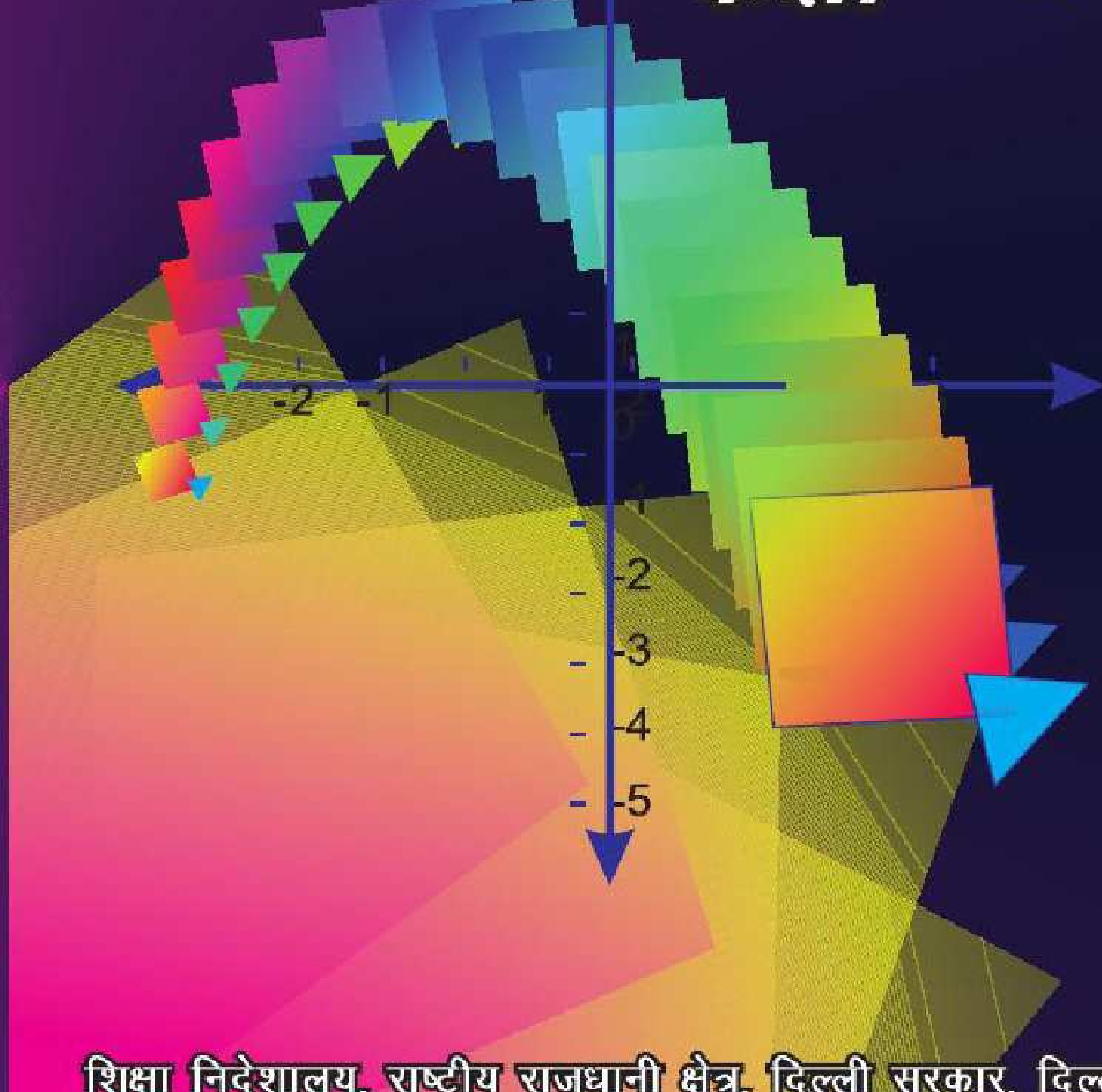
मैंटल मैथ्स

प्रश्न कोष

कक्षा 9



शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली

मैंटल मैथ्स

कक्षा-9

2024-25

शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

ASHOK KUMAR
IAS

सचिव (शिक्षा)
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054
दूरभाष: 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

सत्यमेव जयते

Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187, Telefax : 23890119
E-mail : secyedu@nic.in

MESSAGE

The eloquent words of Galileo Galilei resonate: 'The laws of nature are written by the hand of God in the language of mathematics.' In this profound observation, the great astronomer awakened humanity to the paramount importance of mathematics. Within our school education system, mathematics holds a pivotal role, with a dedicated focus on foundational numeracy and literacy.

This year marks a significant milestone, as the project extends its reach to Government-Aided schools and introduces Level IV for classes 11^{th} and 12^{th} as well.

In the competitive arena, where time is of the essence, a strong command over mathematics is indispensable. These skills are not only prized in competitive exams but also wield significant influence in the realms of entrepreneurship and innovation. Mental Maths, with its transformative impact, enhances students' number sense, fosters an understanding of relationships between quantities, and cultivates logical thinking for problem-solving.

The meticulously crafted Mental Maths Question Banks recognize the diverse abilities, needs, and interests of students. As the saying goes, 'Nothing great can be achieved without consistent and persistent hard work'. Heartfelt congratulations to the State Core Team members, District Cordinators and Subject Experts for their silent and steadfast dedication to bring forth these impactful publications.

(Ashok Kumar)

BHUPESH CHAUDHARY, IAS
DIRECTOR (EDUCATION & SPORTS)

सत्यमेव जयते

Directorate of Education,
Govt. of NCT of Delhi
Room No. 12, Civil Lines,
Old Secretariat, Delhi-54
Phone: 011-23890172
Email: diredu@nic.in

MESSAGE

Beyond mere numbers and equations, Mathematics serves as a foundational language, intricately woven into the fabric of everything from the technology we rely on to the scientific principles shaping our understanding of the cosmos.

Enter Mental Maths – a captivating art of calculation sans paper or tools, a dance of numbers performed within the confines of the mind. It's not just about crunching numbers; it's about empowerment. Mental Maths nurtures the comprehension of place value, fortifies basic operations, and establishes a robust foundation for grappling with more complex mathematical concepts in the future.

Engaging in Mental Maths includes exercising multiple cognitive processes – memory, attention, and critical thinking. Studies reveal that regular Mental Maths exercises contribute to maintaining cognitive reserve, postponing the onset of age-related memory loss, and fending off other cognitive declines. In essence, Mental Maths keeps our minds agile and adaptable, akin to the benefits of physical activity for our bodies. It becomes the catalyst for swift decision-making and adept situational adaptation.

A heartfelt commendation goes to the dedicated State Core Team members and subject experts who meticulously crafted the Mental Maths Question Banks. These resources, tailored for students in Government and Government-Aided Schools of the Directorate of Education are a testament to their sincere efforts and the wise guidance of the Project Director of Mental Maths. It brings me immense pleasure to present this Mental Maths Question Bank to students, encouraging them to weave the magic of Mental Maths into the tapestry of their daily lives.

Bhupesh

(BHUPESH CHAUDHARY)

विकास कालिया
क्षेत्रीय शिक्षा निदेशक
उत्तर एवं मध्य क्षेत्र,
पुरस्कार एवं कल्याण शाखाएँ,
पत्राचार विद्यालय एवं
रा. मुक्त विद्यालयी शिक्षा शाखाएँ
परियोजना निदेशक: मेंटल मैथ्स

सत्यमेव जयते

VIKAS KALIA
Regional Director of Education
Central & North,
Awards & Welfare Branches,
Patrachar Vidyalaya &
NIOS (Branches)
Project Director: Mental Maths

MESSAGE

At the tender age of 16, RPraggnanandhaa, the prodigious talent in Indian chess, sent waves through the global chess community by outsmarting Chess Grandmaster Magnus Carlsen in a lightning-fast game at the Airthings Masters Rapid Chess Tournament. His secret weapon was the remarkable ability for mental calculations. This young genius effortlessly combines his exceptional talent with lightning-quick numerical intuition, fortifying his strategic thinking skills.

At the age of 20, Neelakanta Bhanu Prakash of Hyderabad secures his place as the fastest human calculator on the planet, clinching India's first gold in the Mental Calculation World Championship at the Mind Sports Olympiad in London. Holding an impressive tally of 4 world records and 50 Limca records for speed calculation, his journey is even more remarkable considering a childhood setback. A skull fracture at the age of 5 kept him away from school for a year, but he turned adversity into opportunity, delving into puzzle-solving and mathematics games to hone his cognitive skills.

Mental Mathematics isn't just about acing exams; it's a cognitive superpower that equips the brain to think strategically, break down challenges into manageable steps, and devise creative solutions. This skill transcends academic boundaries, proving invaluable when estimating shopping costs, calculating expenses, or planning a trip. Imagine confidently tallying a shopping bill without reaching for any gadgets.

Recognizing that each student has a unique learning style, Mental Maths Question Banks cater to diverse needs, offering a plethora of materials. Through collaborative efforts, students engage in exhilarating Mental Maths competitions, learning from one another and building self-confidence.

A heartfelt acknowledgment goes to the Mental Maths State Core Team, District and Zonal Coordinators, and HOSs for their unwavering dedication to bringing the Mental Maths superpower to students across all Government and government-aided schools of the Directorate of Education. Gratitude extends to the esteemed Secretary Education and the Director of Education for their guidance and constructive feedback, steering the Mental Maths Project toward continuous improvement.

(VIKAS KALIA)
PROJECT DIRECTOR (MMP)

अभिस्वीकृति

विषय विशारद एवं पाठ्य सामग्री निर्माण समिति

कक्षा-9 (सत्र 2024-2025)

डॉ. सुनील अग्रवाल, प्रवक्ता
समन्यवक, मेंटल मैथ्स प्रोजेक्ट
रा.स.सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, पौसंगीपुर, बी-1, जनकपुरी (विद्यालय कोड - 1618003)
संपदा गुलाटी, उप-प्रधानाचार्या
सह समन्वयक, मेंटल मैथ्स प्रोजेक्ट
राजकीय सर्वोदय कन्या विद्यालय, नं. 1, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618017)
रणवीर सिंह, प्रधानाचार्य
राजकीय सर्वोदय सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, लक्ष्मीबाई नगर, (विद्यालय कोड -1719101)
रेखा जौली, प्रवक्ता
राजकीय सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, लक्ष्मीबाई नगर, (विद्यालय कोड -1719101)
नारायण दत्त मासीवाल, प्रवक्ता
रा.स.सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, पौसंगीपुर, बी-1, जनकपुरी (विद्यालय कोड - 1618003)
वैशाली भाटिया अरोड़ा , प्रवक्ता
राजेंद्र प्रताप सर्वोदय विद्यालय, न्यू राजेंद्र नगर (विद्यालय कोड -2128032)
कुमार गौरव, टी. जी. टी.
राजकीय सर्वोदय सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय, कंगनहेडी, (विद्यालय कोड -1821034)
अनामी शरण श्रीवास्तव, टी. जी. टी.
राजकीय सर्वोदय सह-शिक्षा उच्चतर माध्यमिक विद्यालय सेक्टर -13, रा. कृ. पुरम , (विद्यालय कोड -1719130)
नेहा भट्ट, टी. जी. टी.
राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, आई. एन . ए. कॉलोनी , (विद्यालय कोड -1924038)
रानू कुमार जैन, टी. जी. टी.
राजकीय बाल उच्चतर माध्यमिक विद्यालय नं. -1, मोती बाग (विद्यालय कोड -1719010)

तकनीकी सहायक एवं मुख पृष्ठ आवरण

प्रेम कुमार शर्मा, प्रवक्ता
राजकीय उच्चतर माध्यमिक बाल विद्यालय, नं. 1, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618006)
अजय कुमार तिवारी, प्रवक्ता
राजकीय उच्चतर माध्यमिक बाल विद्यालय, नं. 1, जे जे कॉलोनी खयाला (विद्यालय कोड -1514003)
नरेश कुमार, टी.जी.टी.
राजकीय सर्वोदय बाल विद्यालय, नं. 2, सी ब्लॉक, जनकपुरी (विद्यालय कोड -1618005)

STATE LEVEL MENTAL MATH QUIZ COMPETITION RESULT 2022-2023
LEVEL-3
REGION- EAST (1st POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	AYUSH NARAYAN	DEO KANT NARAYAN	20170173516	SBV RADHEY SHYAM PARK	1003152	ROHITASH PAREEK
2	IX	AVIN JANGID	VINOD KUMAR	20170290248	SOSE KHICHRI PUR	1002401	KAMALJEET SINGH
3	IX	SIDDHANT KUSHWAHA	SANTOSH KUSHWAHA	20190034262	SOSE KALKA JI	1925438	AJAY VIR SINGH

REGION-SOUTH (1ST RUNNER UP)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	RAUNAK PANDEY	SANJAY KUMAR PANDEY	20200216399	SOSE SEC. 5 DWARKA	1821292	AAKANKSHA
2	IX	NISHITA	KAMLESH GUPTA	20220283744	SOSE SEC.6 DWARKA	1821274	KAMAL YADAV
3	IX	MD. REHAN AHMAD	HASNAIN AHMAD	2019022048	SBV DEENDAR PUR	1822247	LOKESH CHAUHAN

REGION -WEST (2ND RUNNER UP)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	HARSHIT	RAJ KUMAR	20190069638	GSBV PEERAGARHI	1617254	RITU DALAL
2	IX	ADITYA KUMAR	VINOD KUMAR	20200104126	GBSSS NO-2 MOHAN GARDEN	1618277	RAJESH KUMAR GUPTA
3	IX	UDAY KUMAR	MANOJ MEHTO	20190259455	G COED S SCHOOL VIKASNAGAR	1618067	MAHESH KUMAR

REGION -NORTH (4TH POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	ARYAN KUMAR JHA	NIRANJAN KUMAR JHA	20190076652	RPVV SEC 11 ROHINI	1413076	PREETI SHARMA
2	IX	HIMANSHU	KASHMIRI LAL	20210184012	GBSSS NITHARI VILLAGE	1412259	RAJESH SHARMA
3	IX	PRINCE MISHRA	MITHILESH MISHRA	20190224308	SOSE SEC-23 ROHINI	1413345	DEEPAK

REGION -CENTRAL (5TH POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	PIYUSH	RAM BAHADUR	20190035435	SOSE CIVIL LINES	1207259	MANEETA SHARMA
2	IX	PRANAV KUMAR SINGH	VIVEKANAND SINGH	20220380973	SOSE CIVIL LINES	1207259	MANEETA SHARMA
3	IX	KESHAV KUMAR JHA	KRISHAN KUMAR JHA	20190277515	GBSSS MUKUND PUR	1207236	SUNIL KUMAR

STATE LEVEL MENTAL MATH QUIZ COMPETITION RESULT 2023-2024
LEVEL-3
REGION-SOUTH (1st POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	RAM AGARWAL	SHIV SHANKAR AGARWAL	20230149197	DBRA SOSE SEC 10 DWARKA	1821291	ANJU KUMARI
2	IX	ARCHIT SINGHAL	AMIT KUMAR SINGHAL	20230170874	DBRA SOSE SEC 10 DWARKA	1821291	ANJU KUMARI
3	IX	ATUL ADARSH	SHRI PRAKASH	20200050037	S.CO-ED. SSV QUTAB MEHRAULI	1923004	VINOD KUMAR

REGION -CENTRAL (2nd POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	NAITIK KUMAR GUPTA	NANHE LAL GUPTA	20140222901	GSBV BURARI	1207009	V.K. MISHRA
2	IX	AYUSH	RAM BAHADUR	20150342631	DBRA SOSE CIVIL LINES	1207259	MANEETA SHARMA
3	IX	NAITIK CHAUDHARY	NARAYAN JEE CHAUDHARY	20230187471	DBRA SOSE CIVIL LINES	1207259	MANEETA SHARMA

REGION -WEST (3rd POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	GAUTAM CHOUDHARY	LALAN CHOUDHARY	20140045124	SCAN SBV NO 2 B-BLOCK, JANAK PURI	1514008	ABHISHEK KATARIA
2	IX	KUNDAN KUMAR	JOGINDER BHAGAT	20210129388	G. (CO-ED) SS POCKET 3 BINDAPUR	1618269	RAJ NARAYAN PARBAT
3	IX	ANJALI	KAMAL SINGH	20140152848	GSKV AMALWAS JAWLAPURI	1617036	CHANDER KANTA

REGION- EAST (4th POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	UDBHAV DALMIA	PRADEEP DALMIA	20230201064	DBRA SOSE GANDHI NAGAR	1003267	DEEPAK KUMAR SHARMA
2	IX	AARAV NAGPAL	LATE KISHORE NAGPAL	20220248303	RSBV SURAJMAL VIHAR	1001006	DEEPAK KUMAR TYAGI
3	IX	KRISH KUMAR	VIRENDRA KUMAR SAW	20200197665	DBRA SOSE GAUTAM PURI	1105250	RAJ KUMAR

REGION -NORTH (5th POSITION)

S. No.	CLASS	NAME OF STUDENT	FATHER'S NAME	STUDENT ID	SCHOOL NAME	SCHOOL CODE	NAME OF GUIDE TEACHER
1	IX	JATIN SHARMA	GAJENDER SHARMA	20200103916	SBV POOTH KALAN	1412007	RAJU
2	IX	AYUSH	SHIV CHANDER	20140192804	GBSSS GTB NAGAR	1309008	SUGAR SINGH
3	IX	KAPIL PRAJAPATI	RAM KISHAN	20210142057	SBV TIKRI KHURD	1310458	VIJAY PAL

भारत का संविधान

[1][भाग 4 क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51क. मूल कर्तव्य - भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह -

(क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्रध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे ;

(ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे ;

(ग) भारत की संप्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखे ;

(घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे ;

(ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभाव से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो स्त्रियों के सम्मान के विरुद्ध है ;

(च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्व समझे और उसका परिरक्षण करे ;

(छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणि मात्र के प्रति दयाभाव रखे ;

(ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे ;

(झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे ;

(ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत प्रयास करे, जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊंचाइयों को छू ले ;]

[2][(ट) यदि माता-पिता या संरक्षक है, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य के लिए शिक्षा के अवसर प्रदान करे ।]

---

1. संविधान (बयालीसवा संशोधन) अधिनियम 1976 की धारा 11 द्वारा (3-1-1977 से) अंत: स्थापित |
2. संविधान (छियासीवा संशोधन) अधिनियम 2002 की धारा 4 द्वारा (1-4-2010 से) अंत: स्थापित |

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक [1]**[संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य]** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की **स्वतंत्रता**,

प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,

तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और [2][राष्ट्र की एकता और

अखंडता] सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर 1949 ई. (मिति मार्गशीर्ष शुक्ला सप्तमी, संवत् दो हज़ार छह विक्रमी) को **एतदद्वारा इस संविधान** को **अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।**

---

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) "प्रभुत्व-सपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य" के स्थान पर प्रतिस्थापित |

2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) "राष्ट्र की एकता" के स्थान पर प्रतिस्थापित |

SCHEDULE OF MENTAL MATHS QUIZ COMPETITIONS

FOR THE YEAR 2024-2025

DIRECTORATE OF EDUCATION

GOVT OF NCT OF DELHI

- Practice to students from Question Bank : 01.04.2024 to 19.10.2024
- School Level Quiz Competitions : 21.10.2024 to 30.10.2024
- Cluster Level Quiz Competition : 14.11.2024 to 20.11.2024
- Zonal Level Quiz Competition : 25.11.2024 to 30.11.2024
- District Level Quiz Competition : 07.12.2024 to 13.12.2024
- Regional Level Quiz Competition : 26.12.2024 to 31.12.2024
- State Level Quiz Competition : 18.01.2025 to 31.01.2025

विषय सूची

क्रमांक	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1	संख्या पद्धति	1
2	बहुपद	12
3	निर्देशांक ज्यामिति	22
4	दो चर वाले रैखिक समीकरण	34
5	यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय	40
6	रेखाएँ और कोण	49
7	त्रिभुज	60
8	चतुर्भुज	73
9	वृत्त	85
10	हीरोन का सूत्र	102
11	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	109
12	सांख्यिकी	121

अध्याय – 1

संख्या पद्धति

याद रखने योग्य बिंदु

- **प्राकृतिक संख्या**: $N = \{1, 2, 3, 4..........\}$, इन्हें गिनती संख्या भी कहा जाता है|
- **पूर्ण संख्या**: $W = \{0, 1, 2, 3.............\}$
- **पूर्णांक**: Z या $I = \{.........-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3..............\}$
- **परिमेय संख्या**:

  $Q = \{x = \frac{p}{q}$ जहाँ $p, q \in Z, q \neq 0$, और म.स. $(p, q) = 1\}$ उदाहरण: $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{15}{17}, -\frac{101}{20}$

  एक परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो सांत होता है या अनवसानी आवर्ती होता है|

  उदाहरण : 2.5, 3.128, 0.3, 40.157, 0.333… $(= 0.\overline{3})$ आदि|
- **अपरिमेय संख्या :** Q'= वह संख्या जिसका दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती होता है, अपरिमेय संख्या कहलाती है|

  उदाहरण : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, π, 1.314738……, 2.410112……….
- **वास्तविक संख्या (R)** : सभी परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ एक साथ लेने पर वास्तविक संख्याओं का संग्रह प्राप्त होता है |
- किसी वास्तविक संख्या 'a' के लिए

  $|a| = \begin{cases} a, & \text{if } a \geq 0 \\ -a, & \text{if } a < 0 \end{cases}$ और जहाँ $|a|$, a का निरपेक्ष मान कहलाता है }
- यदि 'x' और 'y' परिमेय संख्याएँ है, तो $(x + y), (x - y), x \times y, \frac{x}{y} (y \neq 0)$ भी परिमेय संख्याएँ होती है |

- यदि 'r ' एक शून्य के अतिरिक्त परिमेय संख्या है और 's' अपरिमेय संख्या है तो $(\mathbf{r}+\mathbf{s})$, $(\mathbf{r}-\mathbf{s})$, $\mathbf{r}\times\mathbf{s}$, $\frac{\mathbf{s}}{\mathbf{r}}(\mathbf{r}\neq 0)$, $\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{s}}(\mathbf{s}\neq 0)$ भी अपरिमेय संख्याएँ होती है|
- धनात्मक वास्तविक संख्याओं 'a' और 'b' के सम्बन्ध में निम्नलिखित सर्वसमिकाएँ लागू होती है:

(i) $\sqrt{\mathbf{ab}}=\sqrt{\mathbf{a}}.\sqrt{\mathbf{b}}$

(ii) $\sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}}=\frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}}$

(iii) $(\sqrt{\mathbf{a}}+\sqrt{\mathbf{b}})(\sqrt{\mathbf{a}}-\sqrt{\mathbf{b}})=\mathbf{a}-\mathbf{b}$

(iv) $(a+\sqrt{\mathbf{b}})(a-\sqrt{\mathbf{b}})=a^2-b$

(v) $(\sqrt{\mathbf{a}}+\sqrt{\mathbf{b}})^2=\mathbf{a}+2\sqrt{\mathbf{ab}}+\mathbf{b}$

- मान लीजिये a > 0 एक वास्तविक संख्या है , तथा p और q परिमेय संख्याएँ है तो

(i) $a^p.a^q=a^{p+q}$

(ii) $(a^p)^q=a^{pq}$

(iii) $\frac{a^p}{a^q}=a^{p-q}$

(iv) $a^pb^p=(ab)^p$

(v) $a^0=1(a\neq 0)$

प्रश्नावली

1. निम्नलिखित का इकाई अंक बताइए:

(i) $(13)^{41}$

(ii) $(24)^{31}$

(iii) $(79)^{78}$

(iv) $(46)^{100}$

(v) $(57)^{21}$

2. निम्न के बीच दो परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए:

(i) 3 और -2

(ii) $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{2}$

(iii) $2.\overline{14}$ और $2.\overline{58}$

3. यदि $\frac{2}{7} = 0.\overline{285714}$, तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए:

(i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{3}{7}$ (iii) $\frac{4}{7}$ (iv) $\frac{5}{7}$ (v) $\frac{6}{7}$

4. निम्नलिखित में से परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ बताइए:

(i) $\sqrt{400}$

(ii) $\sqrt{1100}$

(iii) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

(iv) $(2\sqrt{2} - \sqrt{7})\ (2\sqrt{2} + \sqrt{7})$

(v) $16^{\frac{1}{1}} + (625)^{\frac{1}{4}}$

(vi) 0.236

(vii) 2.371371…........

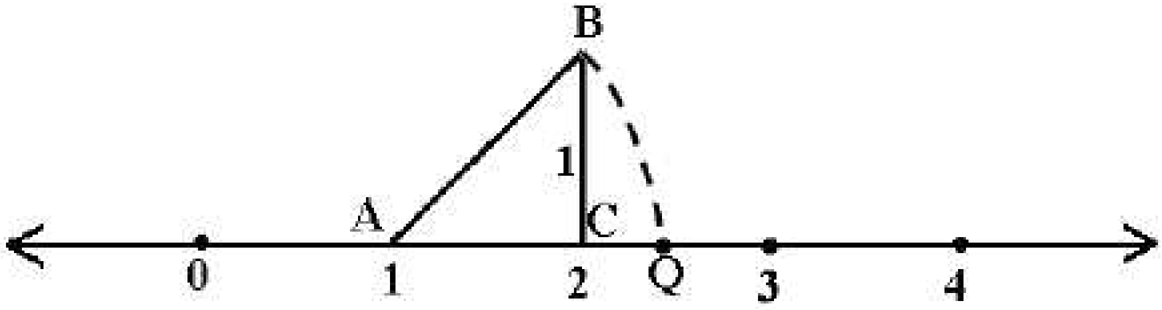
(viii) 1.1010010001…

(ix) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

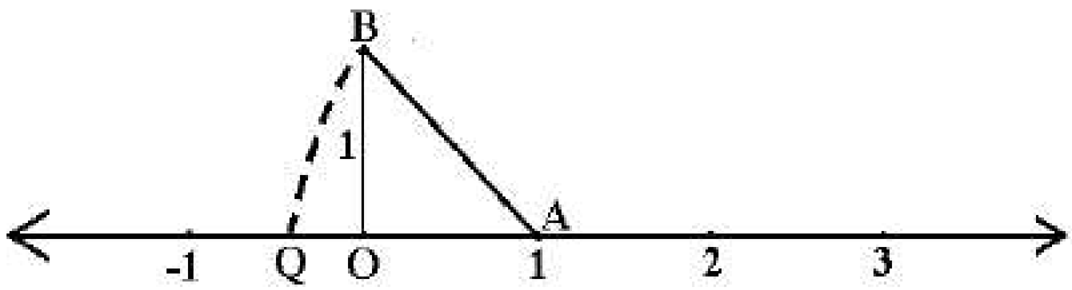
(x) $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})\ (\sqrt{3} + \sqrt{5})$

5. 3^{100} का एक तिहाई बताइए।

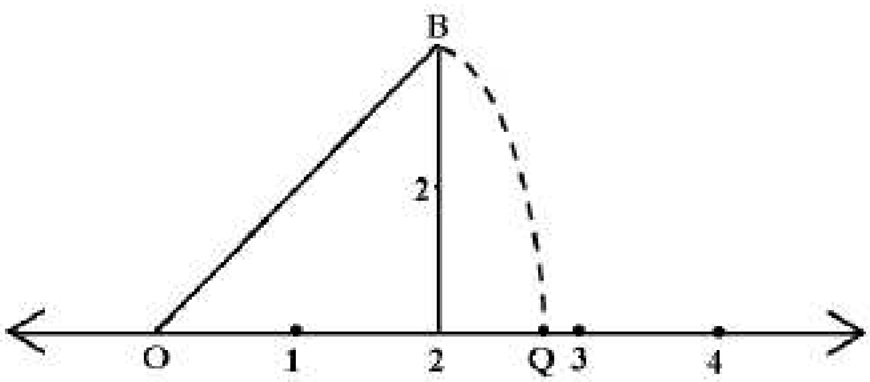
6. दी गई संख्या रेखा से OQ का माप ज्ञात कीजिए:



(i)



(ii)



(iii)

7. निम्नलिखित को $\frac{p}{q}$ रूप में बताइए:

(i) 0.45

(ii) 2.512

(iii) $0.\overline{53}$

(iv) $3.\overline{47}$

(v) $0.\overline{23} + 0.\overline{22}$

8. निम्नलिखित में से कौन सा बड़ा है:

(i) $\sqrt{0.04}$, $\sqrt{0.004}$, $\sqrt{4.0}$, $\sqrt{0.4}$

(ii) $\sqrt{2}$, $\sqrt[4]{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{2}$

(iii) $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$

(iv) $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[3]{81}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt[5]{81}$

(v) $2^{\frac{1}{5}}, 3^{\frac{1}{7}}, 4^{\frac{1}{5}}, 5^{\frac{1}{7}}$

9. सरल कीजिए:

(i) $(3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}) + (7\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$

(ii) $(\sqrt{13} - \sqrt{6})\ (\sqrt{13} + \sqrt{6})$

(iii) $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

(iv) $(\frac{2}{3}\sqrt{7} - \frac{1}{2}\sqrt{2} + 6\sqrt{11}) + (\frac{1}{3}\sqrt{7} + \frac{3}{2}\sqrt{2} - \sqrt{11})$

(v) $\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$

10. निम्न का परिमेयकारी व्यंजक बताइए:

(i) $\sqrt[3]{4}$

(ii) $\sqrt[5]{81}$

(iii) $2 - \sqrt{3}$

(iv) $\sqrt{3} + \sqrt{5}$

(v) $\sqrt{120} \times \sqrt{45}$

11. निम्न में हर का परिमयेकरण कीजिए:

(i) $\frac{2}{\sqrt{37} - 6}$

(ii) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

(iii) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(iv) $\frac{3}{\sqrt{48} - \sqrt{18}}$

(v) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}-\sqrt{15}}$

12. 'a' और 'b' का मान ज्ञात कीजिए:

(i) $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = a+b\sqrt{3}$

(ii) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = a+b\sqrt{2}$

(iii) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} = a+b\sqrt{5}$

13. यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ है, तो निम्न का मान बताइए:

(i) $x^3+\frac{1}{x^3}$ (ii) $x^5+\frac{1}{x^5}$

14. $\frac{21\sqrt{24}}{14\sqrt{54}}$ का मान बताइए|

15. $\frac{3^{40}+3^{39}+3^{38}}{3^{41}+3^{40}-3^{39}}$ का मान बताइए|

16. $(8^{-\frac{4}{3}} \div 2^2)^{\frac{1}{2}}$ का मान बताइए|

17. $\{(23 + 2^2)^{\frac{1}{3}} + (140 - 19)^{\frac{1}{2}}\}^2$ का मान बताइए|

18. निम्न को सरल कीजिए:

(i) $[(16)^{-\frac{1}{5}}]^{\frac{5}{2}}$

(ii) $(0.027)^{\frac{1}{3}}$

(iii) $[(625)^{-\frac{1}{2}}]^{-\frac{1}{4}}$

(iv) $(\sqrt[3]{64})^{-\frac{1}{2}}$

(v) $\sqrt{x^6 y^{-6}}$

(vi) $(256)^{0.16} (256)^{0.09}$

(vii) $-\sqrt{32} + 32\sqrt{2}$

(viii) $11\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$

(ix) $\left(\frac{64}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$

(x) $[5\left(8^{\frac{1}{3}}+27^{\frac{1}{3}}\right)^{3}]^{\frac{1}{4}}$

19. x का मान बताइए:

(i) $27^x = \frac{9}{3^x}$

(ii) $4^x - 4^{x-1} = 24$

(iii) $2^5 \div 2^x = (\sqrt[5]{2})^{10}$

(iv) $5^{x-2} . 3^{2x-3} = 135$

(v) $2^{x-7} . 5^{x-4} = 1250$

(vi) $\left(\frac{3}{5}\right)^{x}\left(\frac{5}{3}\right)^{2x} = \frac{125}{27}$

20. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + (0.001)^{-\frac{1}{3}} - (27)^{\frac{1}{3}}$ का मान बताइए |

21. यदि x^{-3}=64, तो $x^{\frac{3}{2}} + x^0$ का मान बताइए |

22. यदि $\sqrt{2}$ =1.4142, तो $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$ का मान बताइए |

23. यदि $x = \frac{2}{3+\sqrt{7}}$, तो मान बताइए |

(i) $(x-3)^4$

(ii) $(x+\sqrt{7})^3$

24. यदि $\sqrt{7 + a\sqrt{10}} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$, तो a का मान बताइए |

25. यदि $\sqrt{15 - a\sqrt{14}} = \sqrt{8} + \sqrt{7}$, तो a का मान बताइए |

26. यदि $\sqrt[3]{5^n}$= 25, तो $5\sqrt[n]{64}$ का मान बताइए |

27. यदि $x = 2+\sqrt{3}$, तो निम्न का मान बताइए :

(i) $x + \frac{1}{x}$ (ii) $x - \frac{1}{x}$ (iii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (iv) $x^2 - \frac{1}{x^2}$

28. यदि x =11-2$\sqrt{30}$, तो निम्न का मान बताइए :

(i) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ (ii) $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ (iii) $x - \frac{1}{x}$

29. यदि $x = (\sqrt{2} - 1)$, तो $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3$ का मान बताइए |

30. यदि $x - \frac{1}{x} = 2$ है, तो $x^3 - \frac{1}{x^3}$ का मान बताइए |

31. दो अपरिमेय संख्याओं के युग्म का उदाहरण दीजिए, जिसका

(i) अंतर एक परिमेय संख्या है|

(ii) अंतर एक अपरिमेय संख्या है|

(iii) जोड़ एक परिमेय संख्या है|

(iv) जोड़ एक अपरिमेय संख्या है|

(v) गुणनफल एक परिमेय संख्या है|

(vi) गुणनफल एक अपरिमेय संख्या है|

(vii) भागफल एक परिमेय संख्या है|

32. निम्न का मान बताइए:

(i) $\sqrt{(2020)(2022) + 1}$

(ii) $\sqrt{(2010)(2030) + 100}$

33. हल कीजिए:

(i) $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}) + (2\sqrt{3} - \sqrt{5}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$

(ii) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$

(iii) $\sqrt{12} + \sqrt{18} - (\sqrt{3} + \sqrt{2})$

(iv) $(\sqrt{72} - \sqrt{18}) \div \sqrt{12}$

(v) $\sqrt{192} - \frac{1}{2}\sqrt{48} - \sqrt{75}$

34. निम्न का मान बताइए:

(i) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt[11]{32}$

(ii) $\sqrt[6]{12} \div (\sqrt{3} \times \sqrt[3]{2})$

(iii) $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[4]{4}$

35. $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ का मान बताइए|

36. $\frac{1}{17}$ के दशमलव विस्तार में अंकों के दोहराव में अंकों की अधिकतम संख्या क्या हो सकती है ?

37. निम्नलिखित में से प्रत्येक में $(x + y)$ का मान बताइए :

(i) $(2\sqrt{2}+5\sqrt{3})+(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})=x\sqrt{2}+y\sqrt{3}$

(ii) $4\sqrt{3}-3\sqrt{12}+2\sqrt{75}=x\sqrt{2}+y\sqrt{3}$

(iii) $\sqrt{8}+\sqrt{32}-\sqrt{2}=x\sqrt{2}+y\sqrt{3}$

38. यदि $\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1}-\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1}=a-b\sqrt{7}$, तो $a + b$ का मान बताइए |

39. निम्नलिखित को हल करें:

(i) $[1-\frac{1}{3}][1-\frac{1}{4}][1-\frac{1}{5}]......[1-\frac{1}{n}]$

(ii) $\frac{x^{a(b-c)}}{x^{b(a-c)}}\div\left(\frac{x^b}{x^a}\right)^c$

(iii) $\left(\frac{2^a}{2^b}\right)^{a+b}\times\left(\frac{2^b}{2^c}\right)^{b+c}\times\left(\frac{2^c}{2^a}\right)^{c+a}$

(iv) $\sqrt{5+\sqrt{13+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}$

(v) $\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7}}}}}$

40. यदि $\sqrt{1+\frac{27}{169}}=(1+\frac{x}{13})$ तो x का मान बताइए |

उत्तरमाला

प्रश्न	उत्तर
1	(i) 3 (ii) 4 (iii) 1 (i) 6 (v) 7
2	(i) $-\frac{5}{2}, -\frac{11}{4}$ (ii) $\frac{5}{12}, \frac{11}{14}$ (iii) 2.3, 2.5 (या अन्य उपयुक्त उत्तर)
3	(i) $0.\overline{142857}$ (ii) $0.\overline{428571}$ (iii) $0.\overline{571428}$ (iv) $0.\overline{714285}$ (v) $0.\overline{857142}$
4	(i),(iv),(v),(vi),(vii)परिमेय संख्याएँ हैं। (ii),(iii),(viii),(ix),(x)अपरिमेय संख्याएँ हैं।
5	3^{99}
6	(i) $1+\sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{2-1}$ (iii) $\sqrt{8}$
7	(i) $\frac{9}{10}$ (ii) $\frac{314}{115}$ (iii) $\frac{53}{99}$ (iv) $\frac{344}{99}$ (v) $\frac{5}{11}$
8	(i) $\sqrt{4.0}$ (ii) $\sqrt{2}$ (iii) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (iv) $\sqrt{81}= 9$ (v) $5^{\frac{1}{2}}$
9	(i) $10\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ (ii) 7 (iii) $8-2\sqrt{15}$ (iv) $\sqrt{2} + \sqrt{7} + 5\sqrt{11}$ (v) $4\sqrt{3}$
10	(i) $\sqrt[3]{2}$ (ii) $\sqrt[5]{3}$ (iii) $2 + \sqrt{3}$ (iv) $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ (v) $\sqrt{6}$
11	(i) $2(\sqrt{37}+6)$ (ii) $7 + 4\sqrt{3}$ (iii) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$ (iv) $\frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{10}$ (v) $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$
12	(i) 2 (ii) 1 (iii) 13
13	(i) 2 (ii) 2
14	1

प्रश्न	उत्तर
15	$\frac{1}{3}$
16	$\frac{1}{8}$
17	400
18	(i) $\frac{1}{4}$ (ii) 0.3 (iii) $\sqrt{5}$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{x^3}{y^3}$ (vi) 4 (vii) $28\sqrt{2}$ (viii) $21\sqrt{5}$ (ix) $\frac{5}{4}$ (x) 5
19	(i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 3 (iv) 3 (v) 8 (vi) 3
20	$1\frac{1}{2}$
21	$1\frac{1}{8}$
22	0.4142
23	(i) 49 (ii) 27
24	2
25	-4
26	10
27	(i) 4 (ii) $2\sqrt{3}$ (iii) 14 (iv) $8\sqrt{3}$
28	(i) $2\sqrt{6}$ (ii) $2\sqrt{5}$ (iii) $4\sqrt{30}$
29	-8
30	14
31	(i) $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ (ii) $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$ (iii) $\sqrt{2}$, $(-\sqrt{2})$ (iv) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ (v) $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$ (vi) $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ (vii) $\sqrt{8}$, $\sqrt{2}$ (viii) $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$ (या अन्य उपयुक्त उत्तर)

Q.No.	ANSWER	Q.No.	ANSWER
32	(i) 2021 (ii) 2020	37	(i) 6 (ii) 8 (iii) 5
33	(i) 0 (ii) $2\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}$ (iii) $\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ (iv) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (v) $\sqrt{3}$	38	$\frac{2}{3}$
34	(i) 2 (ii) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ (iii) $2\sqrt[3]{3}$	39	(i) $\frac{1}{n}$ (ii) 1 (iii) 1 (iv) 3 (v) $7\frac{31}{32}$
35	1	40	1
36	16		

अध्याय – 2

बहुपद

याद रखने योग्य बिंदु

- <u>बहुपद</u> : एक चर वाला बहुपद ,$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ x में बीजीय व्यंजक है जहां a_0, a_1, a_2, ..., a_n अचर हैं | a_0, a_1, a_2, ..., a_n क्रमशः x^0, x^1, x^2..... x^n के गुणांक है और n को बहुपद की घात कहा जाता है| प्रत्येक $a_0, a_1x, a_2x^2, \ldots \ldots \ldots \ldots, a_nx^n$ जहां $a_n \neq 0$ को बहुपदp (x) का पद कहा जाता है| a_0, a_1, a_2, ..., a_n वास्तविक संख्याएँ है जबकि x की घात पूर्ण संख्याएं है|
- <u>बहुपद की घात</u> : बहुपदp (x) की घात ,चर की अधिकतम घात वाले पद का घातांक होता है |इसे deg p(x) से दर्शाया जाता है|
- <u>शून्य बहुपद</u> : $p(x) = 0$ शून्य बहुपद कहलाता है और शून्य बहुपद की घात बतायी नहीं जा सकती|
- <u>अचर बहुपद</u> : एक शून्येतर अचर संख्या अचर बहुपद कहलाती है| उदाहरण: 0.5, 11, 105 आदि| इसकी घात शून्य होती है|
- <u>रैखिक बहुपद</u> :एक घात वाली बहुपद को रैखिक बहुपद कहते हैं |इसका मानक रूप ax + b जहाँ a और b वास्तविक अचर संख्या है और $a \neq 0$ |

  उदाहरण: 3x + 1, 5x
- <u>द्विघात बहुपद</u> : दो घात वाली बहुपद को द्विघात बहुपद कहते हैं| इसका मानक रूप $ax^2 + bx + c$ है , जहाँ a ,b और cवास्तविक अचर संख्याएँ हैं और $a \neq 0$|

उदाहरण: $x^2 + 5x - 1$

- <u>त्रिघात बहुपद</u> : तीन घात वाली बहुपद को द्विघात बहुपद कहते हैं | इसका मानक रूप है $ax^3 + bx^2 + cx + d$, जहाँ a ,b c और d वास्तविक अचर संख्या है और $a \neq 0$ |उदाहरण: $x^3 + 1, x^3 + 3x^2 - 5x + 1$
- <u>चतुर्थघाती बहुपद</u>: चार घात वाली बहुपद को चतुर्थघाती बहुपद कहते हैं | इसका मानक रूप है $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, जहाँ a ,b , c, dऔर e वास्तविक अचर है और $a \neq 0$ |उदाहरण: $3x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 8$
- <u>एकपदी</u>: वह बहुपद जिसमें एक शून्येत्तर पद हो एकपदी कहलाता है| उदाहरण: 7x, $11x^3, \frac{-2}{3}xy, 4xyz$ आदि|
- <u>द्विपदी</u> : वह बहुपद जिसमें दो शून्येत्तर पद हो द्विपदी कहलाता है|
  उदाहरण: $x^2 + 1, 3p^3 - 5p, x + y, r^2 + 2s^2r$ आदि|
- <u>त्रिपदी</u> : वह बहुपद जिसमें तीन शून्येत्तर पद हो त्रिपदी कहलाता है|
  उदाहरण: $x^3 + x - 5,\ p + q + r, x^2 + 2y^2x - 3$ आदि|
- <u>बहुपद का शून्यक</u> : वास्तविक संख्या 'a' बहुपद p(x) का एक शून्यक होती है यदि p(a) = 0|
- <u>शेषफल प्रमेय</u> : यदि $p(x)$ एक से अधिक या एक के बराबर घात वाला एक बहुपद हो और $p(x)$ को

  (i) रैखिक बहुपद $(x - a)$, से भाग दिया गया हो तो शेषफल $p(a)$ होता है|

  (ii) रैखिक बहुपद $(x + a)$, से भाग दिया गया हो तो शेषफल $p(-a)$ होता है
- <u>गुणनखंड प्रमेय</u> : यदि p(x) घात $n \geq 1$ वाला एक बहुपद हो और' a 'कोई वास्तविक संख्या हो तो

(i) $(x - a), p(x)$ का गुणनखंड होता है यदि, $p(a) = 0$

(ii) $(x + a), p(x)$ का गुणनखंड होता है यदि, $p(-a) = 0$

- <u>**बीजीय सर्वसमिकाएं :**</u>

(i) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

(ii) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

(iii) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

(iv) $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

(v) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

(vi) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

(vii) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^1 + y^1 + z^1 - xy - yz - zx)$

(viii) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{1}(x + y + z)[(x - y)^1 + (y - z)^1 + (z - x)^1]$

यदि $x + y + z = 0$, तो $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

(ix) $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

$(x - y)^3 = x^3 - 3xy(x - y) - y^3$

(x) $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x + y)^3 = x^3 + 3xy(x + y) + y^3$

(xi) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

प्रश्नावली

1. निम्नलिखित में कौन से बहुपद हैं ?

(i) 0

(ii) $\frac{4}{5}x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{1}{2}$

(iii) $3^0 + 5^0 + 7^0$

(iv) $(\sqrt{3}x + \sqrt{2}y)^3$

(v) $x^2 + x + 3\sqrt{2}$

(vi) $5x + 3\sqrt{x} + \sqrt{7}x$

(vii) $\frac{4x^1 + 12xy + 9y^1}{2x + 3y}$

(viii) $2 + \frac{3}{x} + \frac{4}{x^1}$

2. निम्नलिखित बहुपदों को मानक रूप में व्यक्त करें और उनकी घात बताइए :

(i) $(x^2 + \sqrt{7})(x^2 - \sqrt{7})$

(ii) $(x + 3)(x + 5)$

(iii) $-\frac{5}{7}$

(iv) $(x + y)^2 - 2xy$

(v) $x^3 + x^5 + 3x + 2x^2 + x^6$

(vi) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$

(vii) $(y^2 + \sqrt{x^5})(y^2 - \sqrt{x^5})$

(viii) $3^2x^2 + 3^{10}x^5 + 3^{45}x + 3^{100} + 3^{31}x$

3. निम्नलिखित बहुपदों को अचर ,रैखिक, द्विघात, त्रिघाती और चतुर्थघाती बहुपदों में वर्गीकृत कीजिए :

(i) $p(x) = x^4 + 4x^2 + 16$

(ii) $q(y) = 5y^3 + 3y^2 + y + 2$

(iii) $r(z) = z^2 + 5z + 6$

(iv) $s(t) = \sqrt{5}t + 3$

(v) $u(x) = 5$

4. प्रत्येक का एक उदाहरण बताइए :

(i) 0 घात का बहुपद

(ii) 10 घात का द्विपद

(iii) 15 घात का एकपदी

(iv) 5 घात का त्रिपद

(v) 100 घात का बहुपद

(vi) 4 घात का बहुपद जिसका एक शून्यक 5 हो

(vii) 2 घात का बहुपद जिसका एक गुणनखंड $(x-1)$ हो

5. निम्नलिखित बहुपद का मान, दिए गए चरों के मान के लिए बताइए :

(i) $p(x) = x^3 - 6x^2 + 11x + 6, p(1)$

(ii) $p(x) = 2x^3 - 13x^2 + 17x + 12, p(0)$

(iii) $p(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6, p(-1)$

(iv) $p(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1, p(2)$

(v) $p(x) = x^2 - 5x + 2, p(-2)$

6. निम्नलिखित में y का गुणांक बताइए:

(i) $p(y) = y^3 - \frac{2}{3}y^2 - \frac{\pi}{2}y + 3.$

(ii) $q(y) = 2y^2 + b^2ky + 5y.$

(iii) $f(y) = \sqrt{3}hx^2y^2 - \sqrt{5}x^2y + \sqrt{3}y.$

(iv) $h(y) = y^3 + 2y^2 + 3.$

(v) $r(y) = yx^2 + 2yx - 3x.$

7. जब p(x) को g(x) से विभाजित किया जाता है तो शेषफल ज्ञात कीजिए और जाँचिए कि क्या g(x), p(x) का गुणनखंड है:

(i) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 1, g(x) = x - 1.$

(ii) $p(x) = 2x^4 - 6x^3 + 2x^2 - x + 2, g(x) = x + 1.$

(iii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4, g(x) = x - 2.$

(iv) $p(x) = x^{101} + 101, g(x) = x + 1.$

(v) $p(x) = x^3 - ax^2 + 6x - a, g(x) = x - a.$

(vi) $p(x) = x^3 + x^2 + x + 1, g(x) = x + 1.$

8. यदि g(x), f(x) का गुणनखंड है, तो' k' का मान बताइए :

(i) $f(x) = x^5 - kx^4 + k + x - 2, g(x) = x - k.$

(ii) $f(x) = x^3 + kx^2 - 17x + 15, g(x) = x - 3.$

(iii) $f(x) = 4x^2 + 12x + 5k - 1, g(x) = x - 1.$

(iv) $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - 50, g(x) = x - 5.$

(v) $f(x) = kx^2 - \sqrt{2}x + 1, g(x) = x - 1.$

9. निम्नलिखित के गुणनफल बताइए :

(i) $(x + \sqrt{2})(x + 3\sqrt{2})$

(ii) $(x + 2y)(x - 2y)(+4y^2)$

(iii) $(x^2 + 4 - 2x)(x^2 + 4 + 2x)$

(iv) $\left(\frac{2x}{5} - \frac{y}{3}\right)\left(\frac{y^2}{9} + \frac{4x^2}{25} + \frac{2xy}{15}\right)$

(v) $(0.5y^2 - 1.2z^2)(0.5y^2 + 1.2z^2)$

(vi) $\left(3a - \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{2}b + 3a\right)\left(\frac{1}{4}b^2 + 9a^2\right)$

10. विस्तारित रूप में व्यक्त कीजिए:

(i) $(a^2b - b^2a)^2$

(ii) $\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{5}\right)^2$

(iii) $(x - 2y + 3z)^2$

(iv) $(3x + 2y)^3$

(v) $\left(y - \frac{1}{y}\right)^3$

(vi) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b + 1\right)^2$

11. गुणनखंड कीजिए:

(i) $a^{12}x^4 - a^4x^{12}$

(ii) $x^2 + 2xz + z^2 - a^2 + 2ab - b^2$

(iii) $1 - 2xy - (x^2 + y^2)$

(iv) $x^2 + 5\sqrt{5}x + 30$

(v) $(x + y)^3 - 5(x + y)^3$

(vi) $2xy(x - y)^2 + x^2(x - y)^2 + y^2(x - y)^2$

(vii) $a^3x^3 - 3a^2bx^2 + 3ab^2x - b^3$

(viii) $x^2 - y^2 - x - y$

(ix) $24a^6b + 3a^3b^4$

(x) $a^5b^5 - a^2b^2$

(xi) $(a + b)^2 + 2(a + b) + 1$

(xii) $x^2 - y^2 + 2yz - z^2$

(xiii) $x^3 - 0.216$

(xiv) $4a^2 + 12ab + 9b^2 - 8a - 12b$

(xv) $x^4 + 4x^2 + 3$

12. यदि $x^4 - y^4$ को $x - y$ से भाग किया जाए, तो शेषफल ज्ञात कीजिए |

13. $15x^4 + 9x^3 + 27x^2$ में $5x^2 + 3x + 9$ का गुणांक बताइए|

14. यदि a=b=c तथा $(a+b+c)^2 - xa^2 = 0$, तो x का मान बताइए|

15. गुणनखंड ज्ञात कीजिए

$(x^2 - y^2)^3 + (y^2 - z^2)^3 + (z^2 - x^2)^3$

16. यदि $x + y = 12$ और $xy = 35$, तो $x^2 + y^2$ का मान बताइए|

17. यदि $ab + bc + ca = 0$, तो $\frac{1}{a^2-bc} + \frac{1}{b^2-ca} + \frac{1}{c^2-ac}$ का मान बताइए |

18. सरल कीजिए

$$\frac{1.5 \times 1.5 \times 1.5 - 0.5 \times 0.5 \times 0.5}{1.5 \times 1.5 + 1.5 \times 0.5 + 0.5 \times 0.5}$$

19. $\frac{20202020^2}{20202019^2 + 20202021^2 - 2}$ का मान बताइए |

20. आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए ,जिसका क्षेत्रफल $14x^2 - 11x - 15$ है|

21. सरल कीजिए:

$(a+b)(a-b)(a^2 - ab + b^2)\,(a^2 + ab + b^2)$

22. यदि $a + b + c = 3x$,तो $(x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3 - 3(x-a)(x-b)(x-c)$ का मान बताइए |

23. यदि a, b, c शून्य क बराबर नहीं है तथा $a + b + c = 0$, तो $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$ का मान बताइए|

24. यदि $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$, तो $\frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{2}$ का मान बताइए|

25. $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 6ac + 4ab + 12bc$ का वर्गमूल बताइए |

26. $\frac{27}{x^3} - \frac{8}{x^6} - \frac{54}{x^4} + \frac{36}{x^5}$ का घनमूल बताइए|

27. यदि $a^2 + b^2 + c^2 = 16$ तथा $ab + bc + ca = 10$, तो $(a + b + c)$ का मान बताइए|

28. यदि $x = \frac{a-b}{a+b}$, $y = \frac{b-c}{b+c}$, $z = \frac{c-a}{c+a}$, तो $\frac{(1+x)(1+y)(1+z)}{(1-x)(1-y)(1-z)}$ का मान बताइए|

29. यदि $(x + 1)$ और $(x - 1)$, $ax^3 + x^2 - 2x + b$ के गुणनखंड है तो a और b का मान बताइए|

30. $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^1 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$ का मान बताइए|

31. यदि $x - \frac{1}{x} = 3$, तो $x^3 - \frac{1}{x^3}$ का मान बताइए|

32. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$, तो $x^1 + \frac{1}{x^2}$ का मान बताइए|

33. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$, तो $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान बताइए|

34. यदि $a + b + c = 0$, तो $\frac{(b+c)^1}{3bc} + \frac{(c+a)^1}{3ac} + \frac{(a+b)^1}{3ab}$ का मान बताइए|

उत्तर

प्रश्न	उत्तर
1.	(i), (ii), (iii), (iv), (v), (vii)
2.	(i) $x^4 - 7$, घात 4 (ii) $x^2 + 8x + 15$, घात 2 (iii) $\frac{-5}{7}x^0$, घात 0 (iv) $x^2 + y^2$, घात 2 (v) $x^6 + x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x$, घात 6 (vi) $4x$, घात 1 (vii) $y^5 - x^5$, घात 5 (viii) $3^{10}x^5 + 3^{45}x^3 + 3^2x^2 + 3^{31}x + 3^{100}$, घात 5
3.	(i) चतुर्घाती बहुपद (ii) त्रिघाती बहुपद (iii) द्विघाती बहुपद (iv) रैखिक बहुपद (v) अचर बहुपद
4.	(i) $p(x) = -\frac{5}{9}$ (ii) $f(x) = x^{10} - 3x^2$ (iii) $g(y) = 3y^{15}$ (iv) $h(t) = -7t^5 - 2t + 1$ (v) $q(y) = 5y^{100} - y^{82} + 7y^{17} - 1$ (vi) $f(x) = x^4 - 625$ (vii) $p(x) = x^2 - 1$ या अन्य उपर्युक्त हल
5.	(i) 12 (ii) 12 (iii) 0 (iv) 7 (v) 16
6.	(i) $-\frac{\pi}{2}$ (ii) $b^2k + 5$ (iii) $\sqrt{3}$- $\sqrt{5}\,x^2$
6.	(iv) 0 (v) $x^2 + 2x$
7.	(i) शेषफल = 1, नहीं (ii) शेषफल = 13, नहीं (iii) शेषफल = 8, नहीं (iv) शेषफल = 100, नहीं (v) शेषफल = 5a, नहीं (vi) शेषफल = 0, हाँ
8.	(i) $k = 1$ (ii) $k = 1$ (iii) $k = -3$ (iv) $k = -30$ (v) $k = \sqrt{2} - 1$
9.	(i) $x^2 + 4\sqrt{2}x + 6$ (ii) $x^4 - 16y^4$ (iii) $x^4 + 4x^2 + 16$ (iv) $\frac{8x^3}{125} - \frac{y^3}{27}$ (v) $0.25y^4 - 1.44z^4$ (vi) $81a^4 - \frac{b^4}{16}$
10.	(i) $a^2b^2(a^2 - 2ab + b^2)$ (ii) $\frac{x^1}{4} + \frac{y^1}{25} - \frac{xy}{5}$ (iii) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6xz.$ (iv) $27x^3 + 8y^3 + 54x^2y + 36xy^2$ (v) $y^3 - \frac{1}{y^3} - 3y + \frac{3}{y}$ (vi) $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{9}b^2 + 1 - \frac{ab}{3} - \frac{2b}{3} +$ a

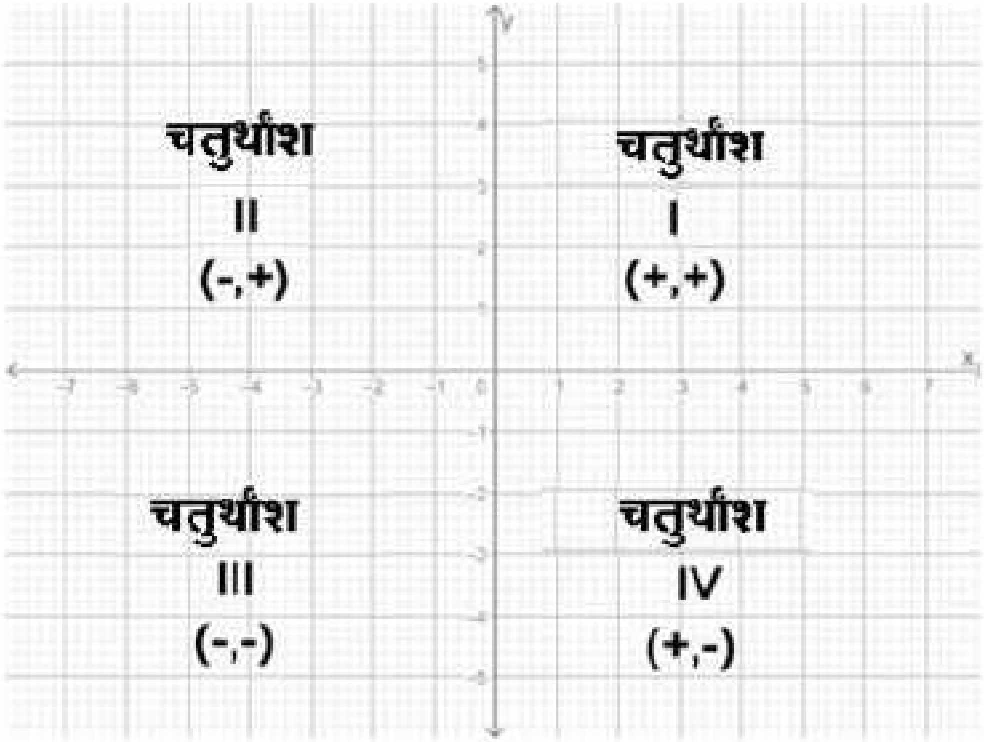
प्रश्न.	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
11.	(i) $a^4x^4(a^4+x^4)(a^2+x^2)(a+x)(a-x)$ (ii) $(x+z+a-b)(x+z-a+b)$ (iii) $(1-x-y)(1+x+y)$ (iv) $(x+3\sqrt{5})(x+2\sqrt{5})$ (v) $-4(x+y)(x+y)(x+y)$ (vi) $(x-y)(x-y)(x+y)(x+y)$ (vii) $(ax-b)(ax-b)(ax-b)$ (viii) $(x+y)(x-y-1)$ (ix) $3a^3b(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$ (x) $a^2b^2(ab-1)(a^2b^2+ab+1)$ (xi) $(a+b+1)(a+b+1)$ (xii) $(x-y+z)(x+y-z)$ (xiii) $(x-0.6)(x^2+0.6x+0.36)$ (xiv) $(2a+3b)(2a+3b-4)$ (xv) $(x^2+1)(x^2+3)$	13.	$3x^2$
		14.	9
		15.	$3(x+y)(y+z)(z+x)$ $(x-y)(y-z)(z-x)$
		16.	74
		17.	0
		18.	1
		19.	$\frac{1}{2}$
		20.	$18x+4$
		21.	a^6-b^6
		22.	0
		23.	3
		24.	0
		25.	$a+2b+3c$
		26.	$\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}$
		27.	± 6
		28.	1
		29.	-2
		30.	$x^8-\frac{1}{x^8}$
		31.	36
		32.	7
		33.	18
12.	0	34.	1

अध्याय – 3

निर्देशांक ज्यामिति

याद रखने योग्य बिंदु

- निर्देशांक अक्षों X'OX और Y'OY को क्रमशः x-अक्ष और y-अक्ष कहा जाता है, X'OX क्षैतिज रेखा है और Y'OY, X'OX की लंबवत रेखा है|
- निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में बाँट देते है, जिन्हें चतुर्थांश कहा जाता है|
- x- अक्ष और y- अक्ष के प्रतिच्छेदन के बिंदु को मूल- बिंदु कहा जाता है और इसे O(0, 0) द्वारा निरूपित किया जाता है|
- एक बिंदु को, एक सतह में P (x, y) के रूप में दर्शाया गया है|
- OX और OY को क्रमशः x- अक्ष और y- अक्ष की धनात्मक दिशा कहा जाता है जबकि OX' और OY' को क्रमशः x-अक्ष और y-अक्ष की ऋणात्मक दिशाएं कहा जाता है|
- बिंदु के x-निर्देशांक को भुज कहा जाता है|
- बिंदु के y-निर्देशांक को कोटि कहा जाता है|
- यदि कोई बिंदु I चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक (+, +) के रूप में होंगे, II चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक (-, +) के रूप में होंगे, III चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक (-, -) के रूप में होंगे तथा IV चतुर्थांश में है, तो इसके निर्देशांक (+, -) के रूप में होंगे|



- P(x, y), एक बिंदु P का प्रतिनिधित्व करता है जिसके निर्देशांक x और y हैं|
  - (a) बिंदु P का भुज = y-अक्ष से बिंदु P की लंबवत दूरी
  - (b) बिंदु P का कोटि = x-अक्ष से बिंदु P की लंबवत दूरी
  - (c) यदि बिंदु P का भुज धनात्मक है तो P, y-अक्ष के दाईं ओर स्थित होता है, यदि शून्य है तो P, y-अक्ष पर है और ऋणात्मक है तो P, y-अक्ष के बाईं ओर स्थित है|
  - (d) यदि बिंदु P का कोटि धनात्मक है तो P, x-अक्ष के ऊपरी भाग में होता है, यदि शून्य है तो P, x-अक्ष पर है और ऋणात्मक है तो P, x-अक्ष के निचले भाग में स्थित होता है|
- एक बिंदु के निर्देशांक
  - (i) x-अक्ष पर (x, 0) के रूप में होते है,
  - (ii) y-अक्ष पर (0, y) के रूप में होते है |

प्रश्नावली

1. y-अक्ष के प्रतिबिंब के अंतर्गत निम्न बिंदुओं के निर्देशांक बताइए|

(i) (3, -5)

(ii) (6, 0)

(iii) (-4, -7)

(iv) (-5, 3)

(v) (0, -4)

2. x-अक्ष के प्रतिबिंब के अंतर्गत निम्न बिंदुओं के निर्देशांक बताइए|

(i) (2, 4)

(ii) (-4, 3)

(iii) (0, 5)

(iv) (-3, -6)

(v) (-6, 0)

3. वह चतुर्थांश बताइए जिसमें निम्नलिखित बिंदु स्थित हैं यदि:

(i) इसके निर्देशांक (-5, 6) हैं

(ii) इसका भुज -5 है और कोटि -6 है

(iii) इसका y-निर्देशांक 3 है और x-निर्देशांक -4 है

(iv) इसकी x-अक्ष से लंबवत दूरी 5 इकाई है और y-अक्ष से ऋणात्मक दिशा में दूरी 6 इकाई है

(v) इसका भुज एक ऋणात्मक पूर्णांक है और कोटि एक धनात्मक पूर्णांक है|

4. निम्नलिखित बिंदुओं का भुज और कोटि बताइए:

(i) (3,0)

(ii) (-4, 3)

(iii) (0, -5)

(iv) (0.5, 2)

(v) (1.4, -2.3)

5. वह बिंदु बताइए जिसका

(i) भुज 5 है और कोटि उसके भुज से 10 कम है|

(ii) कोटि भुज से दोगुना है और भुज -2 है|

(iii) कोटि 3 है और भुज कोटि का योग्य प्रतिलोम है|

(iv) भुज कोटि का व्युत्क्रम है और कोटि 4 है|

(v) भुज और कोटि का योग 0 है और कोटि 3 है|

6. निम्नलिखित बिन्दुओं की लम्बवत दूरी ज्ञात कीजिए|

(i) (0, -4) की y- अक्ष से

(ii) (2, 8) की x- अक्ष से

(iii) (-1, 3) की y- अक्ष से

(iv) (3, 5) की x- अक्ष से

(v) (-4, -6) की y- अक्ष से

7. बताइए निम्न रेखाएं किस अक्ष के समानांतर हैं:

(i) $y = 0$

(ii) $3x - 6 = 0$

(iii) $x = -2$

(iv) $x = 0$

(v) $2y + 8 = 0$

8. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसकी

(i) भुज $-\frac{3}{2}$ व कोटि 5 है|

(ii) कोटि $\frac{5}{4}$ तथा y अक्ष पर स्थित है|

(iii) कोटि 5 व भुज - 2 है|

9. रिक्त स्थान भरिए

(i) निर्देशांक अक्षों के प्रतिच्छेदन के बिंदु को ____________कहा जाता है|

(ii) दोनों अक्षों के बीच बने कोण का मान ____________है|

(iii) मूल बिंदु के भुज व कोटि _________ है|

(iv) x-अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का कोटि __________ होता है|

(v) y-अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का भुज ______________ होता है|

10. अंतर ज्ञात कीजिए:

(i) P (2, 3) के भुज तथा Q (-2, 0) के भुज में|

(ii) A (-1, 5) के कोटि तथा B (2, 3) के कोटि में|

(iii) L (3, 5) के भुज तथा M (- 3, - 4) के कोटि में|

11. बिंदु के भुज का मान क्या होगा यदि बिंदु x-अक्ष पर स्थित है|

12. कार्तीय तल में निम्न बिन्दुओं को मिलाने पर प्राप्त त्रिभुज का प्रकार बताइए |

(i) A (-4, 0), B (0, 4) तथा C (4, 0)

(ii) P (0, 0), Q (3, 3) तथा R (0, 3)

(iii) L (0, 6), M (0, -6) तथा N $(6\sqrt{3}, 0)$

13. निम्न बिन्दुओं को मिलाने पर प्राप्त चतुर्भुज का प्रकार बताइए |

(i) P (3, 0), Q (3, 3), R (-3, 3) तथा S (-3, 0)

(ii) A (1, 3), B (1, -1) C (7, -1) तथा D (7, 3)

14. निम्नलिखित बिंदुओं द्वारा गठित ज्यामितीय आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए|

(i) A (1, 2), B (-4, 2) C (-4, -1) तथा D (1, -1)

(ii) A (2, 0), B (0, 8) तथा O (0, 0)

(iii) O (0, 0), P (1, 0) तथा Q (0, 2)

15. दिए गए बिन्दुओं में अज्ञात निर्देशांक ज्ञात कीजिए:

(i) यदि बिंदु P (1, 0), Q (5, 0), R (5, 2) तथा S (x, y) एक आयत बनाते हैं ।

(ii) यदि बिंदु A (0, 0), B (2, 0) C (2, 2) तथा D (x, y) एक वर्ग बनाते है|

(iii)यदि O (0, 0) वृत्त का केंद्र है और बिंदु A (0, 4) B (-4, 0) C (0, -4) और D (x,0) वृत्त पर स्थित है ।

16. यदि बिंदु A (2, 0), B (- 6, 0) और C (3, a - 3) संरेखीय हैं, तो a का मान ज्ञात कीजिए|

17. दो बिंदुओं के निर्देशांक P (5, 3) और Q (-2, 7) हैं, तो P के भुज व Q के कोटि का माध्य ज्ञात कीजिए|

18. यदि x- अक्ष से बिंदु A की लंबवत दूरी y- अक्ष की ऋणात्मक दिशा के साथ 4 इकाई हो, फिर A की कोटि ज्ञात कीजिए|

19. दोनों अक्षों x-अक्ष और y-अक्ष पर कितने बिंदु स्थित होते हैं?

20. PQR एक समबाहु त्रिभुज है जिसमें क्रमशः P और R के निर्देशांक (0, -5) और (0, 5) हैं। △PQR की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए|

21. यदि किसी बिंदु के भुज और कोटि के चिन्ह भिन्न हैं, तो वह बिंदु किस चतुर्थांश में स्थित होगा?

22. यदि एक बिंदु (मूल के अलावा) के भुज और कोटि का योग शून्य है, तो बिंदु किस निर्देशांक में स्थित होगा?

23. तृतीय चतुर्थांश में एक बिंदु जिसकी x -अक्ष और y-अक्ष से लंबवत दूरी क्रमशः 4 यूनिट और 3 यूनिट है| बिंदु का निर्देशांक बताइए ।

24. A और B एक रेखा पर बिंदु हैं जो x-अक्ष के समानांतर है और A और B के बीच की दूरी 5 इकाई है| यदि A का निर्देशांक (-3,4) है तो B का भुज क्या हो सकता है?

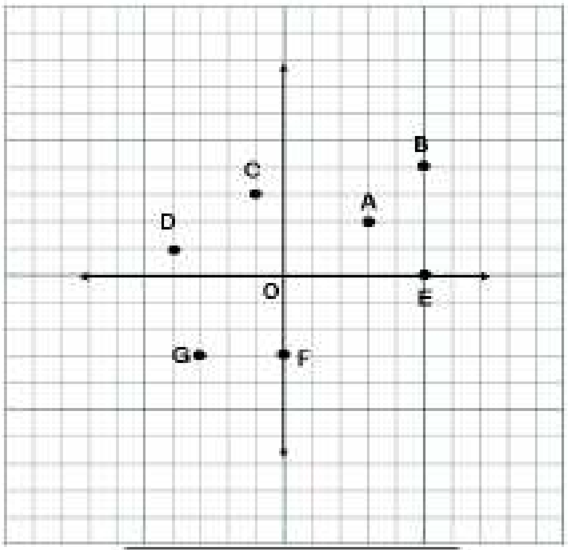
25. B, AC का मध्य-बिंदु है। यदि A और C के निर्देशांक क्रमशः (3,-5) और (3,6) हैं, तो B का निर्देशांक क्या हो सकता है?

26. एक बिंदु P, III चतुर्थांश में स्थित है। यदि P की कोटि उसके भुज से बड़ा पूर्णांक है और P का भुज -2 है, तो P का निर्देशांक क्या होगा?

27. दिए गए कार्तीय तल के अनुसार निम्न के निर्देशांक बताइए:

(i) A (ii) B (iii) C (iv) D

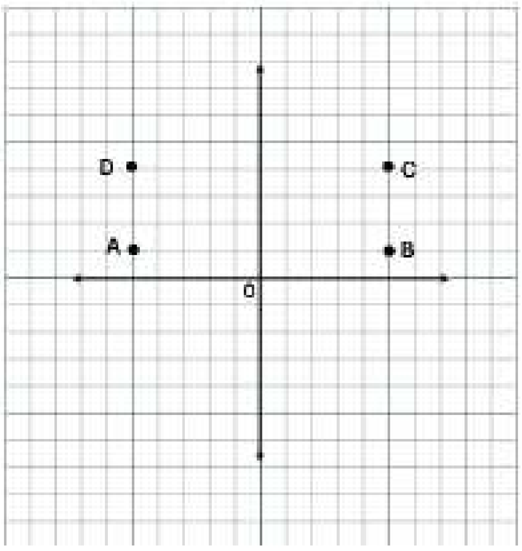
(v) E (vi) F (vii) G



28. बिन्दुओं A, B, C, D को मिलाइए और निम्न के उत्तर दीजिए:

(i) A, B, C और D से बने चतुर्भुज का नाम बताइए

(ii) चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

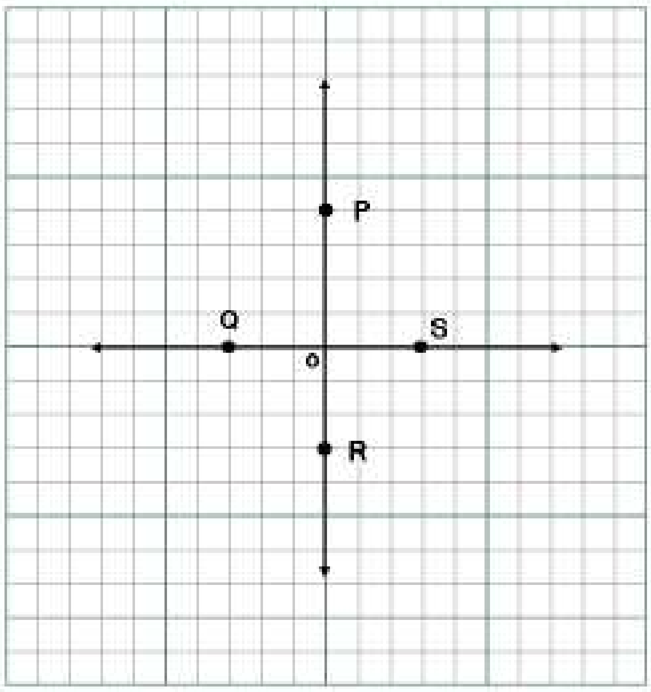


29. दी गई आकृति के अनुसार, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) P, Q, R, S के निर्देशांक ज्ञात कीजिए |

(ii) इन बिन्दुओं से बने चतुर्भुज का नाम बताइए

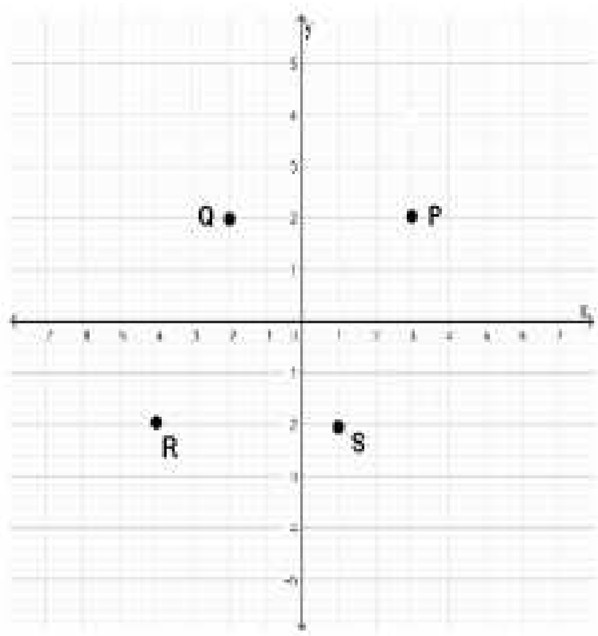
(iii) विकर्णों की लंबाई का योग बताइए |



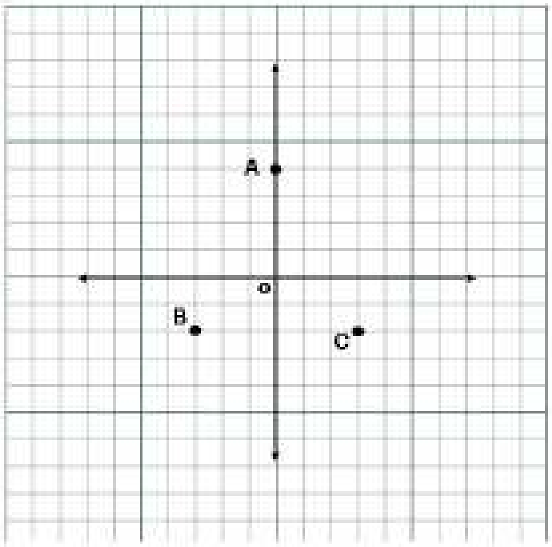
30. यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तो निम्न के निर्देशांक ज्ञात कीजिए

(i) P (ii) Q (iii) R (iv) S

(v) इनके विकर्णों का प्रतिच्छेदी बिंदु |



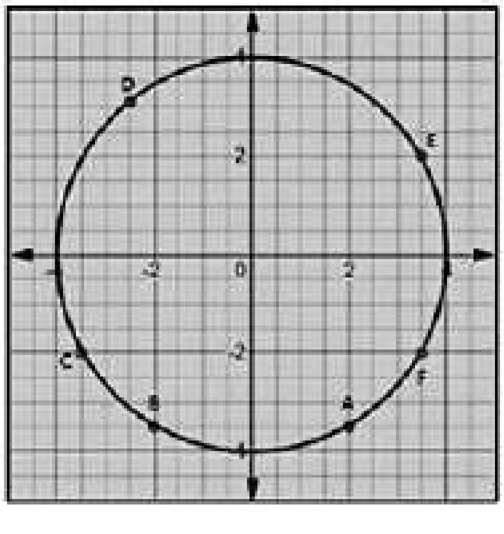
31. ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |



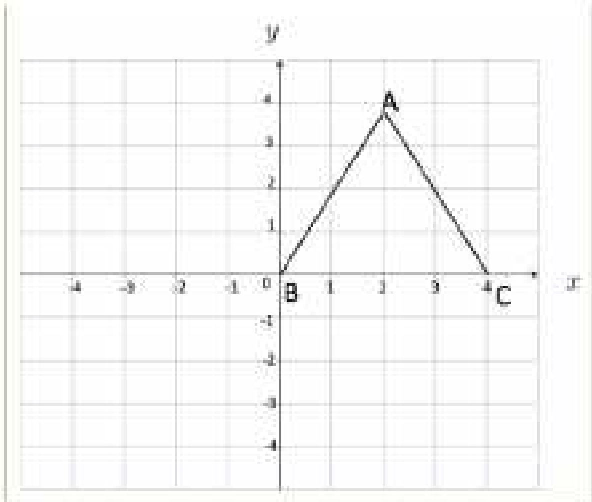
32. त्रिज्या 4 इकाई और केंद्र O से एक वृत्त बनाया | निम्न के निर्देशांक ज्ञात कीजिए

(i) A (ii) B (iii) C

(iv) D (v) E (vi) F

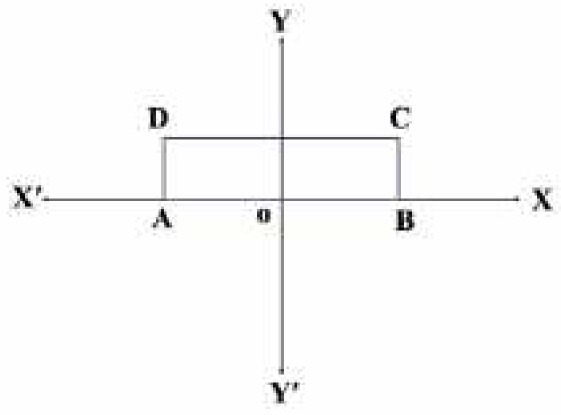


33. ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है। बिंदु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए |

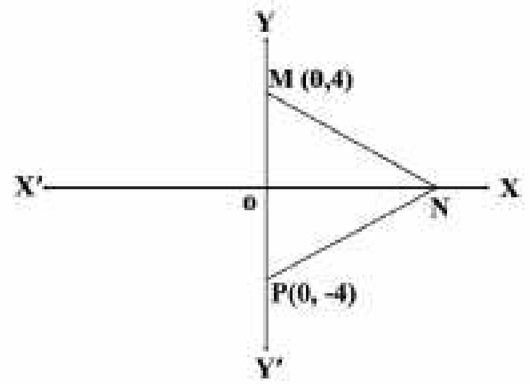


34. ABCD एक आयत है जिसकी लंबाई 6 इकाई और चौड़ाई 2 इकाई है। O, AB का मध्य बिंदु है। निम्न बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए:

(i) A (ii) B (iii) C (iv) D



35. $\triangle$MNP एक समबाहु त्रिभुज है। बिंदु N के निर्देशांक बताइए।



उत्तर

प्रश्न		उत्तर	प्रश्न		उत्तर
1.	(i)	(-3, -5)	6.	(i)	0 इकाई
	(ii)	(-6, 0)		(ii)	8 इकाई
	(iii)	(4, -7)		(iii)	1 इकाई
	(iv)	(5, 3)		(iv)	5 इकाई
	(v)	(0, -4)		(v)	4 इकाई
2.	(i)	(2, -4)	7	(i)	यह x- अक्ष को दर्शाता है
	(ii)	(-4, -3)		(ii)	y – अक्ष
	(iii)	(0, -5)		(iii)	y – अक्ष
	(iv)	(-3, 6)		(iv)	यह y- अक्ष को दर्शाता है
	(v)	(-6, 0)		(v)	x – अक्ष
3.	(i)	II	8.	(i)	$\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$
	(ii)	III		(ii)	$\left(0, \frac{5}{4}\right)$
	(iii)	II		(iii)	(-2, 5)
	(iv)	II	9.	(i)	मूल बिंदु
	(v)	II		(ii)	90^0
4.	(i)	भुज = 3, कोटि = 0		(iii)	0 and 0
	(ii)	भुज = -4, कोटि = 3		(iv)	0
	(iii)	भुज = 0, कोटि = -5		(v)	0
	(iv)	भुज = 0.5, कोटि = 2	10.	(i)	4
	(v)	भुज = 1.4, कोटि =-2.3		(ii)	2
5.	(i)	(5, -5)		(iii)	7
	(ii)	(-2, -4)	11.		0 (zero)
	(iii)	(-3, 3)	12.	(i)	समद्विबाहु त्रिभुज
	(iv)	$\left(\frac{1}{4}, 4\right)$		(ii)	समद्विबाहु समकोण त्रिभुज
	(v)	(-3, 3)		(iii)	समबाहु त्रिभुज

प्रश्न		उत्तर	प्रश्न		उत्तर
13.	(i)	आयत	24.		2
	(ii)	आयत	25.		(3, 0.5)
14.	(i)	15 वर्ग इकाई	26.		(-2, -1)
	(ii)	8 वर्ग इकाई	27.		A(3,2), B(5,4), C(-1,3), D(-4,1), E(5,0), F(0,-3), G(-3, -3)
	(iii)	1 वर्ग इकाई	28.		(i) आयत (ii) 30 वर्ग इकाई
15.	(i)	S(1, 2)	29.		(i) P (2,0), Q(0,-3), R(-2,0), S(0,3) (ii)समचतुर्भुज (iii) 10 इकाई
	(ii)	D(0, 2)	30.		(i) P(3,2), (ii) Q(-2,2), (iii) R(-4,-2), (iv) S(1,-2), (v) (-1/2, 0)
	(iii)	x = 4	31.		18 वर्ग इकाई
16.		3	32.		(i) A(2,-3.5), (ii) B(-2, -3.5), (iii) C(-3.5,-2), (iv) D(-2.5,3), (v) E(3.5,2), (vi) F(3.5, -2)
17.		6	33.		$(2, 2\sqrt{3})$
18.		-4	34.	(i)	(-3, 0)
19.		केवल एक (मूल बिंदु)		(ii)	(3, 0)
20.		10 इकाई		(iii)	(3, 2)
21.		IV चतुर्थांश		(iv)	(-3, 2)
22.		II चतुर्थांश	35.		$(4\sqrt{3}, 0)$
23.		(-3, -4)			

अध्याय – 4

दो चर वाले रैखिक समीकरण

याद रखने योग्य बिंदु

- $ax + by + c = 0$ के रूप के एक समीकरण जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएं हैं, जहाँ a और b दोनों शून्य नहीं हैं, दो चर में रैखिक समीकरण कहा जाता है|
- दो चर वाले एक रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते है|
- दो चरों वाले प्रत्येक रैखिक समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा होती है|
- $x = a$ का आलेख y -अक्ष के समानांतर एक सीधी रेखा है, जहाँ 'a' कोई वास्तविक संख्या है| यदि $a = 0$ है तो यह y -अक्ष का प्रतिनिधित्व करता है|
- $y = a$ का आलेख x-अक्ष के समानांतर एक सीधी रेखा है, जहाँ 'a' कोई वास्तविक संख्या है| यदि $a = 0$ है तो यह x-अक्ष का प्रतिनिधित्व करता है|
- रैखिक समीकरण का हर हल रैखिक समीकरण के आलेख पर एक बिंदु होता है|
- रैखिक समीकरण के आलेख का हर एक बिन्दु रैखिक समीकरण का हल होता है|
- यदि $x = p$ और $y = q$ एक रैखिक समीकरण $ax + by + c = 0$ का हल है, तो $ap + bq + c = 0$ जहाँ p और q वास्तविक संख्याएँ हैं |

प्रश्नावली

1. एक रैखिक समीकरण का आलेख कितने चतुर्थांशों में बनेगा, यदि समीकरण के हल के निर्देशांकों का योग 8 हो?
2. एक सीधी रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो y-अक्ष से 5 इकाई बाईं ओर हो|

3. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो रैखिक समीकरण $x = y$ और $x = -y$ के आलेख में उभयनिष्ठ हो|

4. समीकरण $2x + 3y = 5$ का कोई एक हल ज्ञात कीजिए |

5. समीकरण $y = \frac{x}{2}$ का कोई एक हल ज्ञात कीजिए |

6. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ समीकरण $2x + y = 7$ का आलेख y- अक्ष को प्रतिच्छेद करता हो|

7. समीकरण $2x = -6y$ और $ax + by + c = 0$ की तुलना कीजिए और $2b - c$ का मान बताइए|

8. समीकरण $x + \frac{y}{2} - 8 = 0$ और $ax + by + c = 0$ की तुलना कीजिए और $2a + b - c$ का मान बताइए|

9. समीकरण $2x = 0$ और $ax + by + c = 0$ की तुलना कीजिये और $(a + b + c)$ का मान ज्ञात कीजिए|

10. यदि $x = 1$ और $y = -1$,समीकरण $3x + py = 6$ का एक हल हो तो p का मान ज्ञात कीजिए|

11. यदि $x = 2$ और $y = 3$, समीकरण $\frac{3x+5}{3} - y = k$ का एक हल हो तो k का मान ज्ञात कीजिए|

12. कितने रैखिक समीकरणों का हल $x = -2$ और $y = 4$ हो सकता है?

13. रैखिक समीकरण $ax + by + c = 0$ में यदि $a = 0$ हो, तो समीकरण के कितने हल हो सकते हैं?

14. रैखिक समीकरण $ax + by + c = 0$ में यदि $b = c = 0$ हो, तो समीकरण के कितने हल हो सकते हैं?

15. निम्न में से कौन से बिन्दु रैखिक समीकरण $x = 4y + 5$ के आलेख पर स्थित हैं?

A(0,9) ; B(9,0) ; C(9,1) ; D(1,9) ; E(13,2) ; F(2,13) ; G(1,1) ; H(-1,-1) ; I(-1,1) ; J(1,-1)

16. p का मान ज्ञात कीजिए यदि $x = \frac{2}{3}$ और $y = 1$ समीकरण $3xp + y = 5$ के हल है|

17. $y = 2$ से बने आलेख में, भुज $x = -7$ के लिए कोटि का मान बताइए|

18. समीकरण $x - 2y = 4$ को y के रूप में व्यक्त कीजिये|

19. समीकरण $2x + y = 9$ को x के रूप में व्यक्त कीजिये|

20. यदि रैखिक समीकरण $4x - 9y + 1 = 0$ का एक हल (c+1, 2c-1) हो तो c का मान बताइए |

21. रैखिक समीकरण $5x + 2y = 10$ के आलेख के उस बिन्दु के निर्देशांक बताइए जिसकी कोटि, भुज की $2\frac{1}{2}$ गुणा हो|

22. यदि बिंदु $(1, \frac{9}{4})$ समीकरण $mx + 4y = 9$ के आलेख पर स्थित है, तो m का मान बताइए|

23. निम्न कथन को दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में बताइए:-

"x कि आयु y कि आयु से 4 वर्ष अधिक है|"

24. निम्न कथन को दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में बताइए:-

"4 वर्ष के बाद पिता की आयु (y वर्ष), उसके पुत्र की आयु (x वर्ष) की दुगुनी होगी?

25. यदि $y = -7$ हो तो $\sqrt{x + y + 22} - 6 = -1$ का क्या हल होगा?

26. रैखिक समीकरण $\frac{9}{x} - \frac{11}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (जहाँ $x \neq 0$ और $y \neq 0$) को मानक रूप में बताइए|

27. "एक AC का मूल्य (x रुपये), एक कूलर के मूल्य (y रुपये) के तीन गुणा से ₹ 5000 अधिक हैं|" इस कथन को मानक रूप वाले रैखिक समीकरण के रूप में बताइए|

28. निम्न हलों वाले रैखिक समीकरण का आलेख x-अक्ष को किस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करेगा?

x	4	-3	1	2
y	2	9	5	4

29. निम्न हलों वाले रैखिक समीकरण का आलेख y-अक्ष को किस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करेगा?

30. वह बिंदु ज्ञात कीजिए जहाँ रैखिक समीकरण $3x + 5y - 11 = 0$ निम्न को प्रतिच्छेदित करता है

(i) x-अक्ष (ii) y-अक्ष

31. यदि बिंदु $(2k - 3, k + 2)$ समीकरण $2x + 3y + 15 = 0$ के आलेख पर स्थित है, तो k का मान ज्ञात कीजिए|

32. रैखिक समीकरण $x - 2y = 1$ और $2x + y = 7$ का उभयनिष्ठ हल ज्ञात कीजिए|

33. C के किस मान के लिए, रैखिक समीकरण $2x + cy = 8$ में x और y के मान बराबर है?

34. y, x के अनुकूल बदलता है| यदि $y = 36$ और $x = 12$ हो तो इसे दो चरों वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए |

35. यदि एक रैखिक समीकरण का आलेख, पहले चतुर्थांश में x-अक्ष पर $45°$ का कोण बनाता है, तो वह समीकरण क्या होगा ?

36. निम्न कथन को मानक रूप के दो चार वाले रैखिक समीकरण के रूप में बताइए|

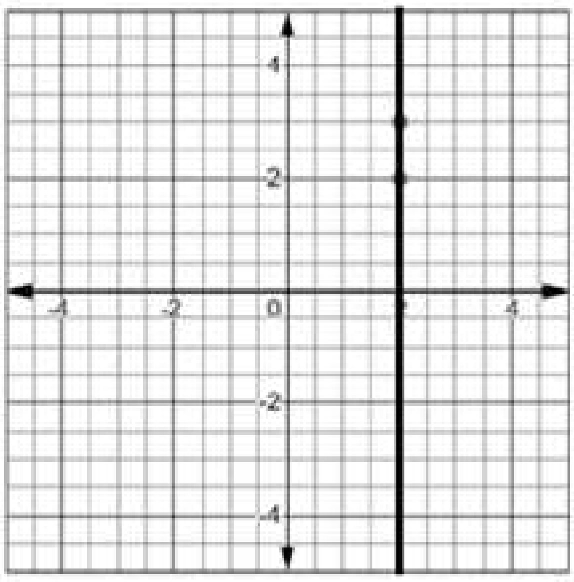
" एक मोटर साइकिल को एक पार्किंग में पहले 2 घंटे के ₹ 40 और उसके बाद ₹ 10 प्रति घंटे कि दर से रखा जाता है| एक मोटर साइकिल y घंटे के लिए पार्क की जाती है और ₹ x शुल्क का भुगतान करती है|"

37. समीकरण $\frac{12}{x} + \frac{15}{y} = \frac{20}{xy}$ के कोई 2 हल बताइए|

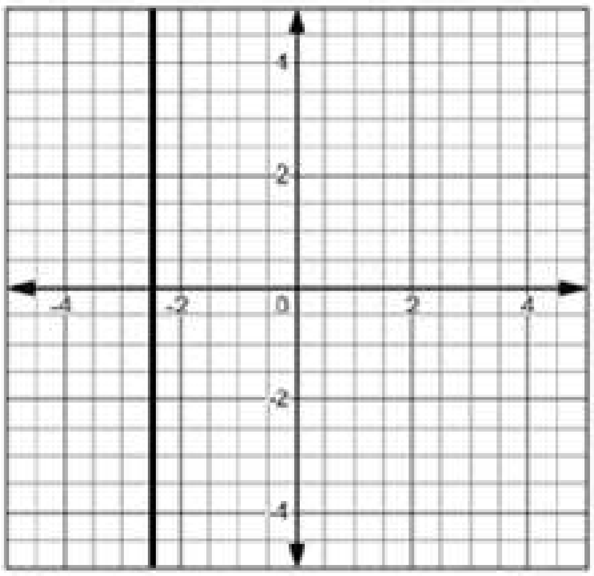
38. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु और उन बिन्दुओं से बनता है जहां रैखिक समीकरण $2x + y = 4$ x-अक्ष और y-अक्ष को प्रतिच्छेद करता है|

39. समीकरण $y = 500 + 70x$ दर्शाता है कि एक व्यक्ति x घंटे काम करने पर ₹ y प्राप्त करता है| यदि यह व्यक्ति एक दिन 7 घंटे और अगले दिन 6 घंटे काम करे तो उसे कुल कितनी राशि प्राप्त होगी|

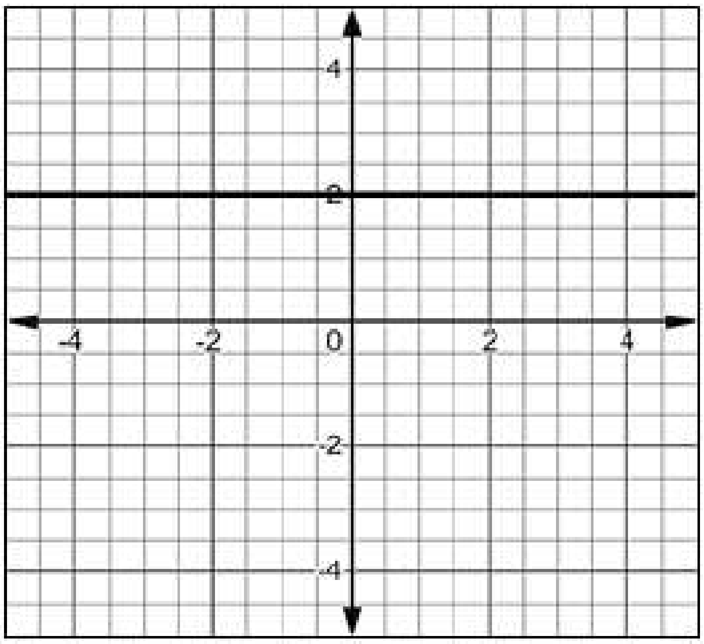
40. निम्न आलेख का संगत समीकरण बताओ|



Q. 40 (a) के लिए ग्राफ



Q. 40 (b) के लिए ग्राफ



Q. 40 (c) के लिए ग्राफ

उत्तर

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1.	3	21.	$(1, \frac{5}{2})$
2.	$x + 5 = 0$	22.	0
3.	(0,0)	23.	$x - y + 4 = 0$
4.	(1,1) या कोई अन्य हल	24.	$2x - y + 4 = 0$
5.	(2,1) या कोई अन्य हल	25.	(10, -7)
6.	(0,7)	26.	$3x - 2y = 0$
7.	12	27.	$x - 3y - 5000 = 0$
8.	$-6\frac{1}{2}$	28.	(6,0) [रैखिक समीकरण $x + y = 6$ है]
9.	2	29.	(0,-6) [रैखिक समीकरण $x - y = 6$ है]
10.	-3	30.	(i) $(\frac{11}{3}, 0)$ (ii) $(0, \frac{11}{5})$
11.	$\frac{2}{3}$	31.	$\frac{-15}{7}$
12.	अनगिनत	32.	(3,1)
13.	अनगिनत [हल $(x, \frac{-c}{b})$ है जहाँ x कोई वास्तविक संख्या है]	33.	6
14.	अनगिनत [हल (0,y) है जहाँ y एक वास्तविक संख्या है]	34.	$3x - y = 0$
15.	C(9,1), E(13,2), J(1,-1)	35.	$x - y = 0$
16.	2	36.	$x - 10y - 20 = 0$
17.	2	37.	$\left(\frac{4}{3}, 0\right)$
18.	$y = \frac{x-4}{2}$	38.	4 वर्ग इकाई
19.	$x = \frac{9-y}{2}$	39.	₹1910
20.	1	40.	(i) $x - 2 = 0$ (ii) $x + 2.5 = 0$ (iii) $y - 2 = 0$

अध्याय – 5

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

याद रखने योग्य बिंदु

- अभिगृहीत या अभिधारणा ऐसी धारणाएँ हैं जो स्पष्ट सार्वभौमिक सत्य हैं| इन्हें सिद्ध नहीं किया जाता है|
- प्रमेय वे कथन हैं जो पहले सिद्ध की गई परिभाषाओं, अभिगृहीतों, पहले सिद्ध किए गए कथनों, निगमनिक तर्क द्वारा सिद्ध किए जाते है|
- यूक्लिड के कुछ अभिगृहीत हैं:

  (i) वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के बराबर हो, एक दूसरे के बराबर होती है|

  (ii) यदि बराबरों को बराबरों में जोड़ा जाए, तो पूर्ण भी बराबर होते हैं|

  (iii) यदि बराबरों को बराबरों में से घटाया जाए, तो शेषफल भी बराबर होते हैं|

  (iv) वे वस्तुएँ जो परस्पर संपाती हो, एक दूसरे के बराबर होती है|

  (v) पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है|

  (vi) एक ही वस्तुओं के दुगुने परस्पर बराबर होते है|

  (vii) एक ही वस्तुओं के आधे परस्पर बराबर होते है|

- <u>यूक्लिड की अभिधारणाएँ</u> :

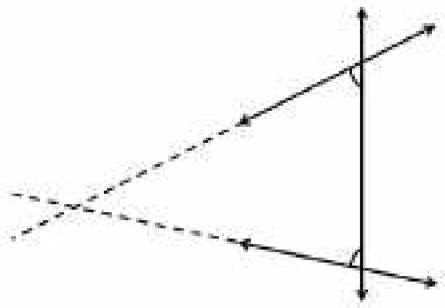
  <u>अभिधारणा 1</u>: एक सीधी रेखा को किसी एक बिंदु से किसी अन्य बिंदु तक खींचा जा सकता है।

  <u>अभिधारणा 2</u>: एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है|

  <u>अभिधारणा 3</u>: किसी को केंद्र मानकर और किसी त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जा सकता है|

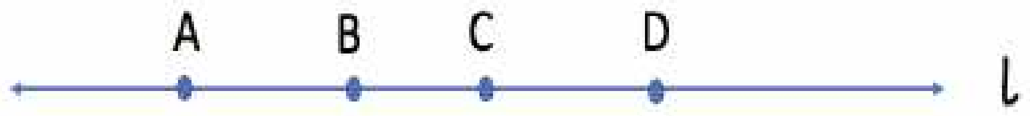
<u>अभिधारणा 4</u>: सभी समकोण एक दूसरे के बराबर होते है |

<u>अभिधारणा 5</u>: यदि एक सीधी रेखा अन्य दो सीधी रेखाओं पर गिर कर अपने एक ही ओर दो अंतः कोण इस प्रकार बनाये कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो, तो वह दोनों सीधी रेखाएं अनिश्चित रूप से बढ़ाये जाने पर उसी तरफ मिलती हैं जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम हो|



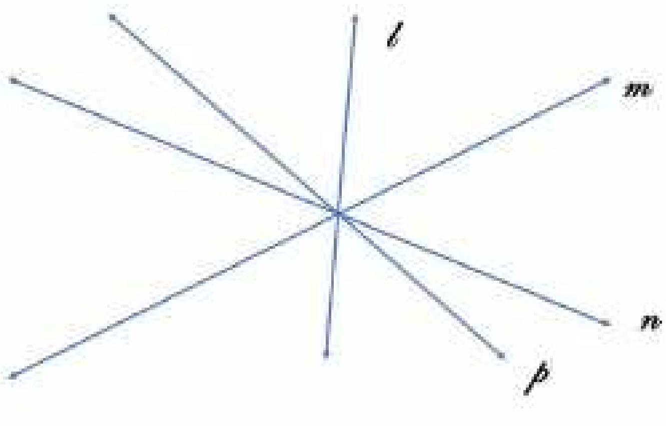
• जो बिंदु एक ही सीधी रेखा पर या एक ही रेखा पर स्थित होते हैं उन्हें 'संरेखीय बिंदु कहा जाता है।

(दी गई आकृति में बिंदु A, B, C और D संरेखीय बिंदु हैं।)

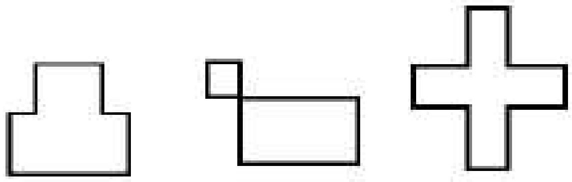


• किसी समतल या उच्च-आयामी स्थान में रेखाएँ समवर्ती कहलाती हैं यदि वे एक ही बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

(नीचे दिए गए चित्र में, रेखाएँ l, m, n और p समवर्ती हैं।)



• <u>रेक्टिलीनियर आकृति</u> : एक आयताकार आकृति को सीधीरेखीय आकृति (रेक्टिलीनियर फिगर) के रूप में परिभाषित किया जाता है, जिसके सभी पक्ष समकोण पर मिलते हैं। एक सीधीरेखीय आकृति के प्रत्येक शीर्ष पर आंतरिक कोण 90° या 270° होता है।



प्रश्नावली

1. रिक्त स्थान भरिए:

(i) एक रेखा, एक समतल को __________भागों में विभाजित करती है|

(ii) आयताकार चित्र ______________द्वारा बनाया जाता है|

(iii) पृष्ठ वह है जिसकी लंबाई व _____ होती है पर ______ नहीं होती |

(iv) एक बिंदु की __________विमाएँ होती है |

(v) एक पृष्ठ की ___________विमाएँ होती है|

(vi) तीन असंरेखीय बिंदुओं से _______ समतल गुजरते हैं|

(vii) एक ठोस की ________ विमाएँ होती हैं|

2. ज्यामितीय रेखा का उदाहरण दीजिए|

3. एक दी गई बिंदु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं?

4. क्या किसी रेखा खंड की कोई निश्चित लंबाई होती है?

5. पूर्ण और भाग के बीच संबंध बताइए|

6. कम से कम कितने भिन्न बिंदुओं से एक अद्वितीय रेखा खींची जा सकती है?

7. तल में दो भिन्न बिंदुओं द्वारा अधिकतम कितनी रेखाएँ बनायीं जा सकती है?

8. एक किरण के कितने अंत बिंदु होते हैं?

9. दो भिन्न रेखाएँ अधिकतम कितने बिंदुओं पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं?

10. एक रेखा में अधिकतम कितने बिंदु हो सकते हैं?

11. दो भिन्न तल अधिकतम कितने बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करते हैं?

12. दिए हुए दो बिंदुओं P और Q से कितने रेखाखंड खींचे जा सकते हैं?

13. दो सेल्समैन मार्च के महीने में चॉकलेट की समान बिक्री करते हैं| जून में, प्रत्येक सेल्समैन मार्च के महीने की तुलना में अपनी बिक्री को दोगुना कर देता है| जून में उनकी बिक्री की तुलना कीजिए|

14. यदि a>b और b>c है, तो a और c के बीच क्या संबंध है?

15. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं?

    (i) दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ एक ही रेखा के समांतर नहीं हो सकतीं|

    (ii) एक रेखाखंड की कोई निश्चित लंबाई नहीं होती|

    (iii) एक किरण का कोई अंतिम बिंदु नहीं होता|

    (iv) एक रेखा की एक निश्चित लंबाई होती है|

    (v) एक रेखा ($\overleftrightarrow{AB}$) रेखा ($\overleftrightarrow{BA}$) के समान है|

    (vi) एक किरण ($\overrightarrow{AB}$) किरण ($\overrightarrow{BA}$) के समान है|

    (vii) दो अलग-अलग बिंदु हमेशा एक अद्वितीय रेखा निर्धारित करते हैं|

    (viii) तीन रेखाएँ समवर्ती होती हैं, यदि वे किसी एक बिंदु से गुजरती हैं|

    (ix) दो रेखाएं दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं|

    (x) दो रेखाएँ 'l' और 'm' केवल तभी समांतर होती हैं जब उनमें कोई उभयनिष्ठ बिंदु न हो|

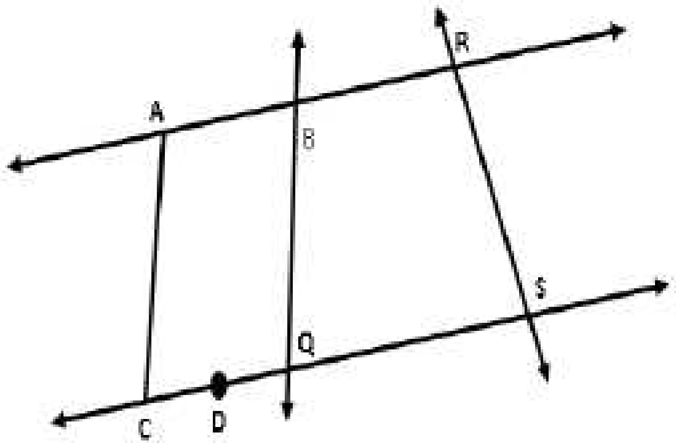
16. यदि a + b = 10 है, तो a + b + x का मान ज्ञात कीजिए|

17. यदि B, A और C के बीच स्थित है और AC = 8cm, BC = 3 cm, तो BA और

$(AB)^2$ का मान बताइए|

18. यदि बिंदु P, M और N के बीच में स्थित है और C, MP का मध्य-बिंदु है, तो MN – NP – MC का मान बताइए|

19. आकृति में निम्नलिखित के नाम बताइए



(i) 3 रेखाखंड

(ii) 4 संरेखिय बिंदु

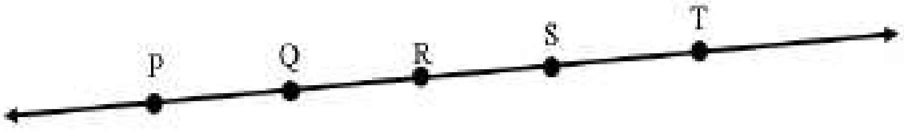
(iii) अप्रतिच्छेदी रेखाखंडो का एक युग्म

20. एक समतल में 4 अलग-अलग बिंदु दिए गए हैं| इनका उपयोग करके कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं

(i) सभी चारों बिंदु संरेखीय हों|

(ii) चारों में से कोई तीन बिंदु संरेखीय नहीं हों|

21. नीचे दी गई आकृति के संदर्भ में, यह बताएं कि कौन सा कथन सही है और कौन सा गलत है ?



(i) PQ + QR = PR

(ii) PR + PS = PS

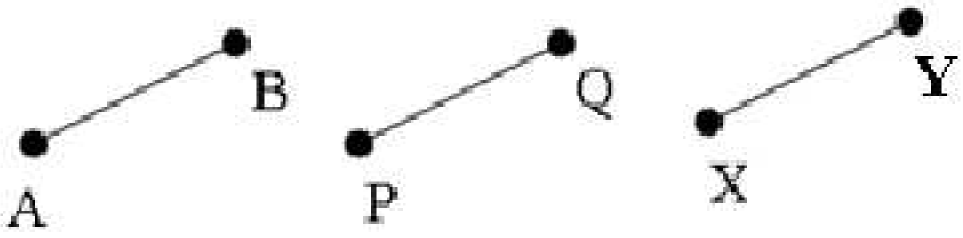
(iii) रेखाखंड PQ और PS संपाती है

(iv) बिंदु R, S और T, रेखा PQ पर स्थित है

22. निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है और कौन सा असत्य है?

(i) यदि दो वृत्त समान हैं, तो उनकी त्रिज्या बराबर है|

(ii) आकृति में, यदि AB = PQ और PQ = XY है तो AB = XY



(iii) एक सतह के किनारें वक्र हैं|

(iv) एक ठोस में तीन आयाम होते हैं|

(v) यदि एक मात्रा B अन्य मात्रा A का एक भाग है, तो A को B और अन्य तीसरी मात्रा C के योग के रूप में लिखा जा सकता है|

23. यह ज्ञात है कि $x + y = 10$ और $x = z$, तो $y + z$ का मान ज्ञात कीजिए|

24. तीन संरेखीय बिंदुओं X, Y और Z द्वारा बनने वाले रेखाखंडो के नाम बताइए|

25. रिक्त स्थान भरें:

(i) यदि दो वर्ग सर्वांगसम हैं , तो उनकी ____________बराबर होगी |

(ii) पिरामिड एक ऐसी ठोस आकृति है, जिसका आधार एक ______ होता है और जिसके पार्श्व फलक ______________होते है|

(iii) एक समतल में दो भिन्न ___________में एक से अधिक बिंदु उभयनिष्ठ नहीं हो सकते |

(iv) यदि एक रेखा और एक बिंदु (जो रेखा पर नहीं है) दिया हो तो, एक और केवल एक लंब रेखा होती है जो दिए गए बिंदु और रेखा से होकर गुजरती है और रेखा पर ____________ हो|

(v) यदि AB, AC, AD, AR एक रेखा के समानांतर हैं, तो A, B, C, D और R ___________ है|

26. निम्न बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प चुनें|

(i) "रेखाएँ समांतर होगी यदि वे एक दूसरे को न प्रतिच्छेद करती हों", को _____ के रूप में कहा गया है|

(a) एक अभिगृहीत (b) एक परिभाषा (c) एक अभिधारणा (d) सिद्ध करना

(ii) निम्नलिखित में से किसको सिद्ध करने की आवश्यकता है?

(a) प्रमेय (b) अभिगृहीत (c) परिभाषा (d) अभिधारणा

(iii) ठोस की परिसीमाएँ होती है

(a) रेखाएँ (b) पृष्ठीय (c) बिंदु (d) वक्रीय

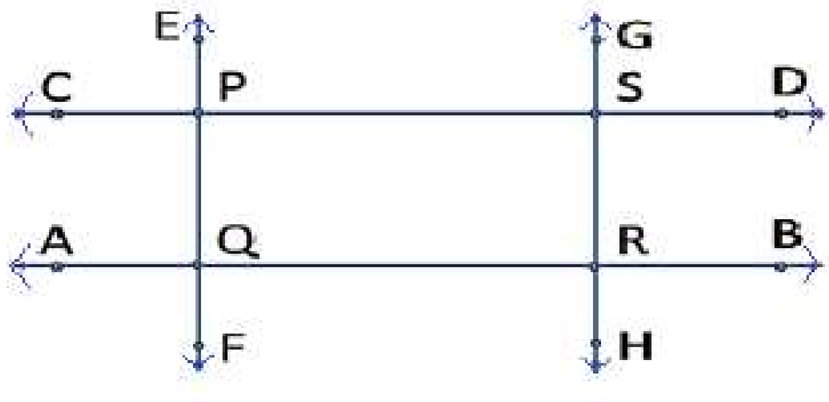
(iv) पृष्ठ की परिसीमाएँ होती है

(a) पृष्ठीय (b) रेखाएँ (c) बिंदु (d) वक्रीय या सीधी रेखाएँ

27. एक ठोस पिरामिड का आधार किस आकृति का होता है ?

28. एक ठोस पिरामिड के पार्श्व फलक किस आकृति के होते हैं?

29. आकृति में निम्नलिखित के नाम बताइए:

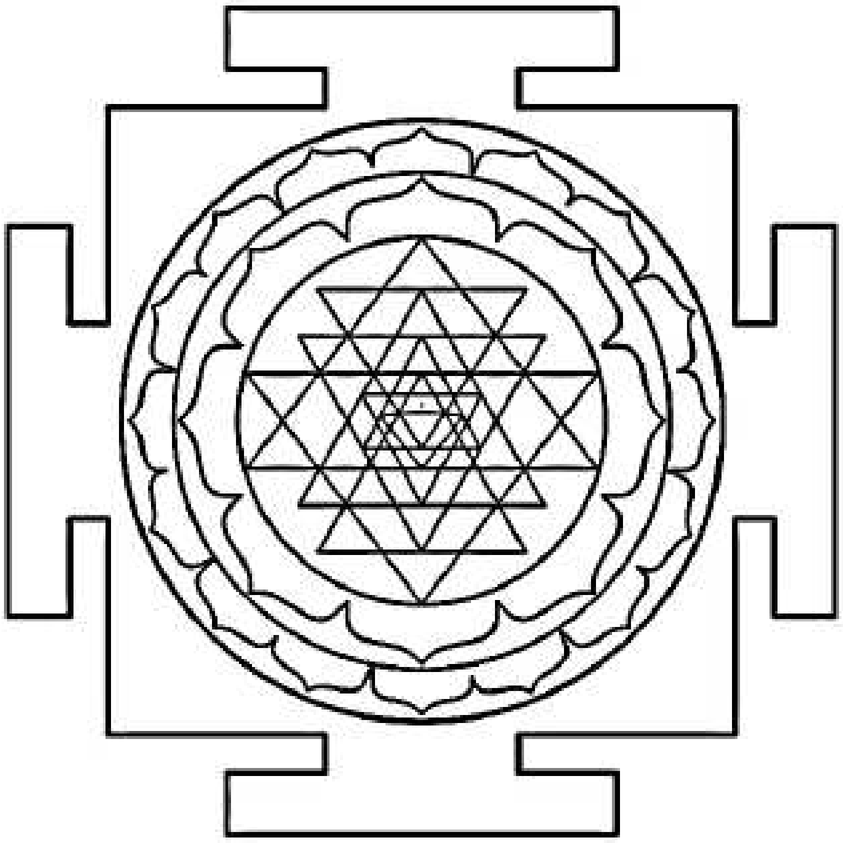


(i) तीन रेखाएँ

(ii) एक आयताकार (रेक्टिलीनियर) आकृति

(iii) चार संरेखीय बिंदु।

30. एक 'श्रीयंत्र' में आपस में गुथे हुए कितने सहायक समद्विबाहु त्रिभुज होते हैं?



उत्तरमाला

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1.	(i) 2 (ii) सीधी खाओं (iii)चौड़ाई , मोटाई (iv) 0 (v) 2 (vi) 1 (vii) 3	16.	10 + x
2.	दो दीवारों का मिलना	17.	11 सेमी
3.	अनंत	18.	CP
4.	हाँ (बिना चौड़ाई के)	19.	(i) AC, BQ, RS या कोई अन्य तीन (ii) C, D, Q, S (iii)AC, BQ या कोई अन्य
5.	पूर्ण > भाग	20.	(i)एक (ii)छः
6.	2	21.	(i)सही (ii)गलत (iii)गलत (iv)सही
7.	अद्वितीय (एक)	22.	(i)सही (ii)सही (iii)गलत (iv)सही (v)सही
8.	1	23.	10
9.	1	24.	XY, YZ, ZX
10.	अनंत	25.	(i)भुजाएँ (ii)बहुभुज, त्रिभुज (iii)रेखाएं (iv)लम्ब (v)संरेखी
11.	अनंत	26.	(i) (c) एक अभिधारणा (ii) (a) प्रमेय (iii) (b) पृष्ठीय (iv) (d) वक्रीय या सीधी रेखाएँ
12.	1		
13.	बराबर	27.	कोई बहुभुज
14.	a > c	28.	त्रिभुज
15.	)i) सत्य (ii) असत्य (iii) असत्य (iv) असत्य (v) सत्य (vi) असत्य (vii) सत्य (viii) सत्य (ix) असत्य (x) सत्य	29. (i) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{EF}$, या कोई भी तीन अन्य रेखाएँ 29. (ii) PQRS 29. (iii) C, P,S,Q या अन्य कोई बिंदु	
		30.	9

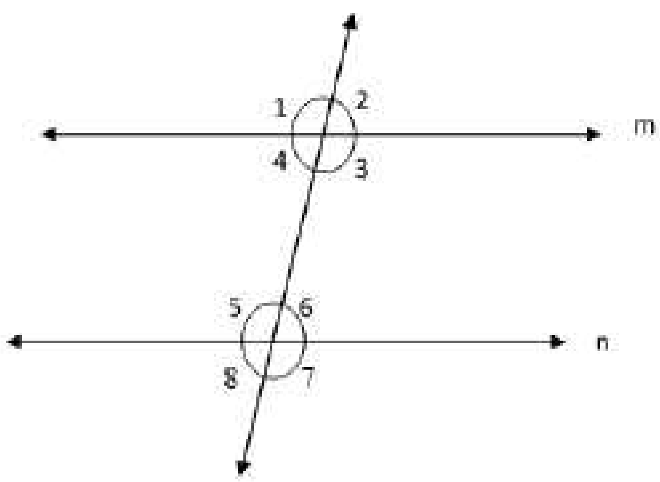
अध्याय – 6

रेखाएँ और कोण

याद रखने योग्य बिंदु

- यदि एक रेखा पर एक किरण खड़ी होती है, तो दो आसन्न कोणों का योग 180 ° होता है | इस युग्म को रैखिक जोड़ी के रूप में जाना जाता है, तथा इस का विपरीत रूप भी सत्य होता है|
- यदि दो रेखाएं एक-दूसरे को काटती हैं, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं|

यदि कोई तिर्यक रेखा दो समानांतर रेखाओं को काटता है, तो (संदर्भ चित्र देखें)



(a) संगत कोणों की प्रत्येक जोड़ी समान है, उदाहरण $\angle 1=\angle 5$, $\angle 4=\angle 8$, $\angle 2=\angle 6$, $\angle 3=\angle 7$

(b) एकांतर अंतः कोणों की प्रत्येक जोड़ी बराबर होती है, उदाहरण $\angle 4=\angle 6$, $\angle 3=\angle 5$

(c) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोण संपूरक होते हैं |

उदाहरण के लिए: $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$

- यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस तरह प्रतिच्छेद करती है कि, या संगत कोणों की

कोई एक जोड़ी बराबर होती है, या एकांतर अन्तः कोणों की कोई एक जोड़ी बराबर होती है, या तिर्यक रेखा के एक ही तरफ अन्तः कोणों की कोई एक जोड़ी संपूरक होती है, तो रेखाएँ समांतर होती हैं|

- दो प्रतिच्छेदी रेखाएं एक ही रेखा के समांतर नहीं हो सकती हैं|
- वे रेखाएँ जो किसी दी गई रेखा के समांतर होती हैं, एक दूसरे के समांतर होती हैं|
- त्रिभुज के तीन अन्तः कोणों का योग 180 ° होता है|
- एक त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाए जाने पर, त्रिभुज का एक बहिष्कोण, दोनों संगत अंतः अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है|

प्रश्नावली

1. दो समांतर रेखाएँ कितने बिन्दु पर एक दूसरे को प्रतिच्छेद करेंगी ?
2. यदि कोई कोण अपने संपूरक कोण का $\frac{1}{5}$ हो तो कोण का मान ज्ञात कीजिए|
3. यदि दो कोण x और y, रैखिक युग्म बनाते है, और $3x + 4y = 50°$ है तो $3x$ का मान ज्ञात कीजिये|
4. यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करती हैं, तो अंत: कोणों के समद्विभाजकों द्वारा बनाई गई आकृति का नाम बताइए|
5. यदि एक त्रिभुज के एक कोण का माप, बाकी दोनों कोणों के योग के सामान हो तो उस त्रिभुज का नाम बताइए |
6. $\triangle ABC$ में, $\angle A - \angle B = 30°$, $\angle B - \angle C = 15°$, $\angle B$ का मान ज्ञात बताइए|
7. $\triangle ABC$ में, $\angle A = \angle B = 70°$ है| $\angle B$ और $\angle A$ के समद्विभाजक बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो $\angle BOA$ का मान बताइए |
8. यदि x, y और z एक त्रिभुज के आंतरिक कोण हैं और $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$, तो त्रिभुज के सबसे बड़े कोण का मान बताइए |

9. यदि एक पहिये में 6 तीलियाँ समान रूप से लगे हैं, तो दो आसन्न तीलियों के बीच के कोण की माप बताइए |

10. उस कोण का मान ज्ञात कीजिए जिसके पूरक का चार गुणा, उसके संपूरक के दुगुने से 10° कम हो |

11. एक बिन्दु P, जो रेखा l पर नहीं है, से रेखा l के समांतर कितनी रेखाएं बनाई जा सकती हैं?

12. यदि एक कोण अपने पूरक कोण से 26° अधिक है, तो उस कोण का मान ज्ञात कीजिए|

13. दो संपूरक कोण 3:2 के अनुपात में हैं| छोटे कोण का मान बताइए |

14. एक कोण के पूरक कोण और संपूरक कोण का अनुपात 2:5 है, तो उस कोण का मान बताइए |

15. एक त्रिभुज के तीनों कोणों का माप $\frac{x}{2} + 10^\circ, \frac{x}{3} + 30^\circ$ तथा $x\text{-}25^\circ$ हो तो x का मान बताइए |

16. यदि $\triangle ABC$ की भुजा BC को बिंदु D तक इस प्रकार बढ़ाया जाये कि $\angle ACD = 120^\circ$ तथा $\angle B = \frac{1}{2} \angle A$, तो $\angle A$ का मान बताइए |

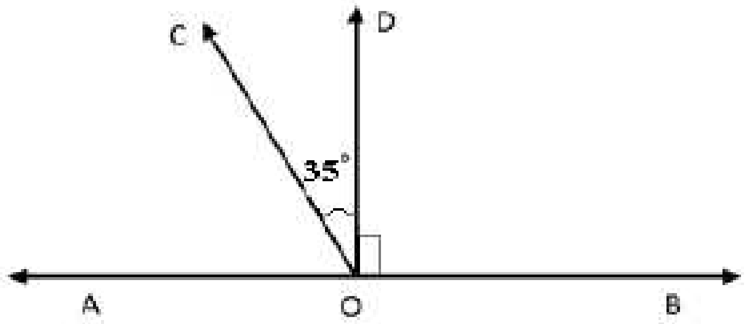
17. एक त्रिभुज का बाह्य कोण 108^0 है। यदि त्रिभुज के संगत अंतः अभिमुख कोण 4:5 के अनुपात में है, तो त्रिभुज के सबसे बड़े और सबसे छोटे कोणों का योग बताइए |

18. एक त्रिभुज का बाह्य कोण 93° है| यदि अंतः अभिमुख कोणों में एक कोण दूसरे कोण से 19° अधिक है तो त्रिभुज के सबसे छोटे कोण का मान बताइए |

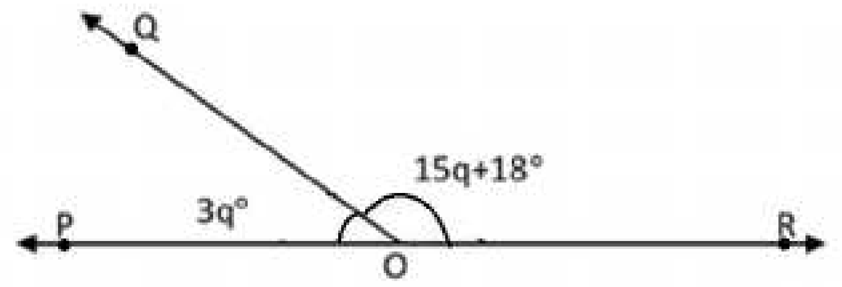
19. यदि $\frac{x}{2} - 19^\circ$ तथा $\frac{x}{3} + 14^\circ$ एक दूसरे के पूरक कोण हो तो x का मान बताइए |

20. यदि $\triangle ABC$ में, $2\angle A = 3\angle B = 6\angle C$ हो , तो $\angle A + \angle B - \angle C$ का मान बताइए|

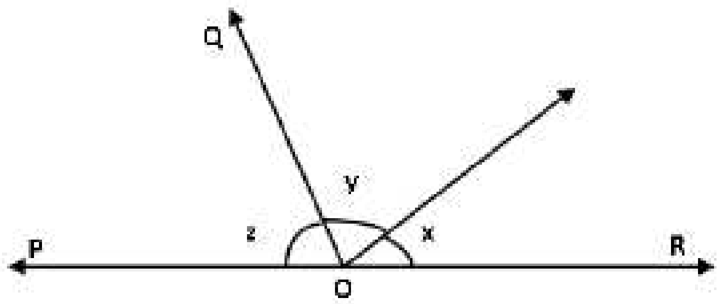
21. यदि $OD \perp AB$ तथा $\angle DOC = 35^\circ$, तो $(\angle BOA - \angle BOC)$ का मान बताइए |



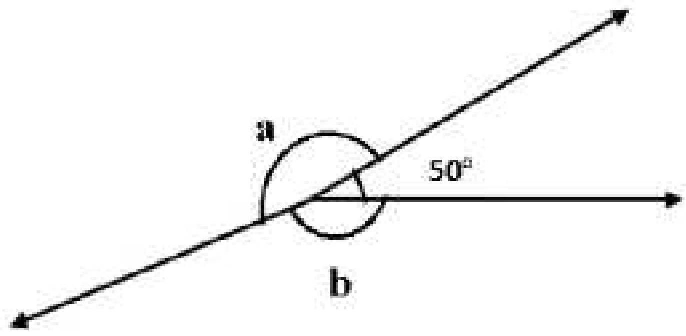
22. दी गई आकृति में, q का मान बताइए |



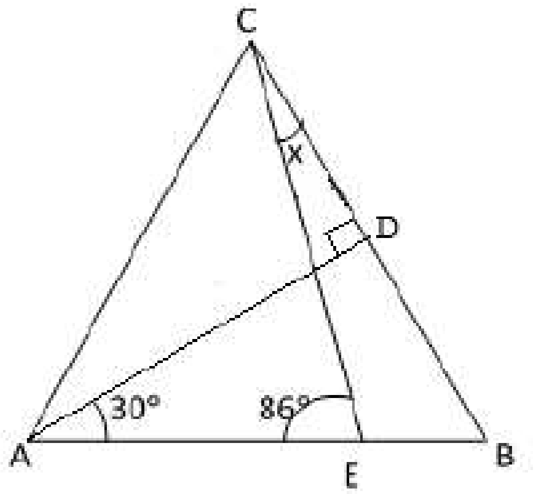
23. दी गई आकृति में, यदि $x = 58°$ तथा $y = 42°$ हो तो z के आधे का मान बताइए |



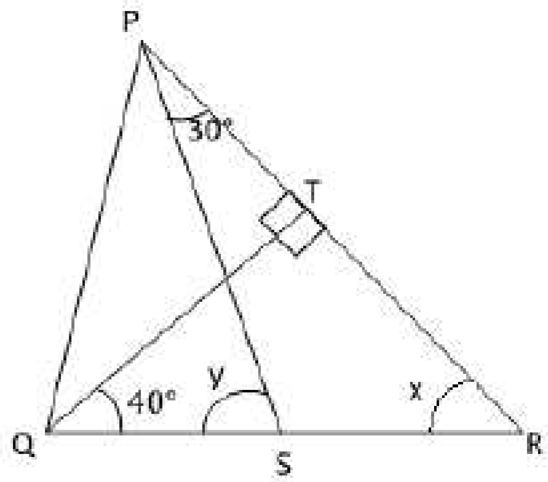
24. दी गई आकृति में, $(a + b)$ का मान बताइए |



25. यदि $\angle ADB$ समकोण हो तो, x का मान बताइए |



26. दी गई आकृति में, x + y का मान बताइए |

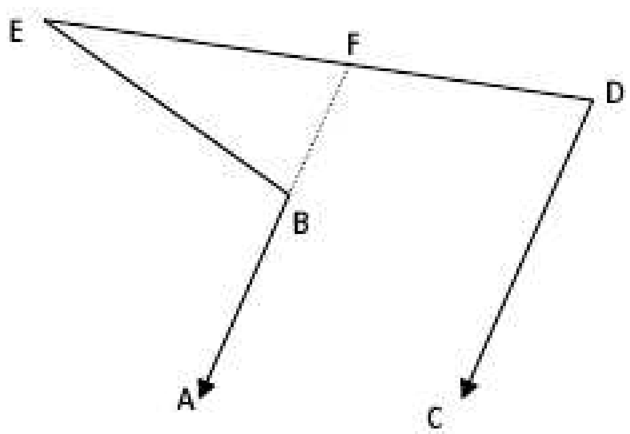


27. एक त्रिभुज के तीन कोणों का अनुपात 2: 4: 3 है | त्रिभुज के सबसे छोटे कोण का मान बताइए |

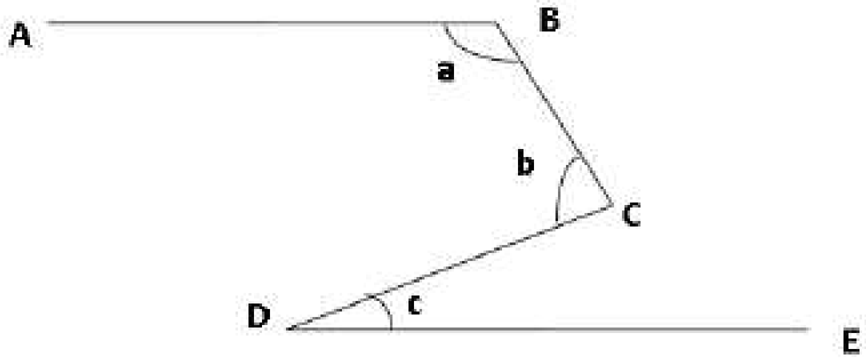
28. यदि $(5y + 62)°$ और $(22 + y)°$ संपूरक कोण हों तो, y का मान बताइए |

29. दी गई आकृति में, यदि $AB \parallel CD$, $\angle ABE = 130°$

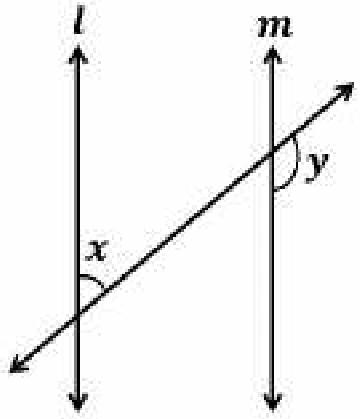
और $\angle BED = 20°$ हो , तो $\angle EDC$ का मान बताइए |



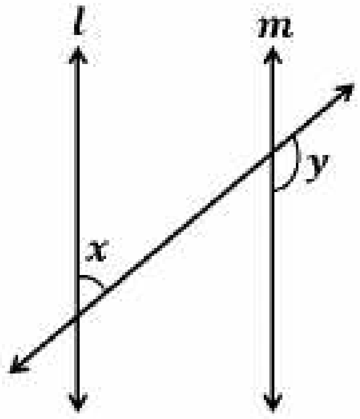
30. दी गई आकृति में, यदि AB || DE हो , तो (a + b – c) का मान बताइए |



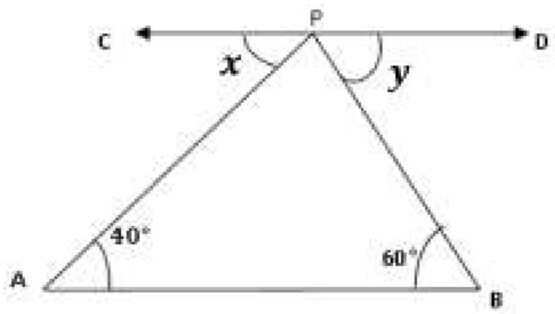
31. दी गई आकृति में, x का मान बताइए यदि $l \parallel m$ और $y = 130°$ हो |



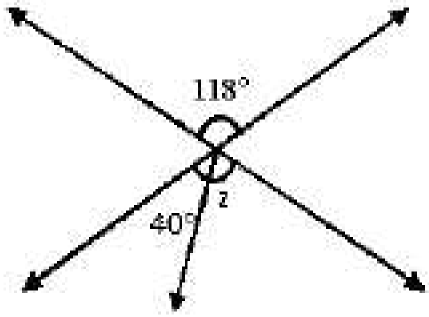
32. यदि BQ || OP है, तो x का मान बताइए |



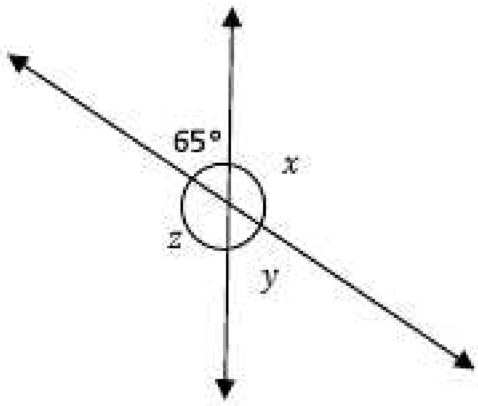
33. यदि AB और CD समांतर रेखाएं हैं, तो $x + y$ का मान बताइए |



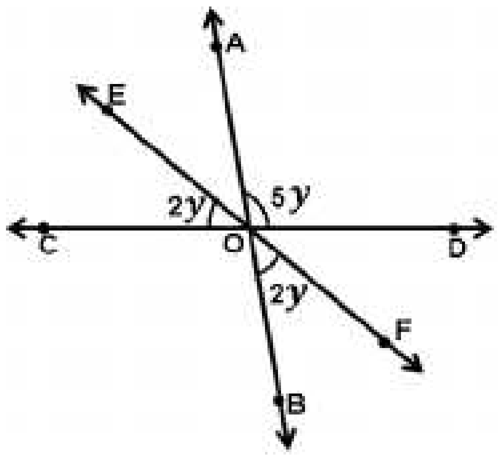
34. कोण z का मान बताइए|



35. $x + y - z$ का मान बताइए |



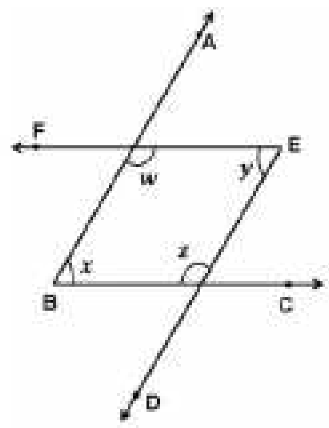
36. यदि AB, CD, और EF, तीन समवर्ती रेखाएँ है तो y का मान बताइए |



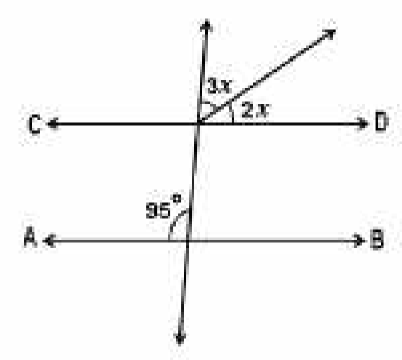
37. यदि एक कोण $\angle ABC$ की भुजाएँ , दूसरे कोण $\angle DEF$ की भुजाओं के समांतर हो तो निम्न के बीच सम्बन्ध बताइए :-

(i) x और y

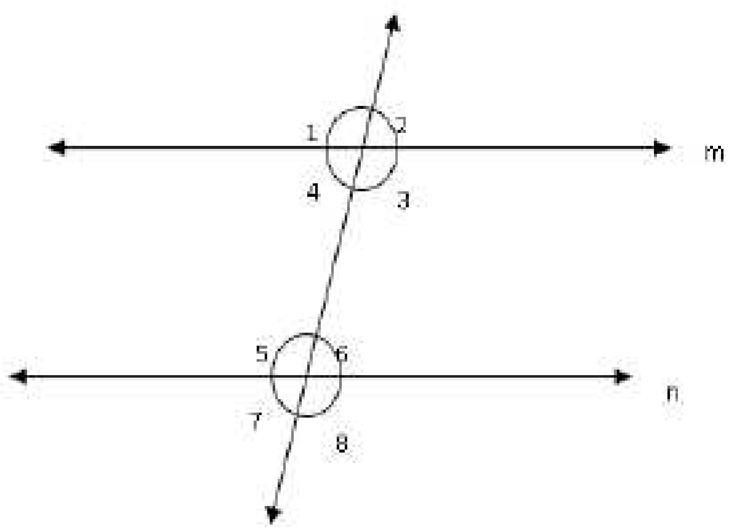
(ii) z और y



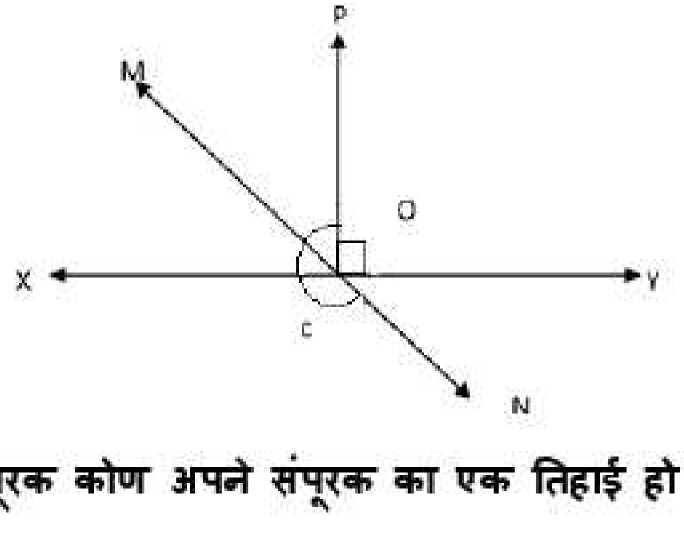
38. यदि AB || CD, x का मान बताइए|



39. यदि m || n और $\angle 1 = 118°$, तो $\angle 7$ का मान बताइए|

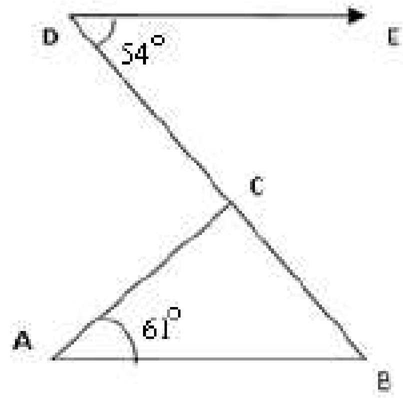


40. दी गई आकृति में, रेखाएँ XY और MN, O पर प्रतिच्छेद करती हैं, यदि $\angle POY = 90°$ और $\angle POM : \angle MOX = 2: 3$ हो, तो c का मान बताइए |

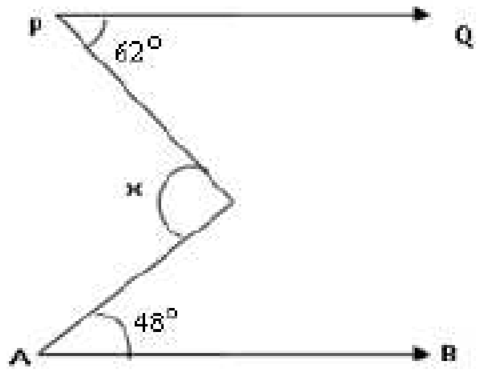


41. यदि एक कोण का पूरक कोण अपने संपूरक का एक तिहाई हो तो कोण बताइए |

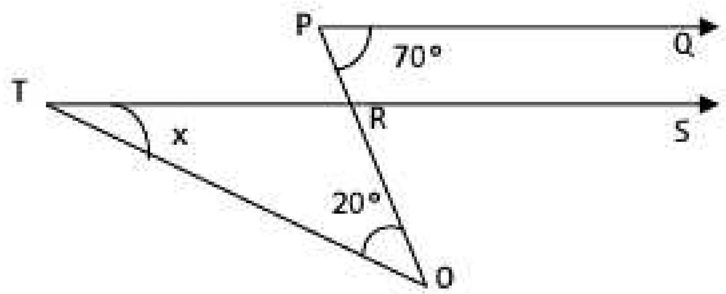
42. यदि AB || DE हो, तो ∠ACB का मान बताइए |



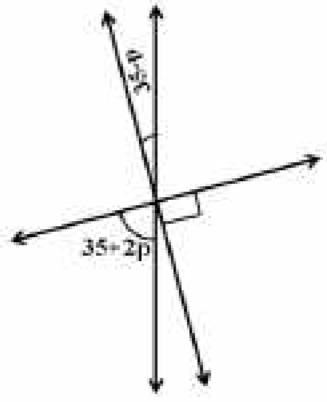
43. यदि AB || PQ हो, तो x का मान बताइए |



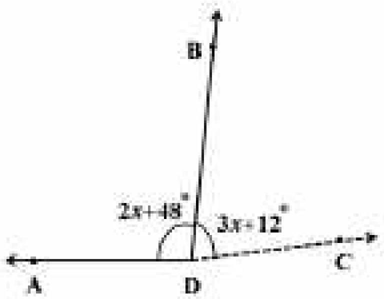
44. यदि PQ || TS हो, तो x का मान बताइए |



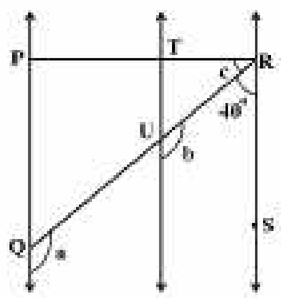
45. दी गई आकृति को देख कर, p के पूरक का मान बताइए|



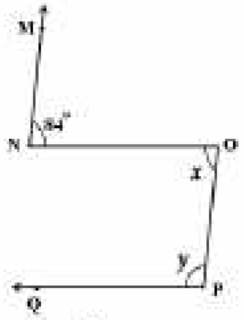
46. दी गई आकृति में, x का वह मान बताइए जिससे ADC एक सीधी रेखा बन जाए|



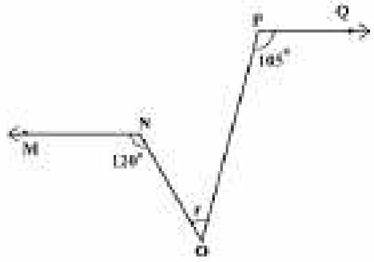
47. दी गई आकृति में PQ ∥ TU ∥ RS यदि ∠QRS =40° हो, तो a - c का मान बताइए |



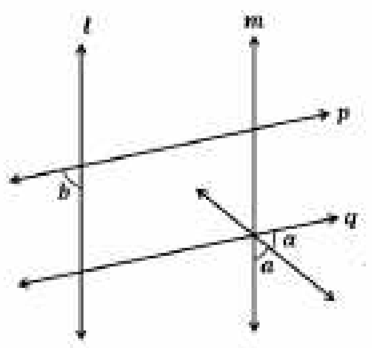
48. दी गई आकृति में, यदि NO || QP और MN || OP हो, तो $2x - y$ का मान बताइए |



49. दी गई आकृति में, यदि MN ∥ PQ हो, तो r का मान बताइए|



50. दी गई आकृति में, यदि l ∥ m, p ∥ q और b = 78° हो, तो a का मान बताइए|



उत्तर

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1	0	26	130°
2	30°	27	40°
3	330°	28	y = 16
4	आयत	29	110°
5	समकोण त्रिभुज	30	180°
6	55°	31	50°
7	110°	32	130°
8	80°	33	100°
9	60°	34	78°
10	5°	35	165°
11	एक	36	20°
12	58°	37	(i) समान (ii)संपूरक
13	72°	38	17°
14	30°	39	62°
15	90°	40	126°
16	80°	41	45°
17	120°	42	65°
18	37°	43	110°
19	114°	44	50°
20	140°	45	70°
21	55°	46	24°
22	q = 9	47	90°
23	40°	48	72°
24	310°	49	45°
25	26°	50	51°

अध्याय – 7

त्रिभुज

याद रखने योग्य बिंदु

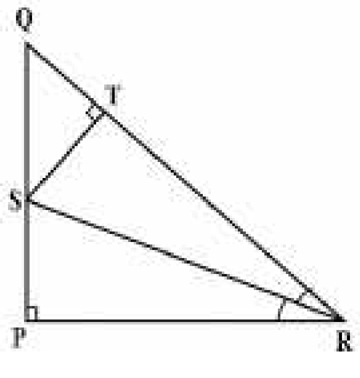
- दो आकृतियाँ सर्वांगसम हैं, यदि वे समान आकार और समान माप की हैं |
- यदि दो त्रिभुज ABC और XYZ संगतता $A \leftrightarrow X$, $B \leftrightarrow Y$ और $C \leftrightarrow Z$ के अंतर्गत सर्वांगसम हैं, तो उन्हें सांकेतिक रूप में $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ लिखते है |
- यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हो तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते है| (SAS सर्वांगसमता नियम)
- यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते है| (ASA सर्वांगसमता नियम)
- यदि एक त्रिभुज के दो कोण और एक भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और संगत भुजा के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते है| (AAS सर्वांगसमता नियम)
- यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते है| (RHS सर्वांगसमता नियम)
- यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते है| (SSS सर्वांगसमता नियम)
- त्रिभुज की बराबर भुजाओं के विपरीत कोण बराबर होते हैं|
- एक त्रिभुज के बराबर कोणों की विपरीत भुजा (पक्ष) समान हैं|
- एक समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है|
- एक बाह्य बिंदु से दी गई रेखा पर पड़ने वाली रेखाखंडों में से लम्बवत रेखाखंड

सबसे छोटा होता है|

- एक त्रिभुज में, सबसे लंबी भुजा के विपरीत कोण सबसे अधिक माप का होता है|
- एक त्रिभुज में, बड़े कोण के विपरीत भुजा (पक्ष) लंबी होती है|
- त्रिभुज के किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है|
- त्रिभुज की किन्हीं भी दो भुजाओं के बीच का अंतर उसकी तीसरी भुजा से कम होता है|
- एक समकोण त्रिभुज को पहले ऑर्थोगोनल त्रिभुज या आयताकार त्रिभुज के रूप में जाना जाता था, जो एक ऐसे त्रिभुज को दर्शाता है जिसमें एक कोण समकोण होता है या एक त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ एक दूसरे पर लंब होती हैं|

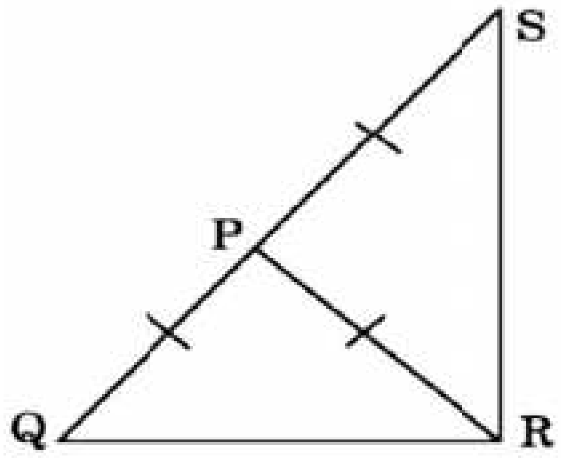
प्रश्नावली

1. ΔPQR में, $\angle P$ समकोण है और $\angle R \leq 40°$ है $\angle Q$ का न्यूनतम मान बताइए|
2. यदि ΔABC में $\angle A = 40°$ और $\angle B = 60°$ है, तो इस त्रिभुज की सबसे छोटी और सबसे बड़ी भुजा का अनुपात बताइए|
3. ΔXYZ एक समकोण त्रिभुज है जिसमें Y एक समकोण है| इस त्रिभुज की दो छोटी भुजाओं का योग बताइए|
4. दी गई आकृति में ΔPQR और ΔTQS समकोण त्रिभुज हैं| यदि $PQ = PR$ और $\angle R$ का समद्विभाजक PQ को S पर प्रतिच्छेद करता है, तो ΔPQR की उस भुजा का नाम बताइए जो $PR + PS$ के समान हो|



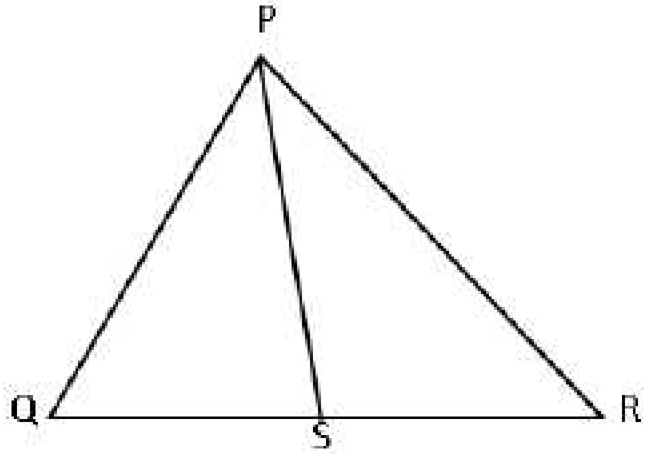
5. ΔPQR में, यदि $\angle P - \angle Q = 20°$ और $\angle Q - \angle R = 5°$ हो तो $\angle Q$ का मान बताइए|

6. आकृति में, PQ = PR = PS, तो ($3\angle QRS - 2\angle SQR - \angle QSR$) का मान बताइए|

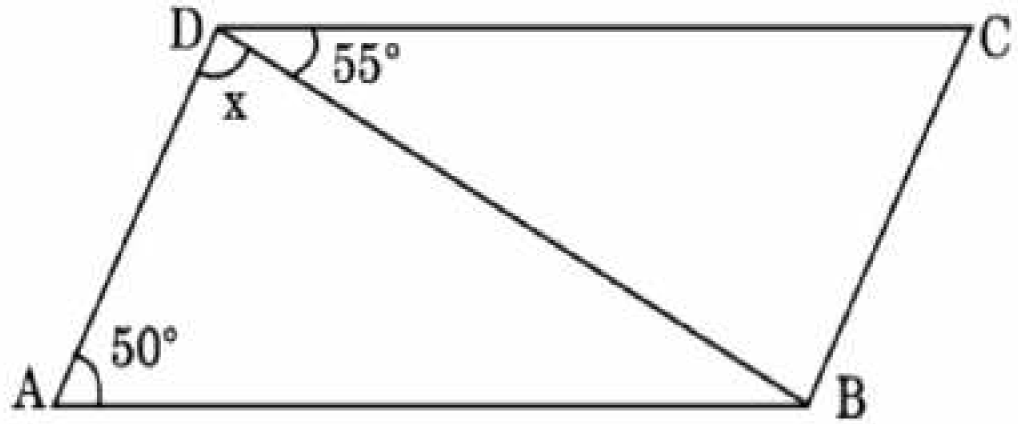


7. यदि किसी त्रिभुज की तीन भुजाओं की लंबाई क्रमशः 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी है, तो दिए गए त्रिभुज के कर्ण की माध्यिका की लंबाई (सेमी में) बताइए |

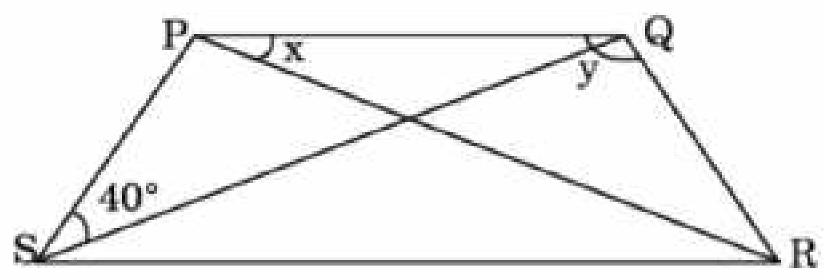
8. दी गई आकृति में, PQ = PS = SR और $\angle QPS = 40°$, तो $\angle QPR$ का मान बताइए |



9. दी गई आकृति में, x का मान ज्ञात कीजिए, यदि BC = AD और AB = CD हैं|



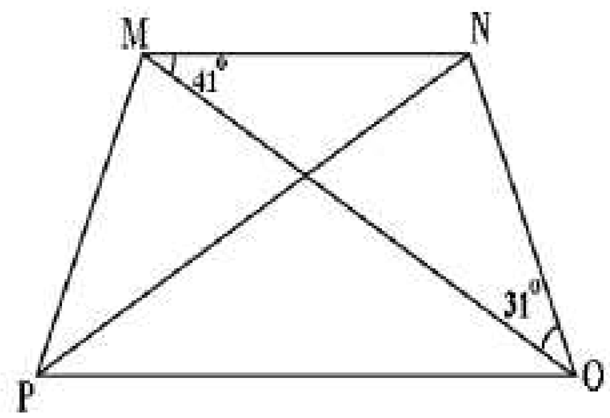
10. दी गई आकृति में, यदि PQ || SR और PQ = QR, तो ($2x + y$) का मान मान बताइए |



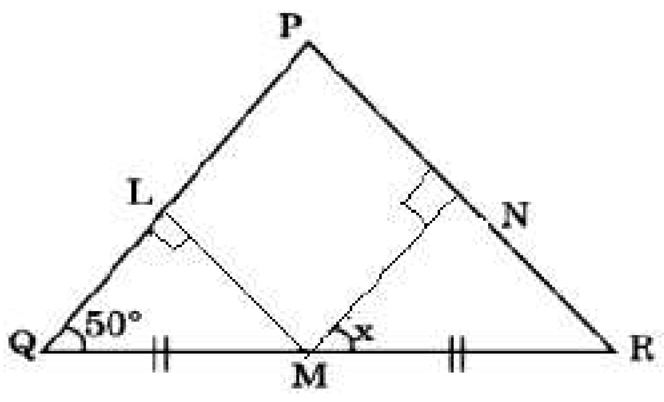
11. त्रिभुज PQR में, $\angle Q$ और $\angle R$ के आंतरिक कोणीय समद्विभाजक एक बिंदु O पर मिलते हैं| यदि $\angle P = 110°$ है, तो $\angle QOR$ का मान बताइए|

12. एक त्रिभुज XYZ में, XA, YZ पर कोण समद्विभाजक है| यदि त्रिभुज की अर्ध-परिधि 11 सेमी है और XY = 10 सेमी, YZ = 6 सेमी, तो YA: AZ का अनुपात बताइए|

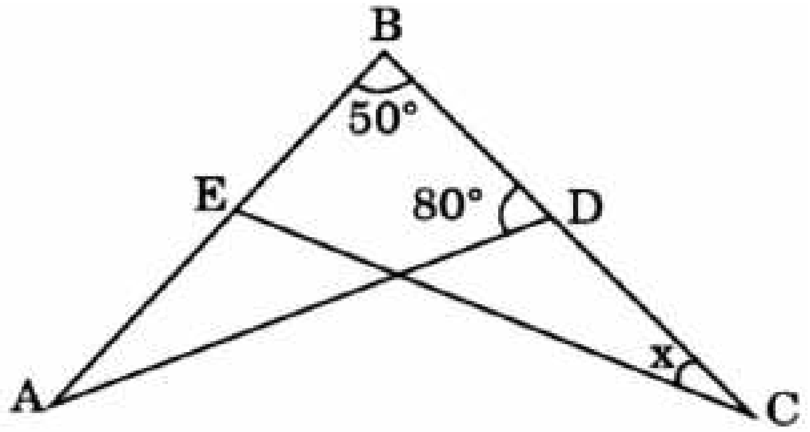
13. दी गई आकृति में, **MP = NO** और **MO = NP** हैं| **$\angle MPN + \angle PMN$** का मान बताइए |



14. दी गई आकृति में, **LM = MN, QM = MR, ML ⊥ PQ, MN ⊥ PR,** **$\angle Q = 50°$,** तो x का मान बताइए|

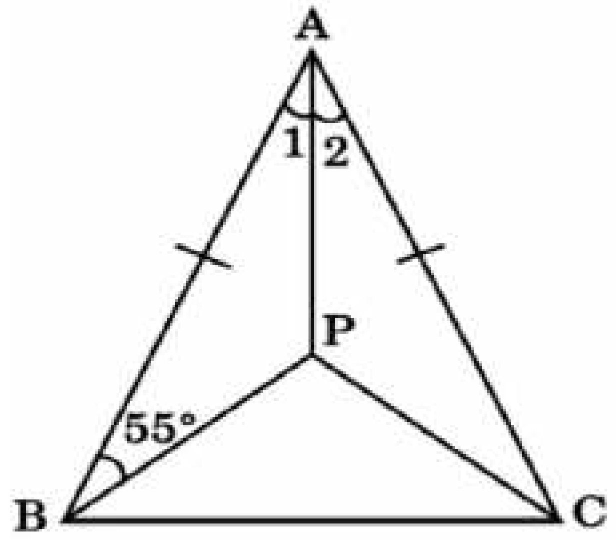


15. दी गई आकृति में, **AB = BC** और **$\angle A = \angle C$,** तो x का मान बताइए|

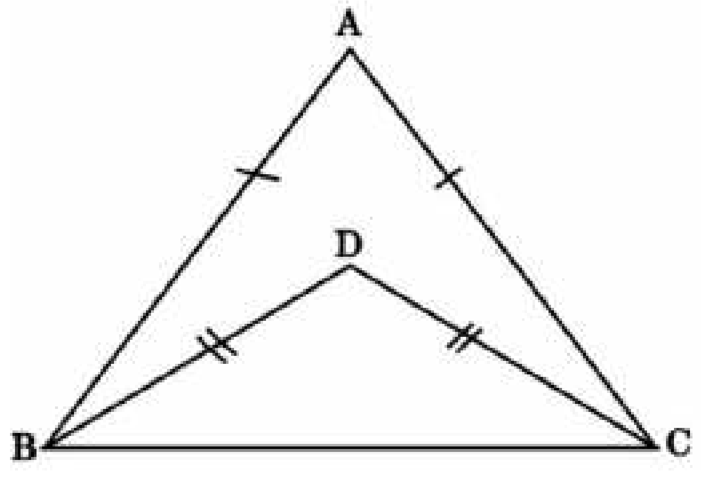


16. $\triangle PQR$ में, $\angle P - \angle Q = 16°$, $\angle Q - \angle R = 28°$, तो $\angle Q$ का मान बताइए|

17. $\triangle ABC$ में, $AB = AC$, $\angle 1 = \angle 2$ और $\angle A = 40°$ | $\angle PBC$ का मान बताइए|

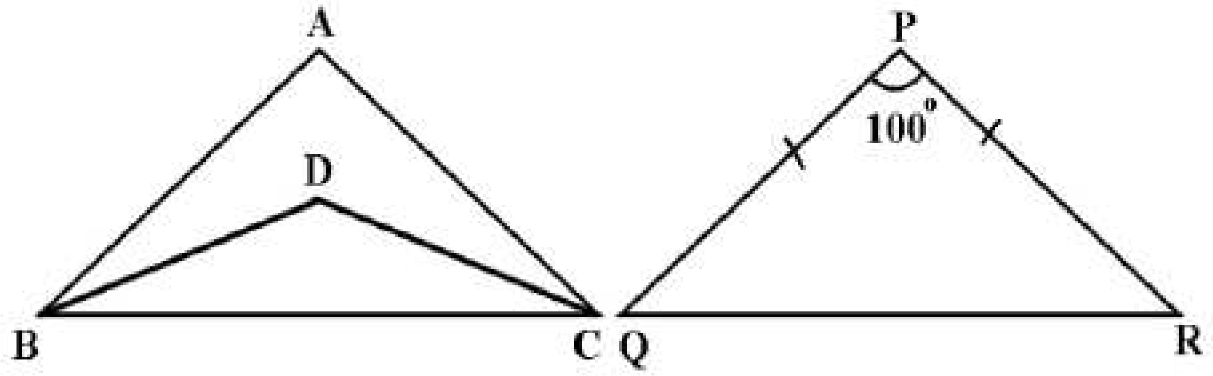


18. आकृति में, $\angle ABD : \angle ACD$ का मान बताइए |

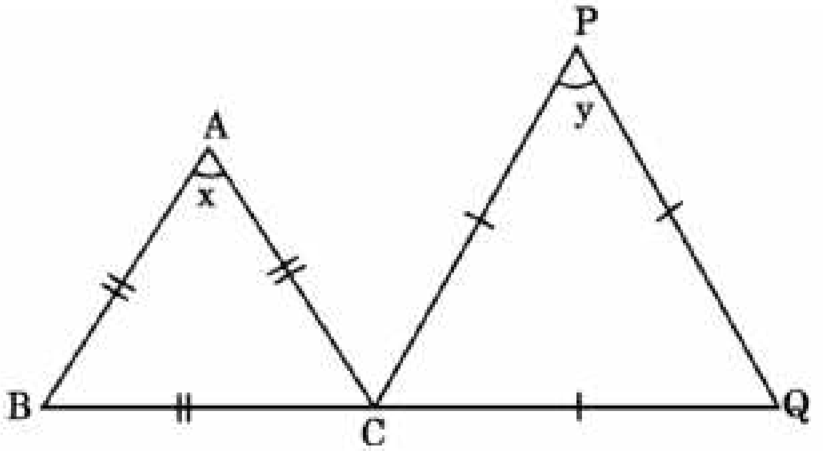


19. $\triangle ABC$ में, C एक समकोण है तथा $AC = 12$ सेमी, $BC = 5$ सेमी, AB का मान बताइए |

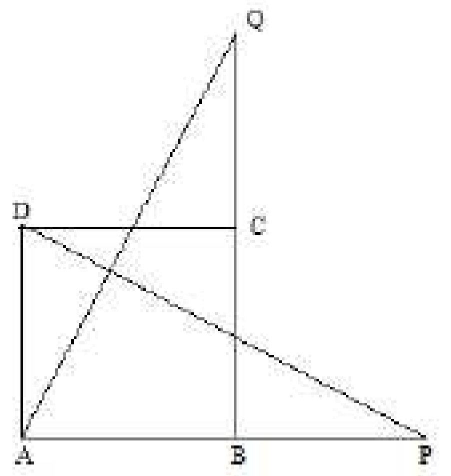
20. दी गई आकृति में, $\triangle ABC \cong \triangle PQR$| यदि DB और DC क्रमश: कोण $\angle B$ और $\angle C$ के समद्विभाजक हैं तो प्रतिवर्ती $\angle BDC$ का मान बताइए|



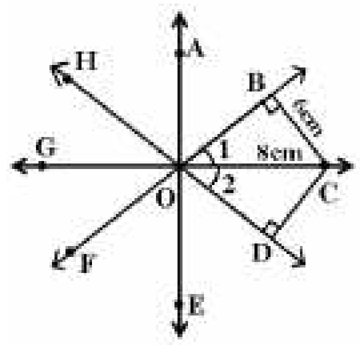
21. दी गई आकृति में, (x + y) का मान बताइए |



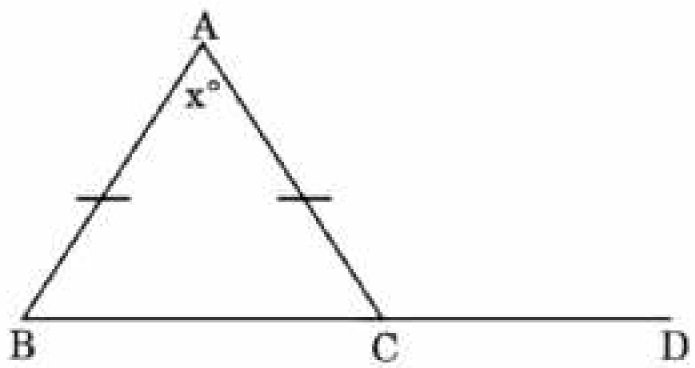
22. दी गई आकृति में, ABCD एक वर्ग है| भुजाओं AB और BC को P और Q तक इस प्रकार बढ़ाया जाता है कि BP = CQ| यदि DP = 7 सेमी, तो AQ का मान बताइए |



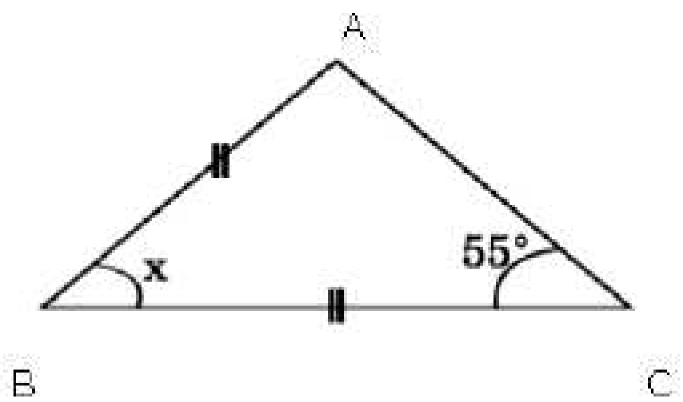
23. दी गई आकृति में, यदि BC = 6 सेमी, OC = 8 सेमी और $\angle 1 = \angle 2$ हो, तो OD की लंबाई बताइए |



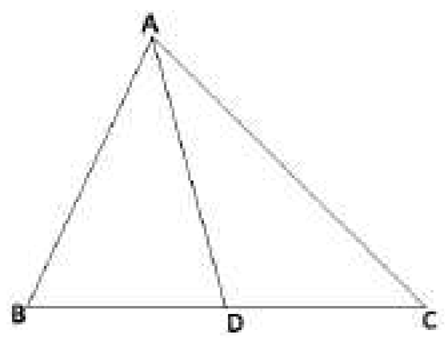
24. दी गई आकृति में, AB = AC और $\angle ACD = 110°$, x का मान बताइए |



25. दी गई आकृति में, x का मान बताइए|

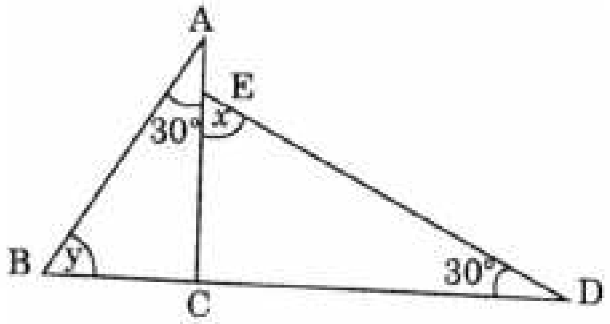


26. $\triangle ABC$ में, $\angle B = 65°$, $\angle C = 45°$ और $\angle BAC$ का समद्विभाजक BC को D पर मिलता है, तो $\angle DAC : \angle C$ मान बताइए|

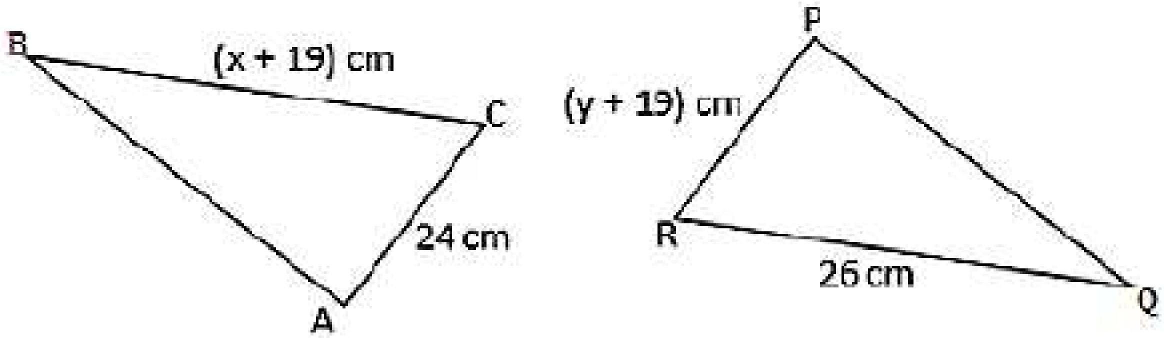


27.

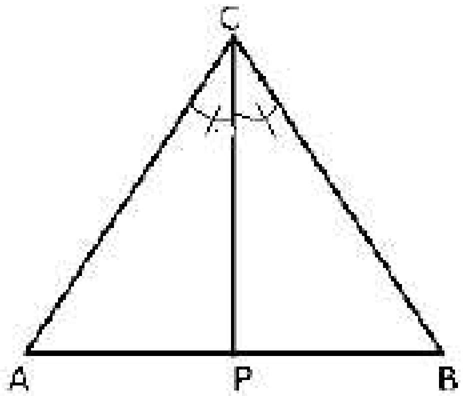
27. दी गई आकृति में, $\angle A = \angle D = 30°$, $(x + y)$ का मान बताइए|



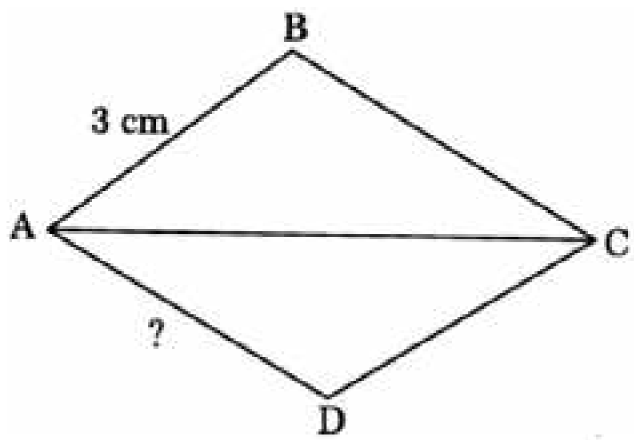
28. यदि $\Delta ABC \cong \Delta PQR$, तो $(x - y)^2 + (x + y)^2$ का मान बताइए |



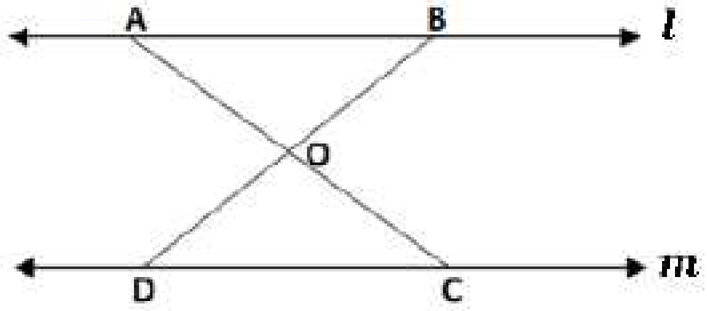
29. दी गई आकृति में, CP, $\angle C$ समद्विभाजक है और $CA = CB$ है, तो ΔCAP और ΔCBP कौन-से नियम से सर्वांगसम होंगे?



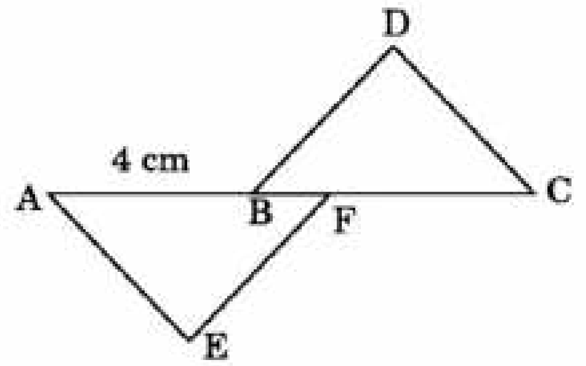
30. दी गई आकृति में, AC, $\angle A$ और $\angle C$ का समद्विभाजक है| यदि $AB = 3$ सेमी है, तो AD का मान बताइए |



31. दी गई आकृति में, $l \parallel m$, AB = DC, तो AC + BD का मान बताइए , यदि OB = 3.5 सेमी = OC और AB = 6 सेमी है|

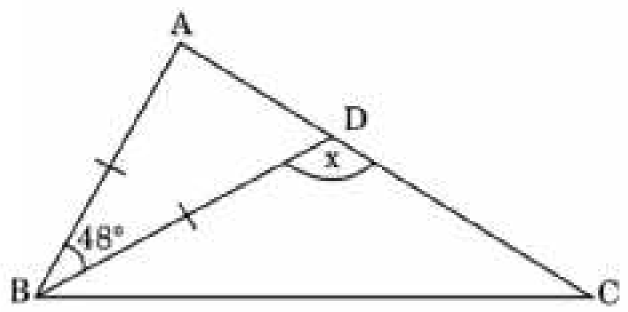


32. दी गई आकृति में, $\Delta DBC \cong \Delta EAF$, यदि AB = 4 cm, तो FC का मान बताइए|

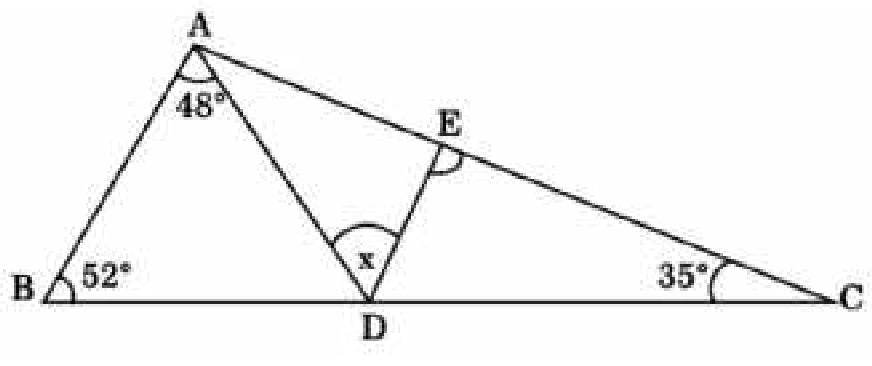


33. ΔXYZ में, $\angle Y = 32°$, $\angle Z = 68°$ और $\angle YXZ$ का समद्विभाजक YZ को P पर मिलता है| XP, YP और ZP को अवरोही क्रम में बताइए |

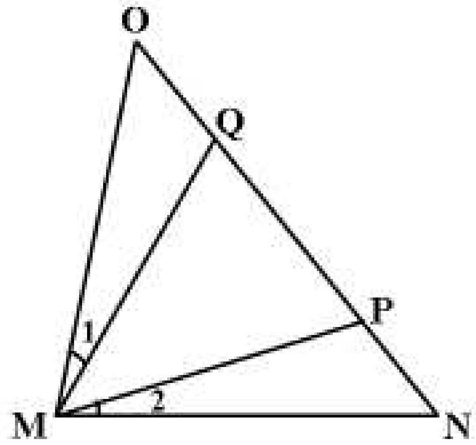
34. दी गई आकृति में, यदि AB = DB, $\angle ABD = 48°$ तो x का मान बताइए |



35. दी गई आकृति में, यदि $\angle DEC = 90°$, तो x का मान बताइए |



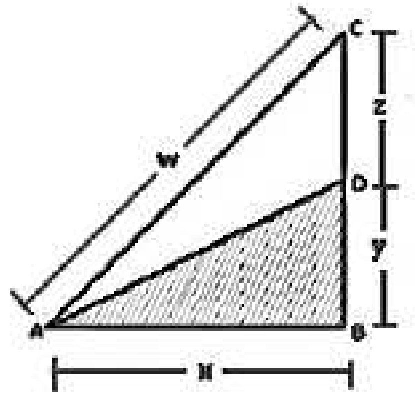
36. दी गई आकृति में, यदि MQ=MP, $\angle 1 = \angle 2$ और $\angle NMO = 78°$ हो, तो $\angle O$ का मान बताइए|



37. सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए, जिसे लंबाई 'l' इकाई और चौड़ाई 'w' इकाई वाले आयत में फिट किया जा सकता है?

38. $\triangle ABC$ में, $\angle A = 40°$ और $\angle B$, $\angle A$ से 25% अधिक है | त्रिभुज की सबसे लम्बी भुजा का नाम बताइए |

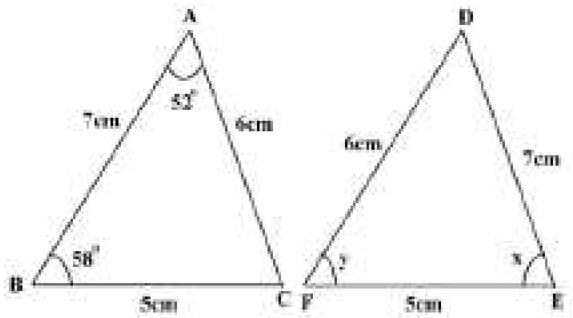
39. यदि छायांकित भाग का क्षेत्रफल $\triangle ABC$ के क्षेत्रफल से आधा है तथा $\angle ABC$ समकोण है, तो रेखाखंड AD की लम्बाई y तथा w के पदों में बताइए |



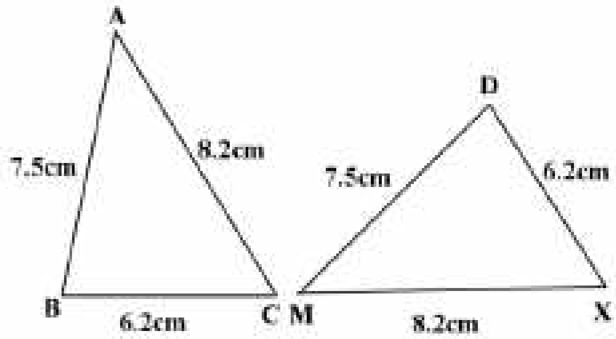
40. एक त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई 5:12:13 के अनुपात में है| इस त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा और सबसे छोटी भुजा के बीच में 1.6 सेंटीमीटर का अंतर है| त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

41. यदि एक त्रिभुज के तीनों शीर्ष लम्बों की लंबाई समान हो, तो वह किस प्रकार का त्रिभुज कहलाता है ?

42. दी गई आकृति में , $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ सर्वांगसम त्रिभुज हैं| $2x + 3y$ का मान ज्ञात कीजिए |

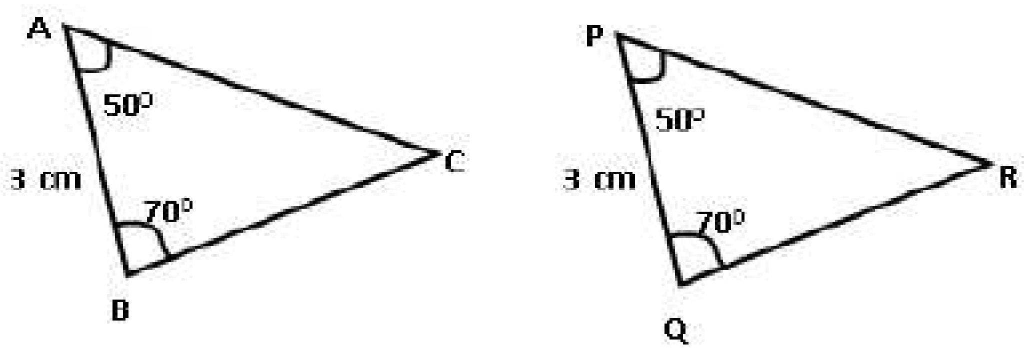


43. $\triangle CAB$ के सर्वांगसम त्रिभुज का नाम बताइए|

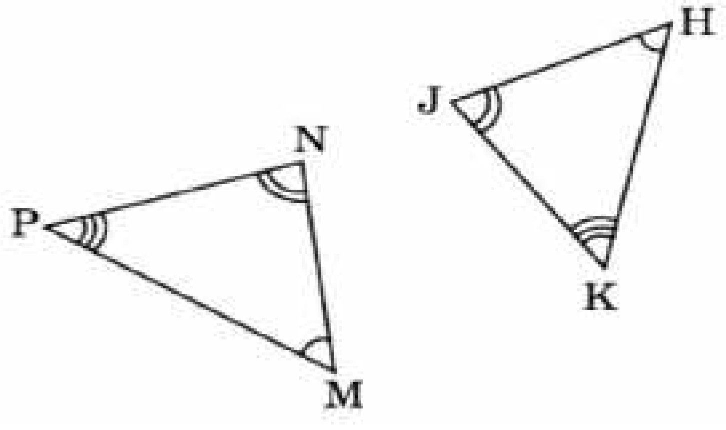


44. निम्नलिखित त्रिभुजों की सर्वांगसमता में सर्वांगसमता का कौन सा नियम लगता है ?

(i)



(ii)

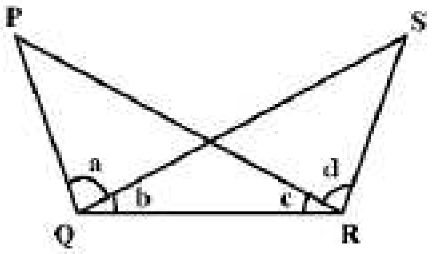


45. केंद्र C_1 और C_2 वाले दो वृत्त सर्वांगसम हैं| यदि केंद्र C_1 वाले वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी हो, तो केंद्र C_2 वाले वृत्त का परिमाप (π में) ज्ञात कीजिए|

46. एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप $72\sqrt{3}$ इकाई है| इस त्रिभुज की ऊँचाई बताइए |

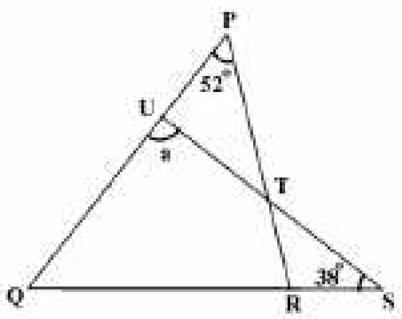
47. ΔPQR में, यदि $PQ = QR$ और $\angle Q = 55°$ हो, तो $2\angle P - \angle R$ का मान बताइए|

48. दी गई आकृति में, यदि $a = d$ और $b = c$ हो, तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए:-

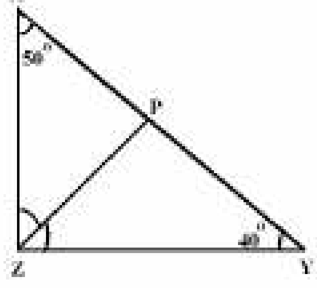


(i) PR =__________ (ii) $\angle S$ =__________

49. दी गई आकृति में, यदि RT=RS है, तो कोण a का मान बताइए |



50. ΔXYZ में , $\angle X = 50°, \angle Y = 40°$ और का समद्विभाजक XZ को P पर मिलता है| XP, YP और ZP को आरोही क्रम में बताइए|



उत्तर

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1.	50°	25.	70°
2.	1:2	26.	7:9
3.	XY+YZ	27.	120°
4.	QR [Hint: $\Delta PSR \cong \Delta TSR$ तो PR=TR, PS=TS और TS=TQ]	28.	148
		29.	SAS
		30.	1 सेमी
5.	55°	31.	14 सेमी
6.	135°	32.	4 सेमी
7.	6.5 सेमी	33.	YP>XP>ZP
8.	75°	34.	114°
9.	75°	35.	45°
10.	180°	36.	51°
11.	145°	37.	$\frac{lw}{2}$ वर्ग इकाई
12.	5:3	38.	AB
13.	139°	39.	$\sqrt{w^2 - 3y^2}$
14.	40°	40.	1.2 वर्ग सेमी
15.	50°	41.	समबाहु
16.	64°	42.	326°
17.	15°	43.	ΔXMD
18.	1 : 1	44.	(i)ASA (ii) त्रिभुज सर्वांगसम होने आवश्यक नहीं हैं
19.	13 सेमी	45.	10π सेमी
20.	220°	46.	36 इकाई
21.	120°	47.	$62\frac{1}{2}°$
22.	7 सेमी	48.	(i) QS (ii) $\angle P$
23.	$2\sqrt{7}$ सेमी	49.	90°
24.	40°	50.	PX<PZ<PY

अध्याय - 8

चतुर्भुज

याद रखने योग्य बिंदु

- किसी चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है|
- एक चतुर्भुज को समांतर चतुर्भुज कहा जाता है, यदि इसकी दोनों सम्मुख भुजाओं का युग्म समांतर हो|
- समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है|
- एक समांतर चतुर्भुज में :

  (i) सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म बराबर होते हैं

  (ii) सम्मुख कोणों के दोनों युग्म बराबर होते हैं

  (iii) विकर्ण परस्पर एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं
- एक चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है, यदि

  (i) सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म बराबर हो

  (ii) सम्मुख कोणों के दोनों युग्म बराबर हो

  (iii) विकर्ण परस्पर एक दूसरे को समद्विभाजित करते हो

  (iv) सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर हो
- एक समांतर चतुर्भुज एक आयत कहलाता है, यदि उसका एक आंतरिक कोण समकोण हो|
- एक समांतर चतुर्भुज एक समचतुर्भुज कहलाता है, यदि उसकी आसन्न भुजाओं का एक जोड़ा बराबर हो|

- एक समांतर चतुर्भुज एक वर्ग कहलाता है यदि इसका एक आंतरिक कोण समकोण हो और इसकी आसन्न भुजाओं का एक जोड़ा बराबर हो|
- यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं और बराबर हैं तो यह एक आयत बन जाता है| इसका विलोम भी सत्य है|
- यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं तो यह एक समचतुर्भुज बन जाता है| इसका विलोम भी सत्य है|
- यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं और बराबर हैं तो वह एक वर्ग बन जाता है| इसका विलोम भी सत्य है|
- किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखंड तीसरी भुजा के समांतर होता है और उसका आधा होता है|
- किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिन्दु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है|
- किसी चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को एक क्रम से मिलाने वाले रेखाखंडों द्वारा बना चतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज होता है|
- दो सर्वांगसम आकृतियों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं, परन्तु इसका विलोम आवश्यक रूप से सत्य नहीं है|
- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं|
- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके आधार और संगत शीर्षलम्ब का गुणनफल होता है|
- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले समांतर चतुर्भुज समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं|

- यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज समान आधार (या बराबर आधार) और समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है|
- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं|
- त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके आधार और संगत शीर्षलम्ब के गुणनफल का आधा होता है|
- समान आधार (या बराबर आधारों) वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुज समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं|
- त्रिभुज की एक माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है|

प्रश्नावली

1. एक चतुर्भुज के कोण $2x, 3x, 4x$ और $90°$ हैं| x का मान बताइए |
2. एक चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 2:5:9:20 है। सबसे छोटे कोण का मान बताइए|
3. यदि एक समांतर चतुर्भुज के कोण क्रम में p, q, r और s हैं, तो $p + q - r - s$ का मान बताइए|
4. यदि एक समलंब के कोण $x, 2x, y$ और $2y$ हैं, तो $x+y$ का मान बताइए |
5. एक चतुर्भुज के कोण $3x^{\circ}$, $(x+35)^{\circ}$, $(x-25)^{\circ}$ और $2x^{\circ}$ हैं| सबसे बड़ा कोण बताइए|
6. एक चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 12:17:19:24 है| सबसे बड़े कोण का मान बताइए|
7. एक चतुर्भुज के दो कोण पूरक है और अन्य दो कोण 2: 7 के अनुपात में हैं। इन दोनों कोणों का मान बताइए|
8. एक चतुर्भुज में, यदि एक कोण का मान 100° का है और अन्य तीन कोण 1: 5: 7 के अनुपात में हैं। इन तीनों कोणों का मान बताइए|

9. चतुर्भुज के कोण $x°$, $(x-10)°$, $(x+52)°$ तथा $3x°$ हैं। सबसे छोटे कोण का मान बताइए|

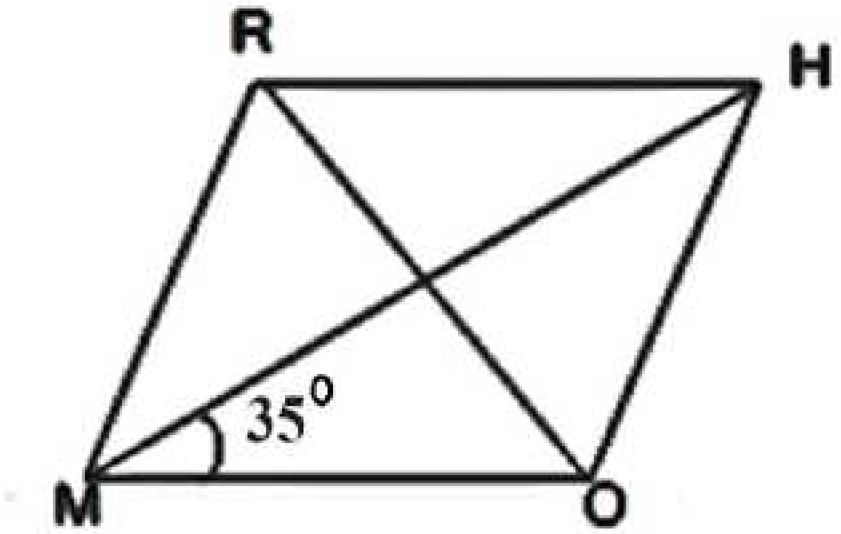
10. एक समांतर चतुर्भुज का परिमाप 30 सेमी है, यदि छोटी भुजा की लंबाई 6 सेमी है, तो बड़ी भुजा की लंबाई बताइए|

11. चतुर्भुज ABCD के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। यदि $\angle A = 55°$ है, तो $\angle B$ बताइए|

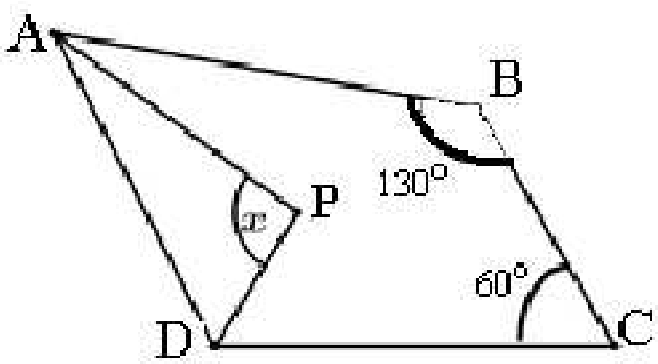
12. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है| यदि उसके दोनों विकर्ण बराबर हो तो $\angle ABC$ का मान बताइए|

13. आयत PQRS में यदि $\angle QPR = 35°$ है, तो $\angle SQR$ और $\angle SPR$ का योग बताइए|

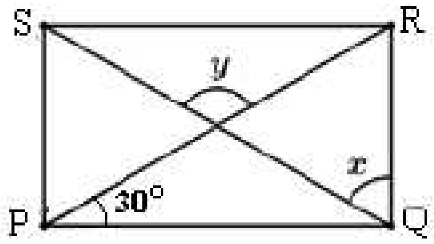
14. दिए गए समचतुर्भुज RHOM में, $\angle ROH$ का मान बताइए|



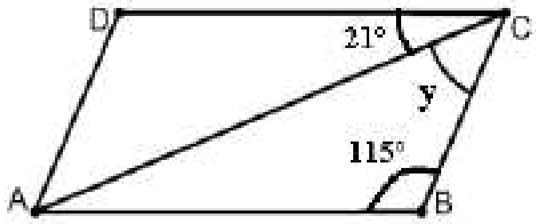
15. दी गई आकृति में, ABCD एक चतुर्भुज है और AP और DP, $\angle A$ और $\angle D$ के कोण समद्विभाजक हैं| x का मान बताइए |



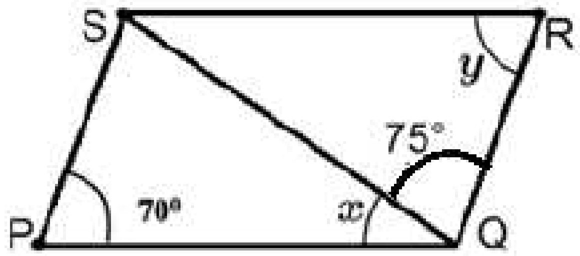
16. दी गई आकृति में, PQRS एक आयत है यदि $\angle RPQ = 30°$ है| $(x + y)$ का मान बताइए|



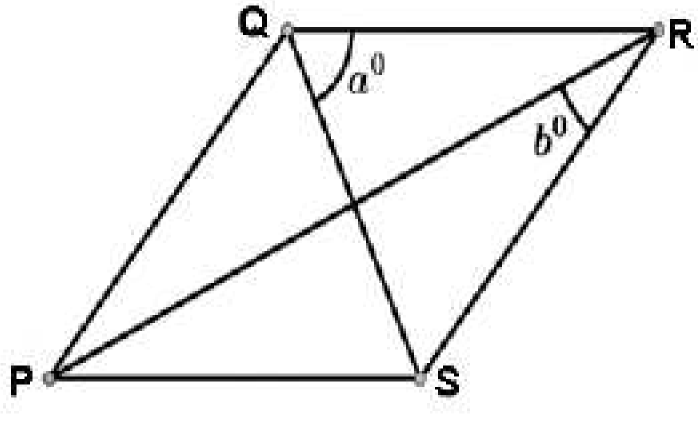
17. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, तो y का मान बताइए|



18. दी गई आकृति में, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, तो $\left(\frac{x+y}{5}\right)$ मान बताइए|

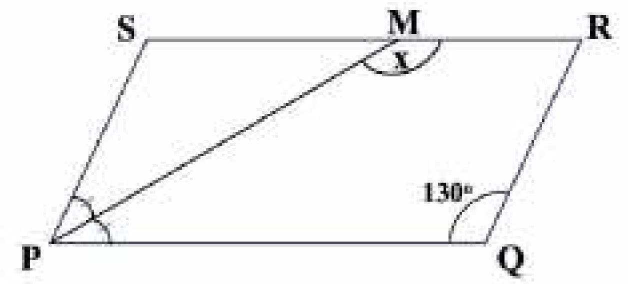


19. दी गई आकृति में, समचतुर्भुज PQRS में $\angle QPS = 50°$ है, तो a° और b° का मान बताइए|

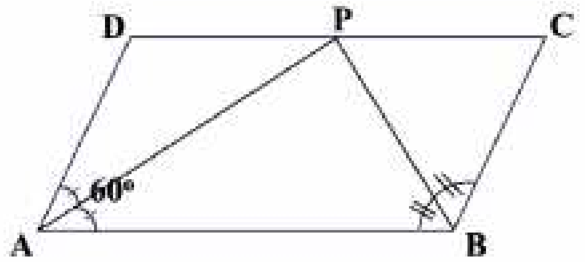


20. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में, यदि $\angle A = (2x + 15)^\circ, \angle B = (3x - 25)^\circ$ तो x का मान बताइए|

21. PQRS एक समांतर चतुर्भुज है| PB, ∠P को समद्विभाजित करता है| x का मान बताइए|



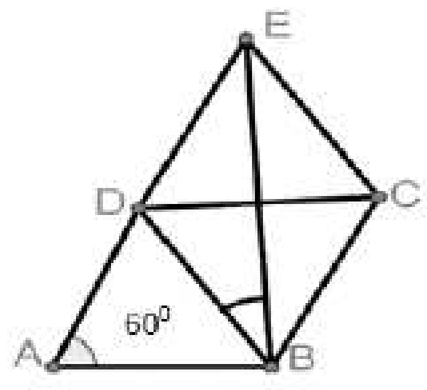
22. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है| AP और PB, क्रमश: ∠A और ∠B के समद्विभाजक हैं| AD = 6cm. ABCD का परिमाप बताइए|



23. एक समांतर चतुर्भुज के दो विपरीत कोण $(3x - 2)^\circ$ और $(63 - 2x)^\circ$ हैं| समांतर चतुर्भुज के प्रत्येक कोण का मान बताइए|

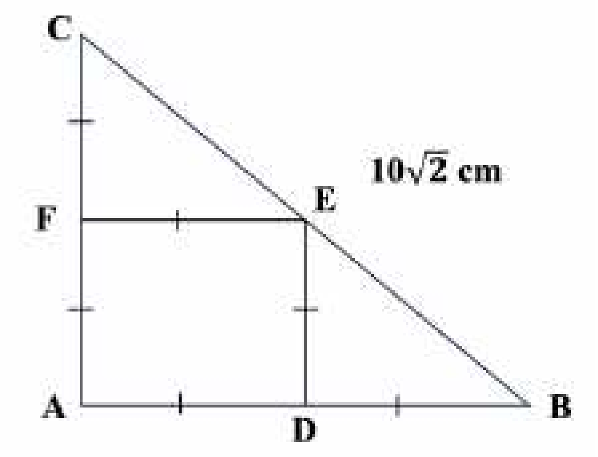
24. यदि किसी समांतर चतुर्भुज की ऊंचाई और क्षेत्रफल के संख्यात्मक मानों का अनुपात 2:15 है, तो उसके संगत आधार की लंबाई बताइए|

25. दी गई आकृति में, ABCD एक समचतुर्भुज है तथा $\angle A = 60^\circ$ है| यदि ΔDEC एक समबाहु त्रिभुज है, तो ∠DBE का मान बताइए|

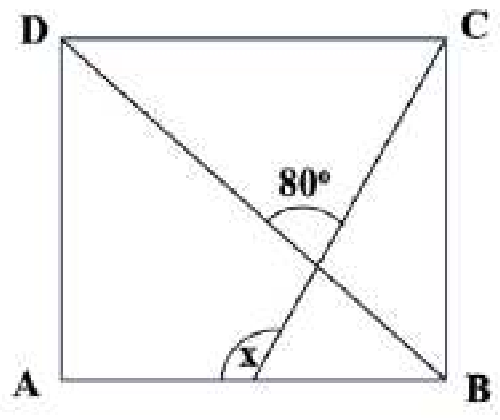


26. एक आयत का एक विकर्ण आयत की एक भुजा पर 25° पर झुका हुआ है| विकर्णों के बीच का न्यून कोण का मान बताइए|

27. ΔABC, ΔCEF और ΔBDE समद्विबाहु समकोण त्रिभुज हैं| ADEF एक वर्ग है| इस वर्ग का क्षेत्रफल बताइए अगर $BC = 10\sqrt{2}$ cm हो|



28. ABCD एक वर्ग है| x का मान बताइए|



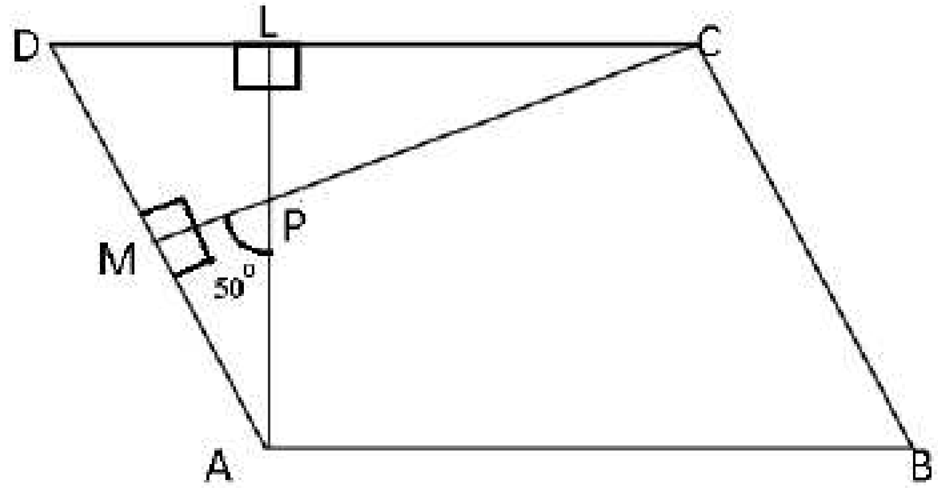
29. त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA और AB के मध्य बिंदु क्रमशः D, E और F है| यदि ΔABC का परिमाप 12.8 सेमी है तो त्रिभुज DEF का परिमाप बताइए|

30. यदि किसी समांतर चतुर्भुज के आधार और क्षेत्रफल के संख्यात्मक मानों का अनुपात 1:9 है, तो उसकी संगत ऊँचाई की लंबाई बताइए |

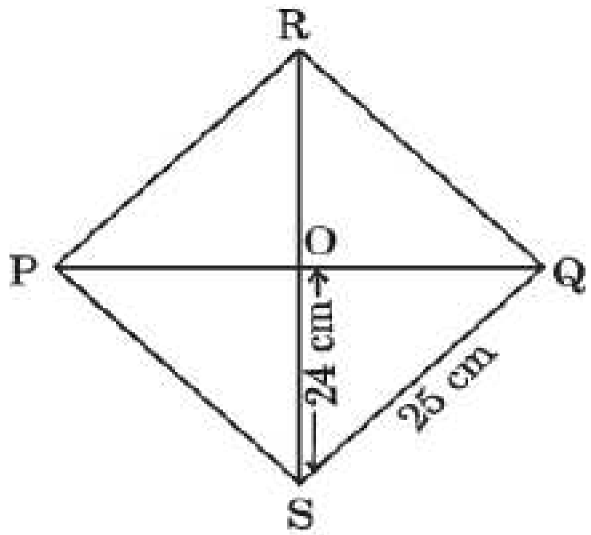
31. यदि एक समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों का अंतर 30° है, तो सभी कोण बताइए |

32. एक समांतर चतुर्भुज का एक कोण उसके आसन्न कोण के दुगुने से 36° कम है, तो समांतर चतुर्भुज के कोण बताइए |

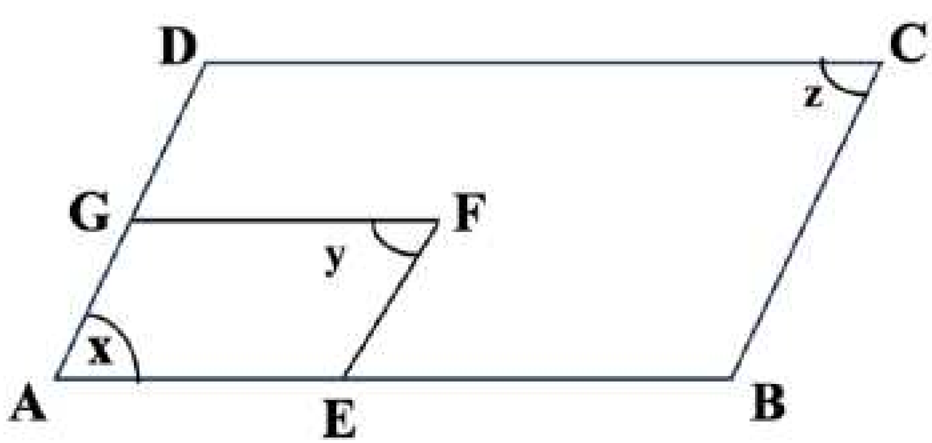
33. दिए गए समांतर चतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए, यदि $CM \perp AD$, $AL \perp DC$ और $\angle MPA = 50°$ है|



34. समचतुर्भुज PQRS में विकर्णों की लंबाई का योग बताइए |

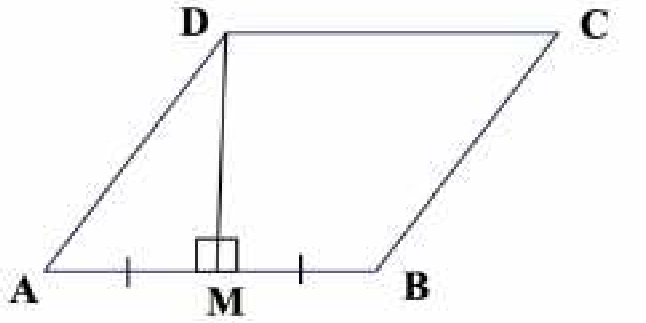


35. ABCD और AEFG समांतर चतुर्भुज हैं| $\angle AGF = 3\angle GAE$, $x + y + z$ का मान बताइए|

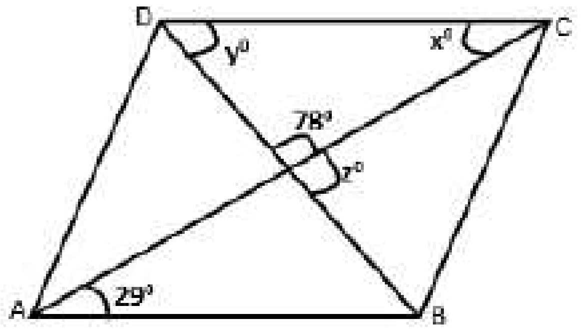


36. ABCD एक समचतुर्भुज है, जिसमें अभिलंब DM , AB को समद्विभाजित करता है|

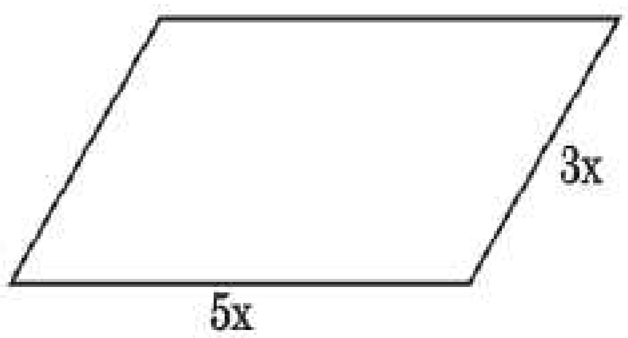
समचतुर्भुज के सबसे बड़े कोण का माप बताइए|



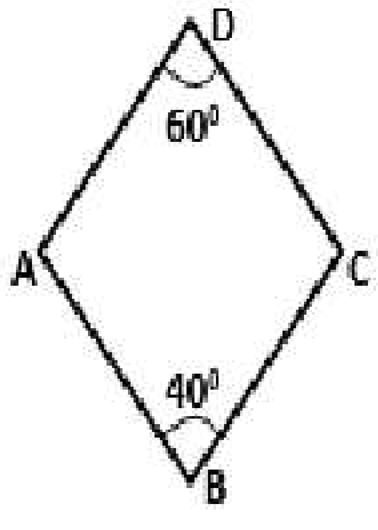
37. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, x और y का मान बताइए|



38. दिए गए समांतर चतुर्भुज का परिमाप 128 मी है, तो x का मान बताइए|

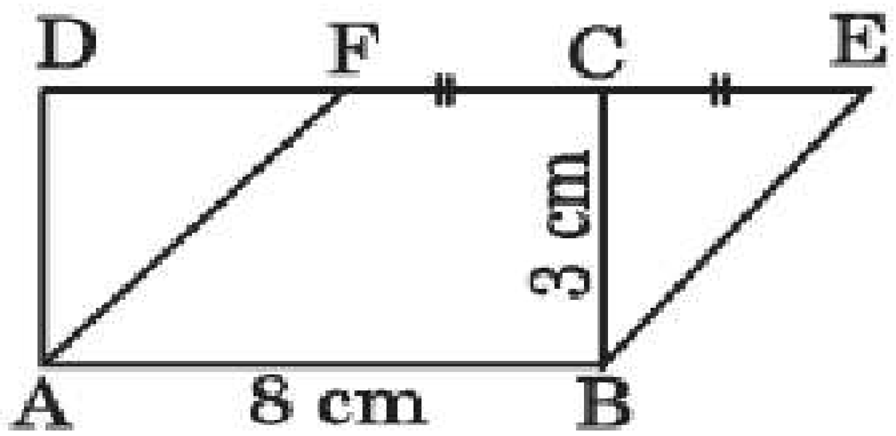


39. आकृति में, $2\angle A - \angle C$ ज्ञात करें, यदि AD = DC और AB = BC है|

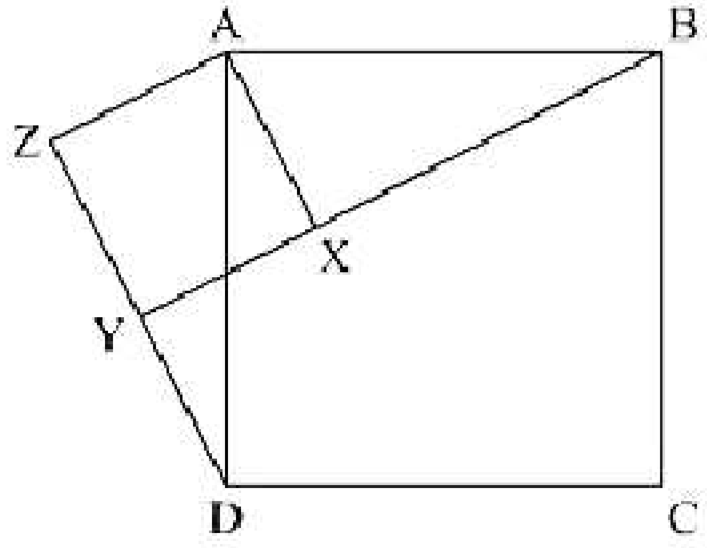


40. एक आयत की लंबाई और चौड़ाई का अनुपात 4:3 है| यदि उसके विकर्ण का माप 25सेंमी है, तो आयत का परिमाप बताइए|

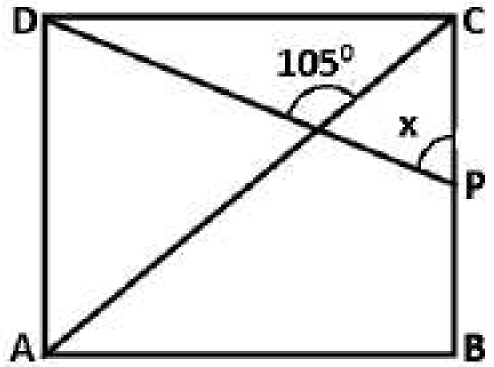
41. आयत ABCD और समांतर चतुर्भुज ABEF का क्षेत्रफल बराबर है| यदि आधार AB = 8 सेमी, ऊंचाई BC = 3 सेमी और C, EF का मध्य बिंदु हो तो समांतर चतुर्भुज ABEF का परिमाप बताइए|



42. आकृति में, X वर्ग ABCD के आंतरिक भाग में एक बिंदु है| AXYZ भी एक वर्ग है| यदि DY=3 सेमी और AZ=2सेमी है तो BY का मान बताइए|

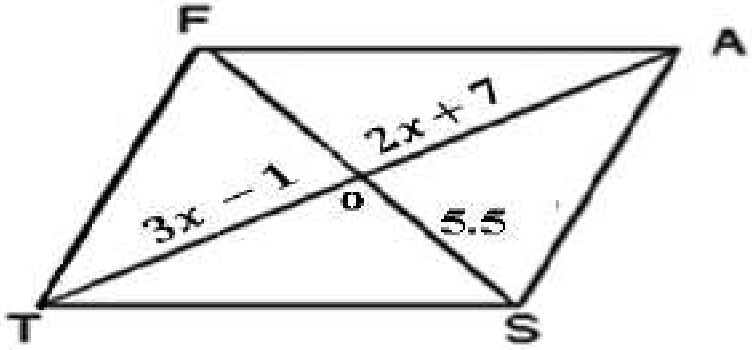


43. दी गई आकृति में, यदि ABCD एक वर्ग है तो x का मान बताइए|



44. दो समानांतर रेखाएँ l और m तिर्यक रेखा 't' द्वारा प्रतिच्छेदित होती है| बताइए आंतरिक कोणों के समद्विभाजकों द्वारा किस प्रकार का चतुर्भुज बनेगा|

45. समांतर चतुर्भुज FAST में लम्बे विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए|



उत्तरमाला

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1	30°	24	7.5 इकाई
2	20°	25	30°
3	0	26	50°
4	120°	27	25 वर्ग सेमी
5	150°	28	125°
6	120°	29	6.4 सेमी
7	60°, 210°	30	9 इकाई
8	10°, 100°, 140°	31	75°, 105°, 75°, 105°
9	43°	32	72°, 108°, 72°, 108°
10	9 सेमी	33	50°, 130°, 50°, 130°
11	125°	34	62 सेमी
12	90°	35	135°
13	110°	36	60°, 120°, 60°, 120°
14	55°	37	29, 73
15	95°	38	8 मी
16	180°	39	$\angle A = 130°$, $\angle C = 130°$
17	44°	40	70 सेमी
18	21°	41	26 सेमी
19	$a = 65°$, $b = 25°$	42	7 सेमी
20	38°	43	60°
21	155°	44	आयत
22	36 सेमी	45	46 इकाई
23	37°, 37°, 143°, 143°		

अध्याय - 9

वृत्त

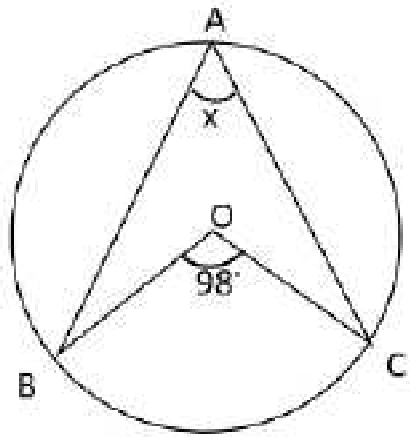
याद रखने योग्य बिंदु

- एक वृत्त किसी एक तल के उन सभी बिन्दुओं का समूह होता है, तो तल के एक स्थिर बिंदु से समान दूरी पर हो|
- एक वृत की (या सर्वांगसम वृत्तों की) बराबर जीवाएँ केंद्र (या संगत केन्द्रों) पर बराबर कोण अंतरित करती हैं|
- यदि किसी वृत्त की (या सर्वांगसम वृत्तों की) दो जीवाएँ केंद्र पर (या संगत केन्द्रों पर) बराबर कोण अंतरित करें तो जीवाएँ बराबर होती है|
- किसी वृत्त के केंद्र से किसी जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है|
- केन्द्र से हो कर जाने वाली और किसी जीवा को समद्विभाजित करने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है|
- तीन असंरेखीय बिन्दुओं से जाने वाला एक और केवल एक वृत्त होता है|
- एक वृत्त (या सर्वंगासम वृत्तों) की बराबर जीवएँ केंद्र (या संगत केन्द्रों) से समान दूरी पर होती हैं|
- एक वृत्त (या सर्वंगासम वृत्तों) के केंद्र से समान दूरी पर स्थित जीवएँ बराबर होती हैं|
- यदि किसी वृत्त के दो चाप सर्वांगसम हो तो उनकी संगत जीवाएँ बराबर होती है और विलोमतः यदि किसी वृत्त के दो जीवाएँ बराबर हो, तो उनके संगत चाप सर्वांगसम होते है|
- किसी वृत्त की सर्वांगसम चाप केंद्र पर बराबर कोण अंतरित करते है|

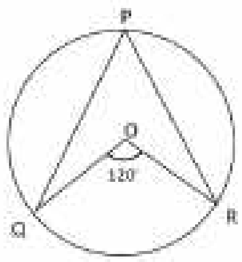
- किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण उसके द्वारा वृत्त के शेष भाग के किसी बिंदु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है|
- एक वृत्तखण्ड में बने कोण बराबर होते है|
- अर्द्ध वृत्त में बना कोण समकोण होता है|
- यदि दो बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखंड उसको अंतर्विष्ट करने वाली रेखा के एक ही ओर स्थित दो अन्य बिन्दुओं पर समान कोण अंतरित करें, तो चारों बिंदु एक वृत्त पर स्थित होते है|
- चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होता है|
- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के किसी एक युग्म का योग 180° हो तो चतुर्भुज चक्रीय होता है|

प्रश्नावली

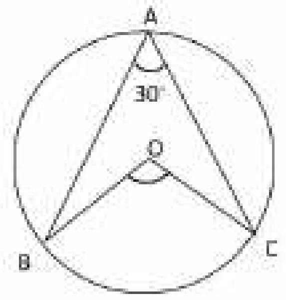
1. दी गई आकृति में, x का मान बताइए|



2. दी गई आकृति में, ∠QPR का पूरक बताइए|

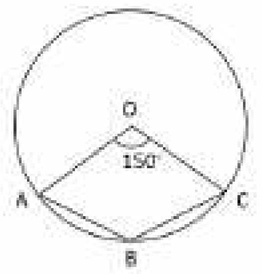


3. दी गई आकृति में, $\angle BOC$ का संपूरक बताइए|

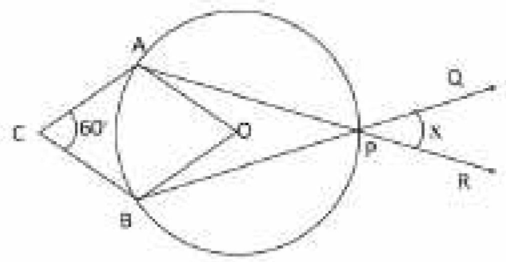


4. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है| यदि $\angle B$ = 105° हो, तो $\angle D$ का मान बताइए|

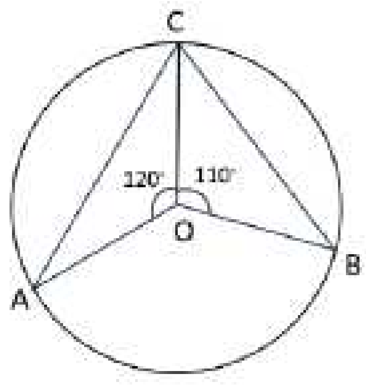
5. दी गई आकृति में , O वृत्त का केंद्र है तथा $\angle AOC = 150°$ तो $\angle ABC$ का मान बताइए|



6. दी गई आकृति में , O वृत्त का केंद्र है तथा AOBC एक समचतुर्भुज है| यदि $\angle ACB$ = 60° तो x का मान बताइए|



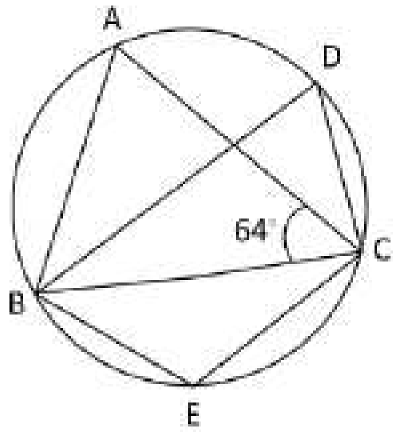
7. दी गई आकृति में, $\angle ACB$ का मान बताइए|



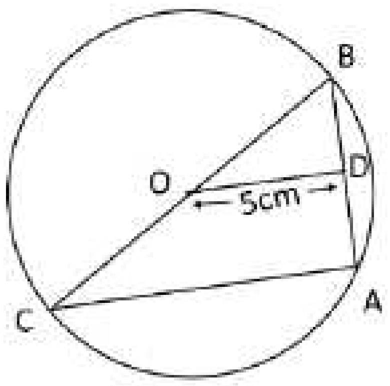
8. कोई भी चक्रीय समांतर चतुर्भुज .... कहलाता है|

9. एक वृत्त की त्रिज्या 26 सेमी है तथा केंद्र से जीवा AB की लंबवत दूरी 10 सेमी है AB की लंबाई बताइए ?

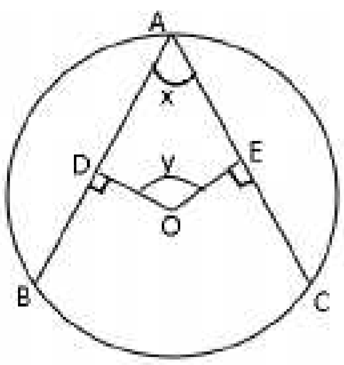
10. दी गई आकृति में, AB=AC और $\angle ACB=64°$ | $\angle BEC$ का मान बताइए|



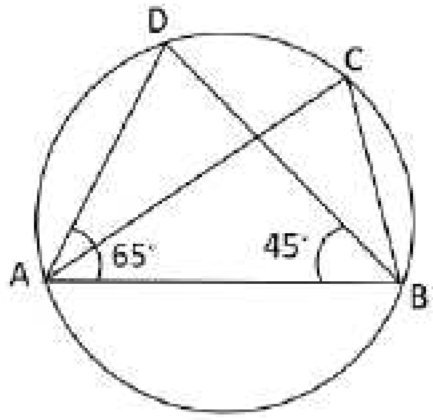
11. दी गई आकृति में $OD \perp AB$ है| यदि O वृत्त का केंद्र है और OD = 5cm., तो AC का मान बताइए|



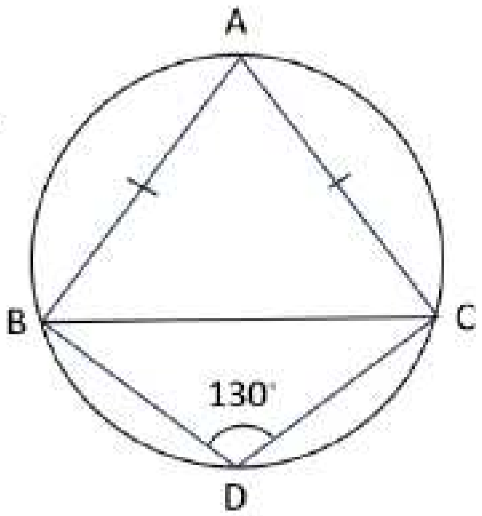
12. आकृति में ,AB तथा AC वृत्त की दो समान जीवाएँ है, $OD \perp AB$ तथा $OE \perp AC$ है| $(x + y)$ का मान बताइए |



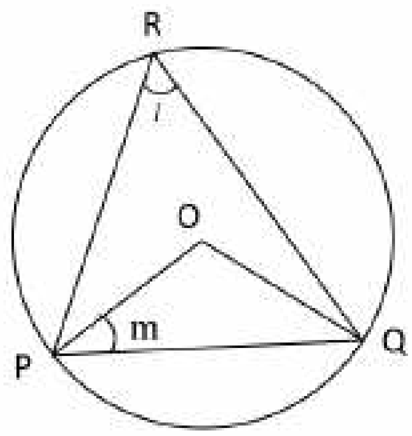
13. दी गई आकृति में ,यदि $\angle DAB = 65^\circ$,$\angle ABD = 45^\circ$,तो $\angle ACB + \angle ABD$ का मान बताइए|



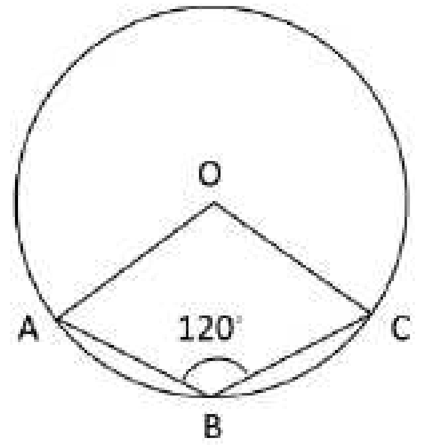
14. दी गई आकृति में, $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है तथा ABDC एक चक्रीय चतुर्भुज है| यदि $\angle BDC = 130^\circ$,तो $\angle ABC$ का मान बताइए|



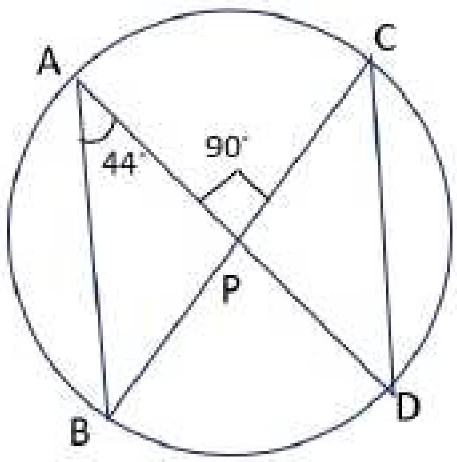
15. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है| PQ वृत्त की जीवा है और R वृत्त पर कोई बिंदु है, यदि $\angle PRQ = l$ और $\angle OPQ = m$ है, तो $l + m$ ज्ञात कीजिए|



16. यदि वृत्त के चाप की लंबाई ,चाप द्वारा केंद्र पर बनाए गए कोण के आनुपातिक है, तो चाप ABC:परिधि का मान बताइए|

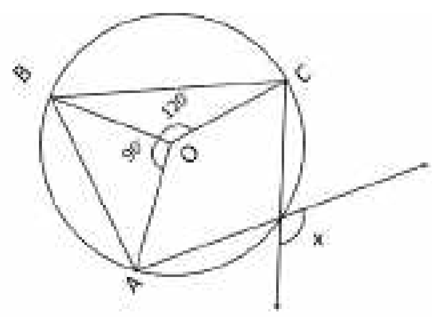


17. जीवा AB और BC एक दूसरे को समकोण पर बिन्दु P पर प्रतिच्छेद करती है| यदि $\angle DAB=44^\circ$, तो $\angle ADC$ का मान बताइए|

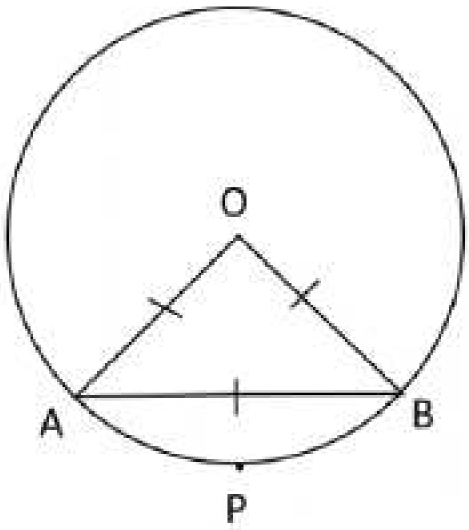


18. समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए, यदि समबाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं का मान a है|

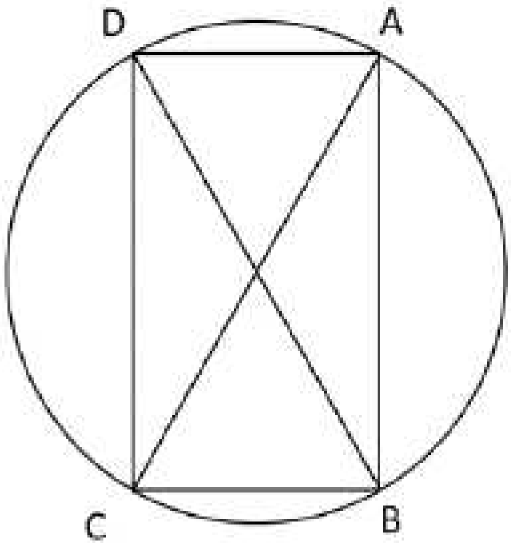
19. यदि तीन बिन्दु A, B और C वृत्त पर स्थित है तथा वृत्त का केंद्र O है, $\angle AOB=90^\circ$ तथा $\angle BOC=120^\circ$,तो x का मान बताइए|



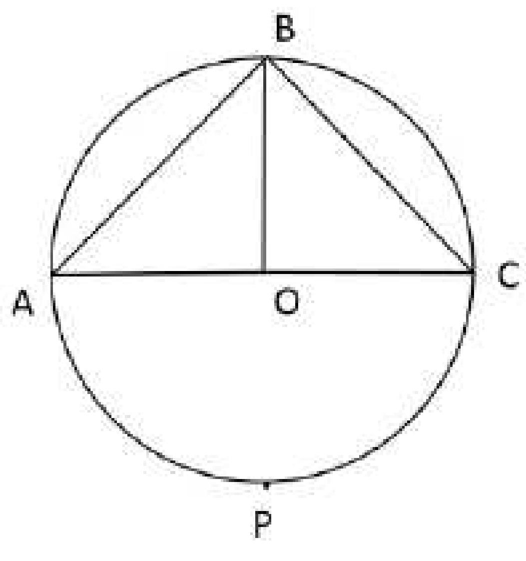
20. एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के बराबर है| जीवा द्वारा वृत्त की चाप के मध्य बिन्दु P पर बने हुए कोण की माप बताइए|



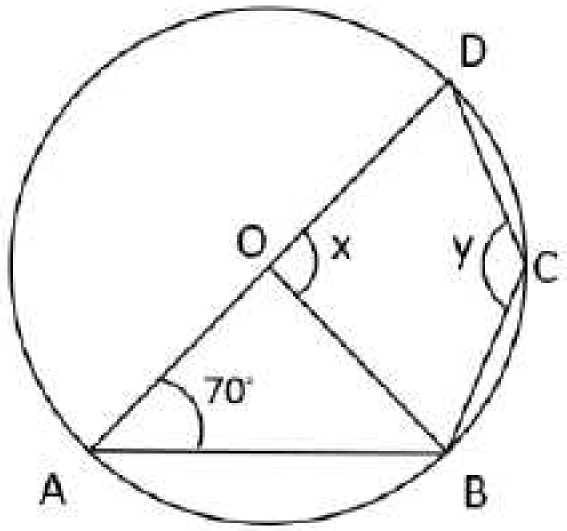
21. दी गई आकृति में O वृत्त का केंद्र है, AC=30 सेमी तथा $DA = 10\sqrt{5}$ सेमी है, DC की माप बताइए|



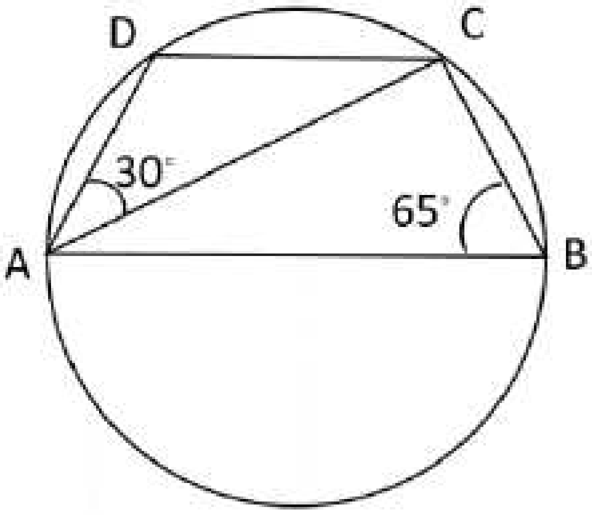
22. दी गई आकृति में ,O ,$\triangle ABC$ का परिकेन्द्र है| $\angle OBC + \angle BAC$ का मान बताइए|



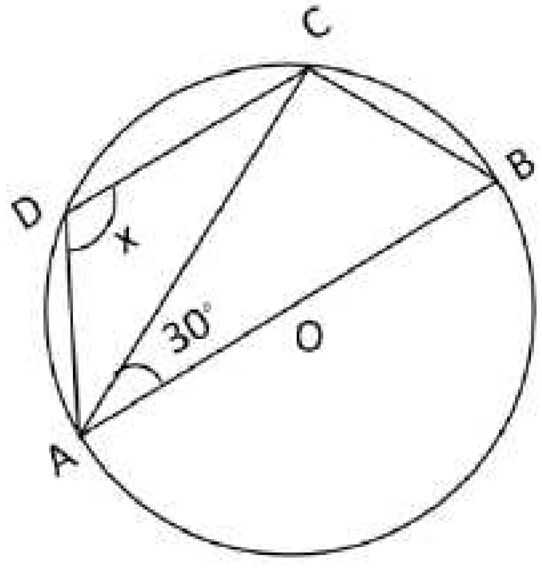
23. दी गई आकृति में, x+y का मान बताइए|



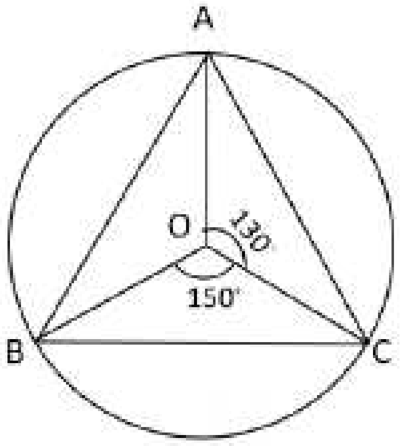
24. दी गई आकृति में $AB \parallel CD$, $\angle B = 65^\circ$ तथा $\angle DAC = 30^\circ$, $\angle CAB$ का मान बताइए|



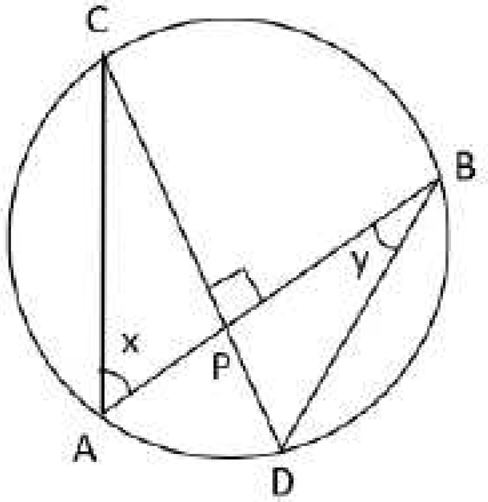
25. यदि O वृत्त का केंद्र है, तो x का मान बताइए |



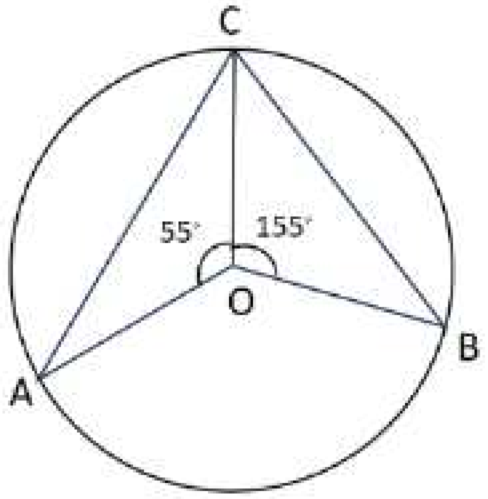
26. $\triangle ABC$ वृत्त में परिबद्ध एक त्रिभुज है , जिसका केंद्र O है| यदि $\angle AOC = 130^\circ$ तथा $\angle BOC = 150^\circ$,तो $\angle ACB$ का मान बताइए|



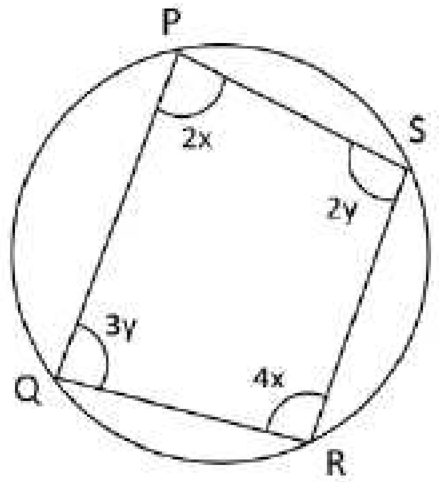
27. दी गई आकृति में,यदि जीवायें AB तथा CD एक दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं ,तो x+y का मान बताइए|



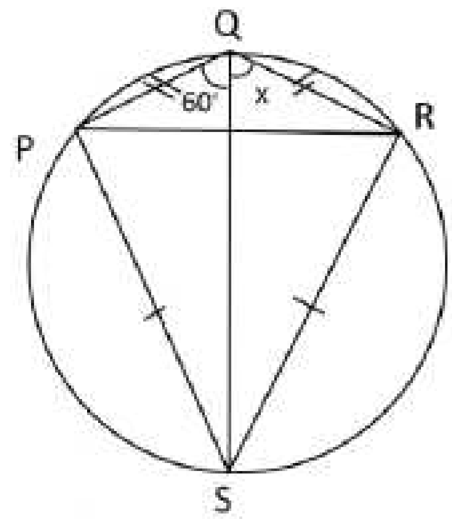
28. दी गई आकृति में, जीवा AC तथा BC केंद्र O पर क्रमश: 55° तथा 155° के कोण बनाते हैं| $\angle ACB$ का मान बताइए|



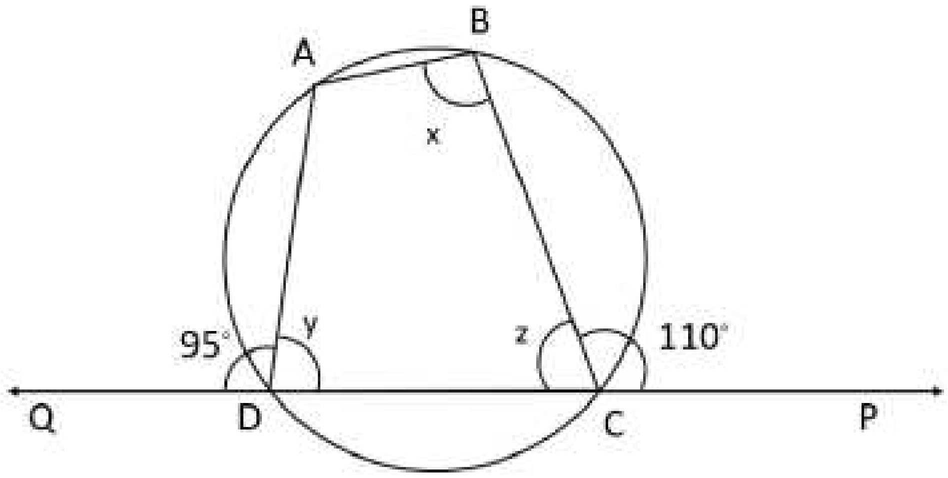
29. दी गई आकृति में, यदि PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है x तथा y का अनुपात बताइए|



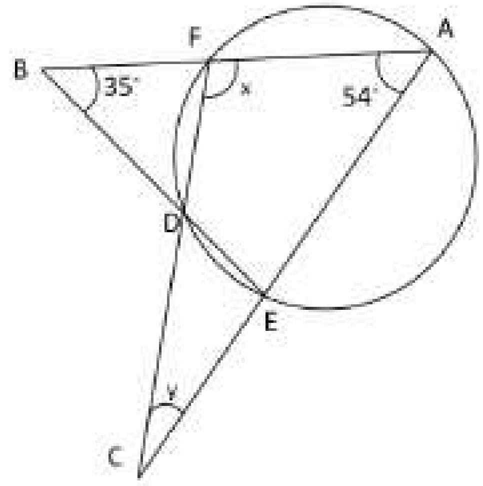
30. दी गई आकृति में, यदि PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है ,जिसमें PS=RS, ∠SQR= x तथा ∠PQS=60°, x का मान बताइए|



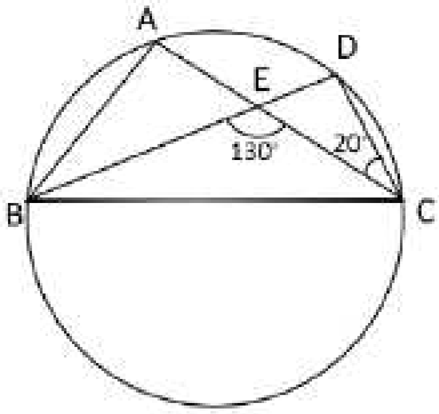
31. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है| x, y तथा z का मान बताइए |



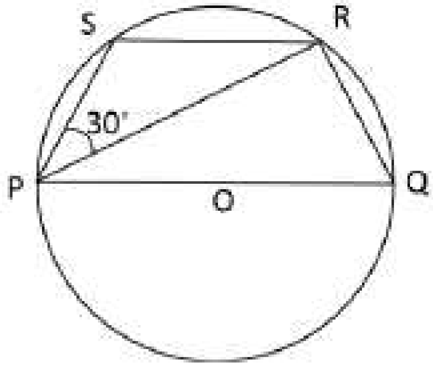
32. दी गई आकृति में, AEDF एक चक्रीय चतुर्भुज है| x तथा y का मान बताइए|



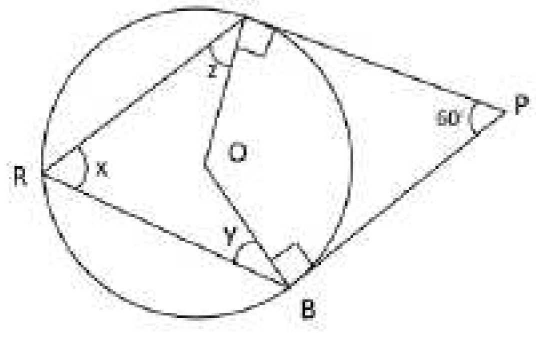
33. A,B,C और D वृत्त पर स्थित चार बिन्दु हैं| AC तथा BD, बिन्दु E पर इस तरह प्रतिच्छेद करती हैं कि ∠BEC=130° और ∠ECD=20°, ∠BAC का मान बताइए|



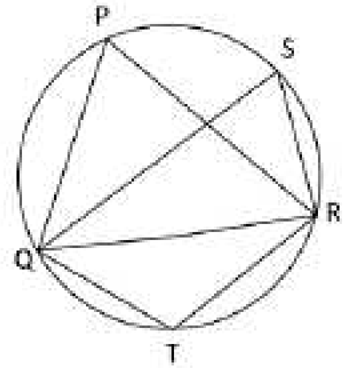
34. दी गई आकृति में यदि PS=RQ है, तो ∠SPQ का मान बताइए|



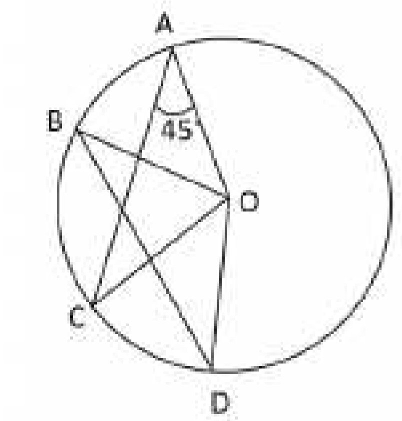
35. दी गई आकृति में, x तथा y+z का मान बताइए|



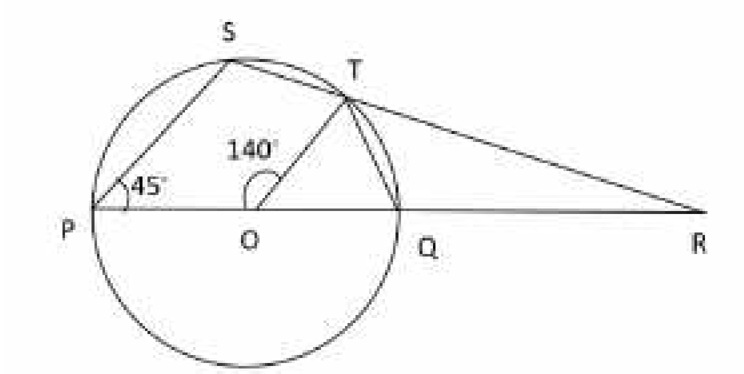
36. दी गई आकृति में, यदि $\triangle PQR$ एक समबाहु त्रिभुज है और $\triangle TQR$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है ,तो $\angle RQT$ का मान बताइए|



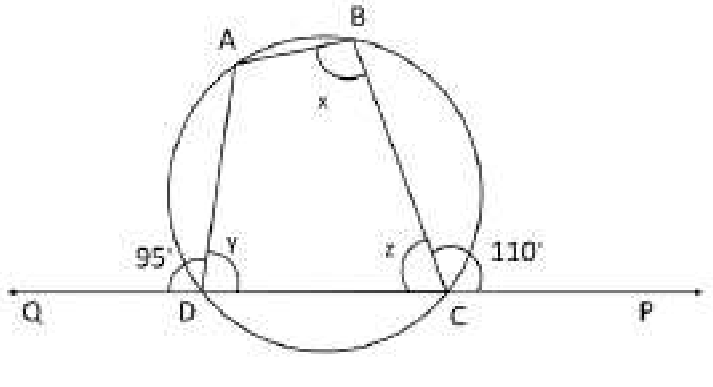
37.दी गई आकृति में, यदि AC=BD और $\angle OAC=45^\circ$, तो $\angle B$ का मान बताइए|



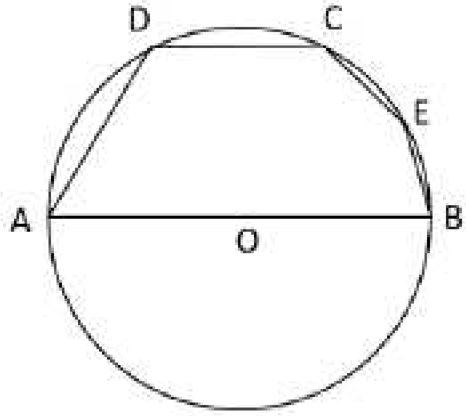
38. दी गई आकृति में, $(\angle RTQ + \angle RQT)$ का मान बताइए|



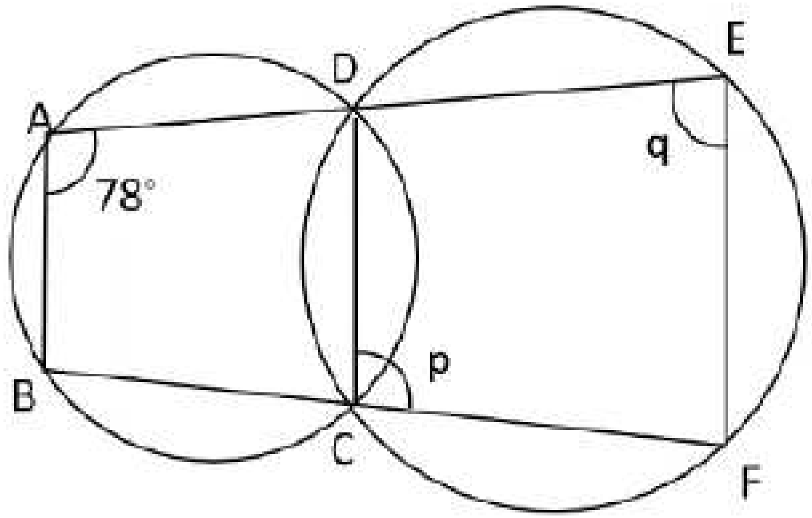
39. आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है| भुजा CD को दोनों ओर इस प्रकार बढ़ाया जाता है कि $\angle BCP=110^\circ$ तथा $\angle ADQ = 95^\circ$ तो x + y - z का मान बताइए|



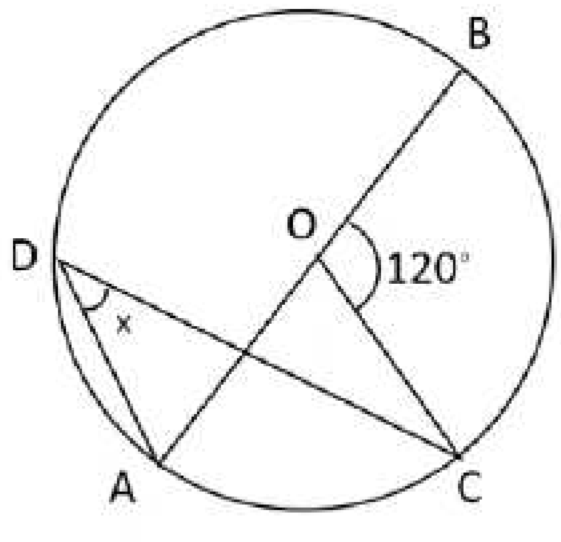
40. दी गई आकृति में, AB एक वृत्त का व्यास है| यदि $\angle ADC=120°$, तो $\angle CAB$ का मान बताइए|



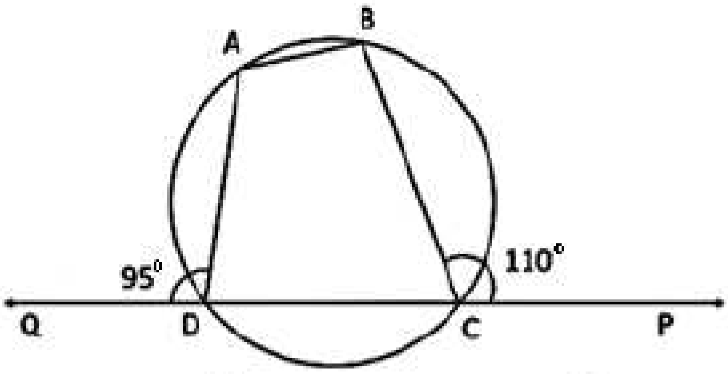
41. दी गई आकृति में $\angle BAD=78°$, $\angle DCF=p°$ तथा $\angle DEF=q°$ है तो p तथा q का मान बताइए|



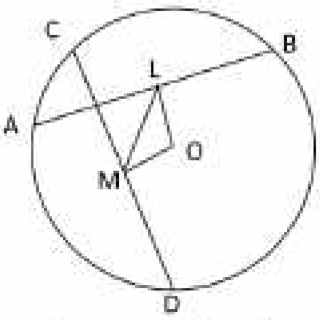
42. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है | यदि $\angle BOC=120°$ है, तो x का मान बताइए|



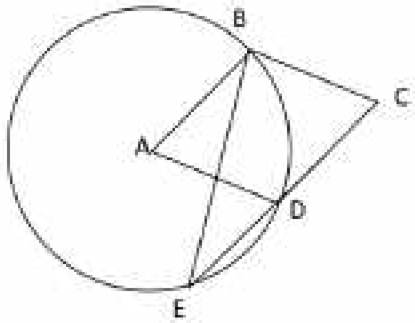
43. आकृति, में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है तथा भुजा CD दोनों तरफ इस प्रकार बढ़ाई गई है कि $\angle BCP=110^\circ$ तथा $\angle ADQ=95^\circ$ है| $\angle A$ और $\angle B$ का योग बताइए|



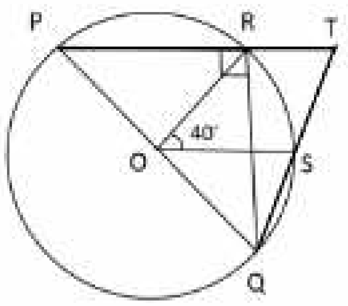
44. AB तथा CD की माप बराबर है तथा $\angle LOM=160^\circ$ है | OL तथा OM केंद्र से दोनों जीवाओं की क्रमशः: दूरी है| $\angle OLM$ की माप बताइए|



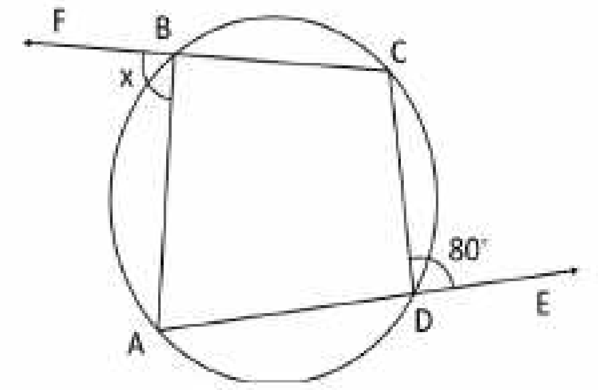
45. A वृत्त का केंद्र है| ABCD एक समांतर चतुर्भुज है तथा CDE एक सीधी रेखा है| अनुपात $\angle DEB:\angle BCD$ का मान बताइए |



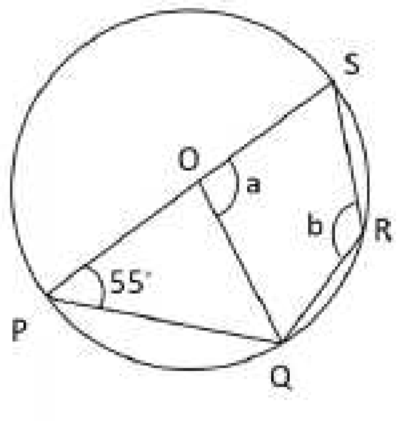
46. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है तथा PQ एक व्यास है| यदि $\angle ROS=40^\circ$,तो $\angle RTS$ का मान बताइए|



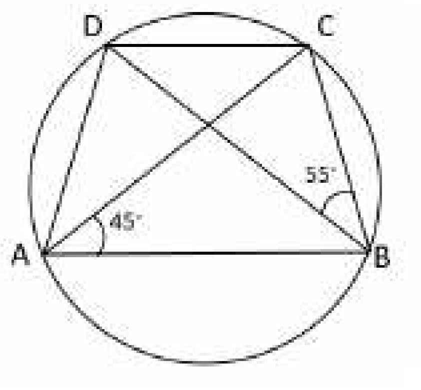
47. दी गई आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है| x का मान बताइए|



48. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है तथा ∠SPQ=55° है| a तथा b का मान बताइए|

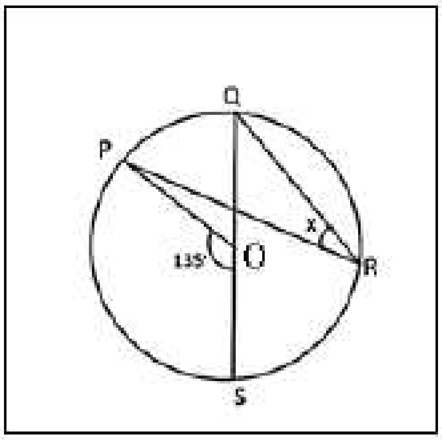


49. दी गई आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है ,जिसमें AC तथा BD उसके विकर्ण है| यदि ∠DBC=55° तथा ∠BAC=45° , तो ∠BCD का मान बताइए|

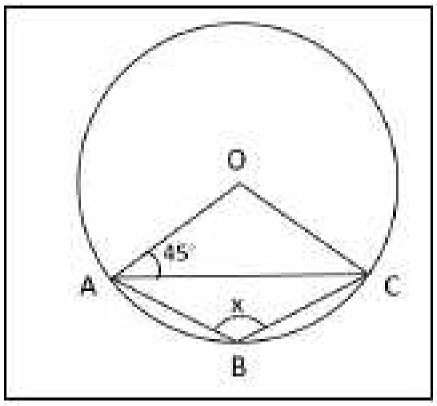


50. दी गई आकृति में यदि O वृत्त का केंद्र है, तो नीचे दी गई आकृति में x का मान बताइए|

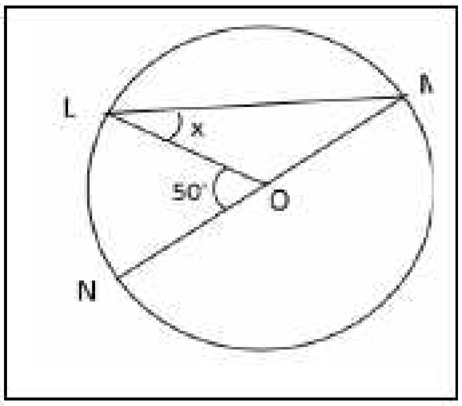
(a)



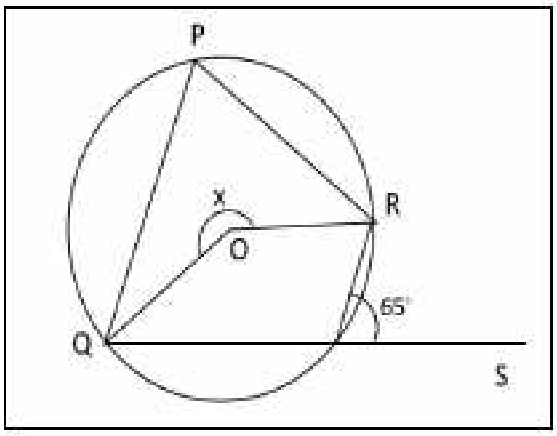
(b)



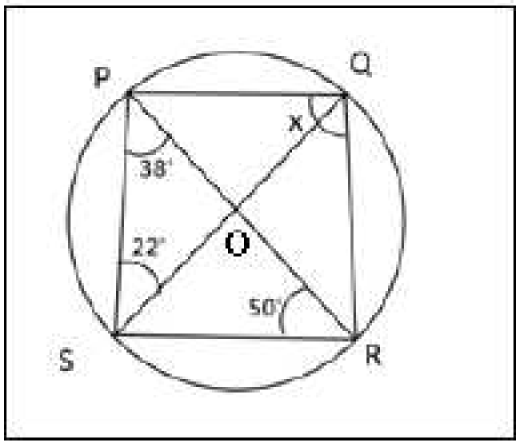
(c)



(d)



(e)



उत्तर

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1.	49°	28.	75°
2.	30°	29.	5:6
3.	120°	30.	60°
4.	75°	31.	250°
5.	105°	32.	126°
6.	30°	33.	110°
7.	65°	34.	60°
8.	आयत	35.	60°
9.	48सेमी	36.	30°
10.	128°	37.	45°
11.	10 सेमी	38.	155°
12.	180°	39.	110°
13.	115°	40.	30°
14.	65°	41.	102°
15.	90°	42.	30°
16.	1:3	43.	205°
17.	46°	44.	10°
18.	$\frac{a}{\sqrt{3}}$ इकाई	45.	1:2
19.	105°	46.	70°
20.	150°	47.	100°
21.	20 सेमी	48.	235°
22.	90°	49.	80°
23.	250°	50	a. 22.5° b. 135° c. 25° d. 230° e. 88°

अध्याय 10

हीरोन का सूत्र

याद रखने योग्य बिंदु

- हीरोन का सूत्र : यदि त्रिभुज ABC में BC = a इकाई, CA = b इकाई तथा AC = c इकाई, तो हीरोन के सूत्र द्वारा त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल :

  $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ वर्ग इकाई

  जहाँ s= त्रिभुज का अर्ध परिमाप= $\frac{a+b+c}{2}$

- हीरोन के सूत्र का अनुप्रयोग:

  एक चतुर्भुज जिसकी भुजाएँ तथा एक विकर्ण दिए हो, तो उसका क्षेत्रफल उसे दो त्रिभुजों में विभाजित करके और फिर हीरोन के सूत्र का प्रयोग करके ज्ञात किया जा सकता है|

प्रश्नावली

1. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल 8 वर्ग सेमी है। इसके कर्ण की लंबाई बताइए|
2. यदि एक समबाहु त्रिभुज की एक भुजा 8 सेमी है, तो इसका क्षेत्रफल बताइए|
3. एक त्रिभुज का परिमाप 540 मी है, यदि भुजाओं का अनुपात 25:17:12 हो तो इसका क्षेत्रफल बताइए|
4. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए जिसकी दो भुजाएँ 8 सेमी और 11 सेमी हैं और परिमाप 32 सेमी है|
5. एक समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई 6 सेमी है| त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए |

6. एक समबाहु त्रिभुज की माध्यिका की लंबाई $\sqrt{3}$ सेमी है| त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए |

7. एक समबाहु त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई बताइए , यदि इसकी माध्यिका की लंबाई $2\sqrt{3}$ सेमी है|

8. यदि $s - a = 10$ सेमी, $s - b = 6$ सेमी और $s - c = 5$ सेमी है, तो S का मान बताइए|

9. यदि $s - a = 7$ सेमी, $s - b = 5$ सेमी और $s - c = 3$ सेमी है, तो a का मान बताइए|

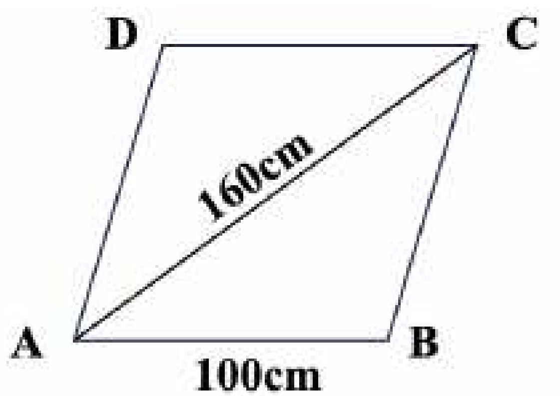
10. समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 16 सेमी है| इसकी बराबर भुजाओं में से एक का आधार से अनुपात 3:2 है| त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए|

11. वर्ग का क्षेत्रफल बताइए जिसके विकर्ण की लंबाई $5\sqrt{2}$ सेमी हो|

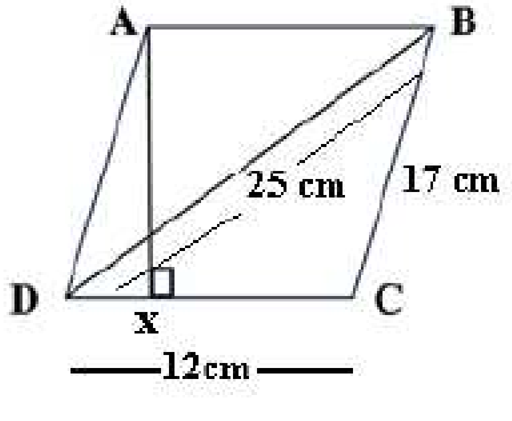
12. $\triangle ABC$ में, $a = 3b = 6c$ तथा $s = \alpha \times a$, तो α का मान बताइए|

13. एक समकोण त्रिभुज के आधार और कर्ण क्रमशः 5 सेमी और 13 सेमी हैं| समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर खींचे गए लंब की लंबाई बताइए |

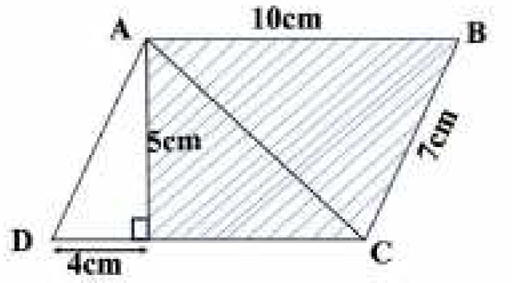
14. समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल बताइए |



15. दिए गए समांतर चतुर्भुज में शीर्ष A से भुजा DC पर खींचे गए लंब की लंबाई बताइए|



16. छायांकित भाग का क्षेत्रफल बताइए |



17. एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा का माप '2a' सेमी है|

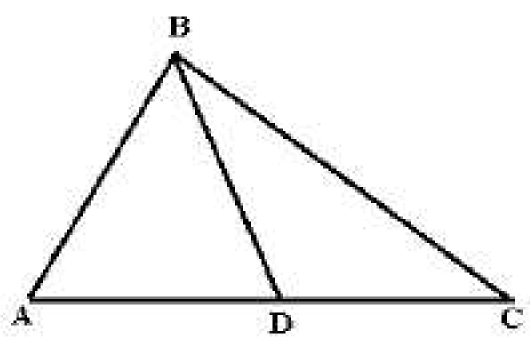
18. एक वर्ग और समबाहु त्रिभुज का परिमाप समान है| यदि वर्ग के विकर्ण की लंबाई $24\sqrt{2}$ सेमी है, तो समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल बताइए|

19. एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज का आधार और क्षेत्रफल समान है| यदि त्रिभुज की भुजाएँ 26 सेमी, 28 सेमी और 30 सेमी हैं, और समांतर चतुर्भुज का आधार 28 सेमी है, तो समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई बताइए |

20. एक समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल k वर्ग सेमी है, जिसमें AB = 12 सेमी, BC = 9 सेमी और विकर्ण AC = 15 सेमी है तो (k-100) का मान बताइए|

21. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल $k\sqrt{30}$ वर्ग सेमी है, जिसकी दो भुजाएँ 8 सेमी और 11 सेमी है व परिधि 32 सेमी है, तो k का मान बताइए|

22. दी गई आकृति में, AD: DC = 3: 2, यदि $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल 40 वर्ग सेमी हो तो $\triangle BDC$ का क्षेत्रफल बताइए|



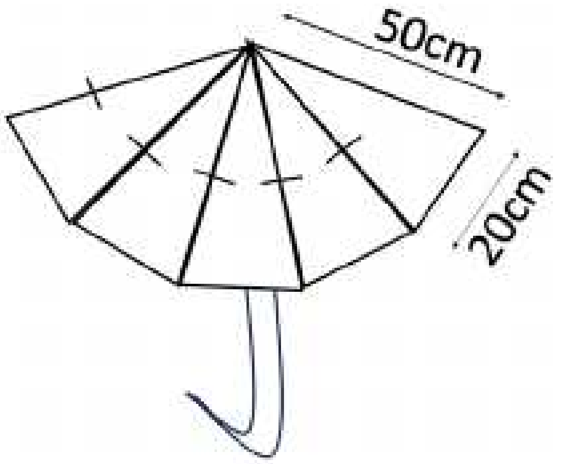
23. एक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई का अनुपात 3:4:5 है और इसका परिमाप 144 सेमी है| सबसे लंबी भुजा के अनुरूप ऊँचाई बताइए|

24. यदि किसी त्रिभुज की भुजाएँ 50 सेमी, 78 सेमी और 112 सेमी हैं, तो सबसे छोटे लंब की लंबाई बताइए|

25. एक त्रिभुज की भुजाएँ 17 सेमी, 25 सेमी और 28 सेमी हैं| सबसे बड़ी भुजा पर शीर्षलम्ब की लंबाई बताइए|

26. एक समकोण त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी है, तो सबसे छोटे लंब की लंबाई बताइए|

27. छतरी का क्षेत्रफल बताइए|



28. एक मैदान एक समलंब के आकार का है जिसकी समानांतर भुजाएँ 77 सेमी और 60 सेमी हैं। गैर-समानांतर भुजाएँ 25 सेमी और 26 सेमी हैं। मैदान का क्षेत्रफल बताइए|

29. एक समचतुर्भुज आकार की शीट, जिसका परिमाप 80 सेमी और एक विकर्ण 24 सेमी है, को दोनों तरफ ₹10 प्रति वर्ग सेमी की दर से पेंट किया गया है| पेंटिंग की कुल लागत बताइए |

30. यदि एक त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को दुगुना कर दिया जाये तो उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?

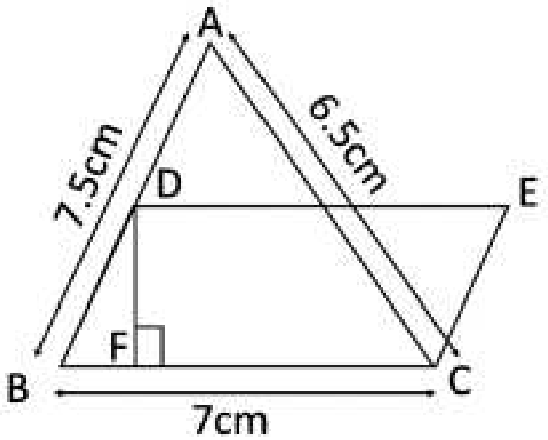
31. यदि त्रिभुज की प्रत्येक भुजा दोगुनी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि बताइए|

32. एक समकोण त्रिभुज में समकोण वाली भुजाओं का अंतर 14 सेमी है| त्रिभुज का क्षेत्रफल 120 वर्ग सेमी है| त्रिभुज का अर्ध-परिमाप बताइए|

33. ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी प्रत्येक भुजा की लंबाई $4\sqrt{3}$ सेमी हैं. P, Q और R क्रमशः AB, CA और BC के मध्य बिंदु हैं| ΔPQR का क्षेत्रफल बताइए |

34. चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें AD = 24 सेमी, $\angle BAD = 90°$, ΔBCD एक समबाहु त्रिभुज बनाता है जिसकी प्रत्येक भुजा 26 सेमी है|

35. दी गई आकृति में, ΔABC की भुजाएँ AB = 7.5 सेमी, AC = 6.5 सेमी और BC = 7 सेमी हैं| आधार BC पर ΔABC के समान क्षेत्रफल का एक समांतर चतुर्भुज DBCE बनाया गया है| समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई DF बताइए|



36. एक त्रिकोणीय पार्क के चारों तरफ़ बाड़ लगाने की लागत ज्ञात करें जिसका क्षेत्रफल $20\sqrt{2}$ वर्ग मी है और इसकी दो भुजाएँ 11मी और 6मी हैं, यदि बाड़ लगाने की दर ₹10/मी हो|

37. समचतुर्भुज का परिमाप 100 मीटर है और विकर्ण 40 मी है| समचतुर्भुज का क्षेत्रफल बताइए|

38. यदि किसी त्रिभुज की प्रत्येक भुजा दोगुनी कर दी जाए तो क्षेत्रफल कितने गुना बढ़ जाएगा?

39. यदि एक वर्ग और समचतुर्भुज का परिमाप समान है और वर्ग का क्षेत्रफल S है और समचतुर्भुज का क्षेत्रफल R है, तो निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है?

a) $S > R$ b) $R = S$ c) $R > S$ d) आँकड़ा अपर्याप्त है

40. यदि एक वर्ग और एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप समान हो और उनका क्षेत्रफल क्रमशः A1 और A2 हो तो निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है?

1. $A_1 = A_2$ b) $A_1 > A_2$ c) $A_1 < A_2$ d) $A_2 = \frac{2}{3}A_1$

उत्तरमाला

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1.	$4\sqrt{2}$ सेमी	21.	8
2.	$16\sqrt{3}$ वर्ग सेमी	22.	16 वर्ग सेमी
3.	9000 वर्ग मी	23.	28.8 सेमी
4.	$82\sqrt{30}$ वर्ग सेमी	24.	30 सेमी
5.	$12\sqrt{3}$ वर्ग सेमी	25.	15 सेमी
6.	$\sqrt{3}$ वर्ग सेमी	26.	$4\frac{8}{13}$ सेमी
7.	4 सेमी	27.	$2000\sqrt{6}$ वर्ग सेमी
8.	21 सेमी	28.	1644 वर्ग सेमी
9.	8 सेमी	29.	₹ 7680
10.	$8\sqrt{2}$ वर्ग सेमी	30.	300 %
11.	25 वर्ग सेमी	31.	800 %
12.	$\frac{3}{4}$	32.	30 सेमी
13.	$4\frac{8}{13}$ सेमी	33.	$3\sqrt{3}$ वर्ग सेमी
14.	9600 वर्ग मी	34.	$(120+169\sqrt{3})$ वर्ग सेमी
15.	15 सेमी	35.	3 सेमी
16.	40 वर्ग सेमी	36.	₹320
17.	$\sqrt{3}a^2$ वर्ग इकाई	37.	600 वर्ग मी
18.	$256\sqrt{3}$ वर्ग सेमी	38.	4 गुना
19.	12 सेमी	39.	a) $S > R$
20.	8	40.	b) $A_1 > A_2$

अध्याय -11

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

याद रखने योग्य बिंदु

1. लंबाई , क्षेत्रफल तथा आयतन के मात्रक /इकाई

लंबाई
मैरियामीटर = 10^4 मी.
किलोमीटर = 10^3 मी.
हेक्टोमीटर = 10^2 मी.
डेकामीटर = 10 मी.
डेसीमीटर = 10^{-1} मी.
सेंटीमीटर = 10^{-2} मी.
मिलीमीटर = 10^{-3} मी.

क्षेत्रफल
1 वर्ग सेमी=100 वर्ग मिमी
1 वर्ग डेसी मी =100 वर्ग सेमी
1 वर्ग मी =100 वर्ग डेसी मी
1 वर्ग हेक्टो मी = 1 हेक्टेयर =100 वर्ग डेका मी=10000 वर्ग मी
1वर्ग किमी = 100 वर्ग हेक्टो मी=100 हेक्टेयर

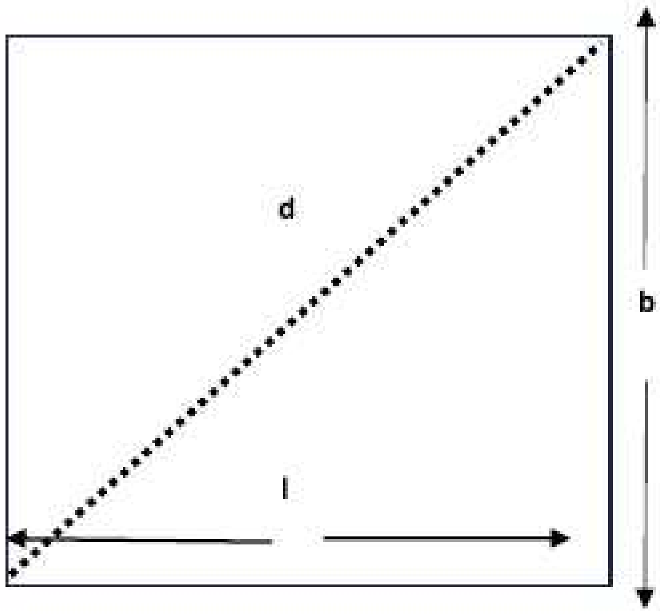
आयतन
1 घन सेमी = 1 मिली लीटर = 1000 घन मिमी
1 लीटर = 1000 मिली लीटर = 1000 घन सेमी
1 घन मी = 10^6 घन सेमी = 1000 ली = 1 किलो ली
1 घन डेसी मी = 1000 घन सेमी
1 घन मी = 1000 घन डेसी मी
1 घन किमी = 10^9 घन मी

2. समतल आकृति

(i) आयत का क्षेत्रफल $= l \times b$

आयत का परिमाप $= \mathbf{2}(l + b)$

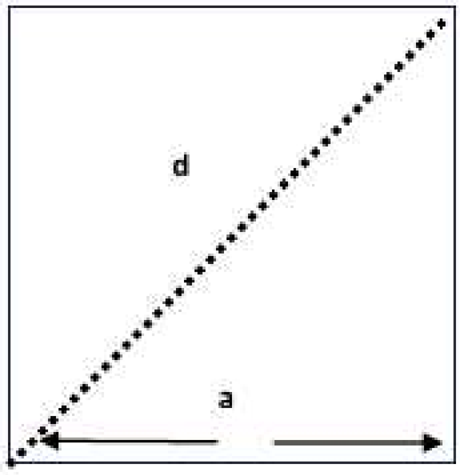
विकर्ण की लंबाई $= \text{d} = \sqrt{l^2 + b^2}$



(ii) वर्ग का क्षेत्रफल =(side)^2 = a^2

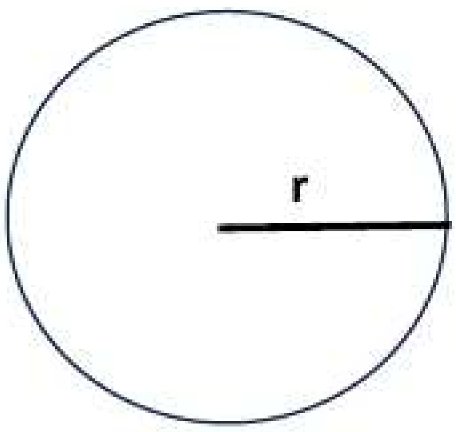
वर्ग का परिमाप = 4a

विकर्ण की लंबाई = d= $a\sqrt{2}$



(iii) वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

वृत्त कि परिधि = $2\pi r$



(iv) घनाभ

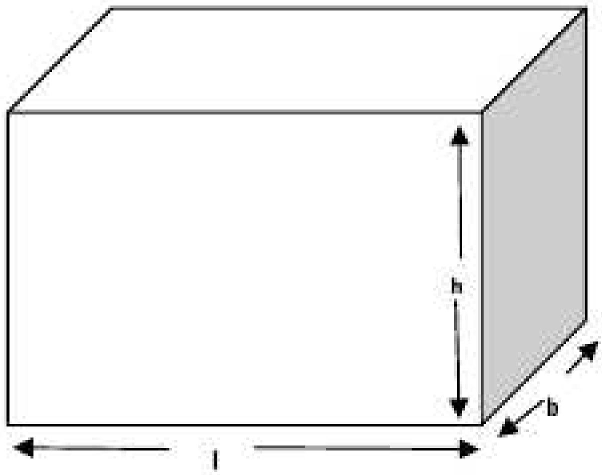
घनाभ का आयतन = $(l \times b \times h)$

घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल =$2(lb + bh + hl)$

घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =$2h(l + b)$

घनाभ का विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

घनाभ की चारों दीवारों का क्षेत्रफल $= 2h\,(\,l\, +\, b\,) =$ (फर्श का परिमाप) x ऊंचाई



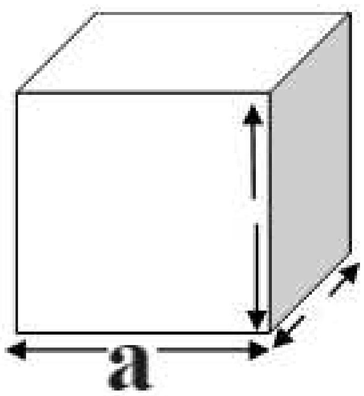
(v). घन

घन का आयतन = a^3

घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2$

घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4a^2$

घन का विकर्ण $= a\sqrt{3}$



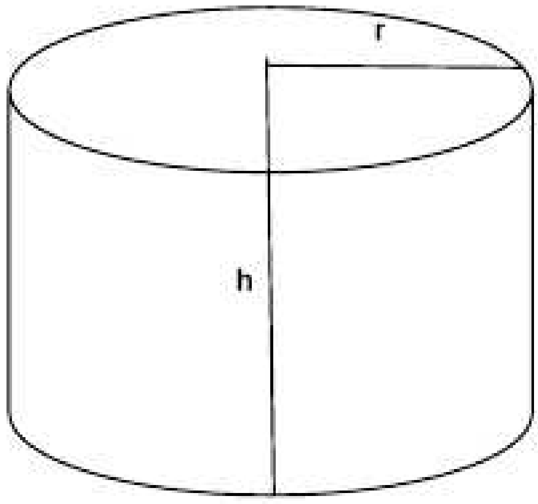
7. बेलन

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(h+r)$

आधार का क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh =$ (आधार का परिमाप) x ऊंचाई



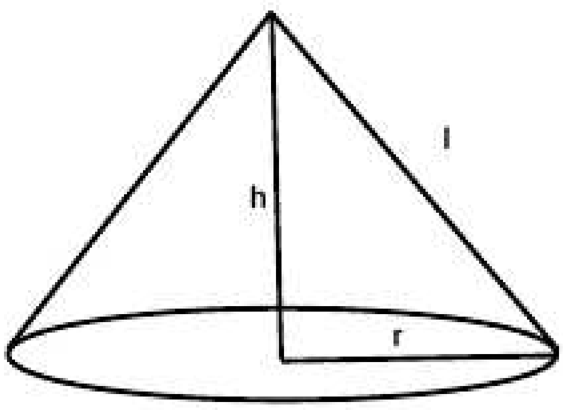
8. शंकु

शंकु का आयतन$=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r(l + r)$

आधार का क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल $=\pi r^2$

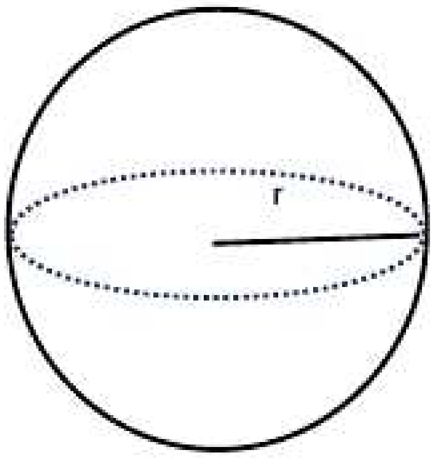
शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $=\pi rl$



9. गोला

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

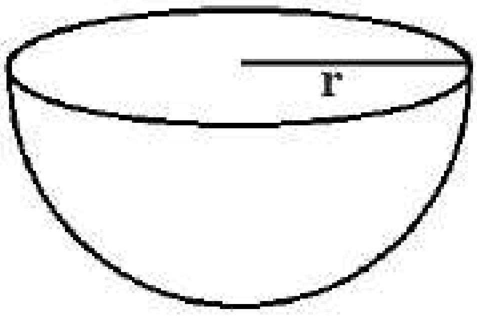


10. अर्ध-गोला

अर्ध- गोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$

अर्ध- गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$

अर्ध- गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$



प्रश्नावली

1. एक 30 सेमी त्रिज्या वाले अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (π के पदो में) बताइए|
2. एक दुकानदार के पास 4 सेमी त्रिज्या का एक गोल बूंदी लड्डू है, उसी सामग्री से वह 2 सेमी त्रिज्या के कितने लड्डू बना सकता है ?
3. एक खेत में 5 सेमी भुजा का एक घनाकार गड्ढा खोदा गया है| गड्ढे का पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए|
4. एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 60π वर्ग सेमी है| यदि शंकु की तिरछी ऊंचाई 8 सेमी हो तो आधार की त्रिज्या बताइए|
5. एक घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 96 वर्ग सेमी है| इसका आयतन बताइए|
6. 12 सेमी भुजा वाले घन में रखी जा सकने वाली सबसे लंबी छड़ की लंबाई बताइए|
7. एक खेत में 7 सेमी त्रिज्या और 24 सेमी ऊँचाई का एक शंक्वाकार गड्ढा खोदा गया है। शंक्वाकार गड्ढे का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए|
8. यदि दो घनों के आयतनों का अनुपात 27:8 है ,तो उनकी भुजाओं का अनुपात बताइए|
9. यदि हम पृथ्वी को 7000 किमी त्रिज्या का एक गोला मान लें और यदि पृथ्वी की सतह का $\frac{3}{4}$ भाग पानी से ढका है, तो भूमि का क्षेत्रफल वर्ग किमी में बताइए|
10. यदि घन का आयतन 2.197 घन सेमी है, तो उसके किनारे की लंबाई बताइए|
11. छात्रों के लिए एक शंक्वाकार तंबू बनाया गया है, जिसके आधार की त्रिज्या 7 सेमी और ऊंचाई 24 सेमी है| शंक्वाकार तंबू बनाने के लिए 5 मीटर चौड़े कपड़े की कितनी लंबाई की आवश्यकता होगी|
12. 5 मी $\times$ 4 मी $\times$ 3 मी आयाम वाले कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे लंबी छड़ की लंबाई बताइए|

13. एक घन के विकर्ण की लंबाई 8√3 सेमी है, तो उसका आयतन बताइए|

14. 8 मीटर × 5 मीटर × 10 मीटर आयाम वाले एक कमरे की चार दीवारों और छत को पेंट किया जाना है| पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल बताइए|

15. एक घन के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल और पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल के बीच कितना अंतर है, जिसकी एक भुजा की माप 5.5 सेमी है?

16. 15 सेमी भुजा वाले धातु के एक घनाकार ब्लॉक को पिघलाकर 3 सेमी भुजा वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं?

17. दो घनों जिनकी भुजाएँ 10 मीटर हैं, उनके किनारे आपस में जोड़कर एक घनाभ का निर्माण किया हैं। इस प्रकार बने घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए|

18. 2 सेमी त्रिज्या के एक ठोस गोले से $\frac{2}{3}$ सेमी त्रिज्या के कितने ठोस गोले बनाए जा सकते हैं?

19. यदि किसी गोले का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से समान है तो उसकी त्रिज्या बताइए|

20. एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 484π वर्ग सेमी है| इसकी त्रिज्या बताइए|

21. चार समान घनों ,जिनकी प्रत्येक भुजा 5सेमी.है, को किनारे से किनारे जोड़कर रखा जाता हैं| इस प्रकार बने घनाभ और घनों के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में अंतर बताइए|

22. एक लड़के ने 4सेमी ऊँचाई और 27 सेमी त्रिज्या वाले एक शंकु को एक ठोस गोले में ढाला| गोले की त्रिज्या बताइए |

23. किसी विशेष दिन, 6 मीटर लंबी और 5 मीटर चौड़ी छत पर 15 सेंटीमीटर वर्षा दर्ज की जाती है, तो छत पर एकत्रित पानी की मात्रा बताइए|

24. एक आयताकार ब्लॉक का कुल सतह क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी है| यदि विमाओं का अनुपात 1:2:3 हो तो इसका आयतन बताइए|

25. एक ठोस गोले का आयतन 36π घन सेमी है| इसकी त्रिज्या बताइए|

26. 3 सेमी त्रिज्या वाले तांबे के गोले को पीटकर 0.6 सेमी व्यास का तार बनाया जाता है| तार की लंबाई बताइए|

27. एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल दूसरे शंकु के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का तीन गुना है| दूसरे शंकु की तिर्यक ऊंचाई पहले शंकु की तिर्यक ऊंचाई से तीन गुना है| उनकी त्रिज्याओं का अनुपात बताइए|

28. दो शंकुओं के व्यास बराबर हैं| यदि उनकी तिर्यक ऊँचाइयाँ 5 : 4 के अनुपात में हैं, तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए|

29. एक 12 मीटर ऊँचे लकड़ी के ठोस शंकु के आधार की परिधि 22 मीटर है| शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए|

30. यदि लंब वृतीय शंकु के आधार की त्रिज्या '3r' इकाई है और इसकी ऊँचाई आधार की त्रिज्या के बराबर है तो इसका आयतन बताइए| (r और π के संदर्भ में)

31. एक शंकु और एक अर्ध गोला समान आधारों पर खड़े हैं और उनकी ऊँचाई समान है, उनके आयतनों का अनुपात बताइए|

32. यदि एक शंकु और गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर है तथा उनके आधारों की त्रिज्या भी समान है, तो गोले की त्रिज्या और शंकु की तिर्यक ऊँचाई का अनुपात बताइए|

33. एक गोले के आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि/कमी होगी यदि इसकी त्रिज्या दोगुनी कर दी जाए?

34. दो गोले के आयतन का अनुपात 64:27 है| उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए|

35. 21 सेमी भुजा वाले लकड़ी के घनाकार लट्ठे से काटे जा सकने वाले सबसे बड़े गोले का आयतन बताइए|

36. यदि घन के प्रत्येक किनारे को 50% से बढ़ाया जाता है तो इसके सतह क्षेत्र में प्रतिशत वृद्धि बताइए |

37. एक शंकु का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए जिसे त्रिज्या 'r' के एक ठोस अर्द्ध गोले से बनाया जा सकता है|

38. दो शंकुओं की त्रिज्याएँ 2:1 के अनुपात में हैं और उनके आयतन समान हैं| उनकी ऊँचाई का अनुपात बताइए|

39. दो शंकुओं की ऊंचाई का अनुपात 1:3 और त्रिज्याओं का अनुपात 3:1 है| उनके आयतन का अनुपात बताइए|

40. एक ठोस अर्धगोले का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर हैं| अर्धगोले का व्यास बताइए|

41. यदि एक शंकु और एक गोले की त्रिज्याएँ और आयतन समान हैं| गोले के व्यास का शंकु की ऊंचाई से अनुपात बताइए|

42. यदि दो लम्ब वृतीय शंकुओं की ऊँचाइयों का अनुपात 1:2 है और उनके आधारों की परिधि का अनुपात 3:4 है, तो उनके आयतनों का अनुपात बताइए|

43. 6सेमी, 8सेमी और 10सेमी क्रमशः त्रिज्या वाले धातु के गोलो को पिघलाकर एक ठोस गोला बनाया जाता है| परिणाम स्वरूप बने गोले की त्रिज्या बताइए|

44. 18 सेमी आंतरिक व्यास वाले एक अर्ध गोलाकार कटोरे में एक द्रव है| इस द्रव को 3 सेमी त्रिज्या तथा 6 सेमी ऊँचाई की शंक्वाकार बोतलों में भरना है| कटोरे को खाली करने के लिए कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?

45. तार की त्रिज्या घटाकर एक-तिहाई कर दी जाती है| यदि आयतन समान रहता है, तो लंबाई कितनी गुना बढ़ जाती है?

46. यदि समान ऊंचाई रखते हुए समवृतीय बेलन के आधार की त्रिज्या को आधा कर दिया जाए, तो नए बेलन के आयतन का मूल बेलन के आयतन से अनुपात बताइए|

47. एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और गहराई का योग 20 सेमी है और इसका विकर्ण $5\sqrt{5}$ सेमी है, तो इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए|

48. यदि गोले की त्रिज्या दोगुनी कर दी जाए, तो पहले गोले के आयतन का दूसरे गोले के आयतन से अनुपात क्या होगा?

49. यदि 'S' पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले घनाभ का प्रत्येक किनारा दोगुना कर दिया जाए, तो नए घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए |

50. यदि किसी लम्ब वृतीय शंकु के आधार की तिर्यक ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः: 'L' और 'R' हैं, तो पार्श्व सतह और आधार के क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए|

उत्तरमाला

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1	2700π वर्ग सेमी	26	400 सेमी या 4 मी
2	8	27	9:1
3	125 वर्ग सेमी	28	5:4
4	7.5 सेमी	29	12.5 मी
5	64 घन सेमी	30	$9\pi r^3$ घन इकाई
6	$12\sqrt{3}$ सेमी	31	1:2
7	550 वर्ग सेमी	32	1:4
8	3:2	33	700%
9	154000000 वर्ग किमी	34	16:9
10	1.3 सेमी	35	4851
11	110 मी	36	125%
12	$5\sqrt{2}$ मी	37	$\frac{\pi}{3} r^3$ घन इकाई
13	512 घन सेमी	38	1:4
14	300 वर्ग मी	39	3:1
15	60.5 वर्ग सेमी	40	9 इकाई
16	125	41	1:2
17	1000 वर्ग सेमी	42	9:32
18	27	43	12 सेमी
19	3 इकाई	44	27
20	11 सेमी	45	9 गुना
21	150 वर्ग सेमी	46	1:4
22	9 सेमी	47	275 वर्ग सेमी
23	4.5 घन मी	48	1:8
24	6000 घन सेमी	49	4 S
25	3 सेमी	50	L:R

अध्याय-12

सांख्यिकी

याद रखने योग्य बिन्दु

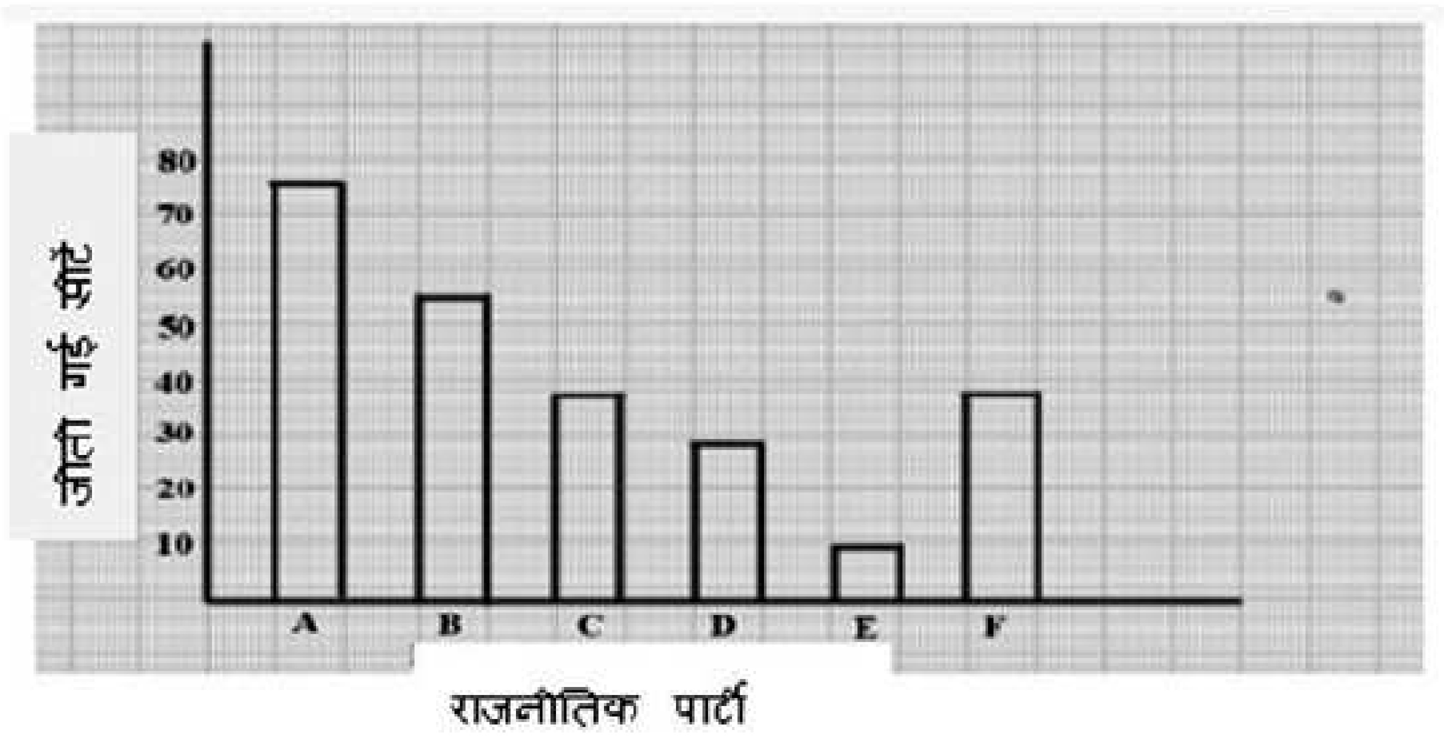
इस भाग में हम सभी निम्न ग्राफीय प्रदर्शनों के बारे में पढ़ेंगे

(A) दंड आलेख

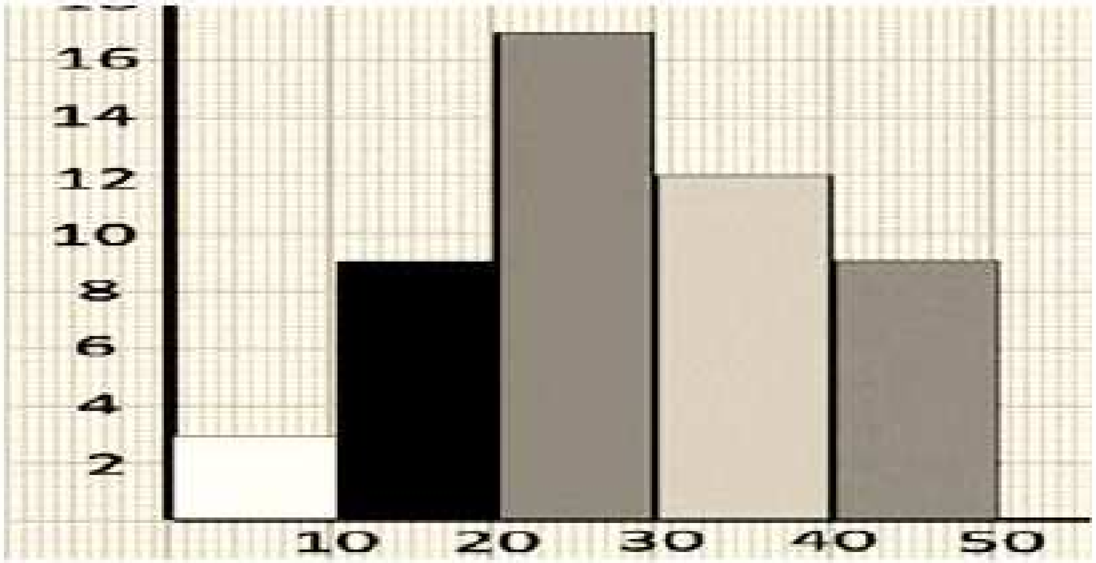
(B) आयत चित्र

(C) बारंबारता बहुभुज

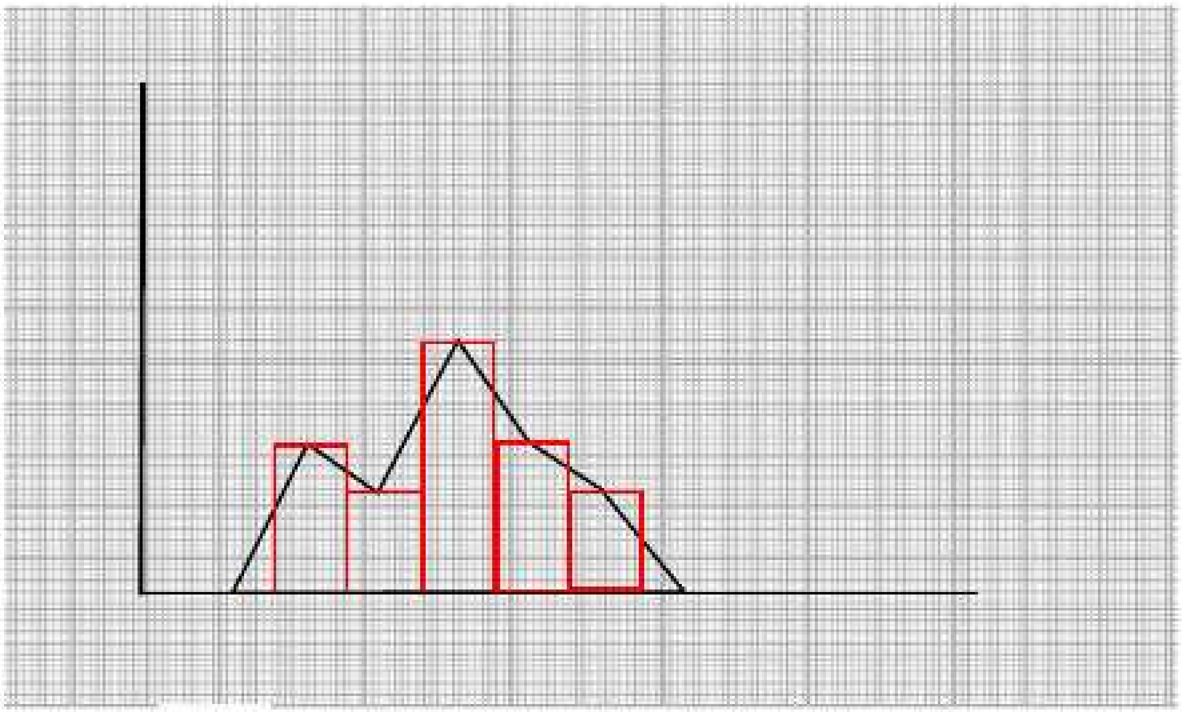
(A) **दंड आलेख -:** दंड आलेख आंकड़ों का एक चित्रीय निरूपण होता है| जिसमें प्रायः एक अक्ष (जैसे, x -अक्ष) पर एक चर को प्रकट करने वाले एक समान चौड़ाई के दंड खींचे जाते है जिनके बीच में बराबर- बराबर दूरियाँ छोड़ी जाती हैं| चर के मान अन्य अक्ष (मान लीजिए, y-अक्ष) पर दिखाए जाते हैं और दंडों की ऊंचाई चर के मानों पर निर्भर करती है|



(B) **आयत चित्र: -** यह दंड आलेख की तरह प्रदर्शन का एक रूप है, लेकिन इसका उपयोग सतत वर्ग अंतराल के लिए किया जाता है|



(C) **बारंबारता बहुभुज:** एक आवृत्ति बहुभुज, वर्ग आवृत्ति का एक रेखा ग्राफ है जो वर्ग अंतराल के मध्य बिंदु के अनुरूप खींचा जाता है| इसे आयत चित्र में आयतों के शीर्ष के मध्य बिंदुओं को जोड़कर भी प्राप्त किया जा सकता है|



- परिसर = अधिकतम मान - न्यूनतम मान
- वर्ग चिह्न $= \frac{\text{उपरि सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$

अवर्गीकृत आकड़ों की केन्द्रीय प्रवृत्ति के तीन माप है :

<u>माध्य</u>: प्रेक्षणों के सभी मानों के योग को प्रेक्षणों की कुल संख्या से भाग देने पर माध्य प्राप्त होता है इसे $\bar{x}$ से निरूपित किया जाता है|

$$\text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणो के सभी मानो का योग}}{\text{प्रेक्षणो की कुल सखया}}$$

यदि $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \ldots\ldots\ldots\ldots x_n$ n प्रेक्षण है तो,

$$\text{माध्य} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \ldots\ldots\ldots\ldots + x_n}{n}$$

सांकेतिक रूप में

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

वर्गीकृत बारंबारता के लिए

$$\text{माध्य} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

जहाँ f_i प्रेक्षणों x_i की बारंबारता है |

<u>माध्यक</u>: यह सबसे मध्य वाले प्रेक्षण का मान होता है जब आकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में लिखते हैं|

माध्यक का परिकलन इस प्रकार किया जाता है | मान लीजिए कि प्रेक्षणों की संख्या 'n ' है|

- Case1: जब 'n' विषम संख्या है|

माध्यक = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$वें प्रेक्षण का मान

- Case2: जब 'n' सम संख्या है|

माध्यक = $\frac{1}{2}\left[\left(\frac{n}{2}\right)\text{ वें प्रेक्षण का मान } + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{ वें प्रेक्षण का मान }\right]$

बहुलक: बहुलक सबसे अधिक बार आने वाले प्रेक्षण का मान होता है|

प्रायिकता

- **अभिप्रयोग - किसी भी यादृच्छिक प्रयोग को करने की प्रक्रिया को एक अभिप्रयोग कहते हैं**

उदाहरण :- (i) सिक्का उछालना ,

(ii) पासे को उछालना

- **किसी एक घटना E के घटित होने की प्रायिकता P(E) से दर्शायी जाती है :**

$$P(E) = \frac{(\textbf{E}\text{ के अनुकूल परिणाम की संख्या})}{(\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या})}$$

- **किसी घटना की प्रायिकता हमेशा 0 से 1 तक होती है**

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

- **यदि $P(E) = 1$, तो E एक निश्चित घटना है|**
- **यदि $P(E) = 0$, तो E एक असंभव घटना है|**
- **$P(E) + P(E$ नहीं$) = 1$**

प्रश्नावली

1. वर्ग अंतराल 12-17 का वर्ग चिह्न बताइए|

2. वर्ग अंतराल 10-20 की ऊपरी वर्ग सीमा और वर्ग अंतराल 30-40 की निचली वर्ग सीमा का योग बताइए|

3. यदि 5,15,25,35,45,55 दिए गए वर्ग अंतराल के वर्ग चिह्न हैं तो वर्ग चिह्न 35 के अनुरूप वर्ग सीमाएँ बताइए।

4. निम्नलिखित तालिका छात्रों द्वारा प्राप्त अंकों को दर्शाती है|

अंक	छात्रों की संख्या
1-4	6
4-6	30
6-8	44
8-12	16
12-20	4

वर्ग अंतराल 8-12 की समायोजित आवृत्ति बताइए|

5. निम्नलिखित तालिका छात्रों द्वारा प्राप्त अंकों को दर्शाती है|

अंक	छात्रों की संख्या
0-9	5
10-19	12
20-29	30
30-39	18
40-49	15

वर्ग अंतराल 20-29 की वास्तविक वर्ग सीमा ज्ञात कीजिए|

6. निम्नलिखित तालिका छात्रों द्वारा प्राप्त अंकों को दर्शाती है|

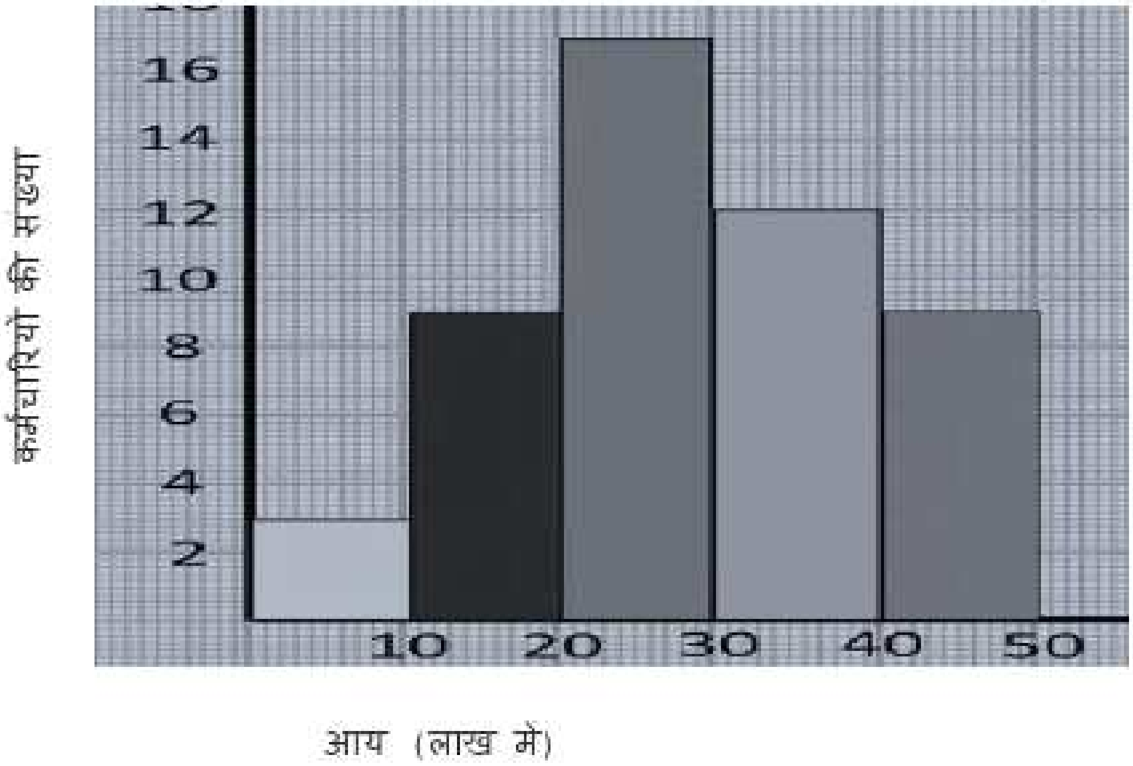
अंक	छात्रों की संख्या
0-10	5
10-20	12
20-30	30
30-40	18
40-50	15

30 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले छात्रों की संख्या ज्ञात कीजिए|

7. उपरोक्त तालिका में 30 से कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या भी ज्ञात कीजिए|

8. निम्न आयत चित्र एक इलाके में व्यक्तियों की वार्षिक आय (लाखों में) दर्शाता है|

30 लाख से अधिक कमाने वाले व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए|



9. उपरोक्त आयत चित्र से, वह आय अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें अधिकतम लोग शामिल हैं|

10. उपरोक्त आयत चित्र से, उच्च आय अंतराल वाले लोगों की संख्या बताइए|

11. 8 के सभी गुणनखंडों का माध्य बताइए|

12. 20 से 50 के बीच आने वाली अभाज्य संख्याओं का माध्यक बताइए|

13. प्रथम 10 पूर्ण संख्याओं का माध्य बताइए|

14. 90 और 100 के बीच की सभी विषम संख्याओं का माध्य बताइए|

15. 1 से 11 तक सभी अभाज्य संख्याओं का माध्यक बताइए|

16. प्रथम छह प्राकृत संख्याओं के वर्गों का माध्य बताइए|

17. प्रथम पाँच प्राकृत संख्याओं के घनों का माध्य बताइए|

18. यदि $x, x+1, x+3, x+6$ का माध्य 7 है, तो x का मान बताइए|

19. प्रथम बारह विषम प्राकृत संख्याओं का माध्य बताइए|

20. आठ संख्याओं का माध्य 25 है। यदि प्रत्येक संख्या को 4 से गुणा किया जाए, तो नया माध्य बताइए|

21. 24 के सभी गुणनखंडों का माध्य बताइए|

22. x के किस मान के लिए, निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक 17 है?

15, 16, 17, 14, 17, 16, 13, 15, $\frac{(x-1)}{2}$, 17, 16, 15

23. एक कक्षा में एक परीक्षा में लड़कियों के प्राप्त अंकों का औसत 80 है और लड़कों के प्राप्त अंकों का औसत 70 है,पूरी कक्षा के औसत अंक 74 है| कक्षा में लड़कियों और लड़कों की संख्या का अनुपात बताइए|

24. निम्नलिखित आंकड़ों का परिसर बताइए|

25.7, 16.3, 2.8, 21.7, 24.3, 22.7, 24.9

25. 23, 30, 37, 27, 47, 46, 24, 31 का माध्यक बताइए|

26. पाँच संख्याओं का माध्य 18 है| यदि एक संख्या हटा दी जाए, तो उनका माध्य 16 हो जाता है, तो हटाई गई संख्या बताइए|

27. 25 से कम सभी अभाज्य संख्याओं का माध्यक बताइए|

28. यदि आंकड़ों में अधिकतम संख्या 29 है और परिसर 20 हो , तो न्यूनतम संख्या का मान बताइए|

29. 5 के प्रथम पाँच गुणजों के माध्य और माध्यक का अंतर बताइए|

30. यदि $x, x+2, x+4, x+6, x+8$ का माध्य 24 है, तो $2x - 3$ का मान बताइए|

31. यदि 5 संख्याओं का माध्य 30 है, और प्रत्येक संख्या को 6 से भाग कर दिया जाए, तो नया माध्य बताइए|

32. निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक बताइए :

15, 14, 19, 20, 14, 15, 16, 14, 15, 18, 14,19, 15,17,15

33. यदि 6, 8, 10, 3, 7 और m का माध्य 7 है तो $\frac{m}{2}$ का मान बताइए|

34. एक क्रिकेटर का आठ पारियों में औसत स्कोर 60 रन है| ज्ञात कीजिए कि नौवीं पारी में उसके द्वारा कितने रन बनाए जाए ताकि उसका औसत स्कोर 65 हो जाए|

35. बीस संख्याओं का माध्य 18 है| यदि पहली दस संख्याओं में से प्रत्येक में 3 जोड़ा जाए, तो बीस संख्याओं के नए सेट का माध्य बताइए |

36. पांच संख्याओं का माध्य 30 है| यदि एक संख्या हटा दी जाए तो उनका माध्य 28 हो जाता है, तो हटाई गई संख्या बताइए|

37. 100 संख्याओं का माध्य 50 है, यदि इनमें से एक संख्या 50 को 150 से प्रतिस्थापित कर दिया जाए, तो परिणामी माध्य का मान बताइए|

38. आरोही क्रम में व्यवस्थित 20 प्रेक्षणों में से 10वें और 11वें प्रेक्षणों के मान क्रमशः 41 और 43 हैं, माध्यक बताइए|

39. निम्नलिखित आंकड़ों का माध्य ज्ञात करें:

41, 43, 127, 99, 61, 92, 71, 58, 57 यदि 58 को 85 से प्रतिस्थापित कर दिया जाए तो नया माध्य क्या होगा?

40. 25, 35, 45, 55, 65, 75 किसी दी गई आवृत्ति तालिका के वर्ग चिह्न हैं। वर्ग माप बताइए |

41. दो बच्चों वाले परिवारों का सर्वे कराया गया निम्न आँकड़े प्राप्त हुए।

परिवारों की संख्या	लड़कों की संख्या
25	0
50	1
75	2

एक लड़की वाले परिवार के चुने जाने की प्रायिकता बताइए|

42. एक गैर-लीप वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता बताइए|

43. एक लीप वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता बताइए|

44. INDIA शब्द में S अक्षर आने की प्रायिकता बताइए|

45. 'MATHEMATICS' शब्द से एक व्यंजन चुनने की प्रायिकता बताइए|

46. एक पासे को एक बार उछाला जाता है, निम्न की प्रायिकता बताइए |

a. 2 का गुणज

b. एक अभाज्य संख्या

c. एक विषम संख्या

d. 4 से बड़ी संख्या

e. 4 व 5 नहीं आने की

47. 52 ताश के पत्तों की एक गड्डी में, मिलने की प्रायिकता बताइए|

a. काला राजा

b. राजा या रानी

c. लाल राजा

d. चिड़ी की '2'

e . लाल रंग का '10'

48. सिक्कों का एक जोड़ा एक बार उछाला जाता है. निम्न प्राप्त करने की प्रायिकता बताइए|

a. दोनों चित

b. एक पट

c. कम से कम एक चित

d. ज्यादा से ज्यादा एक पट

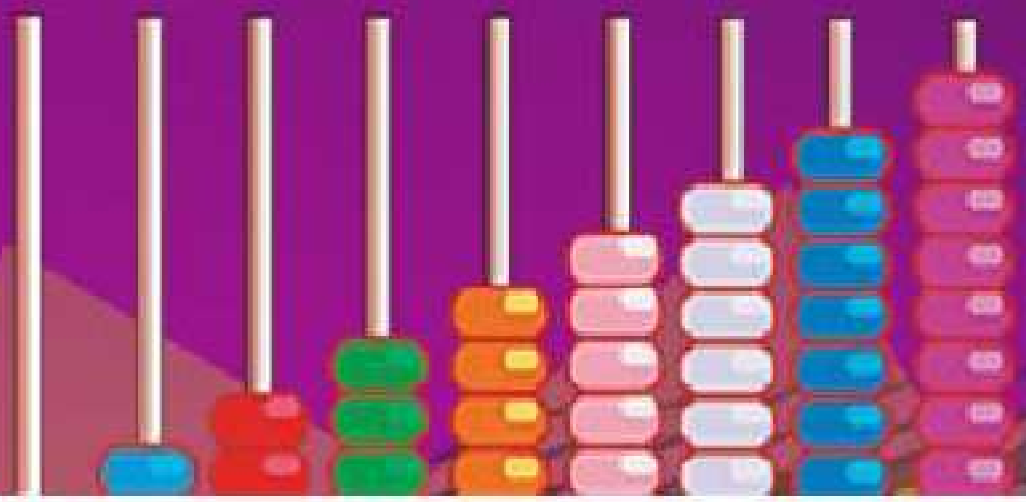
49. एक थैले में 5 सफेद, 6 काली और 3 हरी गेंदें हैं| एक गेंद यादृच्छिक रूप से निकाली जाती है। निकाली गई गेंद हरी नहीं होने की प्रायिकता बताइए|

50. यदि P(E)= 0.023, तो P (E नहीं) ज्ञात कीजिए|

उत्तर

प्र. सं.	उत्तर	प्र. सं.	उत्तर
1.	14.5	26.	26
2.	50	27.	11
3.	30-40	28.	9
4.	8	29	0
5.	19.5-29.5	30	37
6.	33 छात्र	31	5
7.	47 छात्र	32	15
8.	21 व्यक्ति	33	4
9.	20-30	34	132
10.	9 व्यक्ति	35	19.5
11.	$\frac{15}{4}$ या 3.75	36	38
12.	37	37	51
13.	4.5	38	42
14.	95	39	71
15.	5	40	10
16.	15.16	41	$\frac{1}{3}$
17.	45	42	$\frac{1}{7}$
18.	4.5	43	$\frac{2}{7}$
19.	12	44	0
20.	100	45	$\frac{7}{11}$
21.	7.5	46	a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$ e. $\frac{2}{3}$
22.	35	47	a. $\frac{1}{26}$ b. $\frac{2}{13}$ c. $\frac{1}{26}$ d. $\frac{1}{52}$ e. $\frac{1}{26}$
23.	2:3	48	a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{3}{4}$
24.	22.9	49	$\frac{11}{14}$
25.	30.5	50	0.977

MENTAL MATHS



शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली

पढ़े चलो बढ़े चलो