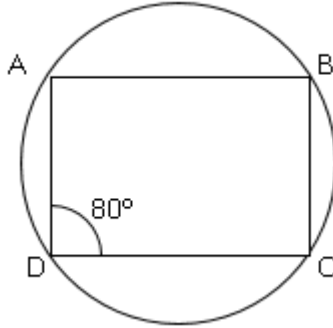
33. आकृति में,  $OD \perp AB$ , यदि O वृत्त का केंद्र है और  $OD = 3$  सेमी है, तो AC का मान ज्ञात कीजिए।



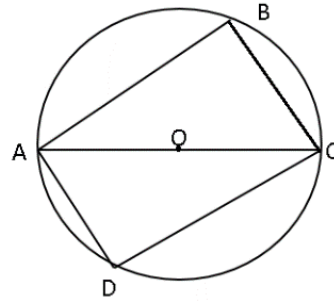
34. आकृति में, O वृत्त का केंद्र है। यदि  $AB = BC$  है तो  $\angle AOC$  का प्रतिवर्ती कोण ज्ञात कीजिए।



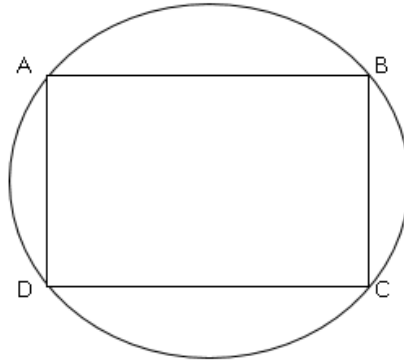
35. आकृतिमें, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें  $AB \parallel CD$  तथा  $\angle D = 80^\circ$  हो तो  $\angle C$  का मान ज्ञात कीजिए।



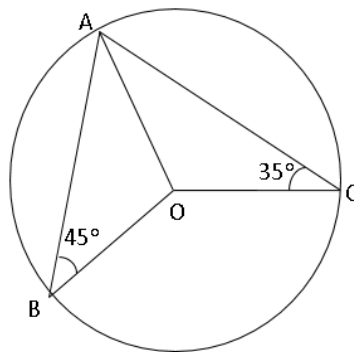
36. वृत्त के दो व्यास परस्पर लम्ब हैं। इनके सिरों को जोड़ने पर किस प्रकार का चतुर्भुज बनेगा?
37. आकृति में, चक्रीय चतुर्भुज ABCD का विकर्ण AC केंद्र O से हो कर गुजरता है।  $(\angle B + \angle D)$  का मान ज्ञात कीजिए।



38. चक्रीय चतुर्भुज PQRS के दो कोण  $\angle P$  और  $\angle R$ , 1:2 के अनुपात में हैं, तो  $(\angle P + \angle R)$  का मान ज्ञात कीजिए।
39. आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें  $AB \parallel CD$  और  $AD \parallel BC$ , तो  $\angle DAB$  का मान ज्ञात कीजिए।



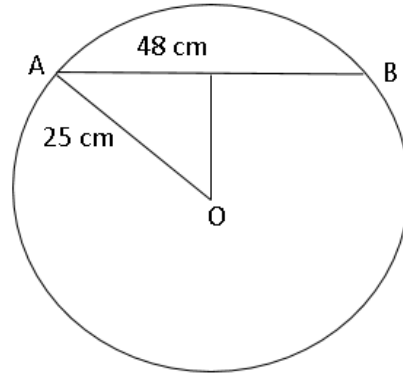
40. 5 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की दो समानांतर जीवाओं की लंबाई केंद्र के एक ही तरफ 6 सेमी और 8 सेमी है। उनके बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
41. AB केंद्र O वाले वृत्त का व्यास है। P उस पर एक बिंदु है। यदि  $\angle POA = 120^\circ$  है, तो  $\angle PBO$  ज्ञात कीजिए।
42. एक वृत्त में केंद्रीय कोण  $120^\circ$  होता है। दीर्घ कोण और लघु कोण का अनुपात ज्ञात कीजिए।
43. O केंद्र तथा AC व्यास वाले वृत्त की जीवा AB की लंबाई  $3\sqrt{2}$  सेमी है। यदि  $\angle ACB = 45^\circ$  है तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
44. आकृति में, O वृत्त का केंद्र है।  $\angle BOC$  ज्ञात कीजिए।





45. आकृति में 48 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा की लंबाई 25 सेमी है ।

जीवा की वृत्त के केंद्र से दूरी ज्ञात कीजिए।



## उत्तरमाला

क्र. सं.	उत्तर	क्र. सं.	उत्तर
1.	1	24.	1 सेमी
2.	0°	25.	60°
3.	90°	26.	100°
4.	85°	27.	30°
5.	70°	28.	155°
6.	5 सेमी	29.	190°
7.	120°	30.	48°
8.	120°	31.	270°
9.	12 सेमी	32.	140°
10.	55°	33.	6 सेमी
11.	90°	34.	240°
12.	230°	35.	80°
13.	6	36.	वर्ग
14.	120°	37.	180°
15.	90°	38.	180°
16.	5 मी	39.	90°
17.	24 सेमी	40.	1 सेमी
18.	110°	41.	60°
19.	205°	42.	2 : 1
20.	110°	43.	9π वर्ग सेमी
21.	10 सेमी	44.	160°
22.	180°	45.	7 सेमी
23.	180°		

## अध्याय - 11

### हीरोन का सूत्र

#### याद रखने योग्य बिंदु

- हीरोन सूत्र : यदि त्रिभुज ABC में BC = a इकाई, CA = b इकाई तथा AC = c इकाई, तो हीरोन सूत्र द्वारा त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल :

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\text{जहाँ } s = \text{त्रिभुज का अर्द्ध परिमाप} = \frac{a+b+c}{2}$$

- हीरोन के सूत्र का अनुप्रयोग:

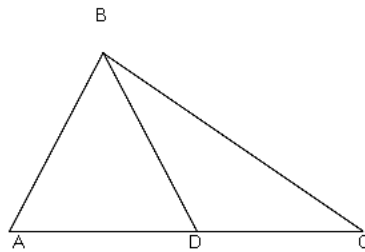
एक चतुर्भुज जिसकी भुजाएँ तथा एक विकर्ण दिए हो, तो उसका क्षेत्रफल उसे दो त्रिभुजों में विभाजित करके और फिर हीरोन के सूत्र का प्रयोग करके ज्ञात किया जा सकता है।

#### प्रश्नावली

1. अर्ध-परिधि और  $\Delta ABC$  के पक्षों के बीच का अंतर 8 सेमी, 7 सेमी और क्रमशः 5 सेमी है। त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।
2. अर्ध-परिधि और  $\Delta PQR$  की भुजाओं का अंतर क्रमशः 3सेमी, 2सेमी और 1सेमी है।  $\Delta PQR$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
3. एक त्रिभुज का परिमाप 540 मी है, यदि भुजाओं का अनुपात 25:17:12 हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

4. एक त्रिभुज का परिमाण 24मी है, यदि भुजाओं का अनुपात 3: 4: 5 हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।
5. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल 8 वर्ग सेमी है। इसका अर्द्ध परिमाण ज्ञात कीजिए।
6. एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल  $4\sqrt{3}$  वर्ग सेमी है, इसका अर्द्ध परिमाण ज्ञात कीजिए।
7. यदि  $s-a = 12$  सेमी,  $s-b = 19$ सेमी तथा  $s- c = 4$  सेमी हो, तो  $s$  का मान ज्ञात कीजिए।
8. यदि  $s- a = 17$  सेमी,  $s- b = 28$  सेमी तथा  $s- c = 35$  सेमी हो, तो  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।
9. समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण 16 सेमी है। इसकी बराबर भुजाओं में से एक का आधार से अनुपात 3:2 है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
10. यदि समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा का माप 40 मीटर है और इसका लंबा विकर्ण 48 मी है, तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
11.  $\triangle ABC$  में,  $a = 3b = 6c$  तथा  $s = \alpha \times a$ , तो  $\alpha$  का मान ज्ञात कीजिए।
12. यदि  $\triangle ABC$  में  $a = 35$  सेमी,  $b = 25$  मी तथा  $c = 50$  सेमी हो, तो  $s-b$  का मान ज्ञात कीजिए।
13. एक त्रिभुज में  $a = 10$  सेमी,  $b = 7$  सेमी तथा  $s = 15$  सेमी हो, तो  $c$  का मान ज्ञात कीजिए।
14. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी प्रत्येक बराबर भुजा का माप 13 सेमी है और आधार 24 सेमी है ।

15. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी प्रत्येक बराबर भुजा का माप 20 सेमी है और आधार 32 सेमी है।
16. एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा का माप '2a'सेमी है।
17. यदि एक समबाहु त्रिभुज की माध्यिका की लम्बाई 'a' इकाई हो तो इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
18. एक वर्ग और एक समबाहु त्रिभुज का परिमाण बराबर है। यदि वर्ग के विकर्ण का माप  $12\sqrt{2}$ सेमी हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
19. एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज का आधार और क्षेत्रफल समान है। यदि त्रिभुज की भुजाएँ 26 सेमी, 28 सेमी और 30 सेमी हैं, और समांतर चतुर्भुज का आधार 28 सेमी है, तो समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
20. एक समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल  $k$ वर्ग सेमी है, जिसमें  $AB = 12$  सेमी,  $BC = 9$  सेमी और विकर्ण  $AC = 15$  सेमी है तो  $(k-100)$  का मान ज्ञात कीजिए।
21. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल  $k\sqrt{30}$  वर्ग सेमी है, जिसकी दो भुजाएँ 8 सेमी और 11 सेमी है व परिधि 32 सेमी है, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।
22. दी गई आकृति में,  $AD:DC = 3:2$ , यदि  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल 40 वर्ग सेमी हो तो  $\triangle BDC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।



23.  $\triangle ABC$  में,  $AB = 6$  सेमी,  $BC = 7$  सेमी तथा  $CA = 5$  सेमी हो तो  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
24. एक त्रिभुज की भुजाएं 9 सेमी, 28 सेमी और 35 सेमी हैं तो इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
25. एक त्रिभुज की भुजाएं 20 सेमी, 50 सेमी और 50 सेमी हैं तो इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
26. एक त्रिभुज की भुजाएँ 17 सेमी, 25 सेमी और 28 सेमी हैं। सबसे बड़ी भुजा पर शीर्षलम्ब की लंबाई ज्ञात कीजिए।
27. एक क्षेत्र एक समलम्ब के आकार का है, जिसकी समानांतर भुजाएँ 25 मीटर और 10 मीटर हैं। गैर- समानांतर भुजाएँ 14 मीटर और 13 मीटर हैं। क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. एक त्रिभुजाकार मैदान में घास लगाने का कुल खर्च बताइए, यदि इसकी भुजाओं का माप 50 मीटर, 65 मीटर और 65 मीटर है तथा घास ₹ 7 प्रति वर्ग मीटर की दर से लगाई जाती है।
29. यदि एक त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को दुगुना कर दिया जाये तो उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी।
30. यदि किसी त्रिभुज की भुजाएं 25:14:12 के अनुपात में हैं तथा उसका परिमाण 255 मीटर है तो उस त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा की माप बताइए।
31. एक त्रिकोणीय बोर्ड के किनारों का माप 6 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी है तो उसे पेंट करने की लागत बताइए यदि पेंट की दर ₹ 9 प्रति वर्ग सेमी हो।

32. समद्विबाहु त्रिभुज का आधार 24 सेमी है और इसका क्षेत्रफल 192 वर्गसेमी है। इसका परिमाण ज्ञात कीजिए।
33. समबाहु त्रिभुज के आकार के एक क्षेत्र का परिमाण 36 सेमी है, उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
34.  $\triangle ABC$  एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई  $4\sqrt{3}$  सेमी हैं। P, Q और R क्रमशः AB, CA और BC के मध्यबिंदु हैं।  $\triangle PQR$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
35. एक त्रिभुज का परिमाण 32 सेमी, एक भुजा 11 सेमी और अन्य दो भुजाओं का अंतर 5 सेमी है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
36. समचतुर्भुज का परिमाण 100 मीटर है और विकर्ण 40 मी है। समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
37. चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें  $AB = 9$  सेमी,  $BC = 40$  सेमी,  $CD = 28$  सेमी,  $DA = 15$  सेमी और  $\angle ABC = 90^\circ$  ।
38. एक समकोण त्रिभुज में समकोण वाले भुजाओं का अंतर 14 सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल 120 वर्ग सेमी है। त्रिभुज का अर्ध-परिमाण ज्ञात कीजिए।
39. एक त्रिकोणीय भूखंड की भुजाएँ 3: 5: 7 के अनुपात में हैं और इसकी परिधि 900 मीटर है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
40. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ 9 सेमी, 10 सेमी और 11 सेमी हैं।

## उतरमाला

प्रश्नसंख्या	उतर	प्रश्नसंख्या	उतर
1.	40 सेमी	21.	8
2.	6 वर्ग सेमी	22.	16 वर्ग सेमी
3.	9000 वर्ग मी	23.	$6\sqrt{6}$ वर्ग सेमी
4.	24 वर्ग मी	24.	$36\sqrt{6}$ वर्ग सेमी
5.	$(4 + 2\sqrt{2})$ सेमी	25.	$200\sqrt{6}$ वर्ग सेमी
6.	6 मी	26.	15 सेमी
7.	35 सेमी	27.	196 वर्ग सेमी
8.	52 सेमी	28.	₹ 10,500
9.	$8\sqrt{2}$ वर्ग सेमी	29.	300%
10.	1536 वर्ग मी	30.	125मी
11.	$\frac{3}{4}$	31.	₹ 216
12.	30 सेमी	32.	64 सेमी
13.	13 सेमी	33.	$36\sqrt{3}$ वर्ग सेमी
14.	60 वर्ग सेमी	34.	$3\sqrt{3}$ वर्ग सेमी
15.	192 वर्ग सेमी	35.	$8\sqrt{30}$ वर्ग सेमी
16.	$\sqrt{3}a^2$ वर्ग सेमी	36.	600 वर्ग मी
17.	$\frac{\sqrt{3}a^2}{3}$ वर्ग इकाई	37.	306 वर्ग सेमी
18.	$64\sqrt{3}$ वर्ग सेमी	38.	30 सेमी
19.	12 सेमी	39.	$13500\sqrt{3}$ वर्ग मी
20.	8	40.	$30\sqrt{2}$ वर्ग सेमी



## अध्याय - 12

# पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

### याद रखने योग्य बिंदु

- लम्बाई, क्षेत्रफल, तथा आयतन के मात्रक/इकाई

लम्बाई		
1 सेमी = 10 मिमी	1 डेसी मी = 10 सेमी	1 मी = 10 डेसी मी
1 मी = 100 सेमी	1 मी = 1000 मिमी	1 डेका मी = 10 मी
1 हेक्टो मी = 10 डेका मी = 100 मी	1 किमी = 1000 मी = 100 डेका मी = 10 हेक्टो मी	

क्षेत्रफल		
1 वर्ग सेमी = 100 वर्ग मिमी	1 वर्ग डेसी मी = 100 वर्ग सेमी	1 वर्ग मी = 100 वर्ग डेसी मी
1 वर्ग हेक्टो मी = 1 हेक्टेयर = 100 वर्ग डेका मी = 10000 वर्ग मी	1 वर्ग किमी = 100 हेक्टेयर = 100 वर्ग हेक्टो मी	

आयतन		
1 घन सेमी = 1 मिली ली = 1000 घन मिमी	1 ली = 1000 मिली = 1000 घन सेमी	1 घन मी = $10^6$ घन सेमी = 1000 ली = 1 किलो ली
1 घन डेसी मी = 1000 घन सेमी	1 घन मी = 1000 घन डेसी मी	1 घन किमी = $10^9$ घन मी

- घनाभ

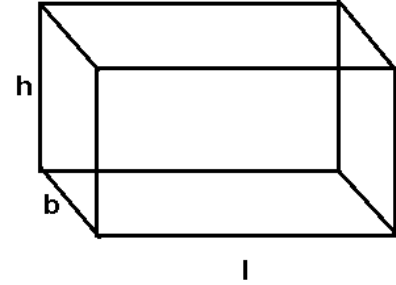
घनाभ का आयतन =  $l.b.h$

घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$

घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2h(l + b)$

घनाभ का विकर्ण =  $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

चार दीवारों का क्षेत्रफल =  $2h(l + b)$  = (फर्श का परिमाण) x ऊँचाई



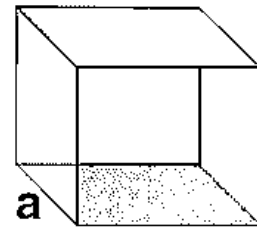
- घन

घन का आयतन =  $a^3$

घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $6a^2$

घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4a^2$

घन का विकर्ण =  $\sqrt{3}a$



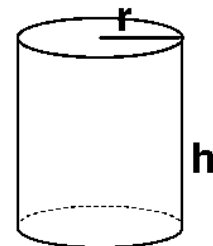
- बेलन

बेलन का आयतन =  $\pi r^2 h$

बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r(r + h)$

बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r h$

आधार का क्षेत्रफल =  $\pi r^2$



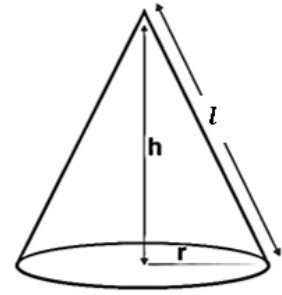
- शंकु

शंकु का आयतन =  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi r(r + l)$

शंकु का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\pi r l$

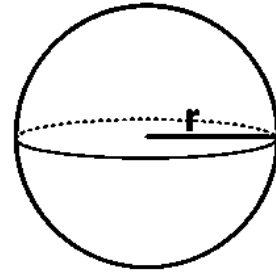
शंकु की तिर्यक ऊंचाई ( $l$ ) =  $\sqrt{h^2 + r^2}$



- गोला

गोले का आयतन =  $\frac{4}{3}\pi r^3$

गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4\pi r^2$

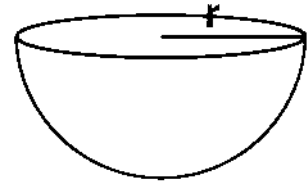


- अर्धगोला

अर्धगोले का आयतन =  $\frac{2}{3}\pi r^3$

अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $3\pi r^2$

अर्धगोले का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r^2$



## प्रश्नावली

1. यदि एक घन का आयतन 2.197 घन सेमी है, इसकी भुजा का माप ज्ञात करो ।
2. 5मी लम्बे, 4 मी चौड़े और 3 मी ऊँचे कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे लंबी छड़ की लंबाई ज्ञात कीजिए।
3. यदि एक घन के विकर्ण की लम्बाई  $2\sqrt{3}$ सेमी है तो इसका आयतन ज्ञात कीजिए।
4. एक खेत में 7 मी भुजा का एक घन के आकार का गड्ढा खोदा गया। खोदने के उपरांत निकली मिट्टी का आयतन क्या होगा?
5. 8 मी  $\times$  6 मी  $\times$  5 मी विमाओं वाले एक कमरे की चारों दीवारों को रंगा जाना है, रंगे जाने वाले क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करो ।
6. एक घनाकार कमरे के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए जिसका आयतन 512 घन मीटर है ।
7. एक 15 सेमी किनारे वाली धातु के ठोस घन को पिघलाकर 3 सेमी किनारे वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं ?
8. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 96 वर्ग सेमी है तो इसका आयतन ज्ञात कीजिए।
9. एक घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल और पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल का अंतर क्या होगा यदि घन के किनारे की माप 5.5 सेमी है?

10. तीन बराबर घनों को एक पंक्ति में जोड़ा गया है | इस प्रकार बने घनाभ के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा तीन घनों के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के योग का अनुपात ज्ञात कीजिए।
11. यदि दो घनों के आयतन का अनुपात 8:1 है, तो उनके किनारों में क्या अनुपात होगा ?
12. एक घनाभ के आकार के ठोस का आयतन 6 घन सेमी है तथा इसकी विमाएं 3: 2: 1 के अनुपात में है तो ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो |
13. 'V' आयतन वाले एक घन के प्रत्येक किनारे को दुगना कर दिए जाए, तो नए घन का आयतन ज्ञात करो |
14. 'S' पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले एक घनाभ के प्रत्येक किनारे को दुगना कर दिया जाए, तो नए घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो |
15. एक घनाभ की विमायें 30 सेमी × 30 सेमी × 32.4 सेमी है तो इस घनाभ में से 3 सेमी किनारे वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं ?
16. एक 6 मी लम्बी तथा 5 मी चौड़ी छत पर वर्षा का पानी 15 सेमी की ऊँचाई तक भरा हुआ है, तो छत पर भरे पानी की मात्रा ज्ञात करो |
17. यदि A1, A2 तथा A3 किसी घनाभ के आसन्न फलक के क्षेत्रफल है तो उस घनाभ का आयतन ज्ञात करो |
18. यदि किसी घन के विकर्ण की लम्बाई 'L' तथा आयतन 'V' है तो 'L' और 'V' में संबंध बताओ।
19. x, y तथा z विमाओं वाले एक घनाभ का आयतन 'V' तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल 'A' हो तो  $\frac{A}{V}$  ज्ञात करो |

20. किसी घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का योग 20 सेमी है तथा इसके विकर्ण की लम्बाई  $5\sqrt{5}$  सेमी है तो उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो ।
21. एक घन के प्रत्येक किनारे की लम्बाई 50% बढ़ाने पर उसके सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?
22. एक घनाभकार पानी की टंकी 8 मी लम्बी, 4 मी चौड़ी तथा 2 मी गहरी है। इस टंकी में कितने लीटर पानी आ सकता है?
23. एक घनाभकार बर्तन 15 मी लम्बा तथा 6 मी चौड़ा है । उसे कितना ऊँचा बनाया जाए, कि उसमें 36000 लीटर द्रव आ जाए?
24. एक शीत संग्रहण की लम्बाई उसकी चौड़ाई की दुगुनी है। उसकी ऊँचाई 3 मी है और चारों दीवारों का क्षेत्रफल 180 वर्ग मी है तो उसका आयतन ज्ञात करो ।
25. एक घनाभकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी है । यदि इसकी विमाएं 1: 2: 3 के अनुपात में हो तो डिब्बे का आयतन ज्ञात कीजिए।
26. यदि दो लंब वृत्तीय बेलनों की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात क्रमशः 3: 2 तथा 4: 5 तो उनके पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।
27. एक बेलन की त्रिज्या तथा ऊँचाई 1: 2 के अनुपात में है तथा इसका आयतन  $16\pi$  घन सेमी है तो इसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
28. एक लम्ब वृत्तीय बेलनाकार गुफा, जिसका व्यास 2 मी तथा ऊँचाई 35 मी है, को एक लोहे की चादर से बनाना है। आवश्यक लोहे की चादर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (उत्तर  $\pi$  में दे)
29. दो समान आयतन वाले बेलनों की त्रिज्याओं का अनुपात  $\sqrt{2} : 1$  है, तो उनकी ऊँचाइयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

30. यदि दो बेलनों की त्रिज्या और ऊँचाई में अनुपात क्रमशः 5: 3 तथा 2: 3 है तो उनके आयतन में अनुपात ज्ञात कीजिए।
31. यदि एक बेलन की त्रिज्या को दुगना कर दिए जाए तथा ऊँचाई को समान रखा जाए तो बेलन के आयतन में क्या परिवर्तन आएगा?
32. यदि एक लम्ब वृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या को आधा कर जाए और ऊँचाई को समान रखा जाए तो नए बेलन के आयतन का प्रारंभिक बेलन के आयतन से अनुपात ज्ञात कीजिए ।
33. एक ताँबे के ठोस गोले, जिसकी त्रिज्या 3 सेमी है, को प्रहार करके एक 0.6 सेमी व्यास के तार में बदला जाता है। प्राप्त तार की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।
34. एक लकड़ी के 24 मी ऊँचे ठोस शंकु के आधार की परिधि 44 मी है तो उसकी तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
35. एक 'r' त्रिज्या वाले बंद लम्ब वृत्तीय बेलन के आधार का व्यास, उसकी ऊँचाई 'h' के बराबर है तो उसका पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 'r' में ज्ञात करें।
36. एक तार की त्रिज्या को एक-तिहाई कम कर दिया जाता है । उसकी लम्बाई को कितने गुना बढ़ाया जाए ताकि उसका आयतन समान रहे?
37. 'r' त्रिज्या वाले बेलन का आयतन, x इकाई की भुजा वाले वर्गाकार आधार वाले घनाभ के आयतन के समान है। यदि बेलन तथा घनाभ समान ऊँचाई के हैं तो 'r' को 'x' में व्यक्त करें।
38. एक ठोस बेलन को पिघलाकर समान त्रिज्या वाले शंकु में ढाला जाता है, तो शंकु व बेलन की ऊँचाई में अनुपात क्या होगा?

39. एक लम्ब वृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या '3r' है तथा उसकी ऊँचाई, आधार की त्रिज्या के बराबर है। शंकु का आयतन ज्ञात करो।(आयतन r में व्यक्त करे)
40. यदि दो शंकुओं के आयतन और व्यास में अनुपात क्रमशः 1:4 तथा 4:5 है तो उनकी ऊँचाइयों में अनुपात ज्ञात करो ।
41. एक शंकु का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल दूसरे शंकु से दुगना है जबकि दूसरे शंकु की तिर्यक ऊँचाई पहले शंकु से दुगनी हो, तो दोनों की त्रिज्याओं में अनुपात ज्ञात करो।
42. दो शंकुओं का व्यास बराबर हैं। यदि उनकी तिर्यक ऊँचाइयों में अनुपात 5:4 है, तो उनके पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात ज्ञात करो ।
43. एक लम्ब वृत्तीय बेलन तथा एक लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या तथा आयतन समान है, तो उनकी ऊँचाइयों में अनुपात ज्ञात कीजिए ।
44. एक लम्ब वृत्तीय शंकु की तिर्यक ऊँचाई तथा आधार की त्रिज्या क्रमशः 'L' तथा 'R' है तो उसके पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आधार के क्षेत्रफल में अनुपात ज्ञात करो।
45. यदि एक लकड़ी के 12 मी ऊँचे ठोस शंकु के आधार की परिधि 22 मी है तो उसकी तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
46. यदि एक ठोस गोले की त्रिज्या को दुगना कर दिया जाए तो उसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि या कमी होगी ?
47. समान त्रिज्या तथा समान ऊँचाई वाले बेलन, शंकु और अर्द्धगोले के आयतन में अनुपात ज्ञात कीजिए।



48. यदि एक बेलन और शंकु का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर है और उनके आधार की त्रिज्या भी बराबर है तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई और बेलन की ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिए।
49. एक शंकु, अर्द्धगोला तथा बेलन समान आधार और समान ऊँचाई के हैं। तो उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो।
50. एक लम्ब वृत्तीय बेलन में एक गोला इस तरह से रखा हुआ है कि यह इसको ऊपर, नीचे तथा पार्श्व पृष्ठ से छूता है। यदि गोले की त्रिज्या 'r' हो तो बेलन का आयतन ज्ञात करो।

### उत्तरमाला

1	1.3सेमी	26	6 : 5
2	$5\sqrt{2}$ मी	27	2 सेमी
3	8 घन सेमी	28	$70\pi$ वर्ग मी
4	343 घन मी	29	1 : 2
5	140 वर्ग मी	30	50 : 27
6	$8\sqrt{3}$ मी	31	पुराने आयतन का 4गुना
7	125	32	1 : 4
8	64 घन सेमी	33	400 सेमी या 4 मी
9	60.50 वर्ग सेमी	34	25 मी
10	7 : 9	35	$4\pi r^2$ वर्ग इकाई
11	2 : 1	36	9गुना
12	22 वर्ग सेमी	37	$\frac{x}{\sqrt{\pi}}$
13	पुराने घन के आयतन का 8 गुना	38	3 : 1
14	पुराने घनाभ के पृष्ठीय क्षेत्रफल क 4 गुना	39	$9\pi r^3$ घन इकाई
15	1080	40	25 : 64
16	4.5 घन मी या 4500 L	41	4 : 1
17	$\sqrt{A_1 A_2 A_3}$ घन इकाई	42	5 : 4
18	$3\sqrt{3}V = L^3$	43	1 : 3
19	$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$	44	L : R
20	275 वर्ग सेमी	45	12.5 मी
21	125%	46	700% वृद्धि
22	64000 लीटर	47	3 : 1 : 2
23	4 मी	48	2 : 1
24	$20 \times 10 \times 3 = 600$ घन मी	49	1 : 2 : 3
25	$10 \times 20 \times 30 = 6000$ घन मी	50	$2\pi r^3$ घन इकाई

## अध्याय - 13

# सांख्यिकी

### याद रखने योग्य बिंदु

अवर्गीकृत आँकड़ों की केन्द्रीय प्रवृत्ति के तीन माप हैं:

- (i) माध्य : प्रेक्षणों के सभी मानों के योग को प्रेक्षणों की कुल संख्या से भाग देने पर माध्य प्राप्त होता है। इसे  $\bar{x}$  से प्रकट किया जाता है।

$$\text{अंतः } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ है।}$$

अवर्गीकृत बारंबारता के लिए  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$  होता है।

- (ii) माध्यक : यह सबसे मध्य वाले प्रेक्षण का मान होता है जब आँकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में लिखते हैं। माध्यक का परिकलन इस प्रकार किया जाता है।

जब प्रेक्षणों की संख्या 'n' विषम संख्या है, तो माध्यक  $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$  वें प्रेक्षण का मान होता है।

जब प्रेक्षणों की संख्या 'n' सम संख्या है, तो माध्यक  $= \left(\frac{n}{2}\right)$  वें और  $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$  वें प्रेक्षणों के मानों का माध्य होता है।

- (iii) बहुलक : बहुलक सबसे अधिक बार आने वाले प्रेक्षण का मान होता है।

## प्रश्नावली

1. 8 के सभी गुणनखंडों का माध्य ज्ञात कीजिए।
2. 20 से 50 के बीच अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
3. प्रथम दस पूर्ण संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
4. निम्नलिखित आकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए:

देश	फुटबॉल पसंद करने वाले लोगों की संख्या
भारत	120
चीन	150
यू० के०	100
इटली	130

5. 90 और 100 के बीच सभी विषम संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
6. 1 से 11 तक के सभी अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
7. प्रथम छह अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
8. यदि  $x$ ,  $x + 1$ ,  $x + 3$ ,  $x + 6$  का माध्य  $15/2$  है, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।
9. प्रथम बारह विषम प्राकृतिक संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
10. आठ संख्याओं का माध्य 25 है। यदि प्रत्येक संख्या को 4 से गुणा किया जाता है, तो नया माध्य क्या होगा?
11. 24 के सभी गुणनखंडों का माध्य ज्ञात कीजिए।

12.  $x$  के किस मान के लिए, निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक 17 है :
- 15, 16, 17, 14, 17, 16, 13,  $\frac{x-1}{2}$ , 17, 16, 15, 15
13.  $x$  के किस मान के लिए, निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक 7 है :
- 3, 5, 6, 7, 5, 4, 7, 5, 6,  $\frac{2x-21}{3}$ , 8, 7
14. एक कक्षा में परीक्षा में लड़कियों के औसत अंक 80 और लड़कों के औसत अंक 70 है, पूरी कक्षा के औसत अंक 74 है, कक्षा में लड़कियों और लड़कों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
15. निम्नलिखित आंकड़ों का परिसर ज्ञात कीजिए
- 25.7, 16.3 , 2.8 , 21.7, 4.3 , 22.7, 24.9
16. निम्नलिखित आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए - V, VI, IX, X, II, IV.
17. 23, 30, 37, 27, 47, 46, 24, 31 का माध्यक ज्ञात कीजिए।
18. पाँच संख्याओं का माध्य 18 है, यदि एक संख्या को छोड़कर उनका माध्य 16 है, तो छोड़ दी गयी संख्या ज्ञात कीजिए।
19. 25 से कम सभी अभाज्य संख्याओं का माध्यक ज्ञात कीजिए।
20. किसी आंकड़े की अधिकतम संख्या 29 और परिसर 20 हो तो उसकी निम्नतम संख्या का मान ज्ञात कीजिए।
21. एक बारम्बारता बंटन के वर्ग चिह्न दिए गए हैं- 15, 20, 25, 30, ... | वर्ग चिह्न 40 का संगत वर्ग ज्ञात कीजिए।
22. यदि अवलोकनों  $x$ ,  $x + 3$ ,  $x + 5$ ,  $x + 7$  और  $x + 10$  का माध्य 9 है, तो अंतिम तीन अवलोकनों का माध्य ज्ञात कीजिए।
23. प्रथम छह प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का माध्य ज्ञात कीजिए।

24. प्रथम पाँच प्राकृतिक संख्याओं के घन का माध्य ज्ञात कीजिए।
25. पाँच के प्रथम पांच गुणनखंडों के माध्य और माध्यक के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए।
26. यदि  $a$ ,  $b$  और  $c$  का माध्य 6 है और  $a$ ,  $b$ ,  $c$  और  $d$  का माध्य 7 है, तो  $d$  का मान ज्ञात कीजिए।
27. यदि  $x$ ,  $x+2$ ,  $x+4$ ,  $x+6$ ,  $x+8$  का माध्यक 24 है, तो  $2x-3$  का मान ज्ञात कीजिए।
28. पांच संख्याओं का माध्य 30 है, और सभी 5 संख्याओं को 6 से भाग दिया जाये तो नया माध्य ज्ञात कीजिए।
29. निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए-
- 15,14,19,20,14,15,16,14,15,18,14,19,15,17,15
30. 34,32, $x$ ,  $x-1$ ,19,15,11 का माध्यक ज्ञात करें, यदि 10,20,30,40,50 का माध्य  $x$  है।
31. यदि 6,8, 10,3,7 और  $m$  का माध्य 7 है, तो  $\frac{m}{2}$  का मान ज्ञात कीजिए।
32. एक क्रिकेटर का आठ पारियों में 60 रन का औसत स्कोर है, ज्ञात कीजिए कि नौवीं पारी में उसके द्वारा कितने रन बनाए जाए ताकि उसका औसत स्कोर 65 हो जाए।
33. बीस संख्याओं का माध्य 18 है। यदि पहले दस नंबरों में प्रत्येक में 3 जोड़ा जाए, तो बीस नंबरों के नए सैट का माध्य ज्ञात कीजिए।
34. पाँच संख्याओं का माध्य 30 है, एक संख्या को छोड़कर उनका माध्य 28 है, तो बहिष्कृत संख्या ज्ञात कीजिए।

35. यदि दस अवलोकनों का माध्य 20 है, पंद्रह अलग अवलोकनों का माध्यक 16 हो, तो सभी पच्चीस अवलोकनों का माध्य ज्ञात कीजिए।

36. आरोही क्रम में व्यवस्थित निम्नलिखित अवलोकनों का माध्यक 25 है,  $x$  का मान ज्ञात कीजिए:

11, 13, 15, 19,  $x+2$ ,  $x+4$ , 30, 35, 39, 46

37. आरोही क्रम में व्यवस्थित 20 अवलोकनों में से 10वां और 11वां आंकड़ा 41 और 43 हैं। माध्यक बताइए।

38. यदि 5, 9,  $x$ , 17, 21 का माध्य 13 है, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

39. 80 वस्तुओं का माध्य 25 है, यदि गणना के समय गलती से 16 और 4 के बजाय 60 और 40 लिखा गया, तो सही माध्य ज्ञात कीजिए।

40. 100 अवलोकनों का माध्य 50 है। यदि अवलोकनों में से एक जो कि 50 था, को 150 से बदल दिया गया है, तो नए माध्य का मान ज्ञात कीजिए।

41. दस अवलोकन 6, 14, 15, 17,  $x+1$ ,  $2x-13$ , 30, 32, 34, 43 आरोही क्रम में लिखे गए हैं, जिनका माध्यक 24 है, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

42. यदि ' $n$ ' अवलोकनों का माध्य  $\bar{x}$  है तो  $\sum f_i(x_i - \bar{x})$  का मान ज्ञात कीजिए।

43. दिए गए आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए-

V, VI, V, VII, V, VIII, V, IX, V, X

44. यदि किसी बारंबारता बंटन सारणी में किसी वर्ग का मध्य बिंदु 10 है और वर्ग की चौड़ाई 6 हो तो निम्न वर्ग सीमा ज्ञात कीजिए।

45. यदि किसी वितरण के दो लगातार वर्ग चिह्न 52 तथा 57 हो तो दोनों अंतरालों की वर्ग सीमा को ज्ञात कीजिए।

46. 10 के सभी गुणनखंडों का माध्य ज्ञात कीजिए ।
47. दिए गए अक्षरों में माध्यक अक्षर ज्ञात कीजिए- I, N , D , I, A
48. दिए गए अक्षरों का बहुलक ज्ञात कीजिए- C, O, V, A, C, C, I, N, E
49. पहले पांच अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों का माध्य ज्ञात कीजिए:  
यदि A = 1, B = 2, C = 3, D = 4.....
50. दिए गए आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिये: 41, 43, 127, 99, 61, 92, 71, 58, 57. यदि 58 को 85 से बदल दिया जाये तो नया माध्यक क्या होगा?



## उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1	3.75	26	10
2	35.85 (लगभग)	27	37
3	4.5	28	5
4	125	29	15
5	95	30	29
6	5	31	4
7	6.83 (लगभग)	32	105
8	5	33	19.5
9	12	34	38
10	100	35	17.6
11	7.5	36	22
12	$x = 35$	37	42
13	$x = 21$	38	$x = 13$
14	2 : 3	39	24
15	22.9	40	51
16	VI	41	20
17	30.5	42	0
18	26	43	V
19	11	44	7
20	9	45	49.5 - 54.5 और 54.5 - 59.5
21	37.5 - 42.5	46	4.5
22	11.33 (लगभग)	47	I
23	15.16 (लगभग)	48	C
24	45	49	C
25	0	50	61 और 71

## अध्याय - 14

### प्रायिकता

#### याद रखने योग्य बिंदु

- घटना- घटना एक क्रिया है जिसके परिणाम स्वरूप एक या कई परिणाम होते हैं।

उदाहरण: - (i) सिक्का उछालना, घटना कहलाता है।

(ii) पासा फेंकने को घटना कहा जाता है।

- एक घटना E की प्रायिकता P (E) से दर्शायी जाती है।

$$P (E) = \frac{\text{अभिप्रयोगों की संख्या जिनमें } E \text{ घटी है}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}}$$

- घटना E की प्रायिकता हमेशा 0 और 1 के बीच होती है,

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

- यदि P (E) =1 है, तो E एक निश्चित घटना है।

- यदि P (E) =0 है, तो E एक असंभव घटना है।

- P(E) + P (Eनहीं) = 1

या

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

## प्रश्नावली

1. उस संख्या का चयन करने की प्रायिकता ज्ञात करें जो निम्न आंकड़ों का परिसर है:  
25.7, 16.3, 2.8, 21.7, 24.3, 22.9, 24.9.
2. एक सिक्का एक बार उछाला जाता है, तो चित्त आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
3. ताश की गड्डी में 52 पत्ते हैं, चित्र वाला पत्ता आने की क्या प्रायिकता है?
4. एक पासे को एक बार उछाला जाता है, अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
5. एक पासे को एक बार उछाला जाता है, भाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
6. 2 से 70 के बीच में 7 से विभाज्य संख्याओं की क्या प्रायिकता है?
7. KASHMIR शब्द में स्वर (Vowel) आने की प्रायिकता क्या है?
8. 47 छात्रों की एक कक्षा में, 29 छात्र गणित और बाकी छात्र अंग्रेजी पढ़ते हैं। अंग्रेजी पढ़ने वाले छात्रों की प्रायिकता बताइए ।
9. INDIA शब्द में, S अक्षर को प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है?
10. गणित विषय के बारे में 250 छात्रों का एक सर्वेक्षण किया गया था। जिसमें 143 छात्र गणित पसंद करते हैं। गणित पसंद नहीं करने वाले छात्रों की प्रायिकता ज्ञात करो ।
11. एक इलाके में 67 वाहन हैं, जिसमें 39 काली गाड़ियाँ हैं। वाहन की काली गाड़ी न होने की प्रायिकता क्या है?
12. ताश के 52 पत्तों में से एक हरा पत्ता पाने की प्रायिकता क्या है?

13. हॉकी के एक मैच में, एक टीम के जीतने की संभावना 0.04 है। खेल में हारने की संभावना क्या है?
14. 50 छात्रों की कक्षा में 70% उत्तीर्ण हुए। असफल छात्रों की प्रायिकता क्या है?
15. एक बैग में 5 सफेद, 6 काली और 3 हरी गेंदें होती हैं। एक गेंद निकालने पर हरी गेंद न आने की प्रायिकता क्या है?
16. एक पासा एक बार 'उछाला जाता है। नंबर "7" प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है?
17. 56 सेबों के एक बैग में, 19 सड़े हुए थे। एक सेब यादृच्छिक चुना जाता है। एक ताजा सेब प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात करो।
18. शब्द 'MISSISSIPPI' में 'M' अक्षर प्राप्त करने की संभावना क्या है?
19. 1500 परिवारों में, 814 परिवारों में 2 बच्चे हैं और बाकी परिवारों में 1 बच्चा है। 1 बच्चे वाला परिवार होने की प्रायिकता ज्ञात करो ।
20. 5 और 15 की संख्या के बीच एक संख्या चुनी जाती है। चुनी गई संख्या के विषम संख्या होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
21. कक्षा IX में कुल छात्र 36 थे। इनमें से 20 छात्र लड़के हैं। कक्षा में लड़कियां होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
22. एक क्रिकेट मैच में, एक बल्लेबाज 30 गेंदों पर 5 बार चौका मारता है। उन्होंने चौका नहीं मारा, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
23. जनवरी 2021 के महीने में 5 रविवार और 5 सोमवार मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

24. 52 ताश के पत्तों के एक पैकेट में एक काला बादशाह मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
25. एक पासा एक बार उछाला जाता है। "5" से कम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात करो।
26. एक लॉटरी में 15 पुरस्कार और 25 खाली टिकट हैं। पुरस्कार मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
27. यदि  $P(E) = 0.023$  तो  $P(E \text{ नहीं})$  ज्ञात कीजिये।
28. एक जोड़ी सिक्के एक बार फेंके जाते हैं। कम से कम दो चित्त प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात करो।
29. एक पासा एक बार उछाला जाता है। 4 या 5 नहीं मिलने की प्रायिकता ज्ञात करो।
30. एक बैग में 3 और 32 के बीच संख्या की पर्चियां हैं। क्या संभावना है कि यादृच्छ्या चुनी गई पर्ची में 5 का गुणज है?
31. यदि किसी घटना E घटित होने और न होने की प्रायिकता के बीच का अंतर  $\frac{3}{7}$  है, तो घटना E घटित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
32. यदि पुरस्कार मिलने की संभावना 55% है तो पुरस्कार न मिलने की क्या प्रायिकता है?
33. एक संख्या को पहले 30 पूर्ण संख्याओं में से यादृच्छिक पर चुना जाता है। क्या संभावना है कि चयनित संख्या 3 का गुणज है?

34. एक सप्ताह में एक सार्वजनिक पुस्तकालय से जारी पुस्तकों की संख्या है:

1029, 1130, 1538, 1600, 1236, 1585, 1800

प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि एक दिन में जारी पुस्तकों की संख्या 1500 से कम है।

35. शब्द TRIANGLE में, N अक्षर को प्राप्त करने की क्या प्रायिकता है?

36. क्या प्रायिकता है कि दक्ष और उसके दोस्त मनीष का जन्मदिन एक ही दिन हो?

37. शब्द 'MATHEMATICS' से व्यंजन चुनने की प्रायिकता क्या है?

38. यदि किसी घटना के न होने की संभावना 45% है तो घटना के घटने की संभावना क्या है?

39. एक बैग में 3 लाल गेंदें, 5 काली गेंदें और 6 हरी गेंदें हैं। एक गैर लाल गेंद निकालने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

40. 52 ताश के पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छिक पर चुना जाता है। काले पत्ते के मिलने की प्रायिकता क्या है?

41. एक पासे को एक बार उछालने पर सम संख्या आने की क्या प्रायिकता है?

42. एक सिक्का एक बार उछाला जाता है, तो चित्त या पट्ट आने की क्या प्रायिकता है?

43. एक पासे को एक बार उछाला जाता है। पासे पर संख्या '8' आने की क्या प्रायिकता है?

44. नेहा और पवन एक खेल, खेल रहे हैं। पवन के खेल जीतने की प्रायिकता 0.99 है तो नेहा के खेल जीतने की प्रायिकता क्या है?

45. जयराम एक विज्ञान का प्रश्न हल करने का प्रयास करता हैं। यदि जयराम द्वारा प्रश्न को हल न कर पाने की प्रायिकता  $\frac{1}{2}$  है तो जयराम के प्रश्न को हल कर पाने की क्या प्रायिकता है?
46. नौवीं कक्षा के शिक्षक श्री नवीन, एक ऑनलाइन कक्षा का आयोजन करते हैं। 35 छात्रों में से 28 छात्रों ने कक्षा में भाग लिया। कक्षा में अनुपस्थित छात्रों की क्या प्रायिकता है?
47. एक ऑनलाइन कक्षा में, 12 छात्र मोबाइल की सहायता से कक्षा में शामिल होते हैं, 16 छात्र टैबलेट के साथ और शेष 7 छात्र लैपटॉप की सहायता जुड़ते हैं। टैबलेट के साथ जुड़ने वाले छात्रों की क्या प्रायिकता है?
48. मेंटल मैथ्स की पुस्तकों को कक्षा V से कक्षा X के लिए लिखने के लिए कुल 21 शिक्षकों का चयन किया जाता है। 4 शिक्षक कक्षा IX के लिए पुस्तक लिखते हैं। शेष कक्षाओं के लिए पुस्तक लिखने वाले शिक्षक विशेष की प्रायिकता क्या है?
49. एक प्रश्नपत्र में 30% प्रश्न 'बहु-विकल्पीय' हैं, 40% प्रश्न 'सही-गलत' प्रकार के हैं और शेष 'सही मिलान करो' प्रकार के हैं। 'सही मिलान करो' प्रकार के प्रश्नों की प्रायिकता क्या है?
50. दो बच्चों वाले परिवार में लड़कियों की संख्या के बारे में एक सर्वेक्षण किया जाता है।

परिवार की संख्या	लड़कियों की संख्या
25	0
50	1
75	2

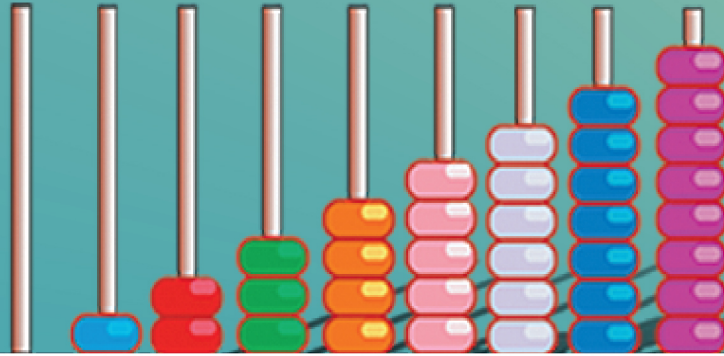
एक चुने गए परिवार में सिर्फ एक लड़का है इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

## उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
1	$\frac{1}{7}$	26	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{1}{2}$	27	0.977
3	$\frac{3}{13}$	28	$\frac{1}{4}$
4	$\frac{1}{2}$	29	$\frac{2}{3}$
5	$\frac{1}{3}$	30	$\frac{3}{14}$
6	$\frac{9}{67}$	31	$\frac{5}{7}$
7	$\frac{2}{7}$	32	45%
8	$\frac{18}{47}$	33	$\frac{3}{10}$
9	0	34	$\frac{1}{2}$
10	$\frac{107}{250}$	35	$\frac{1}{8}$
11	$\frac{28}{67}$	36	$\frac{1}{365}$
12	0	37	$\frac{7}{11}$
13	0.96	38	55%
14	$\frac{3}{10}$	39	$\frac{11}{14}$
15	$\frac{11}{14}$	40	$\frac{1}{2}$
16	0	41	$\frac{1}{2}$
17	$\frac{37}{56}$	42	1
18	$\frac{1}{11}$	43	0
19	$\frac{343}{750}$	44	0.01
20	$\frac{4}{9}$	45	$\frac{1}{2}$
21	$\frac{4}{9}$	46	$\frac{1}{5}$
22	$\frac{5}{6}$	47	$\frac{16}{35}$
23	$\frac{2}{7}$	48	$\frac{17}{21}$
24	$\frac{1}{26}$	49	30%



25	$\frac{2}{3}$	50	$\frac{1}{3}$
----	---------------	----	---------------



शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली



पढ़े चलो बढ़े चलो