

शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री
(2020–2021)

गणित
(हिन्दी माध्यम)

कक्षा : नौवीं

मार्गदर्शन:

श्रीमती मनीषा सक्सेना
सचिव (शिक्षा)

श्री बिनय भूषण
निदेशक (शिक्षा)

डॉ. सरोज बाला सेन
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयक:

श्रीमती मुक्ता सोनी
उप शिक्षा निदेशक (परीक्षा)

डॉ. राजकुमार
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

श्री कृष्ण कुमार
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

Production Team
Anil Kumar Sharma

Published at Delhi Bureau of Text Books, 25/2, Institutional Area, Pankha Road,
New Delhi-58 by **Prahjot Singh**, Secretary, Delhi Bureau of Text Books and
Printed at: Nova Publications & Printers Pvt. Ltd., Faridabad-New Delhi.

works@npppl.in

**MANISHA SAXENA
IAS**



सचिव (शिक्षा)
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054
दूरभाष: 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187, Telefax : 23890119
E-mail : secyedu@nic.in

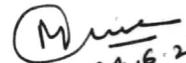
DO No.DE. 5/228/Exam/Message/S.M./2018
Dated

MESSAGE

The importance of adequate practice during examinations can never be overemphasized. I am happy that support material for classes IX to XII has been developed by the Examination Branch of Directorate of Education. This material is the result of immense hard work, co-ordination and cooperation of teachers and group leaders of various schools. The purpose of the support material is to impart ample practice to the students for preparation of examinations. It will enable the students to think analytically & rationally, and test their own capabilities and level of preparation.

The material is based on latest syllabus prepared by the NCERT and adopted by the CBSE for the academic session 2020-21 and covers different levels of difficulty. I expect that Heads of Schools and Teachers will enable and motivate students to utilize this material during zero periods, extra classes and regular classes best to their advantage.

I would like to compliment the team of Examination Branch for their diligent efforts of which made it possible to accomplish this work in time. I also take this opportunity to convey my best wishes to all the students for success in their endeavours.


24.6.2020

(Manisha Saxena)

BINAY BHUSHAN, IAS



Director
Education & Sports
Govt. of NCT of Delhi
Old Secretariat, Delhi- 110054
Tel.: 23890172, Fax : 23890355
E-mail : diredu@nic.in
Website : www.edudel.nic.in

D.O. No.

Date :

Dear Students,

Directorate of Education is committed to providing qualitative and best education to all its students. The Directorate is continuously engaged in the endeavor to make available the best study material for uplifting the standard of its students and schools.

Every year, the expert faculty of Directorate reviews and updates Support Material. The expert faculty of different subjects incorporates the changes in the material as per the latest amendments made by CBSE to make its students familiar with new approaches and methods so that students do well in the examination.

The book in your hand is the outcome of continuous and consistent efforts of senior teachers of the Directorate. They have prepared and developed this material especially for you. A huge amount of money and time has been spent on it in order to make you updated for annual examination.

Last, but not the least, this is the perfect time for you to build the foundation of your future. I have full faith in you and the capabilities of your teachers. Please make the fullest and best use of this Support Material.


BINAY BHUSHAN
DIRECTOR (EDUCATION)

Dr. (Mrs.) Saroj Bala Sain

Addl. Director of Education
(School / Exam / EVGB/EB/ VOC.)



सत्यमेव जयते

Govt. of NCT of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-110054
Tel.: 23890023, 23890093

D.O. No. PA/Addl.DE(sch)/86

Date: 03-10-2019

I am very much pleased to forward the Support Material for classes IX to XII. Every year, the Support Material of most of the subjects is updated/revised as per the most recent changes made by CBSE. The team of subject experts, officers of Exam Branch, members of Core Academic Unit and teachers from various schools of Directorate has made it possible to make available unsurpassed material to students.

Consistence use of Support Material by the students and teachers will make the year long journey seamless and enjoyable. The main purpose to provide the Support Material for the students of government schools of Directorate is not only to help them to avoid purchasing of expensive material available in the market but also to keep them updated and well prepared for exam. The Support Material has always been a ready to use material, which is matchless and most appropriate.

I would like to congratulate all the Team Members for their tireless, unremitting and valuable contributions and wish all the best to teachers and students.

(Dr. Saroj Bala Sain)
Addl.DE (School/Exam)

**LIST OF GROUP LEADER AND SUBJECT EXPERTS
FOR PREPARATION / REVIEW OF SUPPORT MATERIAL**

**Class - IX
Subject : Mathematics
(2020-2021)**

- | | | |
|----|--|---|
| 1. | Mr. Ashutosh
Kumar Aggarwal | SBV, J.J. Colony, Khichripur
Village, Delhi-110091 |
| 2. | Mr. Neeraj Gupta | TGT Maths
RPVV, Civil Lines, Delhi |
| 3. | Mrs. Ritu Tiwari | TGT Maths
RPVV, Surajmal Vihar, Delhi |
| 4. | Mr. Jaspal Singh Negi | TGT Maths
GBSSS, J&K Block,
Dilshad Garden, Delhi |
| 5. | Mr. Jai Prakash | TGT (Maths)
SBV, Jafrabad, Delhi |
| 7. | Ms. Aakanksha | TGT (Maths)
Core Academic Unit |

Text of Article 51-A

PART IVA FUNDAMENTAL DUTIES

51A. Fundamental duties.-It shall be the duty of every citizen of India—

- (a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;
- (b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;
- (c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;
- (d) to defend the country and render national service when called upon to do so;
- (e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;
- (f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;
- (g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures;
- (h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;
- (I) to safeguard public property and to abjure violence;
- (j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;
- (k) who is a parent or guardian to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.

मौलिक कर्तव्य की संख्या 11 है, जो इस प्रकार हैं :

1. प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्र ध्वज और राष्ट्र गान का आदर करें।
2. स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखें और उनका पालन करें।
3. भारत की प्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करें और उसे अक्षुण्ण रखें।
4. देश की रक्षा करें।
5. भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करें।
6. हमारी सामाजिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्व समझें और उसका निर्माण करें।
7. प्राकृतिक पर्यावरण की रक्षा और उसका संवर्धन करें।
8. वैज्ञानिक दृष्टिकोण और ज्ञानार्जन की भावना का विकास करें।
9. सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखें।
10. व्यक्तिगत एवं सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत प्रयास करें।
11. माता-पिता या संरक्षक द्वारा 6 से 14 वर्ष के बच्चों हेतु प्राथमिक शिक्षा प्रदान करना (86वां संशोधन)।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC and to secure to all its citizens:

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

WE DO HEREBY GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

भारत का संविधान

उद्देशिका।

हम, भारत के लोग, भारत को एक [सम्पूर्ण प्रभुत्व - सम्पन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक न्याय, विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की स्वतंत्रता

प्रतिष्ठा और अवसर की समता

प्राप्त करने के लिए,

तथा उन सब में व्यक्ति की गरिमा और [राष्ट्र की एकता और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली बंधुता बढ़ाने के लिए

हम दृढ़संकल्प होकर इस संविधान को आत्मार्पित करते हैं।

विषय सूची

क्र. सं.	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	संख्या पद्धति	9
2.	बहुपद	30
3.	निर्देशांक ज्यामिति	46
4.	दो चरों वाले रैखिक समीकरण	60
5.	यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय	76
6.	रेखाएँ और कोण	85
7.	त्रिभुज	104
8.	चतुर्भुज	122
9.	समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल	138
10.	वृत्त	154
11.	रचनाएँ	176
12.	हीरोन का सूत्र	180
13.	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	194
14.	सांख्यिकी	212
15.	प्रायिकता	229
	अभ्यास प्रश्नपत्र-1	247
	अभ्यास प्रश्नपत्र-2	266
	अभ्यास प्रश्नपत्र-3	273

MATHEMATICS (IX)

Session 2020-21

The Syllabus in the subject of Mathematics has undergone changes from time to time in accordance with growth of the subject and emerging needs of the society. The present revised syllabus has been designed in accordance with National Curriculum Framework 2005 and as per guidelines given in the Focus Group of Teaching of Mathematics which is to meet the emerging needs of all categories of students. For motivating the teacher to related the topics to real life problems and other subject areas, greater emphasis has been laid on applications of various concepts.

The curriculum at secondary stage primarily aims at enhancing the capacity of students to employ Mathematics in solving day-to-day life problem and studying the subject as a separate discipline. IT is expected that students should acquired the ability to solve problem using algebraic methods and apply the knowledge of simple trigonometry to solve problem of height and distances. Carrying out experiments with numbers and forms of geometry, framing hypothesis and verifying these with further observations form inherent part of Mathematics learning at this stage. The proposed curriculum includes the study of number system, algebra, geometry, trigonometry, mensuration, mensuration, statistics, graphs and coordinate geometry, etc.

The teaching of Mathematics should be imparted through activities which may involve the use of concrete materials, models, patterns, charts, pictures, posters, games, puzzles and experiments.

Objectives

The broad objectives of teaching of Mathematics at secondary stage are to help the learners to:

- consolidate the Mathematical knowledge and skills acquired at the upper primary stage; acquire knowledge and understanding, particularly by way of motivation and visualization, of basic concepts, terms, principles and symbols and underlying processes and skills; develop mastery of basic algebraic skills;
 - develop drawing skills;
 - feel the flow of reason while proving a result or solving a problem;
 - apply the knowledge and skills acquired to solve problems and wherever possible, by more than one method;
- to develop ability to think, analyze and articulate logically;
- to develop awareness of the need for national integration, protection of environment, observance of small family norms, removal of social barriers, elimination of gender biases;

- to develop necessary skills to work with modern technological devices and mathematical software's.
- to develop interest in mathematics as a problem-solving tool in various fields for its beautiful structures and patterns, etc.
- to develop reverence and respect towards great Mathematicians for their contributions to the field of Mathematics;
- to develop interest in the subject by participating in related competitions;
- to acquaint students with different aspects of Mathematics used in daily life;
- to develop an interest in students to study Mathematics as a discipline.

COURSE STRUCTURE CLASS - IX

Unit	Unit Name	Marks
I	Number Systems	08
II	Algebra	17
III	Coordinate Geometry	04
IV	Geometry	28
V	Mensuration	13
VI	Statistics & Probability	10
	Total	80

UNIT I: NUMBER SYSTEMS

1. REAL NUMBERS

(16 Periods)

1. Review of representation of natural numbers, integers, rational numbers on the number line. Representation of terminating / non-terminating recurring decimals on the number line through successive magnification. Rational numbers as recurring/terminating decimals. Operations on real numbers.
2. Examples of non-recurring/non-terminating decimals. Existence of non-rational numbers (irrational numbers) such as $-\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ and their representation on the number line. Explaining that every real number is represented by a unique point on the number line and conversely, viz. every point on the number line represents a unique real number.
3. Definition of nth root of a real number.
4. Rationalization (with precise meaning) of real numbers of the type

$$\frac{1}{a+b\sqrt{x}} \text{ and } \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \quad (\text{and their combinations}) \text{ where } x \text{ and } y \text{ are natural}$$

number and a and b are integers.

5. Recall of laws of exponents with integral powers. Rational exponents with positive real bases (to be done by particular cases, allowing learner to arrive at the general laws.)

UNIT II: ALGEBRA

1. POLYNOMIALS

(23) Periods

Definition of a polynomial in one variable, with examples and counter examples. Coefficients of a polynomial, terms of a polynomial and zero polynomial. Degree of a polynomial. Constant, linear, quadratic and cubic polynomials. Monomials, binomials, trinomials. Factors and multiples. Zeros of a polynomial. Motivate and State the Remainder Theorem with examples. Statement and proof of the Factor Theorem. Factorization of $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ where a , b and c are real numbers, and of cubic polynomials using the Factor Theorem.

Recall of algebraic expressions and identities. Verification of identities:

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(x \pm y)^3 = x^3 + y^3 \pm 3xy(x \pm y)$$

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \pm xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

and their use in factorization of polynomials.

2. LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES

(14) Periods

Recall of linear equations in one variable. Introduction to the equation in two variables. Focus on linear equations of the type $ax+by+c=0$. Explain that a linear equation in two variables has infinitely many solutions and justify their being written as ordered pairs of real numbers, plotting them and showing that they tie on a line. Graph of linear equations in two variables. Examples, problems from real life, including problems on Ratio and Proportion and with algebraic and graphical solutions being done simultaneously.

UNIT III: COORDINATE GEOMETRY

COORDINATE GEOMETRY

(6) Periods

The Cartesian plane, coordinates of a point, names and terms associated with the coordinate plane, notations, plotting points in the plane.

UNIT IV: GEOMETRY

1. INTRODUCTION TO EUCLID'S GEOMETRY (Not for assessment)

(6) Periods

History - Geometry in India and Euclid's geometry. Euclid's method of formalizing observed phenomenon into rigorous Mathematics with definitions, common/obvious notions, axioms/postulates and theorems. The five postulates of Euclid. Equivalent versions of the fifth postulate. Showing the relationship between axiom and theorem, for example:

(Axiom) 1. Given two distinct points, there exists one and only one line through them.

(Theorem) 2. (Prove) Two distinct lines cannot have more than one point in common.

2. LINES AND ANGLES

(13) Periods

1. (Motivate) If a ray stands on a line, then the sum of the two adjacent angles so formed is 180° and the converse.

2. (Prove) If two lines intersect, vertically opposite angles are equal.

3. (Motivate) Results on corresponding angles, alternate angles, interior angles when a transversal intersects two parallel lines.

4. (Motivate) Lines which are parallel to a given line are parallel.

5. (Prove) The sum of the angles of a triangle is 180° .

6. (Motivate) If a side of a triangle is produced, the exterior angle so formed is equal to the sum of the two interior opposite angles.

3. TRIANGLES

(20) Periods

1. (Motivate) Two triangles are congruent if any two sides and the included angle of one triangle is equal to any two sides and the included angle of the other triangle (SAS Congruence).

2. (Prove) Two triangles are congruent if any two angles and the included side of one triangle is equal to any two angles and the included side of the other triangle (ASA Congruence).

3. (Motivate) Two triangles are congruent if the three sides of one triangle are equal to three sides of the other triangle (SSS Congruence).

4. (Motivate) Two right triangles are congruent if the hypotenuse and a side of one triangle are equal (respectively) to the hypotenuse and a side of the other triangle. (RHS Congruence)

5. (Prove) The angles opposite to equal sides of a triangle are equal.

6. (Motivate) The sides opposite to equal angles of a triangle are equal.

7. (Motivate) Triangle inequalities and relation between 'angle and facing side' inequalities in triangles.

4. QUADRILATERALS (10) Periods

1. (Prove) The diagonal divides a parallelogram into two congruent triangles.
2. (Motivate) In a parallelogram opposite sides are equal, and conversely.
3. (Motivate) In a parallelogram opposite angles are equal, and conversely.
4. (Motivate) A quadrilateral is a parallelogram if a pair of its opposite sides is parallel and equal.
5. (Motivate) In a parallelogram, the diagonals bisect each other and conversely.
6. (Motivate) In a triangle, the line segment joining the mid points of any two sides is parallel to the third side and is half of it and (motivate) its converse.

5. AREA (7) Periods

Review concept of area, recall area of a rectangle.

1. (Prove) Parallelograms on the same base and between the same parallels have equal area.
2. (Motivate) Triangles on the same base (or equal bases) and between the same parallels are equal in area.

6. CIRCLES (15) Periods

Through examples, arrive at definition of circle and related concepts-radius, circumference, diameter, chord, arc, secant, sector, segment, subtended angle.

1. (Prove) Equal chords of a circle subtend equal angles at the center and (motivate) its converse.
2. (Motivate) The perpendicular from the center of a circle to a chord bisects the chord and conversely, the line drawn through the center of a circle to bisect a chord is perpendicular to the chord.
3. (Motivate) There is one and only one circle passing through three given non-collinear points.
4. (Motivate) Equal chords of a circle (or of congruent circles) are equidistant from the center (or their respective centers) and conversely.

5. (Prove) The angle subtended by an arc at the center is double the angle subtended by it at any point on the remaining part of the circle.
6. (Motivate) Angles in the same segment of a circle are equal.
7. (Motivate) If a line segment joining two points subtends equal angle at two other points lying on the same side of the line containing the segment, the four points lie on a circle.
8. (Motivate) The sum of either of the pair of the opposite angles of a cyclic quadrilateral is 180° and its converse

7. CONSTRUCTIONS (10) Periods

1. Construction of bisectors of line segments and angles of measure 60° , 90° , 45° etc., equilateral triangles.
2. Construction of a triangle given its base, sum/difference of the other two sides and one base angle.
3. Construction of a triangle of given perimeter and base angles.

UNIT V: MENSURATION

1. AREAS (4) Periods

Area of a triangle using Heron's formula (without proof) and its application in finding the area of a quadrilateral.

2. SURFACE AREAS AND VOLUMES (12) Periods

Surface areas and volumes of cubes, cuboids, spheres (including hemispheres) and right circular cylinders/cones.

UNIT VI: STATISTICS & PROBABILITY

1. STATISTICS (13) Periods

Introduction to Statistics: Collection of data, presentation of data — tabular form, ungrouped / grouped, bar graphs, histograms (with varying base lengths), frequency polygons. Mean, median and mode of ungrouped data.

2. PROBABILITY (9) Periods

History, Repeated experiments and observed frequency approach to probability. Focus is on empirical probability. (A large amount of time to be devoted to group and to individual activities to motivate the concept; the experiments to be drawn from real - life situations, and from examples used in the chapter on statistics).

QUESTION PAPER DESIGN
CLASS-IX (2020-21)
Mathematics
Code (041)

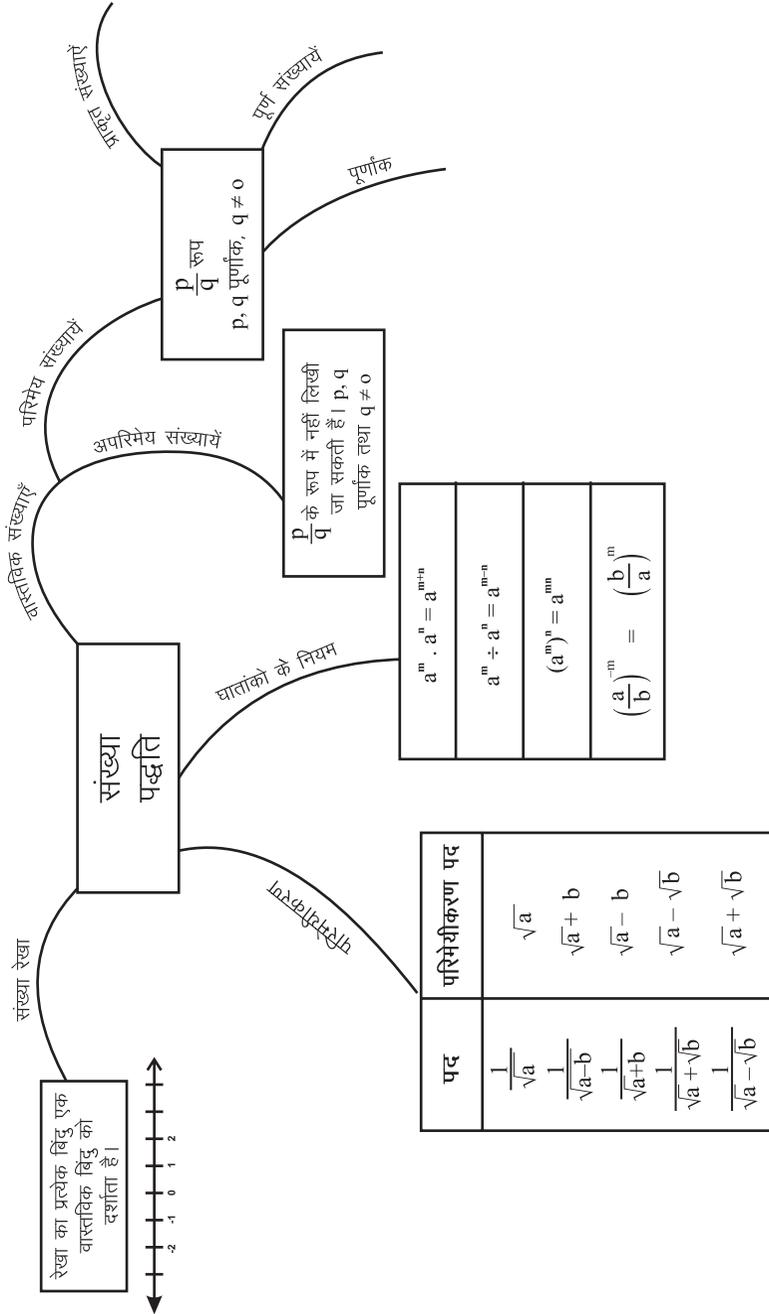
Time : 3 Hrs.

Maximum Marks : 80

Sr. No.	Typology of Questions	Very Short Answer – objective type (VSA) (1 Mark)	Short Answer – objective type (SA) (2 Marks)	Short Answer - II (SA) (3 Marks)	Long Answer - (LA) (4 Marks)	Total Marks	% Weightage (approx.)
1.	Remembering : Exhibit memory of previously learned material by recalling facts, terms, basic concepts and answers.	06	02	02	01	20	25
2.	Understanding : Demonstrate understanding of facts and ideas by organizing, comparing, translating, interpreting, giving descriptions, and stating main ideas	06	01	01	03	23	29
3.	Applying : Solve problems to new situations by applying acquired knowledge, facts, techniques and rules in a different way.	05	02	02	01	19	24
4.	Analyzing : Examine and break information into parts by identifying motives or causes. Make inferences and find evidence to support generalizations. Evaluation : Present and defend opinions by making Judgements about information, validity of ideas, or quality of work based on a set of criteria. Creating : Compile information together in a different way by combining elements in a new pattern or proposing alternative solutions.	03	01	03	01	18	22
	Total	20x1= 20	6x2= 12	8x3= 24	6x4= 24	80	100

INTERNAL ASSESSMENT	20 Marks
Pen Paper Test and Multiple Assessment (5+5)	10 Marks
Portfolio	05 Marks
Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)	05 Marks

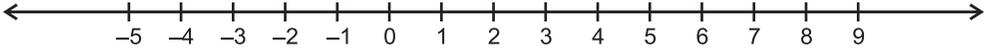
अध्याय – 1 संख्या पद्धति माइंड मैप



अध्याय—1

संख्या पद्धति

महत्वपूर्ण बिंदु



- 1, 2, 3.....प्राकृत संख्याएँ है, जिन्हें N से प्रदर्शित करते हैं।
- 0, 1, 2, 3 पूर्ण संख्याएँ हैं, जिन्हें W से प्रदर्शित करते हैं।
--3,-2, -1, 0, 1, 2, 3,.....पूर्णाक हैं, जिन्हें Z या I से प्रदर्शित करते हैं।
- एक संख्या को परिमेय संख्या कहते हैं, यदि—
(a) उसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q कोई पूर्णाक है तथा $q \neq 0$.

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है जैसे ($\frac{2}{5} = 0.4$)

या

- (c) उसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) है, जैसे—
($0.\overline{1234} = 0.1234234.....$)

- किसी संख्या को अपरिमेय संख्या कहते हैं, यदि
(a) उस संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q पूर्णाक हैं और $q \neq 0$.

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है : जैसे ($0.1010010001.....$)

- सभी परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के समूह को वास्तविक संख्या कहते हैं।
- किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच में असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- संख्या रेखा पर किसी भी बिन्दु को एक अद्वितीय वास्तविक संख्या से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात् संख्या रेखा के प्रत्येक बिंदु के संगत एक वास्तविक संख्या होती है। साथ ही, प्रत्येक वास्तविक संख्या के संगत संख्या रेखा पर एक बिंदु होता है।
- हर के परिमेयीकरण का तात्पर्य है कि अपरिमेय हर को परिमेय के रूप में बदलना।

- $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$ के हर के परिमेयीकरण के लिए हम इसे $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}}$, से गुणा करते हैं जहाँ a एक प्राकृत संख्या है तथा b एक पूर्णांक है।
- घातांक के नियम:— यदि $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है तथा m व n परिमेय संख्याएँ हैं, तब
 - 1) $a^m a^n = a^{m+n}$
 - 2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$
 - 3) $(a^m)^n = a^{mn}$
 - 4) $a^m \cdot b^m = (ab)^m$
 - 5) $a^0 = 1$
 - 6) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- वास्तविक धनात्मक संख्याओं a तथा b के लिए निम्न सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं।
 1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
 2. $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
 3. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
 4. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
 5. $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

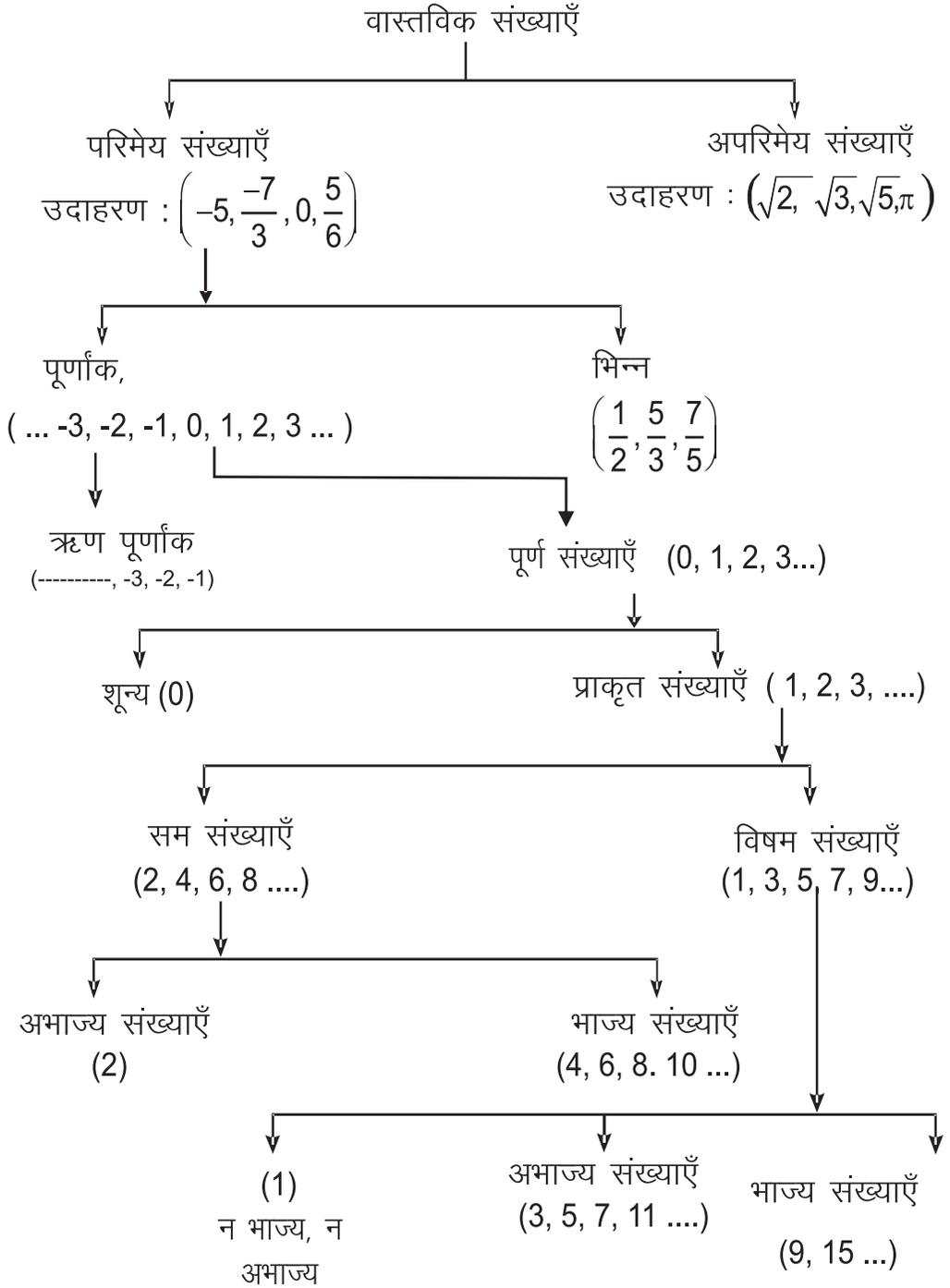
सभी प्राकृत संख्याएँ, पूर्ण संख्याएँ और पूर्णांक परिमेय संख्या होते हैं।

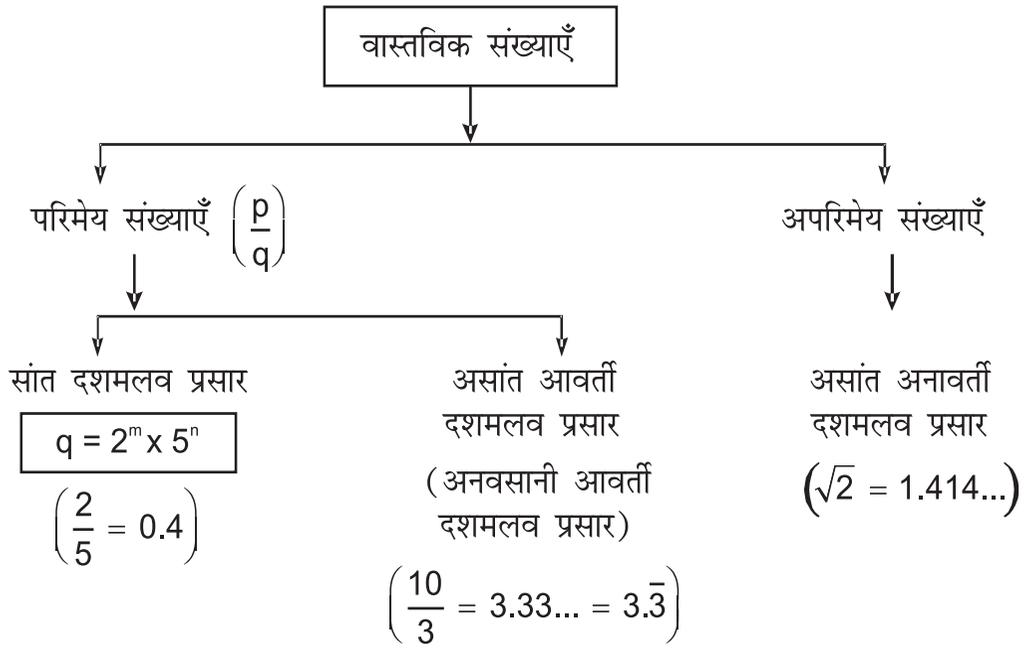
अभाज्य संख्या: सभी प्राकृत संख्याएँ जिनके केवल दो गुणनखण्ड '1 और स्वयं' होते हैं, अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

भाज्य संख्याएँ: प्राकृत संख्याएँ जिनके दो से अधिक गुणनखण्ड होते हैं, भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4, 6, 8, 9, 12,

1 न तो अभाज्य है न ही भाज्य संख्या।

• संख्याओं के प्रकार





खण्ड (अ)

1. यदि $x = 2$, $y = 4$ हो तो $\left(\frac{x}{y}\right)^{x-y} + \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} =$ _____
 a) 4 b) 8
 c) 12 d) 2
2. निम्न में से कौन सबसे बड़ा है ?
 a) 4^2 b) $(16)^{3/2}$
 c) $\left(\frac{1}{64}\right)^{-1/3}$ d) $(256)^{-1/4}$
3. $\frac{(32)^{0.2} + (81)^{0.25}}{(256)^{0.5} - (121)^{0.5}} =$ _____
 a) 2 b) 5
 c) 1 d) 11
4. निम्न में से किसके बीच $\frac{3}{7}$ स्थित है ?
 a) $\frac{4}{9}, \frac{5}{9}$ b) $\frac{43}{99}, \frac{4}{9}$
 c) $\frac{42}{99}, \frac{4}{9}$ d) $\frac{41}{99}, \frac{42}{99}$
5. संख्या 0.318564318564318564 है।
 a) एक प्राकृत संख्या b) एक पूर्णांक
 c) एक परिमेय संख्या d) एक अपरिमेय संख्या
6. संख्या $0.\overline{7}$ का $\frac{p}{q}$ रूप, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है :-
 a) $\frac{77}{100}$ b) $\frac{7}{10}$
 c) $\frac{7}{9}$ d) $\frac{7}{100}$

7. $0.\overline{23} + 0.\overline{22}$ का मान है :-
- a) 0.45 b) $0.\overline{45}$
c) $\frac{45}{99}$ d) दोनों (b) तथा (c)
8. $[3 - 4(3 - 4)^4]^3$ का मान है :-
- a) 1 b) -1
c) 0 d) 7
9. 125 के घनमूल को 25 के वर्गमूल से विभाजित करने का मान है :-
- a) 5 b) 1
c) $1/5$ d) इनमें से कोई नहीं
10. यदि $y^2 = 625$ हो तो y है :-
- a) एक परिमेय संख्या b) एक अपरिमेय संख्या
c) न परिमेय और न ही d) एक प्राकृत संख्या
अपरिमेय
11. $\sqrt[2]{(81)^{2.5}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- a) $1/81$ b) 81
c) 243 d) 343
12. यदि $5^{x-3} \cdot 3^{2x-8} = 225$ हो, तो x का मान है :-
- a) 2 b) 3
c) 5 d) 7
13. यदि $a = 2 + \sqrt{3}$ हो तो $\frac{1}{a}$ का मान है :-
- a) $2 + \sqrt{3}$ b) $2 - \sqrt{3}$
c) $\sqrt{3} - 2$ d) 1
14. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है :-
- a) -1 b) 0
c) 1 d) 2

15. निम्न में से कौन सी परिमेय संख्या नहीं है ?

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{4}$
c) $\sqrt{9}$ d) $\sqrt{25}$

16. गलत कथन चुनिये ।

- a) प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या है ।
b) प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या है ।
c) प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्णांक है ।
d) प्रत्येक परिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या है ।

17. संख्या $\sqrt{3}$ का दशमलव प्रसार है :-

- a) एक परिमित दशमलव b) 1.732
c) असांत आवर्ती d) असांत अनावर्ती

18. दो परिमेय संख्याओं के बीच में

- a) कोई परिमेय संख्या नहीं होती
b) ठीक एक परिमेय संख्या होती है ।
c) अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ होती हैं ।
d) केवल परिमेय संख्याएँ होती हैं तथा कोई अपरिमेय संख्या नहीं होती ।

19. निम्नलिखित में से कौन-सी एक अपरिमेय संख्या है ?

d) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ d) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

d) $\sqrt{7}$ d) $\sqrt{81}$

20. प्रत्येक परिमेय संख्या है :

- a) एक प्राकृत संख्या b) एक पूर्णांक
c) एक वास्तविक संख्या d) एक पूर्ण संख्या

21. $\sqrt{6} \times \sqrt{8}$ बराबर है :-

- a) $3\sqrt{4}$ b) $4\sqrt{3}$
c) $\sqrt{14}$ d) $6\sqrt{8}$

22. $\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{2}}$ के हर का परिमेयीकरण करने पर, हमें प्राप्त हर है :

- a) 13 b) 5
c) 19 d) 35

23. निम्नलिखित में से कौन 'a' के बराबर है ?

- a) $a^{\frac{10}{6}} - a^{\frac{4}{6}}$ b) $\sqrt[12]{(a^4)^{1/3}}$
c) $(\sqrt{a^3})^{\frac{2}{3}}$ d) $a^{\frac{12}{7}} \times a^{\frac{7}{12}}$

24. किन्हीं दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल होता है :-

- a) सदैव एक अपरिमेय संख्या
b) सदैव एक परिमेय संख्या
c) सदैव एक पूर्णांक
d) कभी परिमेय संख्या, कभी अपरिमेय संख्या

25. $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच एक परिमेय संख्या है :-

- a) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2}$
c) 1.5 d) 1.8

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

26. एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योगफल सदैव संख्या होती है।

27. एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का अंतर सदैव संख्या होती है।

28. प्रत्येक परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो होता है या असांत

29. प्रत्येक अपरिमेय संख्या का दशमलव प्रसार सदैव होता है।

30. प्रत्येक संख्या जिसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है, संख्या होती है।

31. किन्हीं दो भिन्न परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ होती हैं।

32. किन्हीं दो भिन्न परिमेय संख्याओं के बीच अपरिमेय संख्याएँ होती हैं।
33. किन्हीं दो भिन्न अपरिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ होती हैं।
34. प्रत्येक परिमेय संख्या (शून्य को छोड़कर) का व्युत्क्रम, एक संख्या होती है।
बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य।
35. प्रत्येक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या है।
36. प्रत्येक पूर्णांक को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ p, q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$
37. प्रत्येक वास्तविक संख्या एक अपरिमेय संख्या है।
38. किन्हीं दो पूर्णांकों के बीच अपरिमित रूप से अनेक पूर्णांक होते हैं।
39. एक अपरिमेय संख्या का वर्ग सदैव एक परिमेय संख्या होती है।
40. प्रत्येक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम एक परिमेय संख्या होती है।
41. प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में प्रदर्शित कीजिए, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$
42. $\frac{17}{8}, \frac{3}{15}, \frac{2}{7}$, तथा $\frac{50}{3}$ का दशमलव प्रसार ज्ञात कीजिए।
43. $\frac{2}{9}$ तथा $\frac{3}{7}$ के बीच चार परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
44. $\sqrt{23}$ तथा $\sqrt{24}$ को दशमलव के तीन स्थानों तक दशमलव रूप में लिखिए।
45. $\sqrt{23}$ तथा $\sqrt{24}$ के बीच में दो अपरिमेय संख्याएँ लिखिए।
46. 2 तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक अपरिमेय तथा एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
47. दो संख्याएँ लिखिए, जिनका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है।

48. $\frac{5}{7}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के आवर्ती खंड में अंकों की अधिकतम संख्या कितनी हो सकती है?
49. ऐसी दो संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती हो।
50. $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$ का मान ज्ञात कीजिए।
51. 2016 तथा 2017 के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

खण्ड (ब)

52. संख्या रेखा पर $-\frac{7}{5}$ को प्रदर्शित कीजिए।
53. निम्न को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।
- i) $\sqrt{5}$ ii) $\sqrt{3}$ iii) $\sqrt{2}$
54. $\frac{2}{3}$ तथा $\frac{3}{2}$ के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
55. सरल कीजिए: $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{80} + \sqrt{48} - \sqrt{45} - \sqrt{27}}$
56. $[1^3 + 2^3 + 3^3 + 8^2]^{-5/2}$ का मान ज्ञात कीजिए।
57. x का मान बताइए, यदि $x^{1/2} = (36)^{0.5}$
58. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि $(\sqrt{3})^x = 3^7$
59. यदि $2^{5x} \div 2^x = \sqrt[5]{32}$. तो x का मान बताइए।
60. मान ज्ञात कीजिए : $a^{x-y} \cdot a^{y-z} \cdot a^{z-x}$.
61. सरल कीजिए : $12^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{5}}$.
62. नीचे दी गई परिमेय संख्याओं में किसका सांत दशमलव प्रसार होगा या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) दशमलव प्रसार होगा?

$$(i) \frac{135}{50} \quad (ii) \frac{4}{11} \quad (iii) \frac{8}{7} \quad (iv) 6\frac{3}{8}$$

$$(v) \frac{55}{9} \quad (vi) \frac{5^2 \times 3^3}{2 \times 5^3 \times 27} \quad (vii) \frac{51}{60}$$

63. नीचे दी गई संख्याओं का वर्गीकरण सांत दशमलव या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) या असांत अनावर्ती दशमलव के रूप में कीजिए।

$$(i) 0.1666... \quad (ii) 0.250 \quad (iii) 1.01001000100001....$$
$$(iv) 0.27696 \quad (v) 2.142857142857... \quad (vi) 0.\bar{3}$$
$$(vii) 0.2359872785... \quad (viii) 0.484848848... \quad (ix) 2.502500250002...$$
$$(x) 4.\overline{123456789}$$

दी गई संख्याओं को परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के रूप में भी निरूपित कीजिए।

64. दी गई संख्याओं को परिमेय या अपरिमेय संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।

$$(i) \sqrt{27} \quad (ii) \sqrt{36} \quad (iii) \sqrt{5} \times \sqrt{125} \quad (iv) 2\sqrt{3}$$
$$(v) \frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{343}} \quad (vi) 2 + \sqrt{21} \quad (vii) 5 + 2\sqrt{23} - (\sqrt{25} + \sqrt{92})$$
$$(viii) \frac{22}{7} \quad (ix) \pi \quad (x) \sqrt[3]{27}$$

65. दी गई संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए। जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.

$$(i) 0.0875 \quad (ii) 2.123456789$$
$$(iii) 0.181818.... \quad (iv) 0.4\overline{37}$$
$$(v) 3.6\overline{51}$$

66. निर्देशानुसार कीजिए :

(i) जोड़िए : $\sqrt{125} + 2\sqrt{27}$ तथा $-5\sqrt{5} - \sqrt{3}$

(ii) जोड़िए : $\sqrt{7} - \sqrt{11}$ तथा $\sqrt{5} - \sqrt{11} + \sqrt{13}$

(iii) गुणा कीजिए: $2\sqrt{2}$ को $5\sqrt{2}$ से

(iv) गुणा कीजिए: $(-3 + \sqrt{5})$ को 3 से

(v) भाग दीजिए : $7\sqrt{5}$ को $-14\sqrt{125}$

(vi) भाग दीजिए: $2\sqrt{216} - 3\sqrt{27}$ को 3 से

खण्ड-स

67. सरल कीजिए:

(i) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$

(ii) $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2})^2$

(iii) $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^2$

(iv) $(6 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})$

68. मान ज्ञात कीजिए:

(i) $\frac{2^{38} + 2^{37} + 2^{36}}{2^{39} + 2^{38} + 2^{37}}$

(ii) $\left[\left(64^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{6}} \right]^2$

69. a का मान ज्ञात कीजिए यदि $\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$.

70. सरल कीजिए: $\left[5(8^{1/3} + 27^{1/3})^3 \right]^{1/4}$

71. सरल कीजिए: $\frac{(25)^{3/2} \times (243)^{3/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}}$

72. यदि $5^{2x-1} - (25)^{x-1} = 2500$, हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

भाग (द)

73. $0.6 + 0.\bar{7} + 0.4\bar{7}$ को p/q के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.

74. हर का परिमेयीकरण कीजिए : $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$

75. a तथा b का मान ज्ञात कीजिए : $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$

76. यदि $x = (3 - 2\sqrt{2})$, तो दर्शाइए कि $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = \pm 2$
77. यदि $xyz = 1$, तो सरल कीजिए :
 $(1 + x + y^{-1})^{-1} \times (1 + y + z^{-1})^{-1} \times (1 + z + x^{-1})^{-1}$
78. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि
 (i) $25^{2x-3} = 5^{2x+3}$
 (ii) $(4)^{2x-1} - (16)^{x-1} = 384$
79. मान ज्ञात कीजिए: $\frac{64^{\frac{a}{6}}}{4^a} \times \frac{2^{2a+1}}{2^{a-1}}$
80. सरल कीजिए: $\frac{1}{1 + x^{b-a} + x^{c-a}} + \frac{1}{1 + x^{a-b} + x^{c-b}} + \frac{1}{1 + x^{a-c} + x^{b-c}}$
81. सरल कीजिए: $\left(\frac{x^a}{x^{-b}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^b}{x^{-c}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^c}{x^{-a}}\right)^{c-a}$
82. दर्शाइए: $\frac{1}{(3 - \sqrt{8})} - \frac{1}{(\sqrt{8} - \sqrt{7})} + \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{6})} - \frac{1}{(\sqrt{6} - \sqrt{5})} + \frac{1}{(\sqrt{5} - 2)} = 5$
83. यदि $a = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$ और $b = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$, तो $a^2 + b^2 + ab$ का मान ज्ञात कीजिए :
84. सरल कीजिए: $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} - \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$
85. यदि $x = 9 - 4\sqrt{5}$, हो तो ज्ञात कीजिए :
- i) $x + \frac{1}{x}$ ii) $x - \frac{1}{x}$ iii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ iv) $x^2 - \frac{1}{x^2}$
- v) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ vi) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ vii) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ viii) $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$
- ix) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ x) $x^6 + \frac{1}{x^6}$ xi) $x + \frac{14}{x}$
86. यदि $a = 1 + \sqrt{7}$ है तो, $\frac{-6}{a}$ का मान ज्ञात कीजिए।
87. यदि $p = 5 - 2\sqrt{6}$ है, तो $p^2 + \frac{1}{p^2}$ ज्ञात कीजिए।

88. $0.\overline{3178}$ को p/q के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ हैं।

89. यदि $\sqrt{2}=1.414$ है तो $\sqrt{8} + \sqrt{50} + \sqrt{72} + \sqrt{98}$ का मान ज्ञात कीजिए।

90. निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

$$\frac{4}{(216)^{\frac{-2}{3}}} + \frac{1}{(256)^{\frac{-3}{4}}} + \frac{2}{(243)^{\frac{-1}{5}}}$$

अध्याय—1
संख्या पद्धति
उत्तर

1. b) 8
2. b) $(16)^{3/2}$
3. c) 1
4. c) $\frac{42}{99}, \frac{4}{9}$
5. c) एक परिमेय संख्या
6. c) $\frac{7}{9}$
7. d) दोनो b तथा c
8. b) - 1
9. b) 1
10. a) एक परिमेय संख्या
11. c) 243
12. c) 5
13. b) $2 - \sqrt{3}$
14. c) 1
15. a) $\sqrt{2}$
16. c) प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्णांक है।
17. d) असांत अनावर्ती
18. c) अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ होती हैं।
19. c) $\sqrt{7}$
20. c) एक वास्तविक संख्या
21. b) $4\sqrt{3}$
22. c) 19
23. c) $(\sqrt{a^3})^{\frac{2}{3}}$
24. d) कभी परिमेय संख्या, कभी अपरिमेय संख्या
25. c) 1.5
26. एक अपरिमेय

27. एक अपरिमेय
28. सांत, आवर्ती
29. असांत अनावर्ती
30. एक अपरिमेय
31. अपरिमित रूप से अनेक (असंख्य)
32. अपरिमित रूप से अनेक (असंख्य)
33. अपरिमित रूप से अनेक (असंख्य)
34. परिमेय
35. असत्य
36. सत्य
37. असत्य
38. असत्य
39. असत्य
40. असत्य

41. $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}$
42. $\frac{17}{8} = 2.125, \frac{3}{15} = 0.2, \frac{2}{7} = 0.\overline{285714}, \frac{50}{3} = 16.\overline{6}$
43. $\frac{15}{63}, \frac{16}{63}, \frac{17}{63}, \frac{18}{63}$ (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
44. $\sqrt{23} = 4.795, \sqrt{24} = 4.898$
45. 4.8010010001, 4.8020020002, (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
46. 2.1, 2.010010001, (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
48. 6
50. 4
51. 2016.1010010001 ...; 2016.2020020002 ...; (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
54. 0.909009000, 1.10100100010000 (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
55. 1 56. $\frac{1}{10^5}$ 57. 36 58. 14
59. $x = \frac{1}{4}$ 60. 1 61. $(60)^{2/5}$
62. (i) सांत दशमलव (ii) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत)
- (iii) असांत आवर्ती दशमलव (iv) सांत दशमलव
- (v) असांत आवर्ती दशमलव (vi) सांत दशमलव
- (vii) सांत दशमलव

63. (i) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत दशमलव) – परिमेय
(ii) सांत दशमलव – परिमेय
(iiii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(iv) सांत दशमलव – परिमेय
(v) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
(vi) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
(vii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(viii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(ix) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(x) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
64. (i) अपरिमेय (ii) परिमेय
(iiii) परिमेय (iv) अपरिमेय
(v) परिमेय (vi) अपरिमेय
vii) परिमेय viii) परिमेय
(ix) अपरिमेय (x) परिमेय
65. (i) $0.0875 = \frac{7}{80}$ (ii) $\frac{2123456789}{1000000000}$ (iii) $\frac{2}{11}$

- (iv) $\frac{433}{990}$ (v) $\frac{1643}{450}$
66. (i) $5\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{5} - 2\sqrt{11} + \sqrt{7} + \sqrt{13}$ (iii) 20
- (iv) $-9 + 3\sqrt{5}$ (v) $-\frac{1}{10}$ (vi) $4\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$
67. (i) -19 (ii) 2 (iii) $13 + 2\sqrt{42}$
- (iv) $12 + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$
68. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) 2
69. $a = -2$ 70. 5 71. $\frac{3375}{512}$ 72. $x = 3$
73. $\frac{167}{90}$
74. $\frac{1}{59}(9\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + \sqrt{7} - 2\sqrt{105})$
75. $a = 0, b = 2$
77. $\frac{1}{(1+y+xy)(1+z+yz)(1+x+zx)}$
78. (i) $\frac{9}{2}$ (ii) $\frac{11}{4}$
79. 4 80. 1 81. 1
83. $a^2 + b^2 + ab = 675$ 84. 0
85. (i) 18 (ii) $-8\sqrt{5}$ (iii) 322 (iv) $-144\sqrt{5}$
- (v) 5778 (vi) $-2584\sqrt{5}$ (vii) $2\sqrt{5}$ (viii) 4
- (ix) 103582 (x) 33385282 (xi) $8\sqrt{3} - 14\sqrt{2}$
86. $1 - \sqrt{7}$ 87. 98.
88. $\frac{635}{1998}$ 89. 28.28 90. 214

अभ्यास परीक्षा
संख्या पद्धति

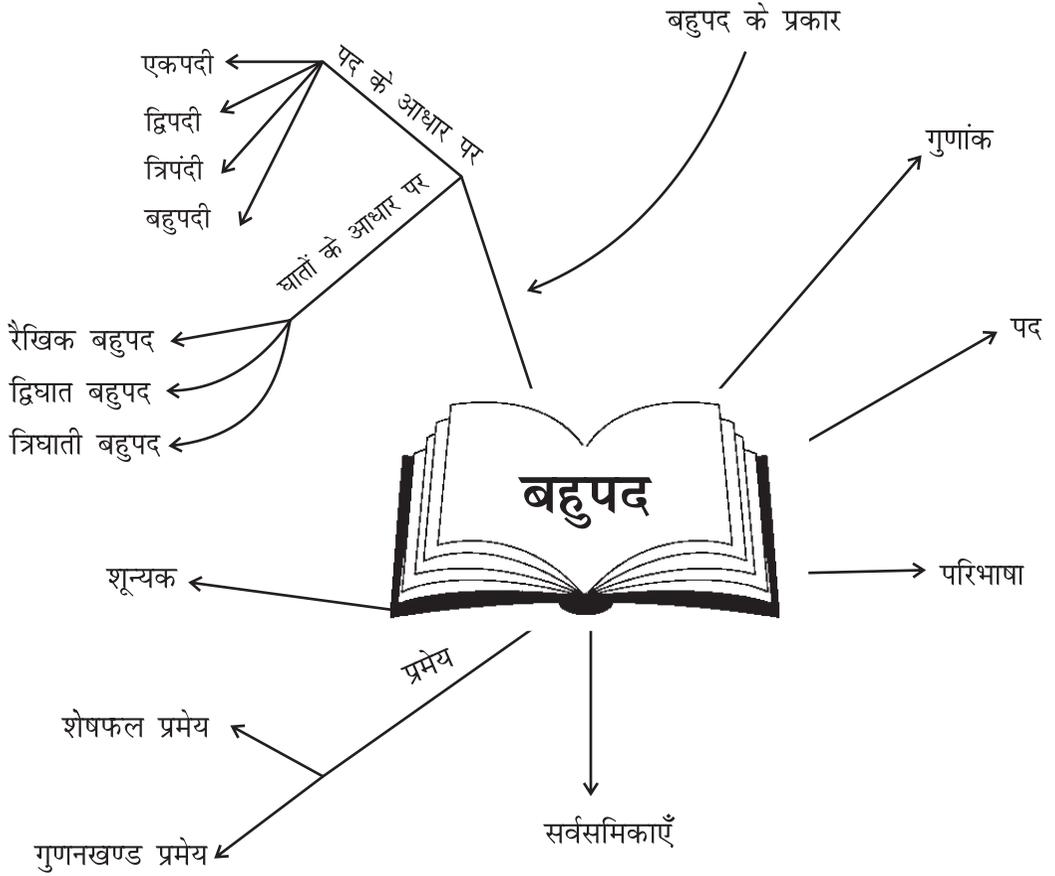
समय : 50 मिनट

M.M. 20

1. यदि $\frac{4}{a} = \frac{a^2}{16}$ है तो ज्ञात कीजिए की a परिमेय है या अपरिमेय संख्या। (1)
2. $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच दो अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए। (1)
3. सरल कीजिए: $4\sqrt{3} + \sqrt[3]{48} - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{4}{3}}$ (2)
4. यदि $\sqrt{3} = 1.732$ हो तो $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
5. x और y का मान ज्ञात कीजिए।
 $\frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} = a - b\sqrt{77}$ (3)
6. $(2 + \sqrt{3})$ को संख्या रेखा पर दर्शाइये। (3)
7. सरल कीजिए: $\frac{16 \times 2^{a+1} - 4 \times 2^a}{16 \times 2^{a+2} - 2 \times 2^{a+2}}$ (4)
8. निम्नलिखित को p/q में दर्शाइये जहां p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$
 $0.\overline{4} + 0.1\overline{8}$ (4)

अध्याय – 2

बहुपद
माइंड मैप



अध्याय-2

बहुपद महत्वपूर्ण बिंदु

- एक चर x में बहुपद $p(x)$ निम्न प्रकार का एक बीजीय व्यंजक होता है,

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \text{ जहाँ}$$

(i) $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ अचर हैं और $a_n \neq 0$.

(ii) $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ क्रमशः x^0, x, x^2, \dots, x^n के गुणांक हैं।

(iii) प्रत्येक $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, a_{n-2} x^{n-2} \dots, a_2 x^2, a_1 x, a_0$ बहुपद के पद कहलाते हैं।

(IV) n बहुपद की घात कहलाता है जहाँ n एक पूर्ण संख्या है।

2. **बहुपद की घात:** एक बहुपद में चर की अधिकतम घात वाले पद की घातांक को बहुपद की घात कहा जाता है।

3. **बहुपद के प्रकार :** सामान्यतः हम बहुपदों को निम्न रूप में वर्गीकृत कर सकते हैं।

(i) घात के आधार पर :

घात	बहुपद	सामान्य रूप	उदाहरण
(a) 1	रैखिक बहुपद	$ax + b$	$x + 1, 2x$ इत्यादि
(b) 2	द्विघातीय बहुपद	$ax^2 + bx + c$	$4x^2 + 5x + \frac{2}{3}$ इत्यादि
(c) 3	त्रिघातीय बहुपद	$ax^3 + bx^2 + cx + d$	$x^3 - 3x^2 + 5$ इत्यादि
(d) 4	द्विवर्ग बहुपद	$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$	$x^4 - 16$ इत्यादि

Note : घात 5 और उससे अधिक वाले बहुपद के लिए कोई विशेष नाम नहीं होता है।

(ii) पदों के आधार पर

	पदों की संख्या	बहुपद	उदाहरण
(a)	1	एकपदी	5, 3x, $1/3 y$
(b)	2	द्विपदी	$\sqrt{3} + 6x$, $x - 5y$, $x^2 + 2$
(c)	3	त्रिपदी	$\sqrt{2}x^2 + 4x + 2$, $5y^4 + 2y + 6$

(iii) शून्य घात वाला बहुपद या शून्येतर अचर बहुपद : शून्येतर (शून्य को छोड़कर) संख्या (अचर) को शून्य घात वाला बहुपद या शून्येतर अचर बहुपद कहते हैं।

अर्थात् $p(x) = a$ जहाँ पर $a \neq 0$ एक शून्य घात वाला बहुपद है क्योंकि $p(x) = a$ को $p(x) = ax^0$ लिखा जा सकता है।

उदाहरणतया $5 = 5x^0$, $\frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2} x^0$

(iv) शून्य बहुपद : एक बहुपद जिसके सभी गुणांक शून्य हों, शून्य बहुपद कहलाता है अर्थात् $p(x) = 0$, शून्य बहुपद की घात परिभाषित नहीं है।

4. किसी बहुपद $p(x)$ के लिए यदि $p(a) = 0$ जहाँ a वास्तविक संख्या है, हम कह सकते हैं कि 'a' बहुपद का शून्यक है।
5. यदि $p(x)$ एक या एक से अधिक घात का बहुपद हो तथा $p(x)$ को एक रैखिक बहुपद $x - a$, से भाग किया जाए तो शेषफल $p(a)$ होगा। इसे शेषफल प्रमेय कहते हैं।

6. यदि $p(x)$ एक बहुपद है जिसकी घात एक या एक से अधिक है तथा a एक वास्तविक संख्या है तो

(i) $(x-a)$, बहुपद $p(x)$ का एक गुणखण्ड होगा यदि $p(a) = 0$

(ii) यदि $p(a) = 0$, $(x-a)$ बहुपद $p(x)$ का एक गुणखण्ड है। इसे गुणखण्ड प्रमेय कहते हैं।

7. एक 'n' घात के बहुपद के अधिकतम 'n' शून्यक हो सकते हैं।

* बीजीय सर्वसमिकायें

(i) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

(ii) $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

(iii) $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

(iv) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

(v) $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

(vi) $(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$

(vii) $(x-y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2$

(viii) $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

(ix) $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

x) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$$= \frac{1}{2}(x+y+z) \{ (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \}$$

xi) यदि $x+y+z=0$, हैं तो $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

बहुपद - खण्ड - अ

1. $ax^p + bx^q + c$ एक बहुपद है तो p और q होंगे :
 - a) परिमेय संख्याएँ
 - b) प्राकृत संख्याएँ
 - c) वास्तविक संख्याएँ
 - d) पूर्ण संख्याएँ
2. निम्न में से बहुपद बताइये :-
 - a) $\sqrt{7}x + 5$
 - b) $\sqrt{7}x + 5$
 - c) $\frac{\sqrt{7}x + 5}{\sqrt{7}x - 5}$
 - d) $\frac{5x^{5/2} + 3x^{3/2}}{x}$
3. बहुपद के लिए सही विकल्प चुनिये :-
 - i) $3x+2$
 - ii) $7x+1 = 0$
 - iii) $5x^4 + 3x^2 + 1 = 0$
 - iv) $x^3 + 3x^2 + 1$
 - a) (i) और (ii)
 - b) (i) और (iii)
 - c) (ii) और (iv)
 - d) (i) और (iv)
4. बहुपद $x^3 - 4x^2 - 3x + 2$ के पद :-
 - a) 1, -4, -3, 2
 - b) $x^3 - 4x^2 - 3x + 2$
 - c) $x^3, -4x^2, -3x, 2$
 - d) $x^3, 4x^2, 3x, 2$
5. बहुपद $(x^2-1)(x-2)$ में x^2 का गुणांक है:-
 - a) 2
 - b) -2
 - c) -1
 - d) +1
6. बहुपद $\sqrt{5}$ की घात है:-
 - a) $1/2$
 - b) 0
 - c) 1
 - d) -1
7. यदि बहुपद $f(x)$ की घात = 5 और बहुपद $g(x)$ की घात 4 है तो बहुपद $[f(x) - g(x)]$ की घात है:-
 - a) 5
 - b) 4
 - c) 1
 - d) 9
8. दो पद वाले त्रिघातीय बहुपद की घात है:
 - a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3

9. शून्य बहुपद की घात हैं:-

- a) 0 b) 1
c) -1 d) संभव नहीं

10. शून्येतर अचर बहुपद की घात हैं:

- a) 0 b) 1
c) -1 d) संभव नहीं

11. बहुपद x^2-8 के शून्यक हैं:

- a) 8 b) $2\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}$ d) $\sqrt{8}$

12. बहुपद z^2-2z के शून्यक हैं:-

- a) 0 b) $2z$
c) 2 d) 0, 2

13. यदि $(px+q)$, बहुपद $h(x)$ का गुणनखण्ड है तो निम्न में से कौन सा सही है

- a) $h\left(\frac{-p}{q}\right) = 0$ b) $h\left(\frac{p}{q}\right) = 0$
c) $h\left(\frac{q}{p}\right) = 0$ d) $h\left(\frac{-q}{p}\right) = 0$

14. $h(x)$ एक बहुपद है जिसमें $h\left(-\frac{1}{3}\right) = 0$ तो $h(x)$ के गुणनखण्डों में से एक गुणनखण्ड है :-

- a) $3x-1$ b) $3x+1$
c) $x-3$ d) $x+3$

15. यदि $y+2m$ बहुपद $y^5-4m^2y^3+2y+2m+3$ का एक गुणनखण्ड है तो m का मान :-

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$
c) 1 d) $\frac{-3}{2}$

16. यदि $(\frac{1}{16}p^2 - q) = (\frac{1}{4}p - 11)(\frac{1}{4}p + 11)$ तो $q =$
 a) 11 b) 1
 c) 121 d) $\frac{11}{4}$

17. यदि $3x = a + b + c$ तो $(x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3 - 3(x-a)(x-b)(x-c) =$
 a) $a+b+c$ b) 0
 c) 1 d) $3(x-a)(x-b)(x-c)$

18. यदि $p + q + r = 9$ तो $(3-p)^3 + (3-q)^3 + (3-r)^3 =$
 a) $3(3-p)(3-q)(3-r)$ b) 0
 c) 1 d) $-3(3-p)(3-q)(3-r)$

19. यदि $(x-1)(x-2)(x+c) = x^3 + ax^2 + bx + 5 \times 2 \times 1$ तो c का मान है:
 a) 1 b) 2
 c) 5 d) -5

20. यदि $(x+2)(x-5) = x^2 + (a+b)x + a \times b$, तो $(a+b)$ का मान है:
 a) 3 b) -3
 c) 7 d) -10

निम्न में रिक्त स्थान भरिये :-

21. $49^3 - 30^3 + (\dots\dots\dots)^3 = 3 \times 49 \times 30 \times 19$

22. वह बहुपद जिसमें दो शून्येतर पद हो, को कहते हैं।

23. वह बहुपद जिसमें केवल दो शून्येतर, शून्यक हो कि घात होती है।

24. यदि $l(x) = 4x+1$ तो $l(-6) - l(-5) = \dots\dots\dots$

25. यदि $p(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ तो $p(0) \times p(-1) = \dots\dots\dots$

26. यदि $q(x) = x^2 - 3x + 2$ तो $p(1) + p(-1) - p(0) = \dots\dots\dots$

27. यदि वर्ग की भुजा $(x+y-z)$ ईकाई हो तो उसका क्षेत्रफल होगा।

28. यदि $x^2 + mx - 30 = (x-5)(x+6)$ तो $m =$

29. एक द्विघात बहुपद को रैखिक बहुपदों के गुणन के रूप में लिख सकते हैं।

30. यदि $5x^2 - 18x + 9$ के गुणनखण्ड $(ax+b)$ और $(x+b)$ हो तो a और b का मान क्रमशः और है।

31. बहुपद $x^3 - 5x$ में व्यंजक x^3 और $-5x$ बहुपद के कहलाते हैं

32. बहुपद $q(x)$ को $(x-2)$ से भाग देने पर शेष $q(2)=0$ हो तो $(x-2)$ बहुपद $q(x)$ का एक है।

33. निम्न में सही या गलत लिखिये :-

- (i) प्रत्येक बहुपद एक समीकरण भी होता है।
- (ii) प्रत्येक बहुपद द्विपदी होता है।
- (iii) द्विपदी बहुपद की घात 5 भी हो सकती है।
- (iv) यदि 2 बहुपद $q(x)$ का एक शून्यक है तो 2 बहुपद $2xq(x)$ का शून्यक भी होगा।
- (v) यदि $(x - a)$ बहुपद का $p(x)$ गुणनखण्ड है तो a बहुपद $axp(x)$ का भी शून्यक होगा।
- (vi) $x = 3$ बहुपद $x^3 - 3x^2 + x - 3$ का शून्यक है।
- (vii) 2, 1 और - 1 सभी बहुपद $x^2 - x - 2$ के शून्यक हैं।
- (viii) यदि n घनात्मक विषम पूर्णांक है $x+1$ तो बहुपद $x^n + 1$ का गुणनखण्ड होगा।
- (ix) यदि बहुपद $(p^2 - p - 29)$ को $p-6$ से विभाजित किया जाए तो शेष 1 प्राप्त होगा।
- (x) शेषफल प्रमेय तभी सत्य होगी जब बहुपद का भाजक एक रैखिक बहुपद हो।

34. सही मिलान कीजिए।

कॉलम I	कॉलम II
(i) बहुपद $0.x^4 + 4x^3 - 2x + 3$ की घात	(a) $(100-3)^2$
(ii) $(x + y)^3 - (x^3 + y^3)$ के गुणनखण्ड	(b) 0
(iii) 97^2	(c) 3
(iv) $(x - 2)^2 - (x + 2)^2$ के शून्यक	(d) 3, x, y, (x + y)

35. सही मिलान कीजिए।

कॉलम I	कॉलम II
(i) 103×103	(a) 0
(ii) यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$ तो $(x-y)^2$ का मान	(b) 1
(iii) $(px + q)$ के शून्यकों की संख्या	(c) -1
(iv) बहुपद $(-x^{140} - 2x^{51} + k)$ को $(x+1)$ से भाग देने पर k का मान	(d) $(100 + 3)^2$

खण्ड-ब

36. जाँच कीजिए कि $q(x)$, $r(x)$ का गुणज है या नहीं जहाँ $q(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$, तथा $r(x) = 2x + 1$.
37. दर्शाइए कि $(x-5)$ बहुपद $x^3 - 3x^2 - 4x - 30$ का एक गुणखण्ड है?
38. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(997)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
39. बहुपद $p(x) = x(x-2)(x+3)$ के शून्यक ज्ञात कीजिए?
40. $3x^2 - 7x - 6$ को $(x-3)$ से भाग देने पर भागफल ज्ञात कीजिए?
41. गुणखण्ड कीजिए : $8x^3 + \sqrt{27}y^3$.
42. यदि $p(x) = x + 9$ है तो $p(x) + p(-x)$ ज्ञात कीजिए।
43. सीधे गुणा न करके 106×94 का मान ज्ञात कीजिए।
44. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(2x - 3y + z)^2$ को प्रसारित कीजिए।
45. $(351)^2 - (350)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड-स

46. गुणखण्ड कीजिए : $64a^2 + 96ab + 36b^2$
47. गुणखण्ड कीजिए : $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
48. यदि $x^2 + y^2 = 49$ तथा $x - y = 3$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
49. सरल करो : $(5a - 2b)(25a^2 + 10ab + 4b^2) - (2a + 5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$
50. यदि $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ को $(x - 1)$ तथा $(x + 2)$ से भाग किया जाए तो इस प्रकार प्राप्त शेषफलों का योग ज्ञात कीजिए।

51. गुणनफल ज्ञात कीजिए: $\left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$
52. $7\sqrt{2}k^2 - 10k - 4\sqrt{2}$ का गुणनखण्ड कीजिए।
53. सरल कीजिए: $(3x - 4y)^3 - (3x + 4y)^3$
54. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(2a)^3 + b^3 + (3c)^3 - 18abc$ को प्रसारित करिये।
55. सरल कीजिए: $(x + y + z)^2 - (x - y - z)^2$.

खण्ड द

56. गुणनखण्ड कीजिए: $125x^3 + 8y^3 - z^3 - 30xyz$.
57. $(x + 2)$, बहुपद $ax^3 + bx^2 + x - 2$ का एक गुणनखण्ड है तथा $(x - 2)$ से इस बहुपद को भाग देने पर शेषफल 4 प्राप्त होता है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए?
58. यदि बहुपदों $ax^3 + 4x^2 + 3x - 4$ और $x^3 - 4x + a$ को $(x - 3)$ से भाग करें तो समान शेषफल प्राप्त होता है। a का मान ज्ञात कीजिए।
59. यदि $\left(\frac{9}{10}\right)^3 - \left(\frac{2}{5}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{x}{50}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।
60. यदि $(x - 3)$ तथा $\left(x - \frac{1}{3}\right)$ बहुपद $px^2 + 3x + r$, के गुणनखण्ड हों तो सिद्ध कीजिए कि $p = r$.
61. (i) उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके, $(-7)^3 + (5)^3 + (2)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (ii) उस घन की विमाएँ ज्ञात करो जिसका आयतन व्यंजक $4x^2 + 14x + 6$ से प्रदर्शित होता है।

62. वह आयत जिसका क्षेत्रफल दिया गया है, की लम्बाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजक दीजिए।

(i) $(x^2 + 5\sqrt{5x + 30})$ वर्ग इकाई

(ii) $(24x^2 - 26x - 8)$ वर्ग इकाई

63. कक्षा IX द्वारा NSS. के अन्तर्गत एक साक्षरता अभियान आयोजित किया गया, रैली हेतु छात्राओं ने $(x - 5)$ पंक्ति (rows), $(3x - 4)$ स्तम्भ (Column) बनाए। कुल छात्राओं की संख्या को बीजीय व्यंजक के रूप में दर्शाइए।

64. वृक्षारोपण कार्यक्रम के अन्तर्गत कक्षा IX के विद्यार्थियों ने कुल $(3x^2 - 4x - 4)$ वृक्ष लगाए। यदि विद्यार्थियों की संख्या $(x - 2)$ है तो प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा लगाएँ गए पेड़ों की संख्या ज्ञात कीजिए। (यह मानते हुए कि प्रत्येक विद्यार्थी समान संख्या में पेड़ लगाता है।)

65. यदि $a + b + c = 0$ है तो

$$\frac{(b+c)^2}{bc} + \frac{(c+a)^2}{ca} + \frac{(a+b)^2}{ab} \quad \text{का मान ज्ञात कीजिए}$$

66. सरल कीजिए:

$$\frac{(a^2-b^2)^3 + (b^2-c^2)^3 + (c^2-a^2)^3}{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}$$

67. गुणनखण्ड कीजिए:

$$(2a-b-c)^3 + (2b-c-a)^3 + (2c-a-b)^3$$

68. यदि बहुपद $4x^3 - 16x^2 + ax + 7$, $x-1$ से पूर्णतया विभाजित हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए। इसका प्रयोग करते हुए, बहुपद का गुणनखंड कीजिए।

69. यदि p , q और r सभी शून्येतर हैं और $p + q + r = 0$, तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{p^2}{qr} + \frac{q^2}{rp} + \frac{r^2}{pq} = 3$$

70. गुणनखंड कीजिए:

$$9x^3 - 27x^2 - 100x + 300$$

71. यदि $(x+4)$ बहुपद $x^3 - x^2 - 14x + 24$ का गुणनखण्ड है तो शेष गुणनखंड भी ज्ञात कीजिए।

72. यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -1$, जहाँ $x \neq 0$, $y \neq 0$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

73. सरल कीजिए।

$$\frac{155 \times 155 + 155 \times 55 + 55 \times 55}{155 \times 155 \times 155 - 55 \times 55 \times 55}$$

अध्याय - 2 (बहुपद)

उत्तर

1. d) पूर्ण संख्याएँ
2. b) $\sqrt{7}x + 5$
3. d) (i) और (iv)
4. c) $x^3, -4x^2, -3x, 2$
5. b) -2
6. b) 0
7. a) 5
8. d) 3
9. d) संभव नहीं
10. a) 0
11. c) $\pm 2\sqrt{2}$
12. d) $0, 2$
13. $h\left(\frac{-q}{p}\right) = 0$
14. b) $3x + 1$
15. b) $3/2$
16. c) 121
17. b) 0
18. a) $3(3-p)(3-q)(3-r)$
19. c) 5
20. b) -3
21. 19
22. द्विपदी
23. 2
24. -4
25. -5

26. 4
27. $(x + y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2xz$
28. 1
29. दो
30. 5 और 3
31. पद
32. गुणनखण्ड
33. (i) गलत
(ii) गलत
(iii) सही
(iv) सही
(v) सही
(vi) गलत
(vii) गलत
(viii) सही
(ix) सही
(x) सही
34. (i) - c
(ii) - d
(iii) - a
(iv) - b
35. (i) - d
(ii) - a
(iii) - b
(iv) - c
36. नहीं
37. $x = 5$ रखिये
38. 991026973
39. 0, 2, -3
40. $(3x+2)$
41. $(2x + \sqrt{3} y) (4x^2 - 2\sqrt{3} xy + 3y^2)$

42. 18
43. $(100+6)(100-6) = 9964$
44. $4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy - 6yz + 4xz$
45. 701
46. $(8a + 6b)^2$
47. $(x+1)(x+2)(x+3)$
48. 207
49. $117a^3 - 133b^3$
50. -34
51. $p^8 - \frac{1}{p^8}$
52. $(K - \sqrt{2})(7\sqrt{2}K + 4)$
53. $-8y(16y^2 + 27x^2)$ or $-128y^3 - 216x^2y$
54. $(2a + b + 3c)(4a^2 + b^2 + 9c^2 - 2ab - 3bc - 6ac)$
55. $4xy + 4zx$
56. $(5x + 2y + z)(25y^2 + 4y^2 + z^2 - 10xy - 2yz - 5zx)$
57. $a = 0, b = 2$
58. $a = -1$ Hint $p(3) = q(3)$
59. $x = 27$ ($a+b+c = 0, a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$)
61. i) -210
ii) $2; (x + 3); (2x + 1)$
62. i) $(x+2\sqrt{5})(x+3\sqrt{5})$
ii) $(4x+1), (6x-8)$
63. $3x^2 - 19x + 20$
64. $(3x + 2)$
65. 3
66. $(a + b)(b + c)(c + a)$
67. $3(2a - b - c)(2b - c - a)(2c - a - b)$
68. $a = 5, (x-1)(2x + 1)(2x - 7)$
70. $(3x + 10)(x - 3)(3x - 10)$
71. $(x - 3)(x - 2)$
72. 0
73. 0.01

अभ्यास परीक्षा

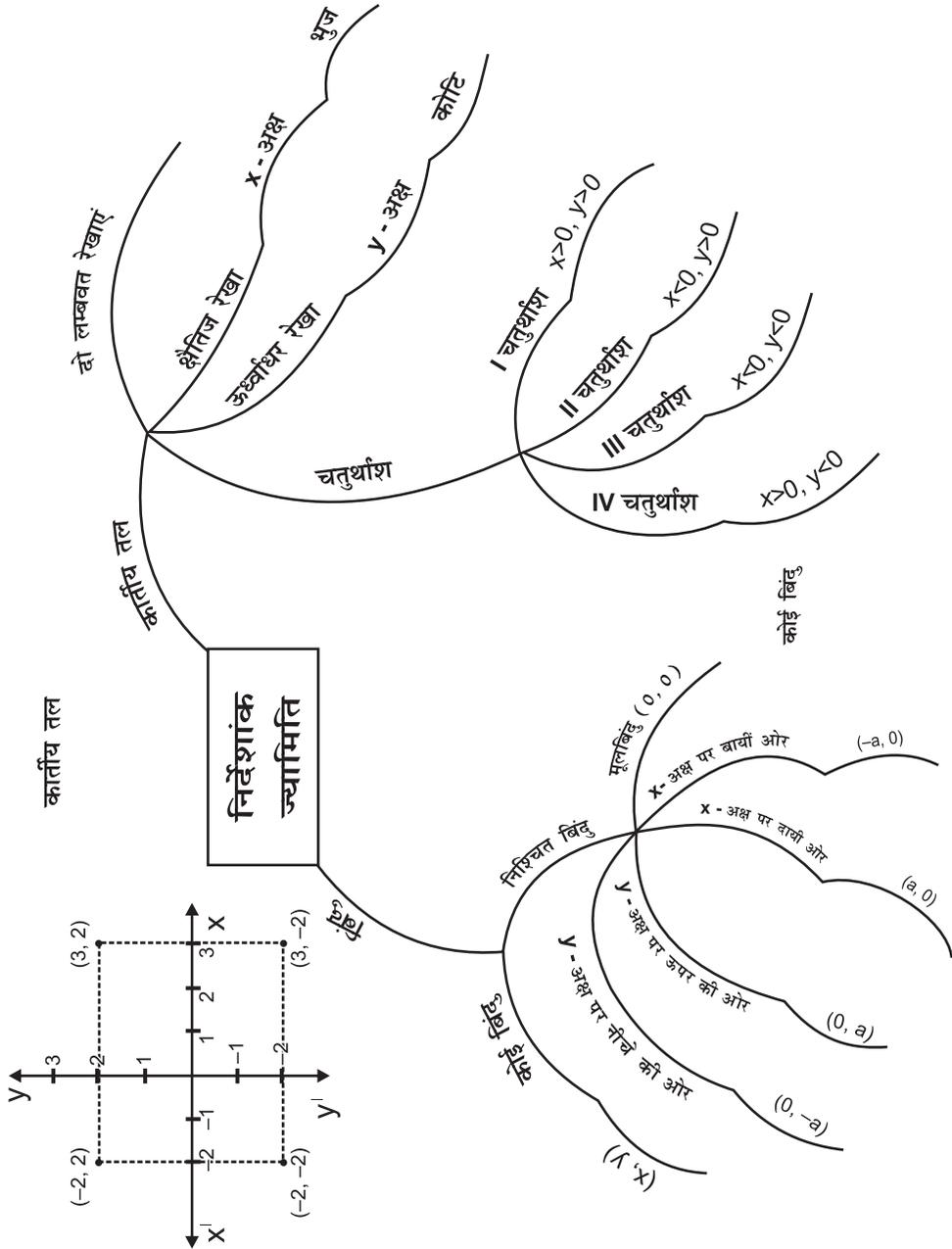
बहुपद

समय : 50 मिनट

M.M. 20

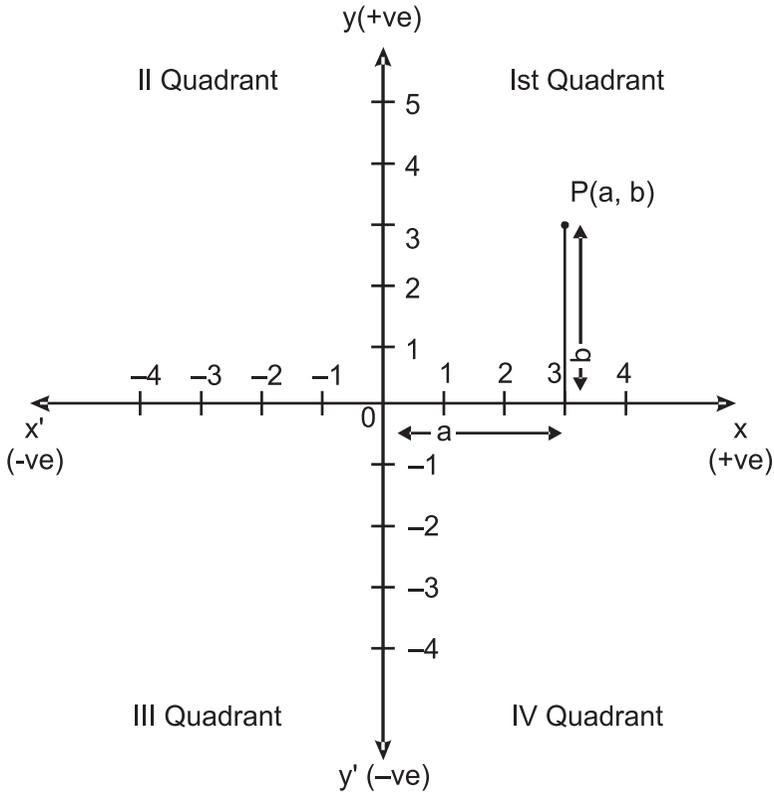
1. क्या $(x^2)^{1/2} + \sqrt[2]{5}$ एक बहुपद है? (1)
2. दर्शाइये कि $x = 1$, बहुपद $3x^3 - 4x^2 + 8x - 7$ का एक शून्यक है। (1)
3. बहुपद $x^2 - 4x + 3$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। (2)
4. यदि $x + y + z = 16$, $xy + yz + zx = 11$ है तो $x^2 + y^2 + z^2$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
5. यदि $3x - 4$ बहुपद $p(x) = 2x^3 - 11x^2 + kx - 20$ का एक गुणनखंड है तो k का मान ज्ञात कीजिए। (3)
6. गुणनखंड कीजिए : $a^2 + b^2 + 2(ab + bc + ca)$ (3)
7. यदि $a + b + c = 0$ है तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए :
$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$$
 (4)
8. गुणनखंड प्रमेय की सहायता से $x^3 - 23x^2 - 142x - 120$ का गुणनखंड ज्ञात कीजिए। (4)

अध्याय – 3
निर्देशांक ज्यामिति
माइंड मैप



अध्याय 3
निर्देशांक ज्यामिति
महत्वपूर्ण बिन्दु

- निर्देशांक अक्ष : कार्तीय तल में किसी बिन्दु की स्थिति को दो परस्पर लम्बवत रेखाओं के संदर्भ में प्रदर्शित किया जाता है। ये परस्पर लम्बवत रेखाएँ निर्देशांक अक्ष कहलाती हैं।



- क्षैतिज रेखा xox' को x अक्ष कहा जाता है।
- उर्ध्वाधर रेखा yoy' को y अक्ष कहा जाता है।
- x अक्ष और y अक्ष के प्रतिच्छेद बिंदु को मूल बिंदु कहते हैं। इसे O से प्रदर्शित करते हैं।

- निर्देशांक :- कार्तीय पद्धति में किसी बिंदु की स्थिति को दर्शाने के लिए निर्देशांक $P(a, b)$ का प्रयोग किया जाता है।
- बिंदु $P(a, b)$ में a , y -अक्ष से P की लम्बवत दूरी है व निर्देशांक का भुज कहलाता है।
- बिंदु $P(a, b)$ में b , x -अक्ष से P की लम्बवत दूरी है व निर्देशांक का कोटि कहलाता है।
- भुज (a) व कोटि (b) के धनात्मक (> 0) और ऋणात्मक (< 0) चिन्ह के अनुसार बिन्दु $P(a, b)$ को कार्तीय तल में इस प्रकार दर्शाया जाता है-
- | भुज व कोटि का मान | भुज व कोटि के चिन्ह | बिन्दु की स्थिति |
|----------------------|---------------------|------------------------|
| (i) $a = 0, b = 0$ | — | मूल बिन्दु |
| (ii) $a > 0, b > 0$ | (+, +) | I (प्रथम) चतुर्थांश |
| (iii) $a < 0, b > 0$ | (-, +) | II (द्वितीय) चतुर्थांश |
| (iv) $a < 0, b < 0$ | (-, -) | III (तृतीय) चतुर्थांश |
| (v) $a > 0, b < 0$ | (+, -) | IV (चतुर्थ) चतुर्थांश |

नोट : यदि कोई बिंदु x -अक्ष अथवा y -अक्ष पर स्थित होता है तो वह बिंदु किसी भी चतुर्थांश में स्थित नहीं होता।

x -अक्ष पर किसी बिन्दु के निर्देशांक $(x, 0)$ रूप के होते हैं।

y -अक्ष पर किसी बिन्दु के निर्देशांक $(0, y)$ रूप के होते हैं।

खण्ड (अ)

1. किसी बिंदु का भुज उसकी दूरी होती है :-
a) x- अक्ष से b) y-अक्ष से
c) मूलबिंदु से d) इनमें से कोई नहीं
2. किसी बिंदु का y- निर्देशांक उसकी दूरी होती है :
a) x- अक्ष से b) y-अक्ष से
c) मूलबिंदु से d) इनमें से कोई नहीं
3. वह बिंदु जिसके दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं स्थित होगा :
a) चतुर्थांश I b) चतुर्थांश II
c) चतुर्थांश III d) चतुर्थांश IV
4. यदि किसी बिंदु का भुज शून्य है, तो वह बिंदु सदैव स्थित है
a) x - अक्ष पर a) y - अक्ष पर
a) मूलबिंदु पर a) चतुर्थांश I में
5. यदि $x > 0$, $y < 0$ हो तो बिंदु $(x, -y)$ _____ में स्थित है।
a) चतुर्थांश I b) चतुर्थांश II
c) चतुर्थांश III d) चतुर्थांश IV
6. बिंदु $(a, 0)$ स्थित है
a) x - अक्ष पर a) y - अक्ष पर
a) चतुर्थांश III में a) चतुर्थांश IV में
7. चौथे चतुर्थांश में स्थित किसी बिंदु के भुज और कोटि के क्रमशः चिन्ह है :-
a) +, + b) -, -
c) -, + d) +, -
8. किसी बिंदु का भुज घनात्मक होता है :-
a) चतुर्थांश I और IV में a) केवल चतुर्थांश I में
a) चतुर्थांश I और II में a) चतुर्थांश I और III में
9. वह बिंदु जो y - अक्ष की ऋणात्मक दिशा में y - अक्ष पर 10 मात्रक की दूरी पर स्थित है, होगा :
a) $(10, 0)$ b) $(0, 10)$
c) $(-10, 0)$ d) $(0, -10)$

10. वे बिंदु जिनके भुज और कोटि विभिन्न चिन्हों के होते हैं स्थित होंगे :
- a) चतुर्थांश I और II में b) चतुर्थांश I और III में
c) चतुर्थांश II और III में d) चतुर्थांश II और IV में
11. बिंदुओं P(0, 3), Q(1, 0), R(0, -1), S(-5, 0) और T(1, 2) में से कौन-कौन से बिंदु x-अक्ष पर स्थित नहीं हैं ?
- a) केवल P और R b) केवल Q और S
c) P, R और T d) Q, S और T
12. यदि दो बिंदुओं P और Q के निर्देशांक क्रमशः (-2, 3) और (-3, 5) हैं तो (P का भुज) - (Q का भुज) बराबर है :-
- a) -5 b) 1
c) -1 d) -2
13. बिंदु (1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)
- a) चतुर्थांश I में स्थित हैं b) चतुर्थांश III में स्थित हैं
c) चतुर्थांश I और III में स्थित हैं d) एक ही चतुर्थांश में स्थित नहीं हैं
14. वह बिंदु, जहाँ दोनो निर्देशांक अक्ष मिलते हैं, कहलाता है :
- a) भुज b) कोटि
c) चतुर्थांश d) मूलबिंदु
15. मूलबिंदु के भुज और कोटि हैं
- a) (1, 0) b) (1, 1)
c) (0, 1) d) (0, 0)
16. दोनो निर्देशांक अक्ष के बीच के कोण का माप है :
- a) 0° d) 90°
c) 180° d) 270°
17. x-अक्ष से बिंदु P(-4, -3) की लांबिक दूरी है:
- a) -4 b) -3
c) 4 d) 3
18. y-अक्ष से बिंदु P(-7, 2) की लांबिक दूरी है :
- a) -7 b) 7
c) 2 d) इनमें से कोई नहीं

19. मूल बिंदु से बिंदु P (3,4) की दूरी है :
- | | |
|------|------|
| a) 3 | b) 4 |
| c) 7 | d) 5 |
20. बिंदुओं A(-5, 0), B(0, -3), C(3, 0), D(0, 4) में से कौन-से बिंदु मूल बिंदु के नजदीक हैं ?
- | | |
|------|-----------------------|
| a) A | b) B |
| c) D | d) बिंदु B और C दोनों |
- रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।
21. निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में विभक्त करते हैं जो कहलाते हैं।
22. यदि किसी बिंदु के निर्देशांक (-2, 5) हैं तो इसकी कोटि और भुज है।
23. बिंदु (200, -111) चतुर्थांश में स्थित है।
24. y-अक्ष पर किसी बिंदु का भुज होती है।
25. x-अक्ष पर किसी बिंदु की कोटि होती है।
26. बिंदु (0, 0), (0, 4) और (4, 0) एक त्रिभुज बनाते हैं।
27. यदि (x, y) एक बिंदु को प्रदर्शित करता है तथा $xy > 0$ है तो बिंदु या चतुर्थांश में स्थित होगा।
28. बिंदु (3, -1) और (-1, 3) कार्तीय तल में (एक ही / अलग-अलग) स्थान पर स्थित हैं।
29. यदि किसी बिंदु की कोटि 7 और भुज - 5 है तो इसके निर्देशांक हैं।
30. वह बिंदु, जिसका भुज 5 है और वह x-अक्ष पर स्थित है, के निर्देशांक हैं।
- बताइये कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य
31. किसी बिंदु का x-निर्देशांक उसकी x-अक्ष से दूरी होती है।
32. किसी बिंदु के निर्देशांक उसको कार्तीय तल में अद्वितीय रूप से प्रदर्शित करते हैं।
33. बिंदु (3, 4) और (4, 3) तल में एक ही स्थान पर स्थित है।
34. किसी बिंदु के y-निर्देशांक को भुज भी कहते हैं।
35. उस बिंदु के निर्देशांक, जो x-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में x-अक्ष पर 6 मात्रक की दूरी पर स्थित है, (-6,0) है।

36. निम्न बिंदु किस चतुर्थांश में स्थित है-
- | | |
|----------------|-----------------|
| (i) (3, -2) | (ii) (17, -30), |
| (iii) (-2, 5), | (iv) (-50, -20) |
| (v) (10, 100) | (vi) (-81, 80) |
37. निम्न बिंदु किस अक्ष पर स्थित है-
- | | |
|---------------|----------------|
| (i) (11, 0), | (ii) (-11, 0), |
| (iii) (0, 14) | (iv) (0, -100) |
38. किसी बिंदु की भुज व कोटि क्रमशः -3 और -5 हों तो बिंदु के निर्देशांक लिखिये।
39. क्या बिंदु P(7, 0) व Q(0, 7) समान बिंदु को प्रदर्शित करते हैं?
40. निर्देशांक में x का मान किस चतुर्थांश में ऋणात्मक होता है?
41. जब ग्राफ पेपर पर कार्तीय तल में बिंदुओं (0, 0), (4, 4) व (0, 4) को दर्शाया जाता है तब कौन सी आकृति प्राप्त होगी?
42. $x > 0$ व $y > 0$ के मान वाला बिंदु A(x, y) किस चतुर्थांश में स्थित होगा?
43. यदि किसी वर्ग के तीन शीर्ष बिंदु (1, 2) (5, 2) (5, -2) हों तो चौथे शीर्ष बिंदु के निर्देशांक लिखिये।
44. यदि किसी बिन्दु A का भुज धनात्मक हो और कोटि ऋणात्मक हो तो A किस चतुर्थांश में स्थित होगा?

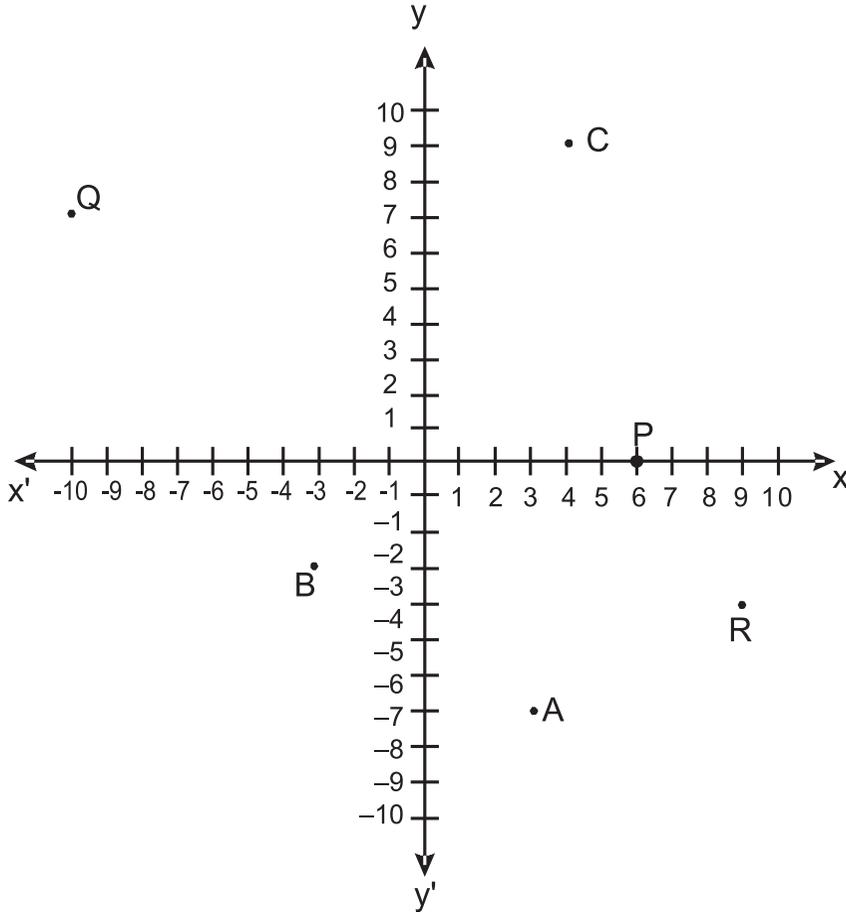
45. किसी बिन्दु के निर्देशांक लिखिये जिसकी x-अक्ष से लम्बवत दूरी 5 इकाई हो और y-अक्ष से 3 इकाई हो और बिन्दु द्वितीय चतुर्थांश में स्थित हो।

खण्ड (ब)

46. ग्राफ पेपर पर अक्षों को बनाते हुए निम्न बिंदुओं को तल पर आलेखित कीजिए-

- | | |
|----------------|------------------|
| (i) A(3, 5) | (ii) B(-7/2, 0), |
| (iii) C(2, -6) | (iv) D(-6, -4) |
| (v) E(0, -5/2) | (vi) F(8, 0) |

47. दी गई आकृति को देखकर निम्नलिखित को लिखिए-
बिंदु A, B, C, P, Q और R के निर्देशांक लिखिए।



48. बिंदु P(4, 3) प्रथम चतुर्थांश में है। बिंदु Q के निर्देशांक लिखें यदि Q बिंदु P के विपरीत चतुर्थ चतुर्थांश में हो।
49. बिंदु P(8, 3) की x अक्ष और y अक्ष से दूरी ज्ञात करिये।
50. कार्तीय तल में बिंदुओ A(-3, 0), B(0, 3) और C(3, 0) को जोडने पर बनी आकृति का नाम लिखिये।
51. उस बिंदु के निर्देशांक लिखिये जो y-अक्ष पर स्थित है तथा मूल बिंदु से 2 इकाई ऊपर की ओर है।
52. बिंदु S(-5, 7), x-अक्ष द्वारा दर्पण प्रतिबिम्ब के निर्देशांक लिखिये।
53. बिंदु P(4, 2) की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात करिये।
54. बिंदु (4, -3) का y-अक्ष में दर्पण प्रतिबिम्ब क्या होगा?

खण्ड (स)

55. ग्राफ पेपर पर एक रेखाखण्ड बनाओ जिसके अंत बिंदु प्रथम व तृतीय चतुर्थांश में स्थित है। अंत बिंदु व मध्य बिंदु के निर्देशांक भी लिखिये।
56. बिन्दु A(2, 4) और B(2, -5) जिनका x-निर्देशांक समान है, को आलेखित करिये। क्या AB रेखा किसी एक अक्ष के समान्तर हैं? यदि हाँ, तो किस अक्ष के समांतर है, लिखिये।
57. बिन्दु P(2, -3) और Q(-5, -3) जिनके y-निर्देशांक (कोटि) समान है, को आलेखित कीजिये। PQ रेखा किस अक्ष के समान्तर हैं?
58. बिंदु A(7, 6) और B(7, -6) को ग्राफ पेपर पर दर्शाओ। दोनों बिंदुओ को जोड़कर निम्न प्रश्नों के उत्तर दो-

- (i) उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जहाँ यह x-अक्ष पर काटती है।
- (ii) यह रेखा किस अक्ष के समांतर होगी?
- 59 ग्राफ पेपर पर एक त्रिभुज ABC बनाओ, जिसके शीर्षों के निर्देशांक $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ और $C(1, 5)$ हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।
- 60 यदि हम कार्तीय तल पर बिंदु $P(5, 0)$, $Q(5, 5)$, $R(-5, 5)$ और $S(-5, 0)$, को जोड़ते हैं तो कौन सी आकृति प्राप्त होगी? इस आकृति की सममिति अक्ष को भी लिखिये।
- 61 उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जो कि बिंदु $(-4, 0)$ और $(4, 0)$ से समदूरस्थ है। इस स्थिति को दर्शाने के लिए ऐसे कितने बिंदु संभव हैं?
- 62 ग्राफ पेपर पर एक चतुर्भुज बनाओ जिसके शीर्ष बिंदु $A(4, 3)$, $B(-4, 3)$, $C(-4, -3)$ और $D(+4, -3)$ हैं। इसके विकर्णों को बनाओ और उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जहाँ ये एक दूसरे को काटते हैं।

खण्ड (द)

- 63 एक आयताकार मैदान जिसकी लंबाई 10 इकाई व चौड़ाई 8 इकाई है। यदि इसका एक शीर्ष मूल बिंदु पर हो और लंबी भुजा x-अक्ष तथा एक शीर्ष प्रथम चतुर्थांश में स्थित हो तो इसके निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- 64 बिंदुओं $B(5, 3)$, $E(5, 1)$, $S(0, 1)$ और $T(0, 3)$ को कार्तीय तल में दर्शाये व निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए-
- (i) बिंदुओं को जोड़कर बनी हुई आकृति का नाम लिखिये।
- (ii) आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अध्याय - 3
निर्देशांक ज्यामिति
उत्तर

1. b) y - अक्ष से
2. b) x - अक्ष से
3. c) चतुर्थांश III
4. d) Y - अक्ष पर
5. a) चतुर्थांश I
6. a) x - अक्ष पर
7. d) $+$, $-$
8. c) चतुर्थांश I और II में
9. d) $(0, -10)$
10. d) चतुर्थांश II और IV में
11. c) P, R और T
12. b) 1
13. d) एक ही चतुर्थांश में स्थित नहीं हैं
14. d) मूलबिंदु
15. d) $(0, 0)$
16. b) 90°
17. d) 3
18. b) 7
19. d) 5
20. d) बिंदु B और C दोनों
21. चतुर्थांश
22. 5, -2
23. IV
24. 0
25. 0
26. समकोण समद्विबाहु
27. I, III
28. अलग - अलग
29. $(-5, 7)$

30. (5, 0)
 31. असत्य
 32. सत्य
 33. असत्य
 34. असत्य
 35. सत्य
 36. (i) IV चतुर्थांश (ii) IV चतुर्थांश
 (iii) II चतुर्थांश (iv) III चतुर्थांश
 (v) I चतुर्थांश (vi) II चतुर्थांश
 37. (i) x-अक्ष (ii) x-अक्ष
 (iii) y-अक्ष (iv) y-अक्ष

38. (-3, -5)
 39. हाँ
 40. II या III चतुर्थांश
 41. समकोण त्रिभुज
 42. प्रथम चतुर्थांश
 43. (1, -2)
 44. IV
 45. (-3, 5)
 47. A(3, -7), B(-3, -3), C(4, 9),
 P(6, 0), Q(-10, 7), R(9, -4)
 48. (4, -3)
 49. 3 इकाई, 8 इकाई
 50. त्रिभुज या समद्विबाहु त्रिभुज
 51. (0, 2)
 52. (-5, -7)
 53. $\sqrt{20}$ इकाई

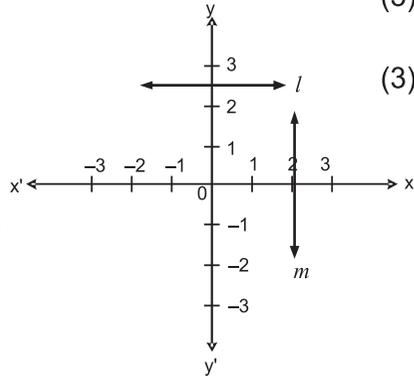
54. $(-4, -3)$
55. हाँ, y -अक्ष के समान्तर
57. x -अक्ष
58. (i) $(7, 0)$
(ii) y -अक्ष के समान्तर होगी
59. 15 वर्ग इकाई
60. आयत, y -अक्ष
61. y -अक्ष पर कोई भी बिंदु, असंख्य
62. मूल बिंदु पर $(0, 0)$
63. $(0, 0), (10, 0), (10, 8), (0, 8)$
64. i) आयत ii) 10 वर्ग इकाई

अभ्यास परीक्षा
निर्देशांक ज्यामिति

समय : 50 मिनट

M.M. 20

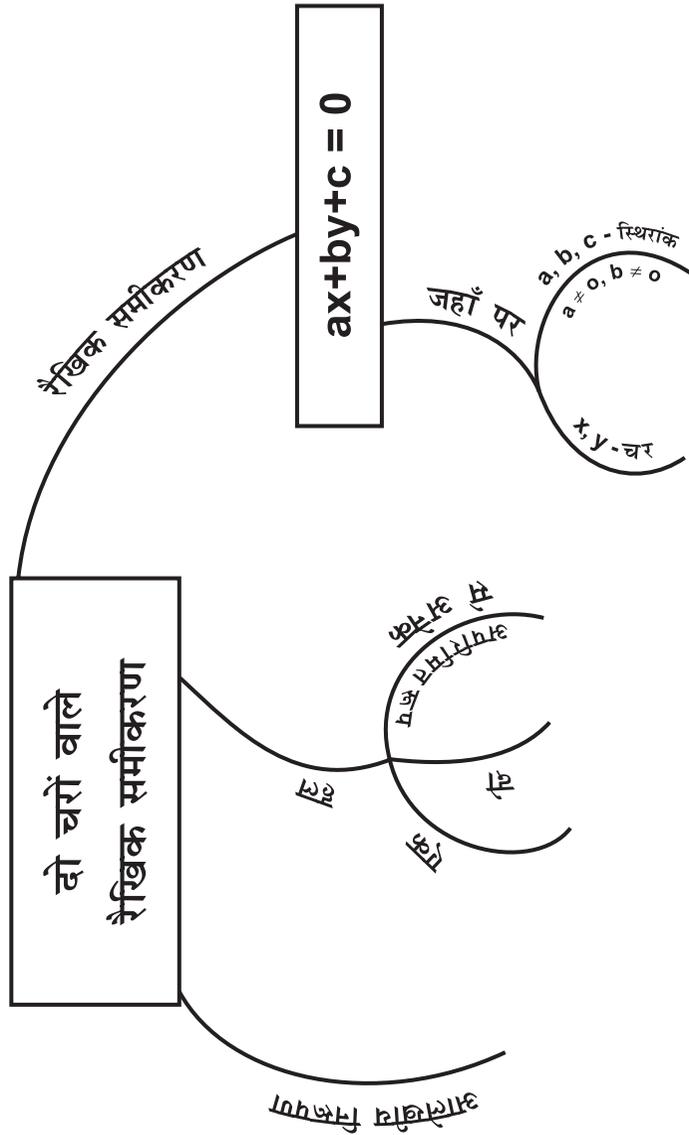
1. बिंदु (x, y) किस चतुर्थांश में स्थित है? (जहां x एक धनात्मक संख्या है तथा y एक ऋणात्मक संख्या है) (1)
2. x -अक्ष पर स्थित बिंदु का y निर्देशांक लिखिए। (1)
3. x और y का मान ज्ञात कीजिए यदि
(a) $(x - 4, 7) = (4, 7)$ (2)
(b) $(1, 2y - 3) = (1, 7)$
4. बिंदु $(7, -6)$ की x -अक्ष से दूरी ज्ञात कीजिए। (2)
5. निम्न बिंदुओं को कार्तीय तल में आलेखित कीजिए। $(-3, -5)$, $(-2, 0)$
 $(-4, 2)$ (3)
6. रेखा l और m के लिए रेखिक समीकरण लिखिये। (3)
उस रेखा का नाम भी लिखिये जिसको समीकरण $x = 0$ के द्वारा दर्शाया जाता है।



7. बिन्दुओं $O(0, 0)$, $A(4, 0)$ और $C(0, 6)$ को ग्राफ पर आलेखित कीजिए।
यदि $OABC$ एक आयत है तो चौथे बिंदु B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (4)
8. दो समबाहु त्रिभुजों ABC और ABD , जिसकी भुजा $2a$ है, का आधार AB x -अक्ष पर इस प्रकार स्थित है कि AB का मध्य बिन्दु मूल बिन्दु पर है।
 C और D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (4)

अध्याय – 4
दो चरों वाले रैखिक समीकरण

माइंड मैप



अध्याय 4
दो चरों वाले रैखिक समीकरण
महत्वपूर्ण बिन्दु

- एक चर में रैखिक समीकरण-एक समीकरण जिसे हम $ax+b=0, a \neq 0$ और a, b वास्तविक संख्याएँ हैं, के रूप में लिख सके, एक चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- दो चर में रैखिक समीकरण - कोई समीकरण जिसे हम $ax+by+c=0$, जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं और, $a, b \neq 0$, के रूप में लिख सके, दो चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- एक चर में रैखिक समीकरण का केवल एक हल होता है।
 $ax+b=0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$
- दो चर में रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
- दो चर में रैखिक समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा ही बनती है।
- रेखा पर प्रत्येक बिन्दु रेखा के समीकरण को संतुष्ट करता है।
- समीकरण का प्रत्येक हल रेखा पर स्थित एक बिन्दु को दर्शाता है। इस प्रकार दो चर में एक रैखिक समीकरण का आलेखीय रूप एक रेखा होगी जिसका प्रत्येक बिन्दु उसका हल होगा।
- आलेख (ग्राफ) : x तथा y के युग्म में वे मान जो दिए गए समीकरण को संतुष्ट करते हैं दो चर में समीकरण के हल कहलाते हैं।

उदाहरण : $x+y=4$

के अनेक हल $(0,4)(1,3)(2,2)(4,0)$ इत्यादि हैं।

खण्ड (अ)

1. निम्नलिखित में से कौन - से रैखिक समीकरण नहीं हैं ?
a) $3x+3 = 5x + 2$ b) $x^2 + 5 = 3x - 5$
c) $\frac{7}{3}x - 5 = 4x - 3$ c) $(x+2)^2 = x^2 - 8$
2. निम्नलिखित में से कौन-से दो चार वाले रैखिक समीकरण नहीं हैं ?
a) $2x+3y = 5$ b) $3x + 2y = 6$
c) $ax^2 + by = c$ d) $ax + by = c$
3. दो चर वाले रैखिक समीकरण के अधिकतम हल हैं :-
a) केवल एक b) दो
c) अपरिमित रूप से अनेक d) इनमें से कोई नहीं
4. $ax+by+c=0$ का आलेख है :
a) x - अक्ष के समांतर एक सीधी रेखा
b) y - अक्ष के समांतर एक सीधी रेखा
c) एक सीधी रेखा
d) इनमें से कोई नहीं
5. यदि $x = 1, y = 1$ समीकरण $9ax + 12ay = 63$ का एक हल है तो a का मान है :
a) 3 b) 0 c) -3 d) 4
6. x - अक्ष का समीकरण है :
a) $x = k$ b) $x = 0$ c) $y = k$ d) $y = 0$
7. $y = x$ द्वारा आलेखित रेखा पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक हैं :-
a) $(a, 0)$ b) $(0, a)$ c) (a, a) d) $(a, -a)$
8. $x = 0$ का आलेख एक रेखा है, जो है :
a) x - अक्ष b) y - अक्ष
c) x - अक्ष के समांतर एक रेखा d) y - अक्ष के समांतर एक रेखा
9. $x=2, y=3$ निम्नलिखित रैखिक समीकरण का एक हल है :
a) $2x + y = 8$ b) $x + 2y = 8$
c) $x + y = 8$ d) $-x + y = 8$

10. रैखिक समीकरण $2x + 3y = 6$ का आलेख एक रेखा है जो y अक्ष को निम्नलिखित बिंदु पर मिलती है :
- a) (2,0) b) (3,0) c) (0,2) d) (0,3)
11. $x = 1$ और $y = 4$ द्वारा x और y में कितनी रैखिक समीकरण संतुष्ट होती हैं ?
- a) केवल एक b) दो
c) तीन d) अपरिमित रूप से अनेक
12. $(-a, a)$ रूप का बिंदु सदैव रेखा पर स्थित होता है ।
- a) $x = a$ b) $y = -a$
c) $y = x$ d) $x + y = 0$
13. रैखिक समीकरण $y = x$ का आलेख निम्नलिखित बिंदु से होकर जाता है :
- a) $\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ b) $\left(0, \frac{5}{2}\right)$
c) (1,1) d) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
14. $x = 5$ का आलेख एक रेखा है, जो
- a) x -अक्ष के समांतर है
b) y -अक्ष के समांतर है।
c) मूलबिंदु से गुजरती है।
d) x -अक्ष पर स्थित है।
15. दो चरों वाली रैखिक समीकरण $5x + 0y + 7 = 0$ के किसी भी हल का रूप होता है :
- a) $\left(0, -\frac{7}{5}\right)$ b) $\left(-\frac{7}{5}, 0\right)$
c) $\left(-\frac{7}{5}, k\right)$ d) $\left(k, -\frac{7}{5}\right)$
16. x -अक्ष पर स्थित किसी बिंदु का रूप होता है:
- a) (x, y) b) $(0, y)$
c) $(0, x)$ d) $(x, 0)$
17. $3x - y = 3$ समीकरण का हल है :
- a) (0, -3) b) (2, 3)
c) (3, 6) d) उपरोक्त सभी

18. रैखिक समीकरण $5(2x-y) + 3x + 4y - 7 = 0$ में y का गुणांक है :
- a) -1 b) -9
c) 13 d) 9
19. यदि किसी रैखिक समीकरण के हल $(-1, 1), (0, 0), (2, -2)$ हैं, तो इसका रूप होता है :-
- a) $y - x = 0$ b) $x + y = 0$
c) $-2x + y = 0$ d) $-x + 2y = 0$
20. बिंदु $(a, -a)$ निम्नलिखित कौन - सी रेखा पर स्थित नहीं होता है ?
- a) $x = a$ b) $y = -a$
c) $y = x$ d) $x + y = 0$
21. निम्नलिखित में से कौन - सा समीकरण x -अक्ष के समांतर रेखा को प्रदर्शित करता है ?
- a) $2x + 3 = 0$ b) $2y + 2 = 0$
c) $2x + 3y = 0$ d) $2x - 3y = 0$
22. निम्नलिखित में से कौन - सा समीकरण y -अक्ष के समांतर रेखा को प्रदर्शित करता है ?
- a) $2x = 3y$ b) $2y = 4$
c) $2x = 4$ d) $2x - 3y = 9$
23. यदि $(a, -2), 3x - y = 10$ के द्वारा आलेखित रेखा पर स्थित है तो a का मान है :-
- a) 4 b) $\frac{8}{3}$
c) 0 d) 1
24. संख्या रेखा पर समीकरण $2x + 9 = 0$ निरूपित करती है :
- a) एक रेखा b) एक बिंदु
c) अपरिमित रूप से अनेक रेखाएँ d) अपरिमित रूप से अनेक बिंदु
25. समीकरणों $x = -4$ और $x = 1$ के आलेखों के बीच की दूरी है :
- a) 1 b) 5
c) 3 d) इनमें से कोई नहीं
26. समीकरणों $y = -2$ और $y = -5$ के आलेखों के बीच की दूरी है :
- a) 7 b) 3
c) -7 d) इनमें से कोई नहीं
27. यदि $(2k-1, k)$ रैखिक समीकरण $10x - 9y = 12$ का एक हल है, तो $k =$ _____
- a) 1 b) 2
c) 3 d) 4

28. निम्नलिखित में से कौन-सा समीकरण मूलबिंदु से गुजरने वाले आलेख को निरूपित करता है ?

a) $x+y=2$

b) $x-y=2$

c) $2x-3y=0$

d) इनमें से कोई नहीं

29. यदि समीकरण $3y = 7$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त किया जाए तो निम्नलिखित में से कौन - सा सही है ?

a) $a=0, b=7, c=3$

b) $a=3, b=0, c=-7$

c) $a=0, b=3, c=-7$

d) $a=3, b=-7, c=0$

30. रैखिक समीकरण $\frac{2}{3}x + 4y = -7$ के लिए x को y के रूप में निरूपित करने पर निम्नलिखित में से कौन सा सही है ?

a) $y = \frac{-21 - 12x}{2}$

b) $x = \frac{-21 - 12y}{2}$

c) $y = -7 + \frac{2}{3}x$

d) $x = -7 + 4y$

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।

31. x - अक्ष के समांतर एक रेखा का समीकरण $=a$ है, जहाँ a एक शून्य रहित वास्तविक संख्या है।

32. y - अक्ष के समांतर एक रेखा का समीकरण $=a$ है, जहाँ a एक शून्येतर (शून्य रहित) वास्तविक संख्या है।

33. दो चर वाले रैखिक समीकरण का आलेख सदैव एक होती है।

34. $ax+b=0$ के रूप का समीकरण, जहाँ a, b वास्तविक संख्याएँ और $a \neq 0$ है, का x चर में ज्यामितीय निरूपण है।

35. रैखिक समीकरण $2(x+y)-x=7$ में x का गुणांक है।

बताइये कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य ।

36. रैखिक समीकरण $7x+9y=8$ का एक अद्वितीय हल है।
37. सभी बिंदु $(2,0)$, $(-3,0)$, $(4,2)$, x -अक्ष पर स्थित हैं।
38. $x=-5$, y -अक्ष के समांतर एक रेखा जो y -अक्ष के बाँयीं ओर 5 मात्रक की दूरी पर स्थित है, को निरूपित करता है।
39. यह आवश्यक नहीं है कि प्रत्येक दो चर वाले रैखिक समीकरण का आलेख एक रेखा हो।
40. रैखिक समीकरण $x+2y=5$ का आलेख बिंदु $(0,5)$ से गुजरता है।

खण्ड-अ

41. समीकरण $\sqrt{2}x - 4 = 5y$ को $ax + by + c$ के रूप में व्यक्त कीजिए। और a, b, c का मान लिखिए।
42. समीकरण $3x + 4y = 7$ में x का मान y के रूप में व्यक्त कीजिए।
43. समीकरण $3y + 5x = a$ में y का मान x के रूप में व्यक्त कीजिए।
44. बिन्दु $(a, 0)$ किस अक्ष पर स्थित है?
45. $x+y=5$ का एक हल ज्ञात कीजिए जो y -अक्ष पर स्थित है।
46. समीकरण $5y = 9$ को दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में लिखिए।
47. x -अक्ष के समांतर तथा मूल बिन्दु से 2 इकाई ऊपर स्थित एक रेखा का समीकरण लिखिए।
48. जाँचिए क्या $(1, -2)$ बिन्दु, समीकरण $2x - y = 6$ का हल है?
49. जाँचिए क्या $x = 2$ और $y = 2$ समीकरण $2x - y = 6$ का हल है?
50. समीकरण $y = 5x + 2$ के कितने हल हैं?

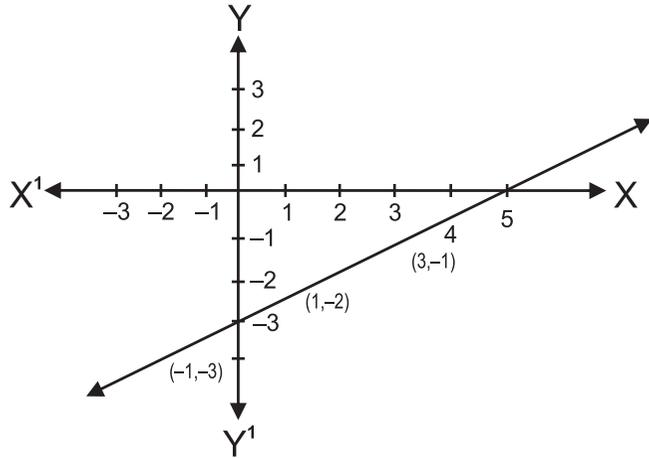
51. K का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x=-1$, $y = 1$ समीकरण $Kx-2y=0$ का एक हल हैं।
52. यदि समीकरण $2x + ky = 10$ का ग्राफ x -अक्ष को बिन्दु $(5, 0)$ पर प्रतिच्छेद करता है तो k का मान ज्ञात कीजिए।
53. रैखिक समीकरण $4x = 6$ का आलेख किस अक्ष के समांतर है?
54. समीकरण $2x - y = 6$ का आलेख, x -अक्ष को किस बिन्दु पर काटता है?
55. जाचिए बिन्दु $(0, 0)$, किस आलेख पर स्थित है $y = mx + c$ या $y = mx$.
56. समीकरण $x + 3 = 0$ का आलेख, y -अक्ष के किस ओर स्थित है?

खण्ड-ब

57. समीकरण $2x+y = x + 5$ के दो हल ज्ञात कीजिए।
58. $x=2$, $y=3$ के लिए समीकरण $5x+3py = 4a$ से p का मान ज्ञात कीजिए।
59. यदि बिंदु $A (3,5)$ तथा $B (1,4)$ रेखा $ax+by=7$ के आलेख (ग्राफ) पर स्थित है तो a का मान ज्ञात कीजिए।
60. बिना आलेख बनाए उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $5x + 2y=10$ का आलेख दोनों अक्ष को काटता है।
61. बिन्दु $(3, 10)$ से गुजरती हुई दो रेखाओं के समीकरण लिखिए।
62. एक रंगीन कागज का मूल्य, एक सफेद कागज के मूल्य के एक तिहाई से ₹ 7 अधिक है। इस कथन का दो चरों में रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए।
63. समीकरण $x+y=5$ का ग्राफ बनाइए।

64. दिए गये आलेख के लिए दिए गए विकल्पों में से सही समीकरण का चयन कीजिए।

- (i) $x+2y=5$
- (ii) $x-2y=5$
- (iii) $y+2x=5$



65. समीकरण $2x-y=6$ का आलेख किन चतुर्थांशों से गुजरता है?

66. समीकरण $3x-2=x-3$ के निम्न पर कितने हल हैं—

- (i) संख्या रेखा
- (ii) कार्तीय तल

67. उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $x+y=4$ का आलेख ऐसी रेखा पर मिलता है जो—

- (i) x -अक्ष के समांतर हो, मूल बिन्दु से 3 इकाई धनात्मक y -अक्ष की ओर।
- (ii) y -अक्ष के समांतर हो, मूल बिन्दु के बायीं ओर 2 इकाई दूरी पर।

खण्ड-स

68. यदि बिन्दु $A(4,6)$ तथा $B(1,3)$ ग्राफ $ax+by=8$ पर स्थित हैं, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

69. a का मान ज्ञात कीजिए जब $(1,-1)$ समीकरण $2x+ay=5$ का हल है। इस समीकरण के दो और हल लिखिए।

70. रैखिक समीकरण $4x+5y=28$ के दो हल ज्ञात कीजिए तथा जाँच कीजिए कि $(-2,10)$ इस समीकरण का हल है।
71. उस रेखा का समीकरण लिखिए जो $(3, -3)$ और $(6, -6)$ से गुजरती है।
72. यदि $x = 3k - 2$, $y = 2k$, समीकरण, $4x - 7y + 12 = 0$ का एक हल है तो k का मान ज्ञात कीजिए।
73. यदि बिन्दु $(m - 2, 2m + 1)$ समीकरण, $2x + 3y - 10 = 0$ पर स्थित है हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।
74. $F = (9/5)C + 32^\circ$
- (i) यदि तापमान 35°C है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
- (ii) यदि तापमान 30°C है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
75. समीकरण $2x + 3y = 6$ का आलेख खींचिए। उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ रेखा x अक्ष और y अक्ष को काटती है।
76. समीकरण $3x + 4y = 12$ का आलेख खींचिए। यदि $x = 8$ हो, तो आलेख की सहायता से y का मान ज्ञात कीजिए।
77. एक ही ग्राफ पेपर पर $y = x$ और $2y = -5x$ का आलेख खींचिए।
78. समीकरण $5x + 7 = 0$ का ज्यामितीय निरूपण कीजिए।
- (i) एक चर में (ii) दो चरों में
79. समीकरण $2y - x = 7$ का आलेख खींचिए। आलेख की सहायता से जाँचिए कि क्या $x = 3$ और $y = 2$, समीकरण का हल है।

खण्ड-द

80. $3y=8x$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखिए। a , b और c के मान भी ज्ञात कीजिए। समीकरण के दो हल भी दीजिए। आप कितने और हल ज्ञात कर सकते हैं?
81. रोहन व रमिता जो कक्षा नवीं के विद्यार्थी हैं, कक्षा की सफाई के लिए ₹25 जमा करने का निर्णय लेते हैं। इसे दो चरों वाला रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए व आलेख खींचिए।
82. सारिका बाल-दिवस के अवसर पर चॉकलेट बाँटती है। वह प्रत्येक बच्चे को 5 चॉकलेट देती है तथा व्यस्कों को कुल 20 चॉकलेट देती है। यदि बच्चों की संख्या x से तथा कुल बांटी गई चॉकलेट को y से दर्शाया गया है तो
- (1) इसको दो चरों वाले रैखिक समीकरण द्वारा दर्शाइए।
 - (2) यदि उसने कुल 145 चॉकलेट बांटी तो बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए।
83. प्रियंका और आरती ने विधवाओं हेतु ₹1600 अंशदान करने का निश्चय किया। प्रियंका के अंशदान को x मानकर व आरती के अंशदान को y मानकर
- (1) इसको दो चरों वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
 - (2) यदि प्रियंका आरती से तिगुना दान करती है, तो दोनों द्वारा किया अंशदान ज्ञात कीजिए।
84. रिया अपने साथियों के साथ विकलांग बच्चों की संस्था में दान हेतु दिवाली मेले में भाग लेती हैं। मेले में जमा हुई राशि में से ₹ 3600 वे संस्था में दान करती हैं। यदि प्रत्येक लड़की द्वारा ₹150 व प्रत्येक लड़के द्वारा ₹200 दान किए जाते हैं -
- (1) इसको दो चर वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
 - (2) यदि लड़कियों की संख्या 8 हो तो लड़को की संख्या ज्ञात कीजिए।
85. आफताब एक कार को 60 किमी. प्रति घंटा की समान गति से चला रहा है। कुल दूरी को y किमी मानते हुए और कुल समय x घंटे मानते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइये। आलेख खींचिए। आलेख से निम्न को बताइये।

(1) 90 मिनट में तय की गई दूरी।

(2) 150 किमी. की दूरी तय करने में लगा समय।

86. एक प्राइवेट पार्किंग एक कार को पार्क करने में शुल्क ₹20 पहले घंटे के और प्रत्येक अगले घंटे के ₹10 लेता है। कुल पार्किंग शुल्क को ₹ y लेकर और कुल पार्किंग समय को x घंटे लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइये। इसे $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखकर a , b और c का मान ज्ञात कीजिए। इसके लिए आलेख भी खींचिए।

87. हम जानते हैं कि $C = 2\pi r$, $\pi = \frac{22}{7}$ लेकर परिधि को y इकाई और त्रिज्या को x इकाई लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइए। इसका आलेख बनाइए। जांचिए क्या $(0,0)$ एक आलेख पर स्थित है? आलेख से परिधि ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 2.8 इकाई हो।

अध्याय – 4
दो चरों वाले रैखिक समीकरण
उत्तर

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1. (b) $x^2+5=3x-5$ | 21. (b) $2y+2=0$ |
| 2. (c) $ax^2+by=c$ | 22. (c) $2x=4$ |
| 3. (c) अपरिमित रूप से अनेक | 23. (b) $\frac{8}{3}$ |
| 4. (c) एक सीधी रेखा | 24. (b) एक बिंदु |
| 5. (a) 3 | 25. (b) 5 |
| 6. (d) $y=0$ | 26. (b) 3 |
| 7. (c) (a,a) | 27. (b) 2 |
| 8. (b) y-अक्ष | 28. (c) $2x-3y=0$ |
| 9. (b) $x+2y=8$ | 29. (c) $a=0, b=3, c=-7$ |
| 10. (c) (0,2) | 30. (b) $x=\frac{-21-12y}{2}$ |
| 11. (d) अपरिमित रूप से अनेक | 31. y |
| 12. (d) $x+y=0$ | 32. x |
| 13. (c) (1,1) | 33. सरल रेखा |
| 14. (b) y-अक्ष के समांतर है। | 34. संख्या रेखा पर एक बिंदु |
| 15. (c) $\left(\frac{-7}{5}, k\right)$ | 35. 1 |
| 16. (d) (x,0) | 36. असत्य |
| 17. (d) उपरोक्त सभी | 37. असत्य |
| 18. (a) -1 | 38. सत्य |
| 19. (b) $x+y=0$ | 39. असत्य |
| 20. (c) $y=x$ | 40. असत्य |

41. $\sqrt{2}x - 5y - 4 = 0$, जहाँ पर $a = \sqrt{2}, b = -5, c = -4$

42. $x = \frac{7 - 4y}{3}$

43. $y = \frac{9 - 5x}{3}$

44. x-अक्ष

45. (0,5)

46. $0.x + 5.y = 9$

47. $y = 2$

48. नहीं

49. हाँ

50. अनन्त हल

51. $k = -2$

52. $K = 1$

53. y-अक्ष के समांतर

54. (3, 0)

55. $y = mx$

56. बायीं ओर

57. (1, 4)(0, 5) (या कोई और दो हल)

58. $p = \frac{4a - 10}{9}$

59. $a = -1$

60. (0, 5) और (2, 0)

61. $3x - y + 1 = 0$ (या कोई अन्य संभावित समीकरण)

$12x + 7y = 106$

62. $3x - y = 21$

रंगीन कागज की कीमत = ₹x

सफेद कागज की कीमत = ₹y

64. $x - 2y = 5$

65. I, III, IV

66. (i) एक हल (ii) अनन्त हल

67. (i) 3, 1 (ii) (6, -2)

68. $a = -4, b = 4$

69. $a = -3$ (कोई दो हल)

70. (2, 4), (7, 0), नहीं

71. $x + y = 0$

72. $k = 2$

73. $m = 11/8$

74. $95^\circ\text{F}, 86^\circ\text{F}$

75. (3, 0)(0, 2)

76. $y = 3$

79. नहीं

80. $8x - 3y + 0 = 0$

$a = 8, b = -3, c = 0$, अनन्त हल

81. $x + y = 25$

82. (i) $5x + 20 = y$

(ii) 25

83. (i) $x + y = 1600$

(ii) प्रियंका = ₹1200, आरती = ₹400

84. (i) $150x + 200y = 3600$, (ii) लड़को की संख्या-12

85. $y = 60x$

(i) 90 km

(ii) $2\frac{1}{2}$ hours

86. $y = 20 + 10x$

$\Rightarrow 10x - y + 20 = 0$

$a = 10, b = -1, c = 20$

अभ्यास परीक्षा

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

समय : 50 मिनट

M.M. 20

1. समीकरण $2y = 5$ का ओलख किस अक्ष के समांतर हैं? (1)
2. वह रैखिक समीकरण लिखिए जिसका आलेख y -अक्ष के समांतर हो और मूल बिन्दु के बायी ओर 3 इकाई दूरी पर हो। (1)
3. यदि बिन्दु $(5, 2)$ समीकरण $kx + 5y = 10$ k पर स्थित हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (2)
4. $(2, -3)$ से गुजरते हुए दो रैखिक समीकरण लिखिए। (2)
5. समीकरण $x + \sqrt{3}y = 4$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखिए। a , b और c का मान लिखिए। x को y के रूप में लिखिए। (3)
6. रैखिक समीकरण $2x + y = 4$ के वे हल लिखिए जो निम्न बिन्दुओं को दर्शाते हैं (i) x -अक्ष, (ii) y -अक्ष, (3)
(iii) x -अक्ष के समांतर मूलबिन्दु से 3 इकाई दूरी पर
7. समीकरण $2x + 5 = 0$ का निम्न प्रकार से ज्यामितीय निरूपण कीजिए। (4)
(i) एक चर वाले (ii) दो चर वाले
8. एक आवासीय सोसायटी में वर्षा के जल को संरक्षित करने के लिए भूमिगत टैंक में 30 सेमी/सेकेण्ड की दर से इकट्ठा किया गया। यदि x सेकेण्ड में y घन सेमी. पानी को इकट्ठा किया गया तो इसके लिए एक रैखिक समीकरण दो चर में लिखिए। इसका आलेख खींचिए। आलेख से निम्न को बताइए: (4)
(i) 3 सेकंड में एकत्रित कुल जल।
(ii) कितने सेकंड में 120 घन सेमी. पानी एकत्रित होगा?

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

महत्वपूर्ण बिन्दु

- **भूमिका** - 'यूक्लिड की ज्यामिति' जो हम पढ़ते हैं वह यूक्लिड की देन है। ये ज्यामिति के पिता के नाम से जाने जाते हैं। यूक्लिड का गणित के विभिन्न क्षेत्रों जैसे संख्या पद्धति और खगोल शास्त्र में बड़ा योगदान है।
- **अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ** - अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ एक प्रकार की कल्पनाएँ होती हैं। ये कल्पनाएँ वास्तव में स्पष्टतः सर्वव्यापी सत्य थीं। इनकी सिद्धता नहीं होती।
- **प्रमेयः** - प्रमेय ऐसे कथन होते हैं जिन्हें परिभाषाओं, अभिग्रहीतों और तार्किकताओं के आधार पर सिद्ध किया जाता है।

यूक्लिड के कुछ अभिग्रहीतः-

1. वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के समान हों एक दूसरे के समान होती हैं।
2. अगर बराबर को बराबर में जोड़ें तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।
3. अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं।
4. वे वस्तुएँ जो आपस में संपाती हैं, एक दूसरे के समान होती हैं।
5. पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।
6. एक ही वस्तुओं के दुगुने आपस में समान होते हैं।
7. एक ही वस्तुओं के आधे आपस में समान होते हैं।

यूक्लिड की अभिधारणाएँ:-

- **अभिधारणा-1** - एक बिंदु से एक अन्य बिंदु तक सीधी रेखा खींची जा सकती है।
- **अभिधारणा-2** - एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।
- **अभिधारणा-3** - किसी बिंदु को केन्द्र मानकर तथा किसी त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जा सकता है।
- **अभिधारणा-4** - सभी समकोण एक दूसरे के समान होते हैं।
- **अभिधारणा-5** - यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरकर एक ही ओर अन्तःकोण इस तरह बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो तो वे दोनों सीधी रेखाएँ अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती है जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।

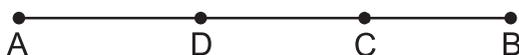
परिभाषाएँ

1. एक बिंदु वह है जिसका कोई भाग नहीं होता।
2. एक रेखा चौड़ाई रहित लंबाई होती है।
3. एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिंदुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
4. एक रेखा के सिरे बिंदु होते हैं।
5. एक पृष्ठ वह है, जिसकी केवल लंबाई और चौड़ाई होती है।
6. एक समतल पृष्ठ ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है।
7. पृष्ठ के किनारे रेखाएँ होती हैं।

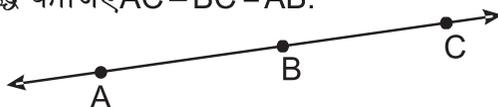
खण्ड-अ

1. एक पृष्ठ (Surface) की विमाओं की संख्या कितनी होगी?
2. _____ के लिए सिद्धता की आवश्यकता होती है। (अभिग्रहित, अभिधारणाएँ, प्रमेय)
3. तीन सररेखीय बिन्दुओं से _____ रेखाएँ खींची जा सकती है। (दो, तीन, केवल एक)
4. यूक्लिड के कथन के अनुसार अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं एक _____ है। (अभिग्रहित, परिभाषा, अभिधारणा)

5. दी गई आकृति में यदि $AD = BC$ तो क्या AC और BD समान हैं या नहीं?

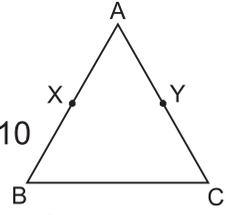


6. एक बिन्दु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं?
7. यूक्लिड की प्रथम अभिग्रहित को लिखिए।
8. यूक्लिड की पाँचवी अभिग्रहित को लिखिए।
9. यदि $a + b = 15$ तथा $a + b + c = 15 + c$ हो तो यह यूक्लिड की किस अभिग्रहित को दर्शाता है?
10. एक रेखा पर A, B तथा C तीन बिन्दु हैं। यदि A तथा C के बीच में B स्थित है तो सिद्ध कीजिए $AC - BC = AB$.



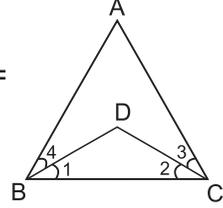
खण्ड-ब

11. यदि $x + y = 10$ तथा $x = z$ तो सिद्ध कीजिए कि $z + y = 10$



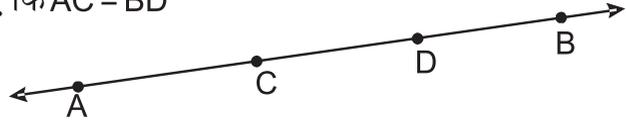
12. आकृति में $AX = AY, AB = AC$ तो सिद्ध कीजिए कि $BX = CY$

13. दी गई आकृति में यदि $\angle ABC = \angle ACB$ और $\angle 3 = \angle 4$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 2$.



14. आकृति में $AD = CB$

तो सिद्ध कीजिए कि $AC = BD$



15. समीकरण $x - 10 = 15$, को हल कीजिए। आपने इसे हल करने में यूक्लिड की कौन सी अभिग्रहित प्रयोग की है?
16. यदि बिन्दु C, दो बिन्दुओं A तथा B के बीच स्थित है तथा $AC = BC$ तो सिद्ध कीजिए कि

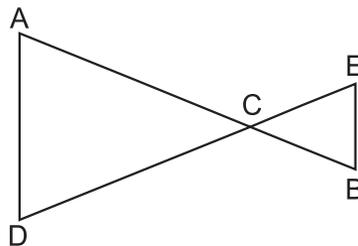
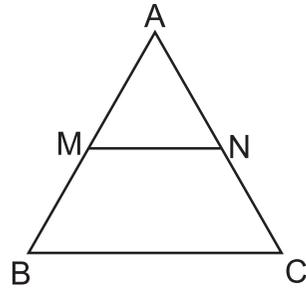
$$AC = \frac{1}{2} AB$$

16. दी गई आकृति में

$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$AN = \frac{1}{2} AC$$

तो सिद्ध कीजिए कि $AB = AC$



18. आकृति में $AC = DC$, तथा $CB = CE$

तो सिद्ध कीजिए कि $AB = DE$

19. सिद्ध कीजिए कि किसी रेखाखण्ड का केवल और केवल एक मध्य बिन्दु होता है।

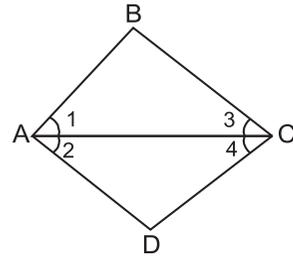
20. सत्य व असत्य बताओ:-

- (a) एक बिन्दु से गुजरने वाली केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।
 (b) दो विभिन्न बिन्दुओं से गुजरने वाली अनेक रेखाएँ खींची जा सकती है।
 (c) यूक्लिड का संबंध ग्रीस से था।

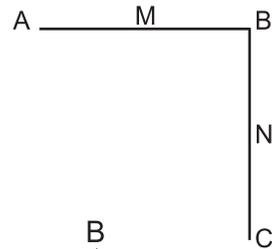
खण्ड-स

21. आकृति में $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle 2 = \angle 3$

तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 3$

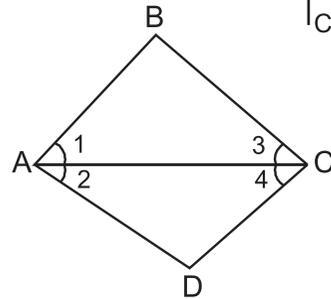


22. दी गई आकृति में $AB=BC$ तथा AB का मध्य बिन्दु M और BC का मध्य बिन्दु N है तो सिद्ध करो कि $AM=NC$.



23. आकृति में $\angle 1 = \angle 3$ तथा $\angle 2 = \angle 4$

तो सिद्ध कीजिए कि $\angle BAD = \angle BCD$



24. एक समबाहु त्रिभुज एक बहुभुज होता है जिसकी दो भुजाएँ तीसरी भुजा के समान होती है और प्रत्येक कोण का माप 60° होता है।

क्या आप यह सिद्ध कर सकते हैं कि समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण और प्रत्येक भुजाएँ समान होती हैं?

25. राम तथा श्याम कक्षा नवीं के विद्यार्थी हैं। मार्च के महीने में वे दोनों अंध विद्यालय को समान राशि दान करते हैं। अप्रैल मास में वे दोनों दान राशि को दुगुना कर देते हैं।

(a) दोनों की दान राशि की तुलना कीजिए।

(c) किस गणितिय विधि को प्रश्न में दर्शाया गया है?

26. मोनिका तथा वासु का वजन (weight) बराबर है। यदि दोनों का वजन 2 किलो बढ़े तो दोनों के भार की तुलना कीजिए:-

(a) प्रश्न में किस गणितिय कल्पना को दर्शाया गया है?

अध्याय 5
यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय
उत्तर

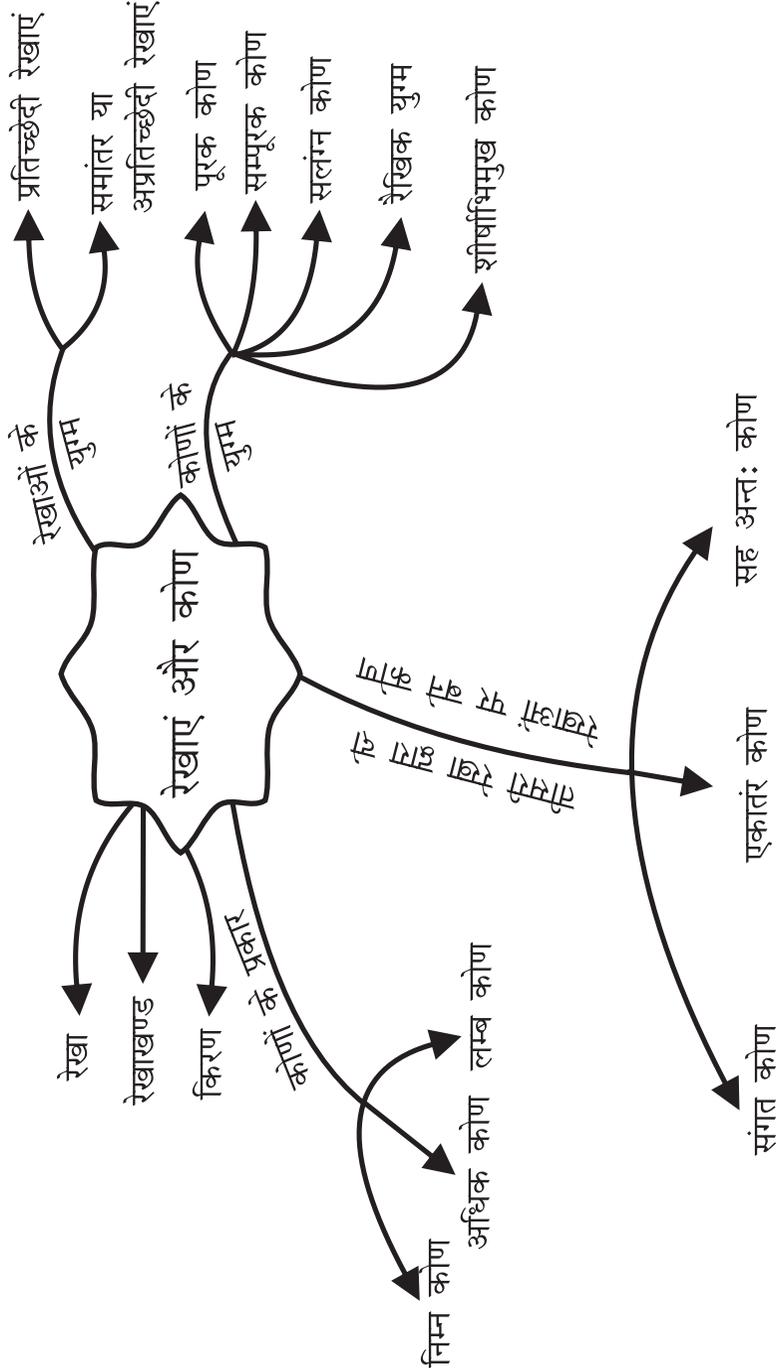
1. 2 2. प्रमेय 3. केवल एक
4. अभिग्रहीत 5. समान हैं। 6. अनेक
9. दूसरी अभिग्रहीत 15. दूसरी अभिग्रहीत
20. (a) असत्य (b) असत्य (c) सत्य
25. (a) अप्रैल मास में भी दोनों की दान राशि समान है।
(b) यूक्लिड अभिग्रहीत
26. यूक्लिड अभिग्रहित

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय
अभ्यास परीक्षा
सही विकल्प चुनिए-

1. दो बिन्दुओं से-
(अ) केवल एक रेखा खींची जा सकती है।
(ब) कोई रेखा नहीं खींची जा सकती।
(स) एक से ज्यादा रेखाएं खींची जा सकती हैं
2. एक नियत बिन्दु से
(अ) केवल एक रेखा खींची जा सकती है।
(ब) कोई रेखा नहीं खींची जा सकती।
(स) एक से ज्यादा रेखाएं खींची जा सकती हैं
3. एक बन्द आकृति बनाने के लिए कम से कम कितनी रेखाओं की आवश्यकता होगी।
(अ) 2 (ब) 3 (स) 4
4. एक उभयनिष्ठ बिन्दु वाली दो रेखाओं को कहते हैं
(अ) समान्तर रेखाएं (ब) छेदक रेखाएं
(स) संपाती रेखाएं
5. यूक्लिड के गणित के क्षेत्र में किये गये ज्ञात कार्यों के आलेख को कहा जाता है-
(अ) तत्व (ब) सिद्धान्त
(स) अभिधारणाएं
6. वस्तुएं जो किसी समान वस्तु का दुगुना होती हैं। आपस में
(अ) समान वस्तु का आधा होती हैं।
(ब) समान वस्तु का दुगुना होती हैं।
(स) बराबर होती हैं।

7. सिद्धांतों को माना जाता है।
- (अ) विशिष्ट रूप से ज्यामिति में सार्वभौमिक सत्य।
 - (ब) गणित की सभी शाखाओं में सार्वभौमिक सत्य
 - (स) परिभाषाएं
8. वह गणितीय कथन जिसका सत्यापन तर्क संगत रूप से स्थापित किया जा चुका हो, कहलाता है—
- (अ) सिद्धान्त
 - (ब) अभिधारणा
 - (स) प्रमेय

अध्याय – 6
रेखाएं और कोण
माइंड मैप



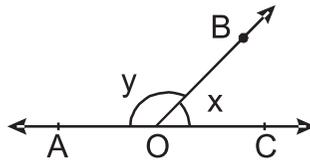
अध्याय 6

रेखाएँ एवं कोण

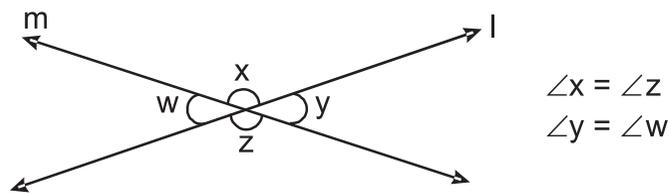
महत्वपूर्ण बिंदु

- रेखा बिन्दुओं का वह समूह है जिसकी केवल लम्बाई होती है तथा चौड़ाई और मोटाई नहीं होती है।
- रेखाखण्ड - एक रेखा का वह भाग जिसके दो अन्तः बिन्दु होते हैं।
- किरण - एक रेखा का वह भाग जिसका एक अन्तः बिन्दु होता है।
- संरेखीय बिन्दु - तीन और अधिक बिन्दु जो एक ही रेखा पर स्थित हों।
- कोण जब दो किरणें एक ही अंत बिन्दु से प्रारम्भ होती हैं तो एक कोण बनता है। कोण को बनाने वाली दोनों किरणें कोण की भुजाएँ कहलाती हैं और उभयनिष्ठ बिन्दु कोण का शीर्ष कहलाता है।
- न्यून कोण - एक कोण जिसका माप 0° और 90° के बीच होता है।
- समकोण - एक कोण जिसका माप 90° होता है।
- अधिक कोण - एक कोण जिसका माप 90° से अधिक पर 180° से कम होता है।
- ऋजु कोण - एक कोण जिसका माप 180° का होता है।
- प्रतिवर्ती कोण - एक कोण जिसका माप 180° से अधिक और 360° से कम होता है।
- पूरक कोण - कोणों का ऐसा युग्म जिनका योग 90° होता है।
- सम्पूरक कोण - कोणों का ऐसा युग्म जिनका योग 180° होता है।
- सम्पूर्ण कोण - एक कोण जिसका माप 360° होता है।
- आसन्न कोण - दो कोण आसन्न कोण होंगे यदि -
 - (1) उनका शीर्ष उभयनिष्ठ हो।
 - (2) एक भुजा उभयनिष्ठ हो
 - (3) उनकी वे भुजाएँ जो उभयनिष्ठ नहीं हैं, उभयनिष्ठ भुजा के विपरीत ओर स्थित हो।

- **कोणों का रैखिक युग्म** - आसन्न कोणों का युग्म जिनका योग 180° हो।
 $\angle AOB$ और $\angle COB$ रैखिक युग्म बनाते हैं।



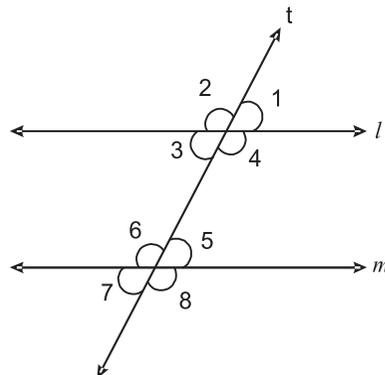
- **शीर्षाभिमुख कोण** - दो प्रतिच्छेदी रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु के अभिमुख बने कोण जैसे



- **प्रतिच्छेदी रेखाएं** - दो रेखाएं प्रतिच्छेदी रेखाएं कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत दूरी समान न हो। ये एक बिन्दु पर मिलती हैं।
- **अप्रतिच्छेदी रेखाएं** - दो रेखाएं अप्रतिच्छेदी रेखाएं कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत दूरी समान हो। ये अनिश्चित रूप से बढ़ाने पर भी नहीं काटती। यदि ये एक ही तल में हों तो ये **समांतर रेखाएं** कहलाती हैं।
- **तिर्यक रेखा** - चित्रानुसार $l \parallel m$ तथा t एक तिर्यक रेखा है।

a)

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \\ \angle 2 = \angle 4 \\ \angle 5 = \angle 7 \\ \angle 6 = \angle 8 \end{array} \right\} \text{शीर्षाभिमुख कोण}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } \angle 1 = \angle 5 \\ \angle 2 = \angle 6 \\ \angle 3 = \angle 7 \\ \angle 4 = \angle 8 \end{array} \right\} \text{(b) संगत कोण}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } \angle 3 = \angle 5 \\ \angle 4 = \angle 6 \end{array} \right\} \text{एकांतर अन्तः कोण}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ \\ \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \end{array} \right\} \text{तिर्यक रेखा के एक ही ओर के कोण संपूरक होते हैं।}$$

$\angle 3, \angle 6$ तथा $\angle 4, \angle 5$ सह-अन्त कोण हैं।

- एक त्रिभुज के सभी अन्तः कोणों का योग 180° होता है।
- किसी रेखा के समांतर अन्य दो रेखाएं परस्पर भी समांतर होती हैं।

भाग-अ

1. एक कोण जिसकी माप 180° से अधिक और 360° से कम हो-

a) अधिक कोण	b) सरल कोण
c) प्रतिवर्ती कोण	d) पूर्ण कोण
2. यदि तीन और अधिक बिन्दु एक सरल रेखा पर स्थित न हो तो उन बिन्दुओं को कहते हैं -

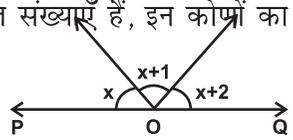
a) संकेंद्री बिन्दु	b) सरेखी बिन्दु
c) असरेखी बिन्दु	d) सलंगन बिन्दु
3. 110° का प्रतिवर्ती कोण -

a) 70°	b) 90°
c) 250°	d) 190°
4. यदि एक कोण अपने पूरक कोण के समान हो तो कोण का माप -

a) 90°	b) 0°
c) 48°	d) 45°

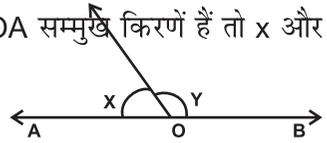
5. चित्र में, POQ एक सरल रेखा है। तीन सलंगन कोण क्रमागत संख्याएँ हैं, इन कोणों का माप-

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ | b) $59^\circ, 60^\circ, 61^\circ$ |
| c) $58^\circ, 60^\circ, 62^\circ$ | d) सभी सत्य हैं |



6. चित्र में, x का दो गुना y से 30° कम है और OB तथा OA सम्मुख किरणें हैं तो x और y का मान क्रमशः -

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $130^\circ, 50^\circ$ | b) $50^\circ, 130^\circ$ |
| c) $100^\circ, 80^\circ$ | d) $75^\circ, 105^\circ$ |

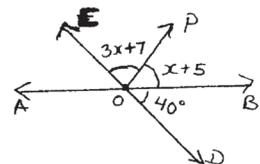


7. सम्पूरक कोणों के एक युग्म में एक कोण दूसरे कोण से 2° अधिक हैं, कोणों का माप-

a) $90^\circ, 90^\circ$	b) $88^\circ, 92^\circ$
c) $89^\circ, 91^\circ$	d) सभी सत्य हैं।

8. चित्र में, दो सरल रेखाएँ AB और CD बिन्दु O पर एक दूसरे को काटती हैं। OP एक किरण है। कोण $\angle AOD$ का माप

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 40° | b) 100° |
| c) 140° | d) 128° |



9. यदि सम्पूरक कोणों के युग्म में कोणों का अंतर 40° है तो कोणों की माप -

- a) $40^\circ, 140^\circ$ b) $80^\circ, 100^\circ$
 c) $110^\circ, 70^\circ$ d) $65^\circ, 115^\circ$

10. वह कोण जो अपने पूरक कोण से चार गुना अधिक है, का माप-

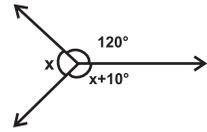
- a) 120° b) 144°
 c) 150° d) 100°

11. किसी त्रिभुज का बाह्य कोण 100° है तथा इसके दो दूरस्थ अन्तः कोण समान हों तो समान कोणों का माप-

- a) 40° b) 50°
 c) 80° d) 90°

12. चित्र में, x का मान -

- a) 230° b) 100°
 c) 120° d) 115°



13. सही विकल्प का चयन करें

सलंगन कोणों के युग्म में

- 1) उभयन्ष्टि शीर्ष होता है
- 2) एक उभयन्ष्टि भुजा होती है
- 3) उनकी वे भुजाएँ जो उभयन्ष्टि नहीं होती हैं, उभयनिष्ठ भुजा के विपरीत ओर स्थित होती हैं।
- 4) उनकी वे भुजाएँ जो उभयन्ष्टि नहीं होती हैं, उभयनिष्ठ भुजा के एक ही ओर स्थित होती हैं

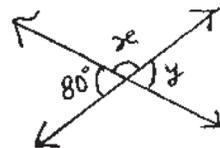
- a) (1) और (2)
 b) (1), (2) और (3)
 c) (2), (3) और (4)
 d) सभी आवश्यक हैं

14. कोण x तथा y रैखिक युग्म बनाते हैं और $x+2y=30^\circ$ तो y का मान -

- a) 70° b) 110°
 c) 210° d) 60°

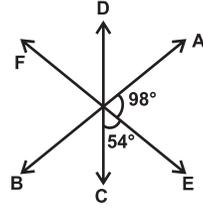
15. चित्र में x और y का मान क्रमशः -

- a) $80^\circ, 100^\circ$ b) $100^\circ, 80^\circ$
 c) $80^\circ, 80^\circ$ d) $100^\circ, 100^\circ$



16. चित्र में AB, CD और EF तीन प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं, तो $\angle AOF$ का मान-

- a) 98° b) 152°
c) 54° d) 82°

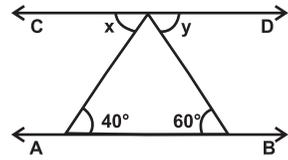


17. यदि $\angle ABC + \angle DEF = 180^\circ$ है, तो $\angle ABC$ और $\angle DEF$ का युग्म कैसा होगा

- a) सलंगन कोण b) पूरक कोण
c) सम्पूरक कोण d) शीर्षाभिमुख कोण

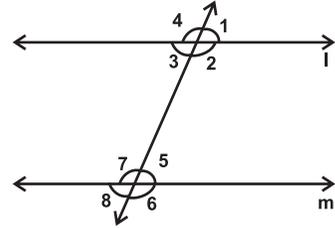
18. चित्र में, $AB \parallel CD$, तो $x + y =$

- a) 40° b) 60°
c) 100° d) 80°



19. चित्र को देखकर सही विकल्प का चयन कीजिए :

- (1) $\angle 1$ और $\angle 8$ एकांतर कोण हैं।
(2) $\angle 1$ और $\angle 7$ एकांतर कोण हैं,
(3) $\angle 3$ और $\angle 5$ एकांतर कोण हैं,
(4) $\angle 4$ और $\angle 8$ संगत कोण हैं,
(5) $\angle 2$ और $\angle 6$ संगत कोण नहीं हैं,
(6) $\angle 3$ और $\angle 8$ तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोण हैं।
a) (1), (3), (4) और (5) सही हैं।
b) (1), (2) और (3) सही हैं।
c) (2), (3), (4) और (6) सही हैं।
d) (2), (3), (4) और (5) सही हैं।

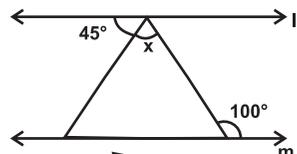


20. यदि दो समांतर रेखाएँ एक तिर्यक रेखा से काटी जाए तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोण होंगे।

- a) समान b) सलंगन
c) सम्पूरक d) पूरक

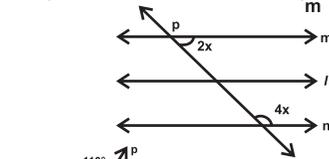
21. चित्र में, x का मान ($l \parallel m$)

- a) 65° b) 55°
 c) 100° d) 80°



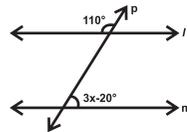
22. चित्र में, $l \parallel m$ और $l \parallel n$ हो तो x का मान

- a) 90° b) 45°
 c) 30° d) 60°



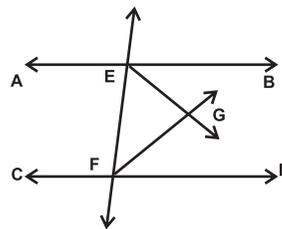
23. चित्र में, यदि $l \parallel m$ तो x का मान

- a) 30° b) 70°
 c) 43° d) 37°



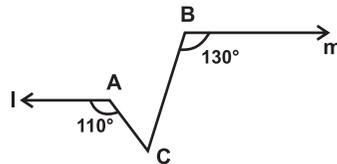
24. चित्र में, $AB \parallel CD$ है। EG और FG क्रमशः, $\angle BEF$ और $\angle DFE$ के समद्विभाजक हैं तो $m \angle FGE$

- a) 45° b) 90°
 c) 60° d) 100°



25. चित्र में, $l \parallel m$ और $\angle A = 110^\circ$ तथा $\angle B = 130^\circ$ तो $m \angle ACB =$

- a) 50° b) 60°
 c) 70° d) 120°

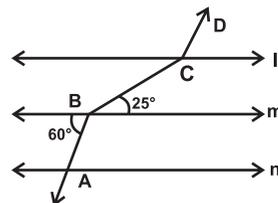


26. एक तिर्यक रेखा द्वारा दो समांतर रेखाओं के एक ही ओर बने अन्तः कोणों का अनुपात $2:3$ है, दोनों कोणों के माप में अंतर है -

- a) 36° b) 180°
 c) 72° d) 108°

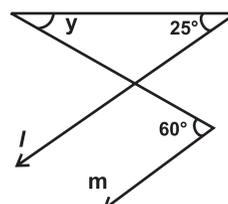
27. चित्र में, $l \parallel m \parallel n$ और $AB \parallel CD$, तो $\angle BCD$ का मान -

- a) 120° b) 145°
 c) 85° d) 60°



28. चित्र में, $l \parallel m$ तो y का मान

- a) 145° b) 120°
 c) 60° d) 35°

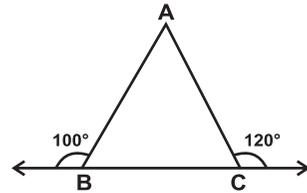


29. एक त्रिभुज का बाह्य कोण न्यून कोण है। कोणों के आधार पर त्रिभुज किस प्रकार का है:-

- | | |
|--------------|--------------|
| a) न्यून कोण | b) अधिक कोण |
| c) समकोण | d) विषम बाहु |

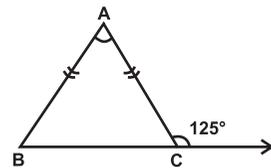
30. चित्र में, $m\angle A =$

- | | |
|---------------|----------------|
| a) 80° | b) 60° |
| c) 40° | d) 140° |



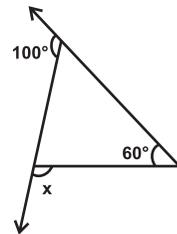
31. चित्र में, यदि $AB=AC$ तो $m\angle A =$

- | | |
|---------------|----------------|
| a) 55° | b) 75° |
| c) 70° | d) 110° |



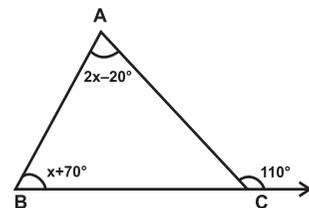
32. चित्र में, x का मान

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 100° | b) 140° |
| c) 60° | d) 20° |



33. चित्र में, $\angle B$ का माप

- | | |
|----------------|---------------|
| a) 90° | b) 20° |
| c) 110° | d) 70° |



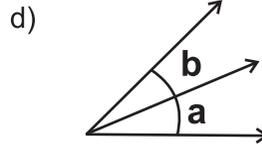
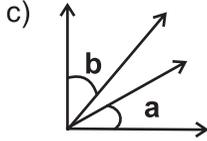
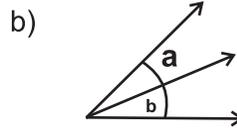
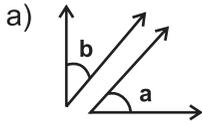
34. त्रिभुज का एक कोण 120° का है तो शेष दो कोणों के अन्तः समद्विभाजकों के बीच बने कोण का माप होगा।

- | | |
|----------------|---------------|
| a) 90° | b) 30° |
| c) 150° | d) 60° |

35. त्रिभुज का एक कोण 62° का है तो शेष दो कोणों के बाह्य समद्विभाजकों के बीच बने कोण का माप- होगा।

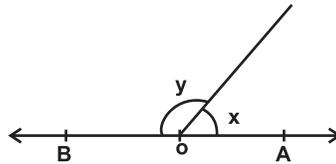
- | | | | |
|---------------|---------------|----------------|----------------|
| a) 31° | b) 59° | c) 121° | d) 118° |
|---------------|---------------|----------------|----------------|

36. यदि a और b सलंगन कोणों का एक युग्म हैं तो निम्न में से कौन सा चित्र सही है।

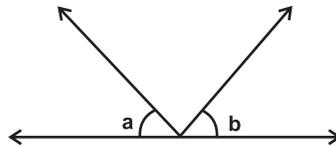


रिक्त स्थान भरिये :-

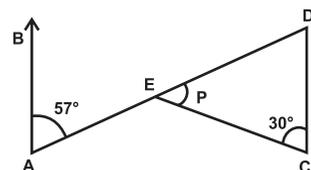
37. दो रेखाएं जो एक ही रेखा के लम्ब वत् हैं, परस्पर एक दूसरे के होगी।
 38. दो रेखाएं जो एक ही रेखा के समांतर हैं, परस्पर एक दूसरे के होंगी।
 39. यदि रैखिक युग्म का एक कोण न्यून कोण है तो दूसरा कोण होगा।
 40. यदि दो सलंगन कोणों का योग 180° हैं तो दोनों कोणों की वे भुजाएँ जो है, सम्मुख भुजाएँ होगी।
 41. चित्र में, यदि OB और OA दो सम्मुख किरणें हैं तो $x+y$ का मान होगा।



42. चित्र में, AB एक सरल रेखा है तो $(a+b)$ का मान होगा।



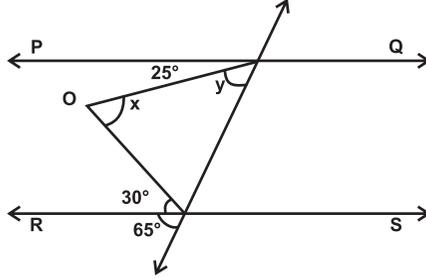
43. यदि $(30-x)^\circ$ और $(125+2x)^\circ$ एक दूसरे के सम्पूरक कोण हैं तो x का मान होगा।
 44. दो प्रतिच्छेदी रेखाओं से बने कोणों में से एक कोण समकोण है तो रेखाएँ एक दूसरे पर होंगी।
 45. चित्र में, यदि $AB \parallel CD$ तो p का मान होगा।



46. त्रिभुज का बाह्य कोण सदैव प्रत्येक अन्तः दूरस्थ कोणों से होगा।

खण्ड - ब

47. संलग्न चित्र में $PQ \parallel RS$ तथा y का मान ज्ञात कीजिए।

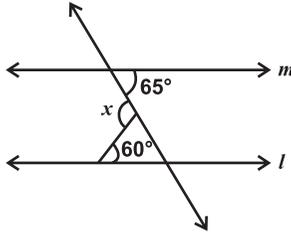


48. पाँच मित्रों ने कुछ धन जमा करके पिज्जा खरीदा। वे सभी इसे बराबर बाँटना चाहते थे। परन्तु उनमें से एक मित्र को बहुत भूख लगी होने के कारण दुगुना दिया गया। प्रत्येक को मिले पिज्जा के भाग का कोण ज्ञात कीजिए।

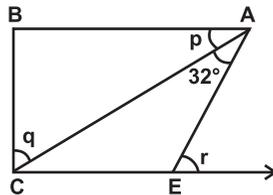
49. एक त्रिभुज ABC के $\angle B$ और $\angle C$ के बाह्य समद्विभाजक BO और CO परस्पर बिन्दु O पर काटते हैं। यदि $\angle A = 60^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC$ को ज्ञात कीजिए।

50. प्र.स. 49, में यदि $\angle B$ और $\angle C$ के अन्तः समद्विभाजक परस्पर बिन्दु P पर काटते हों तो सिद्ध कीजिए $\angle PBO = 90^\circ$ और $\angle BOC + \angle BPC = 180^\circ$

51. दिए गए चित्र में यदि $l \parallel m$ तथा "n" तिर्यक रेखा हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

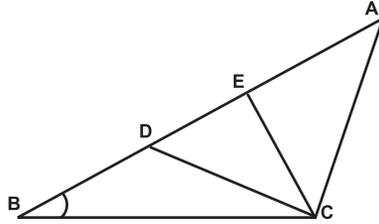


52. यदि $p:q = 11:19$, $AB \parallel CE$ तो p, q और r के मान क्या होंगे?

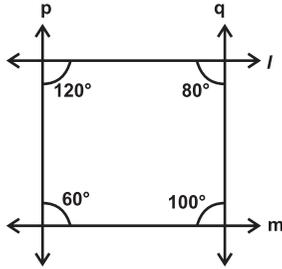


53. सिद्ध कीजिए कि शीर्षाभिमुख कोण समान होते हैं।

54. चित्र में, CD $\angle ECB$ का समद्विभाजक है। और $\angle B = \angle ACE$, तो सिद्ध कीजिये
 $\angle ADC = \angle ACD$



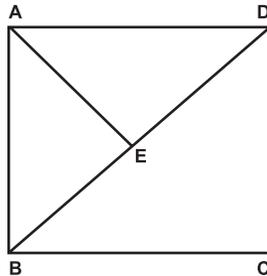
55. चित्र में, रेखाओं का कौन सा युग्म समांतर है। कारण सहित बताइये?



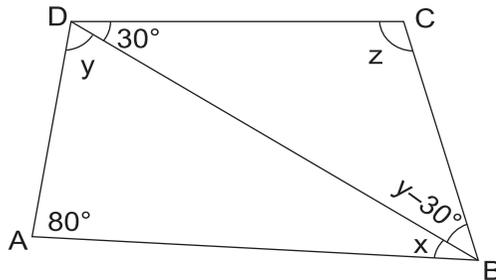
56. किसी त्रिभुज के कोण $(x-40^\circ)$, $(x-20^\circ)$ तथा $(\frac{x}{2}-10^\circ)$ हैं।

x का मान और तीनों कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

57. चित्र में, यदि $\angle AED = \angle BDC + \angle BAE$ तो सिद्ध कीजिए $AB \parallel CD$



58. चित्र में, यदि $AB \parallel DC$, $\angle BDC = 30^\circ$ तथा $\angle BAD = 80^\circ$ हो तो x, y और z का मान ज्ञात कीजिए।



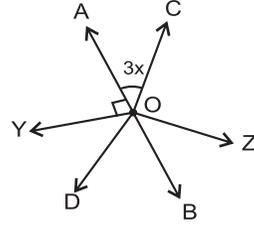
खण्ड-स

59. यदि दो प्रतिच्छेदी रेखाओं द्वारा बनाये गये कोणों में से एक कोण समकोण है, तो सिद्ध कीजिये कि शेष तीनों कोण भी समकोण हैं।

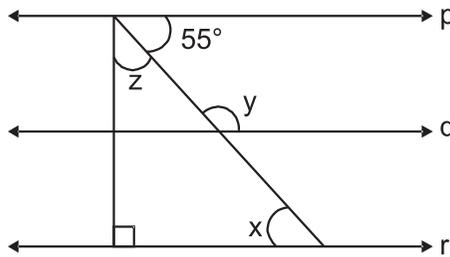
60. AB तथा CD दो प्रतिच्छेदी रेखायें हैं।

$\angle BOY$ का समद्विभाजक OD है।

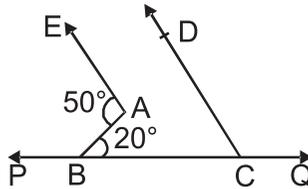
x का मान ज्ञात कीजिए।



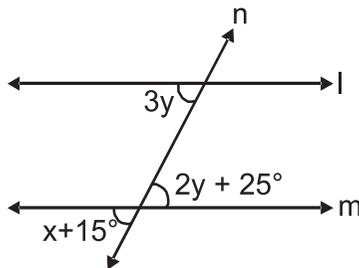
61. यदि $p \parallel q \parallel r$, तो चित्र में x, y और z के मान ज्ञात कीजिए।



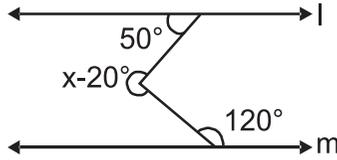
62. यदि $AE \parallel CD$, तो $\angle DCB$ का मान ज्ञात कीजिए।



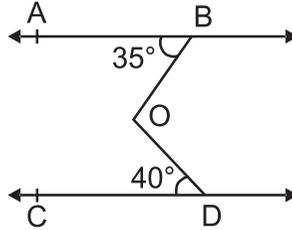
63. चित्र में $l \parallel m$ और n तिर्यक रेखा है तो x का मान क्या होगा?



64. x के किस मान के लिए $l \parallel m$ होगी?



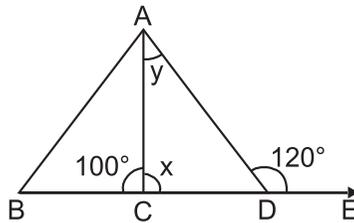
65. यदि $AB \parallel CD$ है तो प्रतिवर्ती कोण BOD का मान ज्ञात कीजिए?



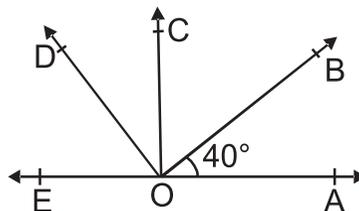
66. यदि किसी त्रिभुज के कोण $5 : 3 : 7$ में हो तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज एक न्यून कोण त्रिभुज है।

67. यदि दो रेखाएं अन्य दो समान्तर रेखाओं पर लम्ब है तो दिखाइए कि वे रेखाएं आपस में एक दूसरे के समान्तर है।

68. जैसा कि चित्र में दिखाया गया है कि $\angle ACB = 100^\circ$ तथा $\angle ADE = 120^\circ$ है। x तथा y के मान ज्ञात कीजिये।



69. चित्र अनुसार यदि $\angle DOB = 85^\circ$, तथा $\angle COA = 85^\circ$, $\angle BOA = 40^\circ$, तो $\angle COB$ तथा $\angle DOC$ का मान ज्ञात कीजिए।



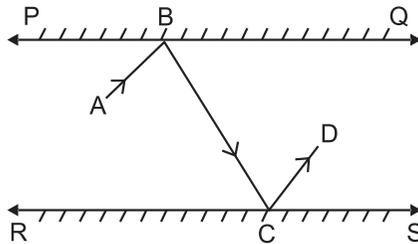
70. सिद्ध कीजिए कि एक रैखिक युग्म बनाने वाले कोणों के अर्धक समकोण पर होते हैं।
71. यदि दो पूरक कोण इस प्रकार हैं कि एक कोण के माप का दो गुना दूसरे कोण के माप के तीन गुने के बराबर है तो बड़े कोण की माप ज्ञात कीजिए।
72. सिद्ध कीजिये कि किसी भी त्रिभुज के सभी बाह्य कोणों का योग 360° होता है।
73. यदि किसी त्रिभुज PQR में $\angle Q$ तथा $\angle R$ के अन्तः अर्धक एक दूसरे को S पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिये कि

$$\angle QSR = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P$$

74. दर्शाइए कि यदि किसी त्रिभुज के दो कोणों का योग तीसरे कोण के समान हो तो वह त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगा।

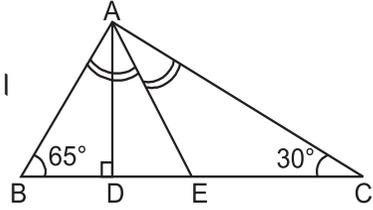
खण्ड द

75. यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को काटती है तो सिद्ध कीजिये कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोणों के अर्धक समकोण पर मिलते हैं।
76. चित्र में PQ और RS दो समान्तर दर्पण हैं। आपतित किरण AB, दर्पण PQ को B पर काटती है। परावर्तित किरण BC जाते हुए दर्पण RS को C पर काटती हुई, CD की तरफ जाएगी। सिद्ध कीजिए $AB \parallel CD$



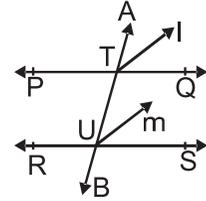
77. चित्र में AE , $\angle A$ का समद्विभाजक है।

$AD \perp BC$, $\angle EAD$ का मान ज्ञात कीजिये।



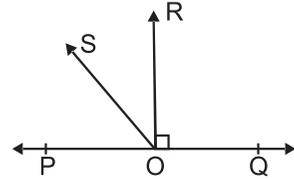
78. सिद्ध कीजिये कि एक तिर्यक रेखा द्वारा दो समान्तर रेखाओं के दोनों ओर बने अन्तः कोणों के अर्धको से बना चतुर्भुज, आयत है।

79. चित्र में $l \parallel m$ है। l और m $\angle ATQ$ और $\angle TUS$ के समद्विभाजक हैं। सिद्ध कीजिये $PQ \parallel RS$.

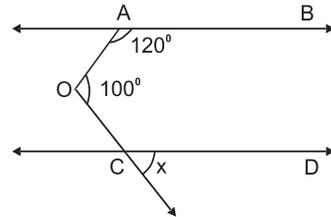


80. POQ एक सीधी रेखा है, $RO \perp PQ$, SO एक किरण है। सिद्ध कीजिये

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$



81. यदि $AB \parallel CD$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिये।

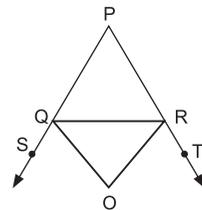


82. $\triangle PQR$ में भुजाओं PQ तथा PR को S तथा T तक बढ़ाया गया।

$\angle RQS$ तथा $\angle QRT$ के समद्विभाजक

क्रमशः QO तथा RO हैं। दर्शाइए

$$2\angle QOR = \angle PQR + \angle QRP$$



अध्याय - 6 रेखाएं और कोण उत्तर

1. (c) प्रतिवर्ती कोण
2. (c) असरेखीय बिन्दू
3. (c) 250°
4. (d) 45°
5. (b) $59^\circ, 60^\circ, 61^\circ$
6. (b) $50^\circ, 130^\circ$
7. (c) $89^\circ, 91^\circ$
8. (c) 140°
9. (c) $110^\circ, 70^\circ$
10. (c) 150°
11. (b) 50°
12. (d) 115°
13. (b) (i), (ii) & (iii)
14. (a) 70°
15. (b) $100^\circ, 80^\circ$
16. (d) 82°
17. (c) सम्पूरक कोण
18. (c) 100°
19. (c) (ii), (iii), (iv), और (vi) सही है
20. (c) सम्पूरक
21. (b) 55°
22. (c) 30°
23. (a) 30°
24. (b) 90°
25. (b) 60°
26. (a) 36°
27. (b) 145°
28. (d) 35°
29. (b) अधिक कोण
30. (c) 40°

31. (c) 70°
32. (b) 140°
33. (a) 90°
34. (a) 90°
35. (b) 59°
36. (d)
37. समांतर
38. समांतर
39. अधिक कोण
40. उभयनिष्ठ नहीं
41. 180°
42. 90°
43. 25°
44. लम्बवत
45. 93°
46. बढ़ा
47. $x = 55^\circ, y = 40^\circ$
48. 4 मित्र = 60° प्रत्येक, 1 मित्र = 120°
49. 60°
51. 125°
52. $33^\circ, 57^\circ, 65^\circ$
53. $l \parallel m$
56. $x = 100^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 40^\circ$
58. $x = 30^\circ, y = 70^\circ, z = 110^\circ$
60. $x = 15^\circ$
61. $x = 55^\circ, y = 125^\circ, z = 35^\circ$
62. 30°
63. 60°
64. 270°
65. 285°
68. $80^\circ, 40^\circ$
69. $45^\circ, 40^\circ$
71. 54°
77. 17.5°
81. 40°

अभ्यास परीक्षा

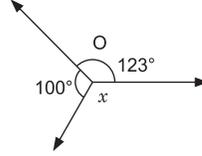
रेखाएं एवं कोण

समय : 50 मिनट

M.M. 20

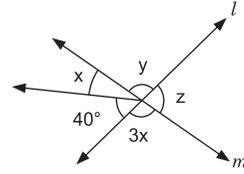
- यदि $\angle ABC = 142^\circ$, प्रतिवर्ती $\angle ABC$. ज्ञात कीजिए। (1)
- यदि रैखिक युग्म में एक कोण न्यून कोण है तो दूसरा कोण किस प्रकार का होगा? (1)

- दिए गए चित्र में x का मान ज्ञात कीजिए।

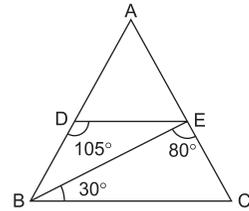


- यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करती है तो इस प्रकार बनने वाले कोणों में जो कोण समान है, उनके नाम लिखिए। (2)
- $\triangle ABC$, में, $\angle A + \angle B = 125^\circ$ और $\angle B + \angle C = 150^\circ$. $\triangle ABC$ के सभी कोण ज्ञात कीजिए। (3)

- दिए गए चित्र में l तथा m प्रतिच्छेदी रेखाएं हैं। x , y तथा z के मान ज्ञात कीजिए।



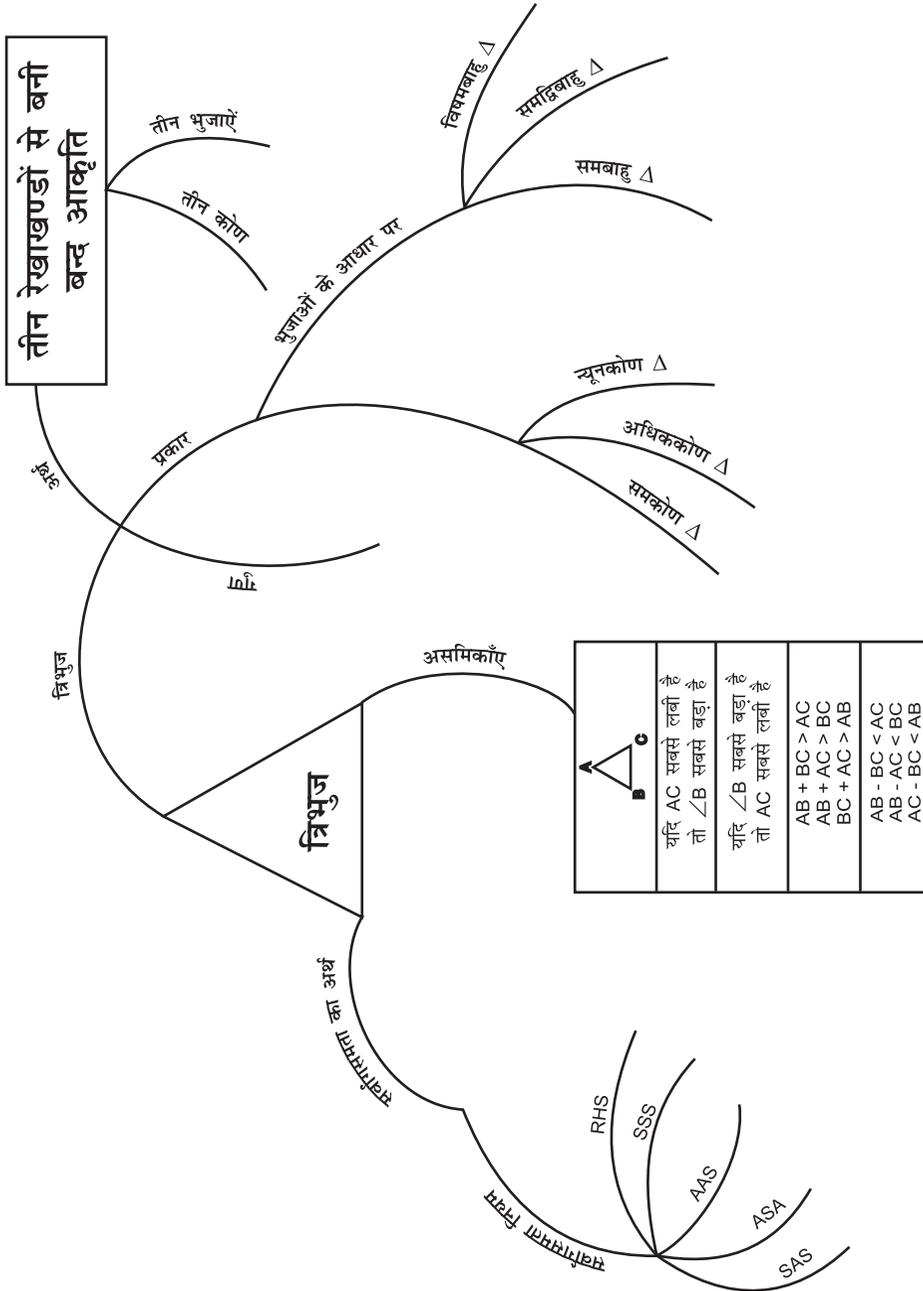
- सिद्ध कीजिए कि दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करने वाली तिर्यक रेखा के दोनों ओर के अंत कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं। (4)
- $\triangle ABC$ में $DE \parallel BC$, $\angle A$ ज्ञात कीजिए। (4)



अध्याय 7

त्रिभुज

माइंड मैप



अध्याय 7

त्रिभुज

महत्वपूर्ण बिंदु

- दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि उनका एक ही आकार और एक ही माप हो।
- दो समतल आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं यदि प्रत्येक को दूसरी आकृति पर रखने पर वह उसको पूरी तरह ढक लेती है।
- दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई समान हो।
- समान माप वाले दो कोण सर्वांगसम होते हैं।
- समान त्रिज्याओं वाले दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं।
- समान भुजाओं वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।
- दो आयत सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई और चौड़ाई की माप समान हो।
- यदि त्रिभुज ABC और DEF संगतता $A \longleftrightarrow D$, $B \longleftrightarrow E$ and $C \longleftrightarrow F$, के अंतर्गत सर्वांगसम हों, तो उन्हें सांकेतिक रूप में $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ लिखते हैं।
- त्रिभुजों की सर्वासमता के नियम:-
 - (a) **भुजा-कोण-भुजा (SAS) सर्वांगसमता नियम** : यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण, दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
 - (b) **कोण-भुजा-कोण (ASA) सर्वांगसमता नियम** : यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

(c) **भुजा-भुजा-भुजा (SSS) सर्वांगसमता नियम** : यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

(d) **समकोण-कर्ण-भुजा (RHS) सर्वांगसमता नियम** : यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

- त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
- त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।
- किसी त्रिभुज में लंबी (बड़ी) भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है।
- किसी त्रिभुज में बड़े कोण की सम्मुख भुजा लंबी (बड़ी) होती है।
- किसी त्रिभुज में किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।
- किसी त्रिभुज में किन्हीं दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से कम होता है।

खण्ड अ

1. निम्न में से कौन सा त्रिभुजों की सर्वांगसमता नियम नहीं है?
 - a) SSS
 - b) RHS
 - c) AAA
 - d) SAS
2. यदि $AB \cong CD$ तब
 - a) $AB < CD$
 - b) $AB + CD = 0$
 - c) $AB = CD$
 - d) $AB > CD$
3. यदि $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ तब
 - a) $AB = DE$
 - b) $BC = DF$
 - c) $FE = CB$
 - d) $AB = DF$
4. यदि किसी त्रिभुज का एक कोण अन्य दो कोणों के योग के बराबर है तो त्रिभुज है
 - a) एक समबाहु त्रिभुज
 - b) एक समद्विबाहु त्रिभुज
 - c) एक अधिककोण त्रिभुज
 - d) एक समकोण त्रिभुज
5. यदि $AB=QR$, $BC=PR$ और $CA=PQ$, तब
 - a) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$
 - b) $\triangle CBA \cong \triangle PRQ$
 - c) $\triangle BAC \cong \triangle RPQ$
 - d) $\triangle PQR \cong \triangle BCA$
6. त्रिभुजों ABC और DFE में, $AB=FD$ तथा $\angle A = \angle D$ है। दोनों त्रिभुज SAS अभिगृहीत से सर्वांगसम होंगे, यदि
 - a) $BC = EF$
 - b) $AC = DE$
 - c) $AC = EF$
 - d) $BC = DE$
7. यदि $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ है तथा $AB=5\text{cm}$, $\angle B = 40^\circ$ और $\angle A = 80^\circ$ तब निम्नलिखित में से कौन सत्य है ?
 - a) $DF = 5\text{cm}$, $\angle F = 60^\circ$
 - b) $DF = 5\text{cm}$, $\angle E = 60^\circ$
 - c) $DF = 5\text{cm}$, $\angle C = 60^\circ$
 - d) दोनों (b) और (c)

8. $\triangle ABC$ में, $AB=AC$, $\angle B = 40^\circ$ है, तब $\angle C$ बराबर है
- | | |
|---------------|----------------|
| a) 50° | b) 40° |
| c) 80° | d) 140° |
9. $\triangle ABC$ में, $AB=AC$, $\angle B = 40^\circ$ है, तब $\angle A$ बराबर है
- | | |
|----------------|----------------|
| a) 70° | b) 40° |
| c) 140° | d) 100° |
10. समकोण $\triangle ABC$ में, $AB = BC$ है, तब $\angle A$ बराबर है
- | | |
|---------------|----------------------|
| a) 40° | b) 90° |
| c) 60° | d) इनमें से कोई नहीं |
11. $\triangle PQR$ में, $\angle R = \angle P$, $QR = 4\text{cm}$ तथा $PR=5\text{cm}$ है, तब $PQ = \underline{\hspace{2cm}}$
- | | |
|--------|--------|
| a) 4cm | b) 5cm |
| c) 1cm | d) 9cm |
12. यदि किसी त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाइयाँ a , b तथा c हैं तब
- | | |
|----------------|----------------|
| a) $a - b > c$ | b) $a + b < c$ |
| c) $c = a + b$ | d) $c < a + b$ |
13. एक त्रिभुज की रचना करना संभव नहीं है जब इसकी भुजाओं की लम्बाइयाँ हैं
- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) 3cm, 4cm, 5cm | b) 3cm, 5cm, 5cm |
| c) 5.3cm, 2.2cm, 3.1cm | d) 9.3cm, 5.2cm, 7.4cm |
14. $\triangle ABC$ में, $\angle B = 90^\circ$ है तो
- | | |
|--------------|--------------|
| a) $AC = AB$ | b) $AC < AB$ |
| c) $AC < BC$ | d) $AC > AB$ |
15. यदि $\triangle ABC$, C पर अधिक कोण है, तब
- | | |
|--------------|--------------|
| a) $AB > BC$ | b) $AB = BC$ |
| c) $AB < BC$ | d) $AC > AB$ |
16. $\triangle PQR$, में यदि $\angle R > \angle Q$, है, तब
- | | |
|--------------|--------------|
| a) $QR > PR$ | b) $PQ > PR$ |
| c) $PQ < PR$ | d) $QR < PR$ |

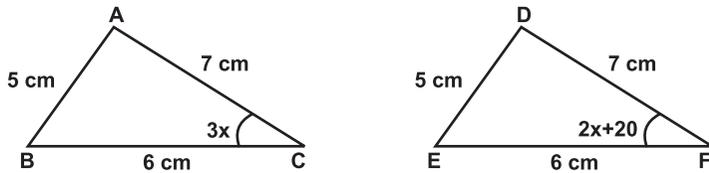
17. यदि $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ में, $AB=QP$, $\angle B = \angle P$, $BC = PR$ है, तब निम्नलिखित में से कौन सी सर्वांगसमता कसौटी लागू होती है?

- a) SAS b) ASA
c) SSS d) RHS

18. यदि $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ में $\angle A = \angle F$, $\angle B = \angle D$, $AB = FD$ है, तब निम्नलिखित में से कौन सी सर्वांगसमता कसौटी लागू होती है?

- a) SAS b) ASA
c) SSS d) RHS

19.



दी गई आकृति में, x का मान है

- a) 4 b) 32
c) 20 d) 180

20. यदि $\triangle PQR \cong \triangle LMN$ तब $NL =$ _____

- a) PQ b) QR
c) RP d) इनमें से कोई नहीं

21. यदि $\triangle CAB \cong \triangle MLK$ तब $\angle K =$ _____

- a) $\angle A$ b) $\angle B$
c) $\angle C$ d) इनमें से कोई नहीं

22. $\triangle ABC$ में, $\angle C$ सबसे बड़ा कोण है, तब

- a) $AC > AB$ b) $AB > AC$
c) $AB > BC$ d) दोनों (b) और (c)

23. $\triangle ABC$ के लिए, निम्नलिखित में कौन-सा असत्य है ?

- a) $(BC - AB) < AC$ b) $(AC - BC) < AB$
c) $(AC - AB) < BC$ d) इनमें से कोई नहीं

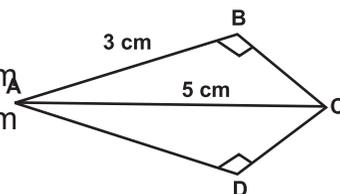
24. यदि $\triangle ABC \cong \triangle ACB$, तब

- a) $AB = AC$ b) $AB = BC$
c) $AC = BC$ d) इनमें से कोई नहीं

25. दी गई आकृति में, AC कोण $\angle BAD$, का समद्विभाजक है। यदि $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm, then $AD =$ _____

- a) 2 cm
c) 3 cm

- b) 5 cm
d) 8 cm



रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।

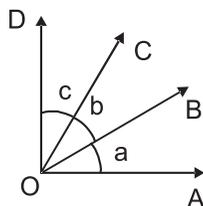
26. दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं यदि वे आकार और समान ...
..... की हैं।
27. दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी त्रिज्याओं की माप हो।
28. दो समबाहु त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी भुजाएँ माप की हों।
29. दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी भुजाओं की लंबाईयाँ हों।
30. किसी त्रिभुज में, उसकी किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से
..... होता है।
31. किसी त्रिभुज में, उसकी किन्हीं दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से
..... होता है।
32. किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण भुजा होती है।
33. यदि किसी त्रिभुज में दो कोण असमान हैं तो छोटे कोण की सम्मुख भुजा
..... होती है।
34. यदि किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ असमान हैं तो लम्बी भुजा के सामने का
कोण होता है।
35. एक त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ होती है।

बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य ।

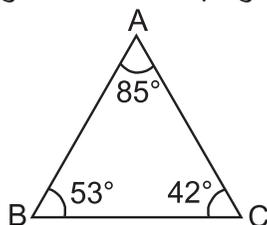
36. एक त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है।
37. यदि एक त्रिभुज के तीनों कोण एक अन्य त्रिभुज के तीनों कोणों के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
38. किसी त्रिभुज में, सबसे छोटी भुजा के सामने का कोण सबसे छोटा होता है।

39. त्रिभुजों की सर्वांगसमता को सांकेतिक रूप में लिखने के लिए यह आवश्यक है कि उनके शीर्षों की संगतता की सही तरीके से लिखा जाए।
40. एक रेखा पर एक दिए हुए बिन्दु से, जो उस रेखा पर स्थित नहीं है, जितने रेखाखण्ड खींचे जा सकते हैं उनमें लम्ब रेखाखण्ड सबसे छोटा होता है।
41. यदि $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ तब
- (i) $AB =$ _____ (ii) $BC =$ _____
- (iii) $CA =$ _____ (iv) $\angle E =$ _____
- (v) $\angle EDF =$ _____ (vi) $\angle BCA =$ _____
42. वृत्त $O_1 \cong$ वृत्त O_2 यदि वृत्त O_1 की त्रिज्या 6 cm है तो वृत्त O_2 का व्यास _____ होगा।

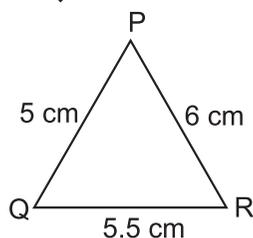
43. दी गई आकृति में यदि $a=b=c$ हो तो $\angle AOC \cong$



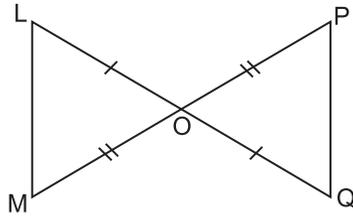
44. दी गई आकृति में त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा बताइये।



45. त्रिभुज $\triangle PQR$ में सबसे बड़ा कोण बताइये।



46. दी गई आकृति में दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हो तो इसमें लगने वाला सर्वांगसमता का नियम बताइये।

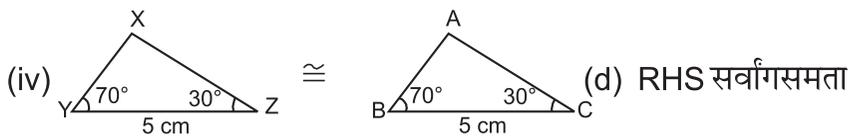
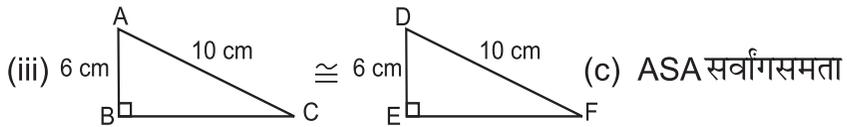
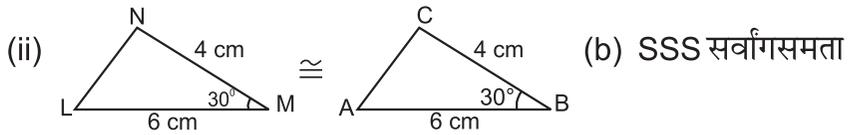
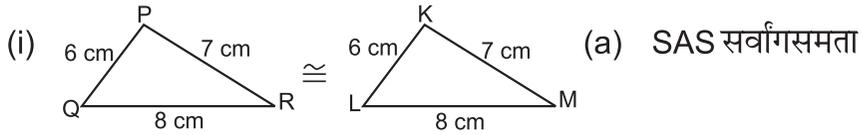


खण्ड (ब)

47. मिलान कीजिए:

कालम (अ)

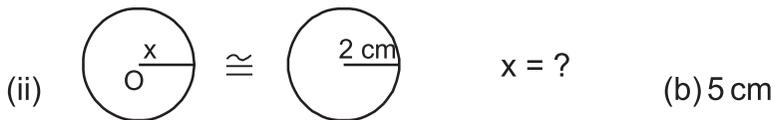
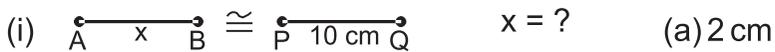
कालम (ब)

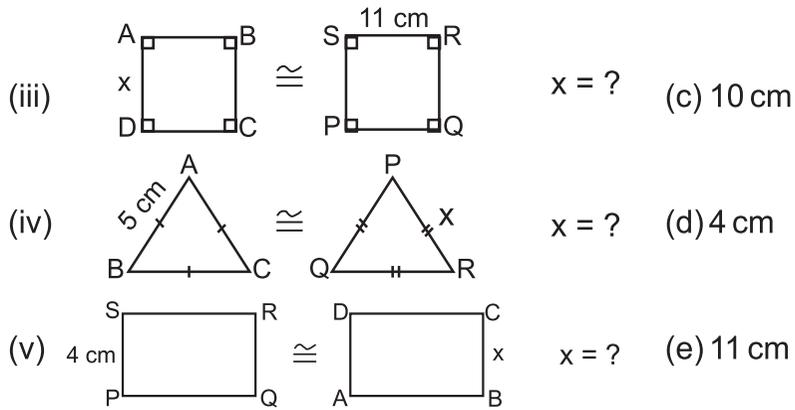


48. मिलान कीजिए:

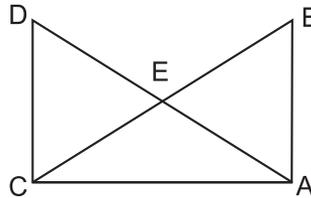
कालम (अ)

कालम (ब)

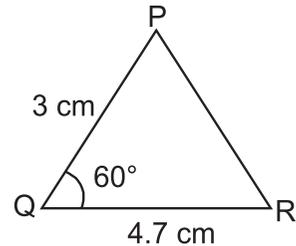
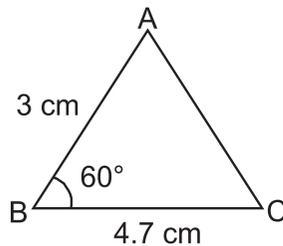




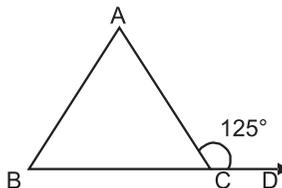
49. दी गई आकृति में यदि $AB = CD, AD = BC$ है तो सिद्ध कीजिए $\triangle ADC \cong \triangle CBA$



50. यदि $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है और $AB = AC$ तो सिद्ध कीजिए कि A से BC पर खींचा गया लम्ब AD, BC को समद्विभाजित करता है।
51. दी गई आकृति में दोनों त्रिभुज सर्वांगसमता के किस नियम को संतुष्ट करते हैं?

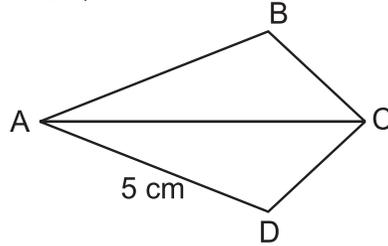


52. यदि $\triangle PQR$ में $\angle P = 110^\circ$ और $PQ = PR$. तो $\angle Q$ और $\angle R$ ज्ञात कीजिए।
53. दी गई आकृति में, यदि $AB = AC$ और $\angle ACD = 125^\circ$. तो $\angle A$ ज्ञात कीजिये।



54. यदि $\triangle ABC$, में $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 75^\circ$ है तो त्रिभुज की सबसे बड़ी व छोटी भुजा ज्ञात कीजिए।

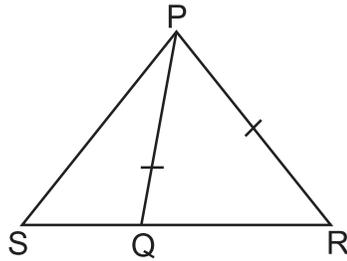
55. दी गई आकृति में, AC समद्विभाजित करता है $\angle A$ और $\angle C$ को तथा $AD = 5 \text{ cm}$ है तो AB ज्ञात कीजिये।



56. एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण 80° है तो आधार कोणों को ज्ञात कीजिए।

खण्ड-स

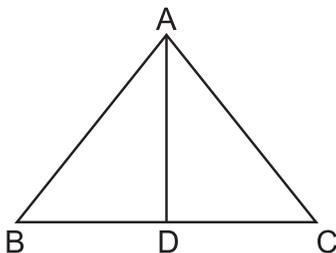
57. दी गई आकृति में $\triangle PSR$ की भुजा SR पर बिन्दु Q इस प्रकार है कि $PQ = PR$ सिद्ध कीजिए कि $PS > PQ$.



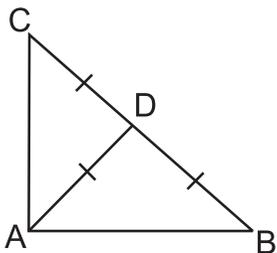
58. ABC एक त्रिभुज है जिसमें भुजा BC का मध्य बिन्दु D है। D से AB और AC पर खीचे गए लम्बों की लम्बाइयां समान है तो सिद्ध कीजिए कि यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

59. सिद्ध कीजिए कि समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।

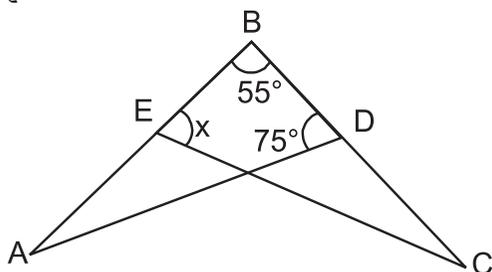
60. दी गई आकृति में, $AC > AB$ और AD कोण $\angle BAC$ का समद्विभाजक है। सिद्ध कीजिए कि $\angle ADC > \angle ADB$.



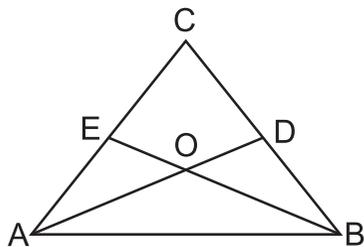
61. बिंदु S , $\triangle PQR$ के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि $SQ + SR < PQ + PR$.
62. दी गई आकृति में, यदि $AD = BD = CD$ तो $\angle BAC$ का मान ज्ञात कीजिये।



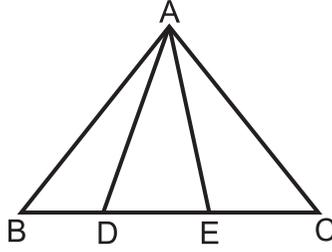
63. दी गई आकृति में, यदि $AB = BC$ and $\angle A = \angle C$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



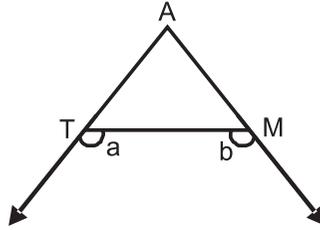
64. दी गई आकृति में, यदि $\angle ABC = \angle BAC$, D और E भुजा BC तथा भुजा AC पर कोई बिन्दु है। जहाँ $DB = AE$, यदि AD और BE एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। तो $OA = OB$ सिद्ध कीजिये।



65. दी गई आकृति में $AB = AC$, $\angle BAD = \angle CAE$ है तो सिद्ध कीजिये $\triangle ADE$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



66. यदि $\triangle DEF$ में $\angle E = 2\angle F$ है तथा DM , $\angle EDF$ का अर्द्धक है जो कि EF को M पर काटती है। यदि $DM = MF$ तो सिद्ध कीजिए कि $\angle EDF = 72^\circ$.
67. सिद्ध कीजिये की समबाहु त्रिभुज के तीनों कोण 60° के होते हैं।
68. दी गई आकृति में $\angle a > \angle b$, तो दर्शाइये कि $\angle ATM < \angle AMT$



खण्ड द

69. $\triangle ABC$ के शीर्षलम्ब AF , BD और CE की लम्बाइयाँ समान हैं। सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है।
70. सिद्ध कीजिए कि दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज के दो कोण ओर अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर है।
71. बिन्दु O , $\triangle ABC$ के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि

$$(OA + OB + OC) > \frac{1}{2} (AB + BC + CA)$$

72. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज का परिमाप उसके शीर्षलंबों की लंबाईयों के योग से बड़ा होता है।

73. $\triangle ABC$ की भुजाएं AB, BC और माध्यिका AM, $\triangle PQR$ की भुजाओं PQ, QR और माध्यिका PN के क्रमशः समान हैं। सिद्ध कीजिए

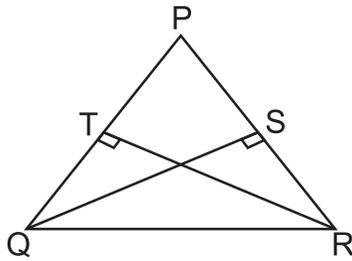
i) $\triangle ABM \cong \triangle PQN$

ii) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

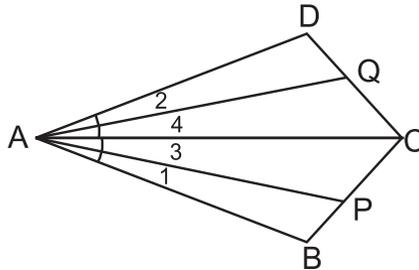
74. दी गई आकृति में, PQR की भुजाओं PR और PQ पर क्रमशः डाले गए शीर्षलंबों QS और RT की लंबाईयाँ बराबर हैं सिद्ध कीजिए

(i) $\triangle PQS \cong \triangle PRT$

(ii) PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

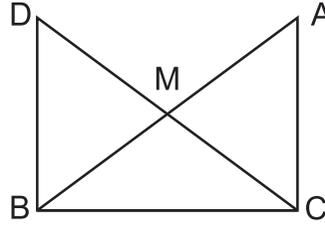


75. दी गई आकृति में, $AB = AD$, $\angle 1 = \angle 2$ and $\angle 3 = \angle 4$ हैं। सिद्ध कीजिए कि $AP = AQ$.



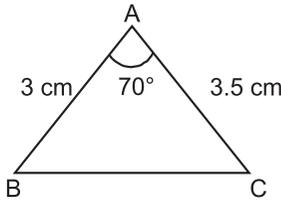
76. दी गई आकृति में, एक समकोण $\triangle ABC$ में जिसमें कोण C समकोण है, M कर्ण AB का मध्य बिंदु है। C को M से मिलाकर D तक इस प्रकार

बढ़ाया गया है कि $DM = CM$ हो। बिन्दु D को बिन्दु B से मिला दिया जाता है। दर्शाइये कि, $CM = \frac{1}{2} AB$

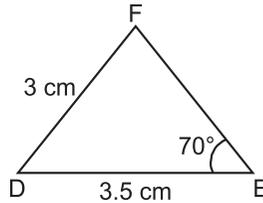


77. सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योगफल उसकी तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

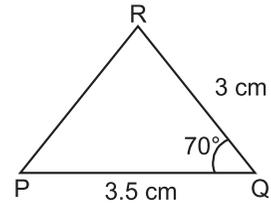
78. वन्दना अपने पास की बस्ती में रहने वाले गरीब बच्चों को शिक्षित करना चाहती है। उसने निम्न चित्रानुसार बच्चों के लिए फ्लैश-कार्ड तैयार किये।



(i)



(ii)



(iii)

(a) कौन से दो फ्लैश कार्ड सर्वांगसम हैं?

(b) यहाँ सर्वांगसमता की कौन सी कसौटी सत्य है?

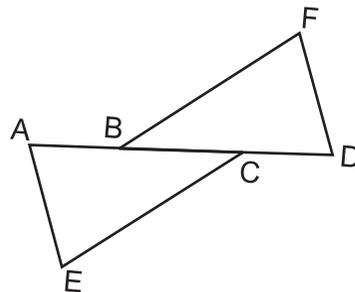
(c) सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग के द्वारा त्रिभुजों की कौन-सी तीसरी भुजा समान होगी?

79. सिद्ध कीजिए की एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग उसकी तीसरी भुजा पर खींची गई माध्यिका के दुगुने से भी बड़ा होता है।

80. दी गई आकृति में, $AB = CD$, $CE = BF$ और $\angle ACE = \angle DBF$ है सिद्ध कीजिए।

i) $\triangle ACE \cong \triangle DBF$

ii) $AE = DF$



अध्याय 7
त्रिभुज
उत्तर

1. c
2. c
3. c
4. d
5. b
6. b
7. d
8. b
9. a
10. a
11. a
12. d
13. c
14. d
15. a
16. b
17. a
18. b
19. c
20. c
21. b
22. d
23. d
24. a
25. c
26. समान, माप
27. बराबर
28. बराबर
29. बराबर
30. बढ़ा
31. कम
32. सबसे लंबी
33. छोटी
34. बढ़ा
35. बराबर
36. सत्य
37. असत्य
38. सत्य
39. सत्य
40. सत्य
41. i) DE ii) EF
 iii) FD iv) $\angle B$
 v) $\angle BAC$ vi) $\angle EFD$

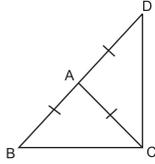
42. 12cm
43. $\angle BOD$
44. BC
45. $\angle Q$
46. $\triangle LOM \cong \triangle QOP$
47. i) b ii) a
 iii) d iv) c
48. i) c ii) a
 iii) e iv) b
 v) d
51. SAS
52. $\angle Q = \angle R = 35^\circ$
53. $\angle A = 70^\circ$
54. सबसे छोटी भुजा = AB
 सबसे लम्बी भुजा = AC
55. AB = 5cm
56. $50^\circ, 50^\circ$
62. $\angle BAC = 90^\circ$
78. a) (i) और (iii)
 b) $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ (SAS सर्वांगसमता)
 c) BC = PR

अभ्यास परीक्षा त्रिभुज

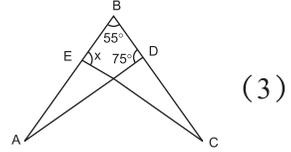
समय : 50 मिनट

M.M. 20

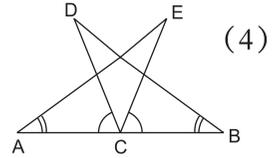
1. समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप बताइए। (1)
2. निम्नलिखित में से कौन-सा त्रिभुजों की संवागसमता नियम नहीं है? (1)
 - (a) SSA
 - (b) SAS
 - (c) ASA
 - (d) SSS
3. $\triangle ABC$ में यदि $AB = AC$ तथा $\angle A = 70^\circ$ है तो $\angle B$ तथा $\angle C$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
4. एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण 100° है तो आधार के कोण ज्ञात कीजिए। (2)
5. दिए गए चित्रों में, $\triangle ABC$ इस प्रकार है कि $AB = AC$ । भुजा BC को D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $AB = AD$ । सिद्ध कीजिए कि $\angle BCD = 90^\circ$ । (3)



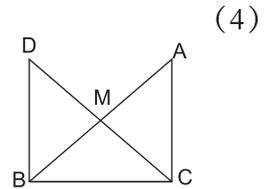
6. दी गई आकृति में, $AB = BC$ तथा $\angle A = \angle C$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



7. चित्र में C भुजा AB का मध्य बिन्दु है, यदि $\angle DCA = \angle ECB$ है, और $\angle DBC = \angle EAC$ तो दर्शाइए की $DC = EC$ तथा $BD = AE$ है।

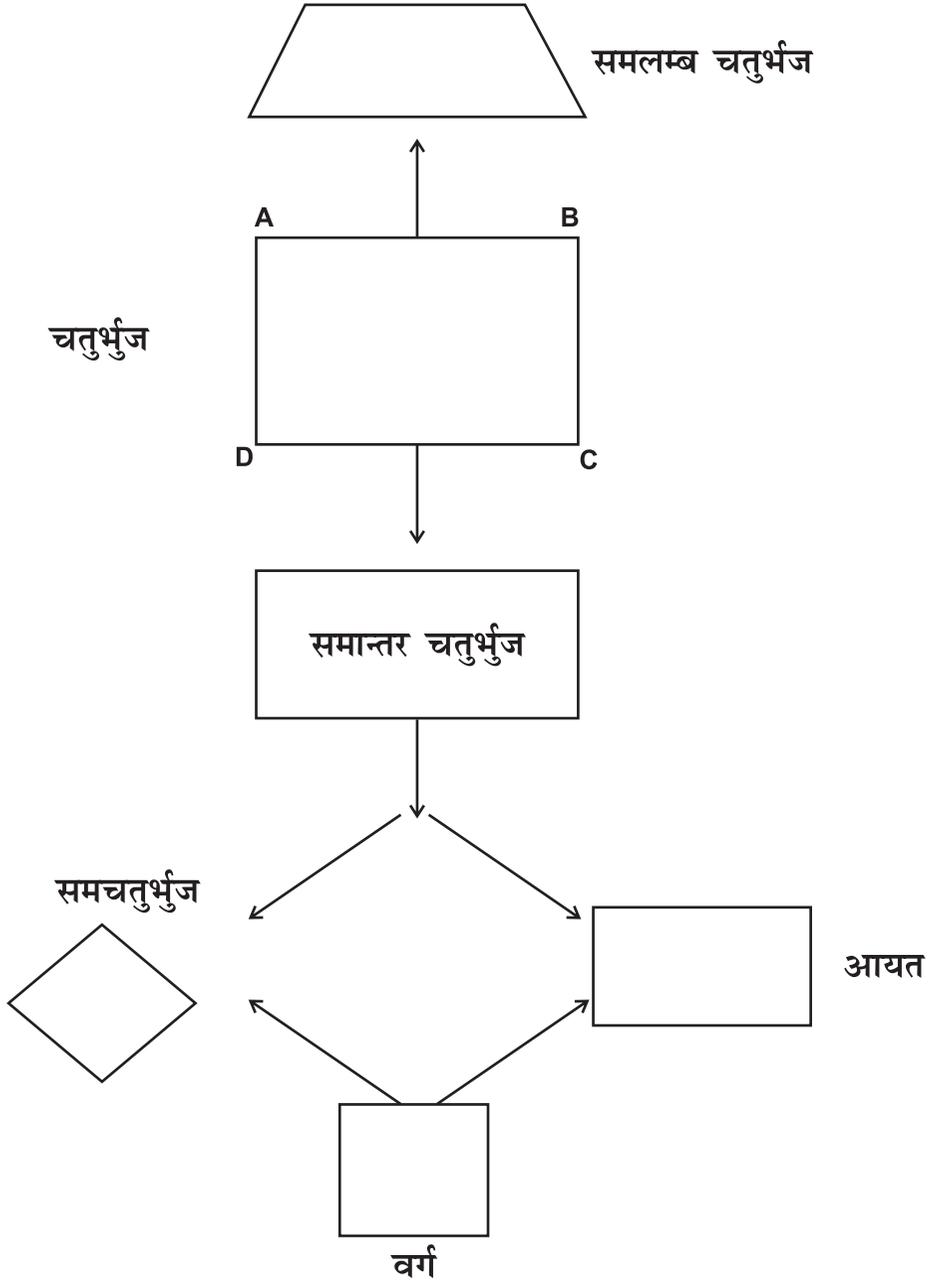


8. चित्र में, एक समकोण $\triangle ABC$ में, C समकोण है, कर्ण AB का मध्य बिंदु M है। C को M से मिलाते हुए D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $DM = CM$ है। बिन्दु D को की बिन्दु B से मिलाया जाता है। दर्शाइए कि



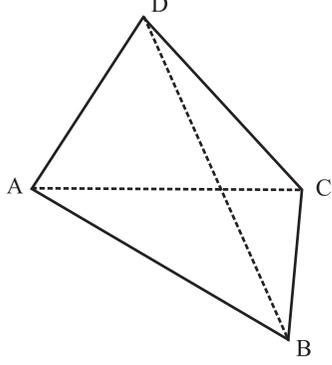
$$CM = \frac{1}{2} AB.$$

अध्याय 8
चतुर्भुज
माइंड मैप



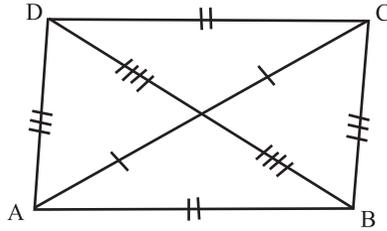
अध्याय 8
चतुर्भुज
महत्वपूर्ण बिन्दु

1. चतुर्भुज- चार भुजाओं से बनी बंद आकृति चतुर्भुज कहलाती है। किसी चतुर्भुज में



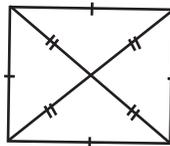
- i) सम्मुख भुजाओं के दो युग्म होते हैं, जैसे चित्र में AB व CD और BC व AD
- ii) सम्मुख कोणों के दो युग्म होते हैं, जैसे $\angle A$ व $\angle C$ और $\angle B$ व $\angle D$
- iii) संलग्न भुजाओं के चार युग्म होते हैं, जैसे
AB व BC, BC व CD, CD व AD और AD व AB
- iv) संलग्न कोणों के चार युग्म होते हैं। (एक भुजा उभयनिष्ठ)
जैसे $\angle A$ व $\angle B$, $\angle B$ व $\angle C$, $\angle C$ व $\angle D$ और $\angle A$ व $\angle D$.
- v) सम्मुख शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखण्ड विकर्ण कहलाता है।
जैसे AC व BD
- vi) चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है।
$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$
2. समांतर चतुर्भुज : एक चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है यदि
- i) सम्मुख भुजाएं बराबर हो या

- ii) सम्मुख कोण बराबर हो! या
- iii) विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हो। या
- iv) सम्मुख भुजाओ का एक युग्म समांतर व समान हो।

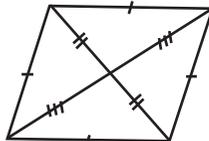


3. किसी समांतर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।

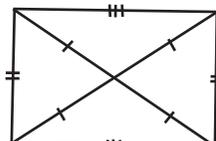
समांतर चतुर्भुज के अन्य उदाहरण :-



Square
वर्ग



Rhombuss
समचतुर्भुज



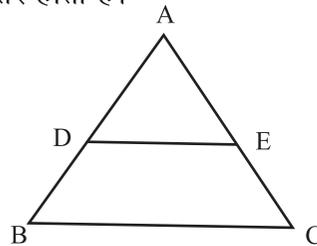
Rectangle
आयत

4. मध्य बिंदु प्रमेय :- किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है।

यहाँ $AD=BD$ व $AE = EC$

तब $DE \parallel BC$

और $DE = \frac{1}{2} BC$



5. मध्य बिंदु प्रमेय का विलोम : किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

यहाँ $AD=BD$ व $DE \parallel BC$

तब E, AC का मध्य बिंदु होगा।

खण्ड-अ

- चतुर्भुज के तीन कोणों का मान 75° , 90° , 75° हो तो चौथा कोण होगा :
 - 90°
 - 95°
 - 105°
 - 120°
- सम चतुर्भुज ABCD में $\angle ACB = 40^\circ$ हो तो $\angle ABD$ का मान है ?
 - 40°
 - 45°
 - 50°
 - 60°
- समान्तर चतुर्भुज के आन्तरिक कोणों के समद्विभाजकों से बनने वाली आकृति होगी ?
 - समान्तर चतुर्भुज
 - वर्ग
 - समचतुर्भुज
 - आयत
- चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमागत मिलाने पर बनने वाली आकृति होगी ?
 - वर्ग
 - समान्तर चतुर्भुज
 - आयत
 - सम चतुर्भुज
- एक समान्तर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD एक-दूसरे को बिन्दु "O" पर काटते हैं। यदि $\angle DAC = 32^\circ$ और $\angle AOB = 70^\circ$ हो तो $\angle DBC$ का मान होगा।
 - 24°
 - 86°
 - 38°
 - 32°
- एक समान्तर चतुर्भुज के कोण क्रमशः 3:4:5:6 के अनुपात में हैं। चतुर्भुज के कोणों का मान होगा।
 - $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$
 - $120^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 60^\circ$
 - $120^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ$
 - $80^\circ, 120^\circ, 100^\circ, 60^\circ$
- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समान्तर होती है। और उसकी होती है।

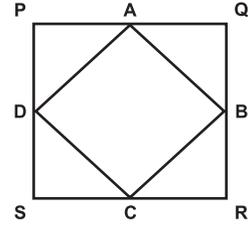
- a) त्रिभाजित b) आधी
c) समद्विभाजित d) एक-चौथाई

8. यदि एक सम चतुर्भुज की दो क्रमागत भुजाँए $3x-6$ और $x+14$ हो तब सम चतुर्भुज का परिमाण होगा ?

- a) 10 b) 24
c) 70 d) 96

9. बिन्दु A, B, C और D वर्ग PQRS की भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं। यदि PQRS का क्षेत्रफल 36 वर्ग इकाई हो तो ABCD का क्षेत्रफल होगा ?

- a) $9\sqrt{2}$ b) $18\sqrt{2}$
c) 9 d) 18



10. एक सम चतुर्भुज का परिमाण 60 cm है। यदि उसके बड़े विकर्ण की लम्बाई 24 cm हो तो छोटे विकर्ण की लम्बाई cm होगी ?

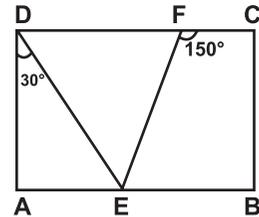
- a) 20 cm b) 18 cm
c) 15 cm d) 9 cm

11. निम्न में कौन सा कथन सभी समांतर चतुर्भुजों के लिए सत्य है।

- a) विकर्ण बराबर होते हैं
b) क्षेत्रफल दो सलग्न भुजाओं के गुणनफल के बराबर होता है।
c) विपरीत कोण समान होते हैं।
d) विकर्ण परस्पर लम्ब होते हैं।

12. दी गयी आकृति एक आयत ABCD है। यदि $\angle ADE = 30^\circ$ और $\angle CFE = 150^\circ$ हो तो $\angle DEF$ का मान होगा ?

- a) 90° b) 75°
c) 110° d) 85°



13. दिये गये चार बिन्दुओं A, B, C, D में तीन बिन्दु A, B और C सरंखीय है। इन बिन्दुओं को क्रमागत मिलाने पर प्राप्त होने वाली बन्द आकृति होगी?

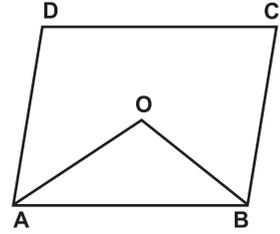
- a) एक सरल रेखा b) एक त्रिभुज
c) एक चतुर्भुज d) इनमें से कोई नहीं

14. समान्तर चतुर्भुज के दो क्रमागत कोण होते हैं ?

- a) समान b) सम्पूरक
c) कोटिपूरक d) इनमें से कोई नहीं

15. समान्तर चतुर्भुज ABCD में कोणों A और B के समद्विभाजक परस्पर O पर काटते हैं। कोण AOB का मान होगा।

- a) 90° b) 30°
c) 60° d) 120°



16. यदि एक समान्तर चतुर्भुज का एक कोण अपने सलंगन कोण का दो-तिहाई हो तो समान्तर चतुर्भुज का सबसे छोटा कोण होगा ?

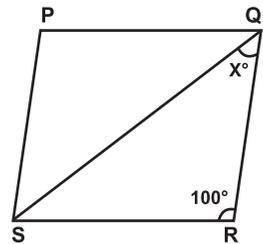
- a) 108° b) 54°
c) 81° d) 72°

17. विकर्णों के किस गुण के आधार पर कोई समान्तर चतुर्भुज एक आयत होगा ?

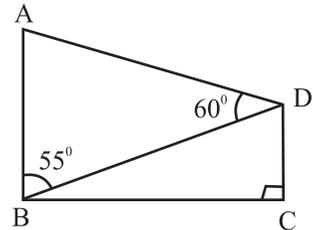
- a) परस्पर समद्विभाजित करते हों
b) सर्वांगसम हो
c) परस्पर लम्ब हो
d) इनमें से कोई नहीं

18. संलग्न आकृति में PQRS एक समचतुर्भुज है। x° का मान क्या होगा ?

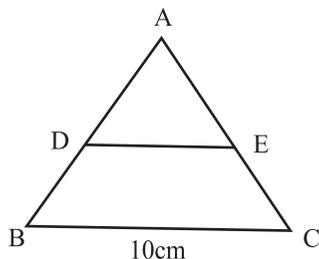
- a) 40° b) 50°
c) 60° d) 80°



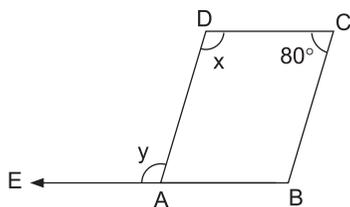
19. यदि एक आयत ABCD में विकर्ण AC, $\angle A$ तथा $\angle C$ को समद्विभाजित करता हो तो ABCD होगा एक
- a) समान्तर चतुर्भुज b) वर्ग
c) समचतुर्भुज d) समलम्ब चतुर्भुज
20. यदि समान्तर चतुर्भुज के दो सलंग्न कोणों का अनुपात 2:4 हो तो कोणों का मान होगा ।
- a) $80^\circ, 100^\circ$ b) $40^\circ, 140^\circ$
c) $60^\circ, 120^\circ$ d) $70^\circ, 140^\circ$
21. निम्नलिखित में कौन-कौन से कथन सत्य (T) है और कौन से असत्य (F) है ?
- a) एक समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण समान होते हैं। ()
b) यदि किसी चतुर्भुज के सभी कोण समान हो तो वह एक समान्तर चतुर्भुज होता है। ()
c) समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं। ()
d) सम चतुर्भुज के विकर्ण समान होते हैं। ()
e) समान्तर चतुर्भुज के सभी कोण न्यून कोण होते हैं। ()
f) समलम्ब चतुर्भुज में विपरीत भुजाओं के दोनों युग्म समान्तर होते हैं। ()
22. एक समचतुर्भुज ABCD, में $\angle A = 60^\circ$ तो $\angle B$, $\angle C$ और $\angle D$ ज्ञात कीजिए।
23. यदि चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 1:2:4:5 है तो प्रत्येक कोण का माप ज्ञात कीजिये।
24. एक समचतुर्भुज LMNP, में $\angle LNM = 40^\circ$ तो $\angle LPM$ का माप क्या होगा?
25. एक चतुर्भुज के चार कोणों का अनुपात 1:1:1:1 है तो यह किस प्रकार का चतुर्भुज है?
26. संलग्न चित्र में $AB \parallel CD$, तो $\angle ADC$ क्या होगा?



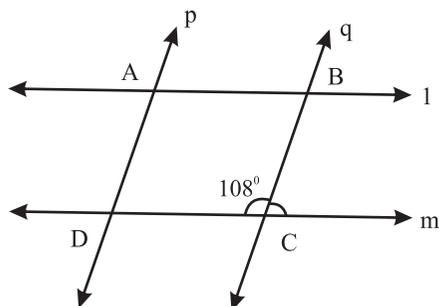
27. चित्र में यदि D और E क्रमशः AB और AC के मध्य बिंदु हैं तो ED की लम्बाई क्या होगी?



28. PQRS एक चतुर्भुज है, जिसमें $\angle QPS=50^\circ$, तो $\angle RQS$ का मान क्या होगा?
29. चित्र में ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। $(x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।



30. चित्र में $l \parallel m$ और $p \parallel q$.

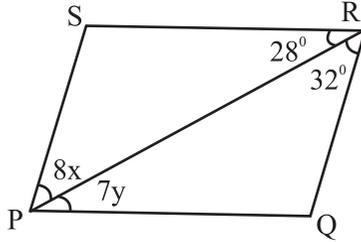


$\angle BCD=108^\circ$, चतुर्भुज ABCD के चारों कोणों का मान ज्ञात कीजिये।

31. यदि एक समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का अनुपात 5 : 4 है, तो सभी कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

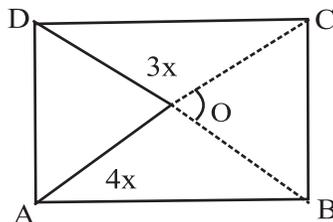
खण्ड - ब

32. सिद्ध कीजिये कि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।
33. दर्शाइये कि “समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होते हैं”।
34. किसी समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि $\angle B=110^\circ$ तो $\angle A$ और $\angle D$ का मान ज्ञात कीजिये।
35. चित्र में यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तो x और y का मान ज्ञात कीजिये।



36. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। O से गुजरती एक रेखाखण्ड AB को X तथा DC को Y पर काटती हैं। सिद्ध कीजिये : $OX=OY$.
37. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं। यदि $AC=7.4$ सेमी., $BD=6.2$ सेमी. AO तथा BO की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
38. समांतर चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का माप $(5x-3)^\circ$ और $(4x+12)^\circ$ चतुर्भुज के चारों कोणों के मान ज्ञात कीजिए।
39. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हैं। यदि $\angle A=35^\circ$ है तो $\angle B$ ज्ञात कीजिए।
40. एक समांतर चतुर्भुज का परिमाप 30 सेमी. है। यदि लम्बी भुजा 9.5 सेमी. है तो छोटी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
41. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। $AC=12.6$ सेमी और $BD=9.4$ सेमी. OC और OD का मान ज्ञात कीजिए।

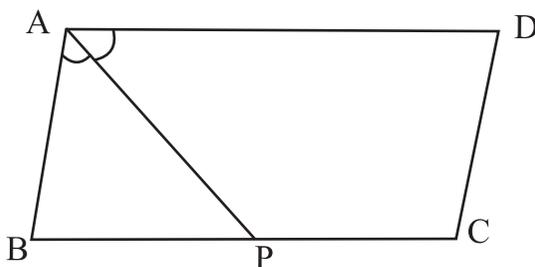
42. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसमें $DO=3x$ तथा $AO=4x$ है तो ABCD का परिमाण ज्ञात कीजिए।



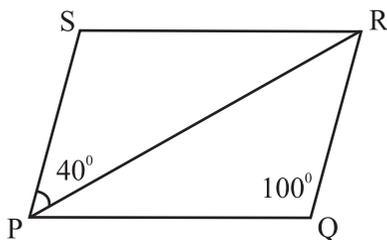
43. एक चतुर्भुज के कोणों का माप $(x+20)^\circ$, $(x-20)^\circ$, $(2x+5)^\circ$ और $(2x-5)^\circ$ है। x का मान ज्ञात कीजिये।

खण्ड-स

44. दी गई आकृति में समांतर चतुर्भुज ABCD में बिन्दु P, BC का मध्य बिन्दु है। यदि $\angle BAP = \angle DAP$ है तो सिद्ध कीजिए। $AD=2CD$

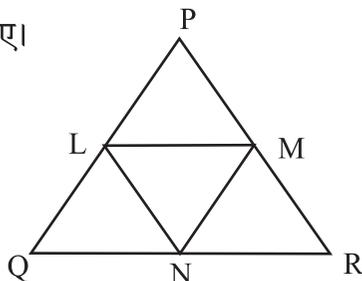


45. सलंगन चित्र में PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, जिसमें $\angle PQR=100^\circ$ और $\angle SPR=40^\circ$ तो $\angle PRQ$ और $\angle SRO$ ज्ञात कीजिये।

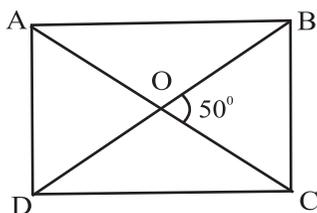


46. “किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने वाली रेखाखण्ड, तीसरी भुजा के समांतर होती है” सिद्ध कीजिये।

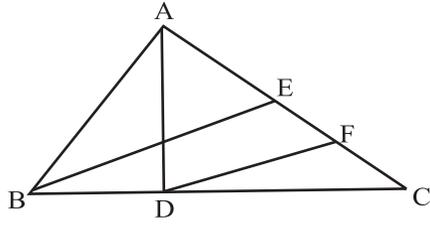
47. संलग्न चित्र में L, M और N क्रमशः PQ, PR, QR के मध्य बिन्दु हैं। यदि $PQ=4.4$ सेमी, $QR=5.6$ सेमी, $PR=4.8$ सेमी, तो त्रिभुज LMN का परिमाप ज्ञात कीजिए।



48. यदि किसी चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर हो तो वह चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।
49. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं तो वह चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।
50. एक समांतर चतुर्भुज PQRS में M तथा N बिंदु क्रमशः PQ और RS पर इस प्रकार हैं कि $PM=RN$ । सिद्ध कीजिए $MS \parallel NQ$
51. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में AP तथा CQ क्रमशः शीर्ष A तथा C से विकर्ण BD पर डाले गये लम्ब हैं। सिद्ध कीजिये $\triangle APB \cong \triangle CQD$.
52. आयत ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। यदि $\angle BOC=50^\circ$, तो $\angle ODA$ ज्ञात कीजिये।

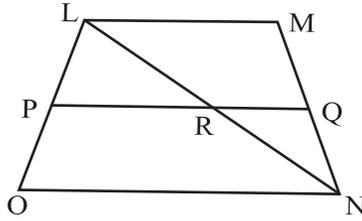


53. संलग्न चित्र में AD और BE, $\triangle ABC$ की माध्यिकाएं हैं और $BE \parallel DF$ । सिद्ध कीजिये $CF = \frac{1}{4} AC$.



खंड-द

54. सलंगन चित्र में LMNO, समलंब चतुर्भुज हैं। $LM \parallel ON$, बिन्दु P, LO का मध्य बिन्दु है। बिन्दु Q, MN पर इस प्रकार है कि $PQ \parallel NO$ सिद्ध कीजिये कि Q, MN का मध्यबिन्दु और $PQ = \frac{1}{2} (LM + ON)$.

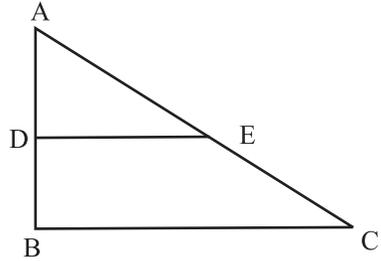


55. चित्र में, $\angle B = 90^\circ$, यदि $AB = 9$ सेमी. $AC = 15$ सेमी. और D तथा E क्रमशः AB और AC के मध्य बिन्दु हैं तो ज्ञात कीजिये:

(i) BC की लम्बाई

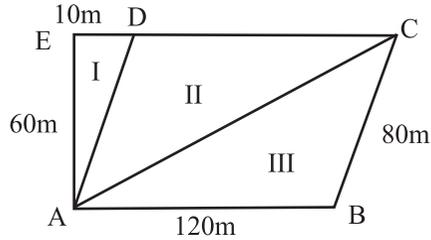
(ii) समलम्ब चतुर्भुज

BCED का क्षेत्रफल

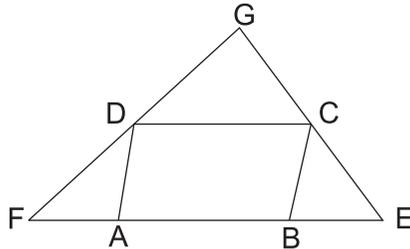


56. एक किसान अपने खेत को तीन भागों I, II और III (चित्रानुसार) बांटता है। भाग I में वह अपने जानवरों की देखभाल करता है। जबकि भाग II और III में वह दो अलग तरह की फसल उगाना चाहता है। निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिये :

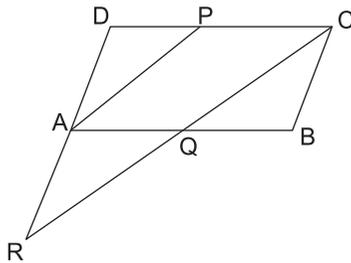
- i) जानवरों की देखभाल के लिए प्रयोग होने वाले भाग का क्षेत्रफल क्या है?
- ii) क्या क्षेत्रफल II = क्षेत्रफल III?
- iii) खेत का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।



57. समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजा AB को दोनों ओर बिन्दु E और F तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि $BE = BC$ और $AF = AD$. दर्शाइए कि EC और FD को बढ़ाने पर वह दोनों समकोण बनाते हैं।



58. समांतर चतुर्भुज ABCD में बिन्दु P भुजा CD का मध्य बिन्दु है। C से गुजरती हुई रेखा PA के समांतर है और AB को Q पर काटती है और बढ़ी हुई भुजा DA को R पर। सिद्ध कीजिए $DA = AR$ तथा $CQ = QR$



अध्याय 8
चतुर्भुज
उत्तर

1. d) 120°
2. c) 50°
3. a) समान्तर चतुर्भुज
4. b) समान्तर चतुर्भुज
5. c) 38°
6. a) $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$
7. a) आधा
8. d) 96
9. d) 18
10. b) 18
11. c)
12. a) 90°
13. b) एक त्रिभुज
14. b) सम्पूर्ण
15. a) 90°
16. d) 72°
17. b)
18. a) 40°
19. c) समचतुर्भुज
20. c) $60^\circ, 120^\circ$
21. a) T b) F
c) T d) F
e) F f) F
22. $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$
23. $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 150^\circ$
24. 100°
25. आयत
26. 115°
27. 5cm
28. 65°
29. 200°
30. $108^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 72^\circ$
31. $100^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 80^\circ$
34. $70^\circ, 110^\circ$
35. $x=y=4$
37. 3.7cm, 3.1cm
38. $72^\circ, 108^\circ, 72^\circ, 108^\circ$
39. 145°
40. 5.5cm

41. 6.3cm, 4.7cm

42. 20x इकाई

43. $x = 60^\circ$

45. $40^\circ, 80^\circ$

47. 7.4cm

52. 62°

55. 12cm, 40.5cm^2

56. i) 300m^2

ii) yes

ii) 7500m^2

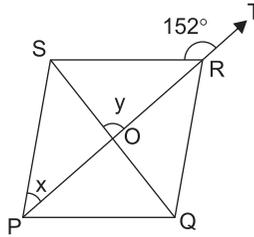
चतुर्भुज

समय : 50 मिनट

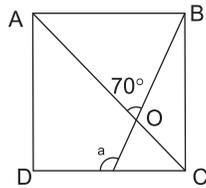
अभ्यास परीक्षा

M.M. 20

- यदि किसी चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हों और $\angle A = 45^\circ$, तो $\angle B$ का मान क्या होगा? (1)
- एक चतुर्भुज के चारों कोणों में अनुपात 2 : 3 : 5 : 8 है। सबसे छोटे कोण का माप ज्ञात कीजिए। (1)
- त्रिभुज PQR, की माध्यिका PS को बिन्दु T तक इस प्रकार बढ़ाया कि PS = ST. सिद्ध कीजिए कि PQTR एक समांतर चतुर्भुज है। (2)
- चित्र में PQRS एक समचतुर्भुज में विकर्ण PR को बिन्दु T तक बढ़ाया गया यदि $\angle SRT = 152^\circ$ तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। (2)



- चित्र में ABCD एक वर्ग है। एक रेखाखण्ड BM, CD को M पर और विकर्ण AC को O पर काटती है और $\angle AOB = 70^\circ$, तो a का मान ज्ञात कीजिए। (3)



- AD त्रिभुज $\triangle ABC$ की माध्यिका है। बिन्दु E, AD का मध्य बिन्दु है। BE को इस प्रकार बढ़ाया गया कि AC को F पर काटती है। सिद्ध कीजिए $AF = 1/3 AC$. (3)
- सिद्ध कीजिए कि समांतर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं। (4)
- “एक वर्ग की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने पर प्राप्त चतुर्भुज एक वर्ग है”। सिद्ध कीजिए। (4)

अध्याय 9
समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल
माइंड मैप

समान आधार CD तथा समांतर रेखाएँ $AQ \parallel CD$

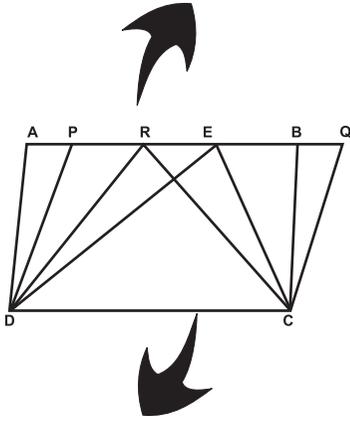
समांतर चतुर्भुज : ABCD और PQCD

$$\text{क्षेत्रफल (ABCD)} = \text{क्षेत्रफल (PQCD)}$$

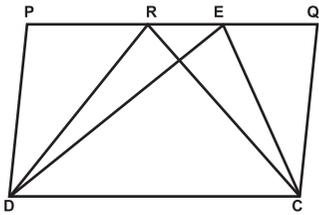
समान आधार वाले त्रिभुज : $\triangle RDC$ तथा $\triangle EDC$

$$\text{क्षेत्रफल } (\triangle RDC) = \text{क्षेत्रफल } (\triangle EDC)$$

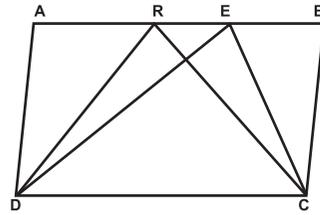
$$\text{क्षे. } (\triangle RDC) = \frac{1}{2} \text{क्षे. (ABCD)} = \frac{1}{2} \text{क्षे. (PQCD)} = \text{क्षे. } (\triangle EDC)$$



समान आधार CD तथा
समांतर रेखाएँ $PQ \parallel CD$



समान आधार CD तथा
समांतर रेखाएँ $AB \parallel CD$



समान आधार वाले त्रिभुज =
 $\triangle RDC$ और $\triangle EDC$

$$\text{क्षे. } (\triangle RDC) = \text{क्षे. } (\triangle EDC)$$

$$\text{क्षे. } (\triangle RDC) = \frac{1}{2} \text{क्षे. (ABCD)} = \text{क्षे. } (\triangle EDC)$$

समान आधार वाले त्रिभुज

$$= \triangle RDC \text{ तथा } \triangle EDC$$

$$\text{क्षे. } (\triangle RDC) = \text{क्षे. } (\triangle EDC)$$

$$\text{क्षे. } (\triangle RDC) = \frac{1}{2} \text{क्षे. (PQCD)}$$

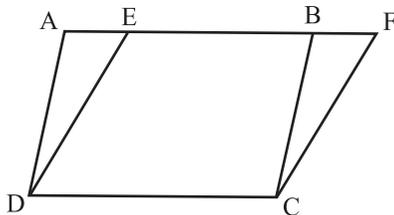
$$= \text{क्षे. } (\triangle EDC)$$

समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल

महत्वपूर्ण बिन्दु

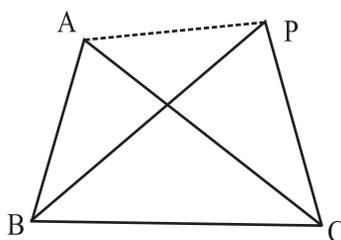
1. एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

दो समांतर ABCD और EFCD एक ही आधार DC और एक ही समांतर रेखाओं के बीच (AF और DC) स्थित है। $ar(ABCD) = ar(EFCD)$.



2. एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

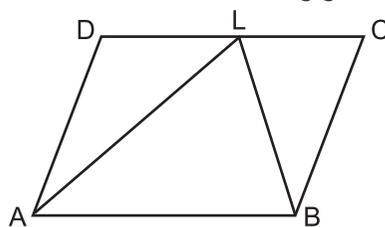
दो त्रिभुज ABC और PBC एक ही आधार BC और एक ही समांतर रेखाओं BC और AP के बीच स्थित है $ar(\triangle ABC) = ar(\triangle PBC)$



3. एक ही आधार वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुज एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं।

4. यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।

$$\text{क्षे. } (\triangle BLA) = \frac{1}{2} \text{क्षे. } (\triangle ABCD)$$



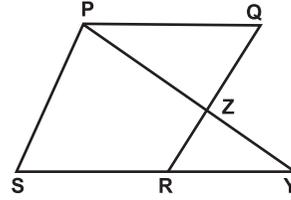
5. त्रिभुज की एक माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।

खण्ड - अ

1. निम्न आकृतियों में किसका क्षेत्रफल समान नहीं है, यदि दोनों आकृतियाँ समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित हैं ?
- दो समांतर चतुर्भुज
 - एक समांतर चतुर्भुज तथा एक आयत
 - दो त्रिभुज
 - एक समांतर चतुर्भुज तथा एक त्रिभुज
2. कौन सा कथन सत्य है ?
- दो सर्वांगसम आकृतियों के क्षेत्रफल सदैव समान होते हैं।
 - दो समान क्षेत्रफल वाली आकृतियाँ सदैव सर्वांगसम होती हैं।
 - एक त्रिभुज तथा एक चतुर्भुज सर्वांगसम हो सकते हैं।
 - दो सर्वांगसम आकृतियों के केवल कुछ भाग समान होते हैं।
3. $\triangle DEF$ को समान क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों $\triangle DEM$ तथा $\triangle DFM$ में बाँटा गया है। निम्न में से कौन सा कथन सत्य है ?
- $\triangle DEM$ तथा $\triangle DFM$ के आधार समान हैं।
 - क्षे. ($\triangle DEM$) = $\frac{1}{3}$ क्षे. ($\triangle DEF$)
 - M भुजा EF का मध्य - बिन्दु है।
 - $\triangle DEM$ तथा $\triangle DFM$ सर्वांगसम हैं।
4. एक ही आधार तथा समान समांतर रेखाओं के मध्य स्थित त्रिभुज तथा समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का अनुपात है :
- 1 : 2
 - 4 : 1
 - 2 : 1
 - 1 : 4

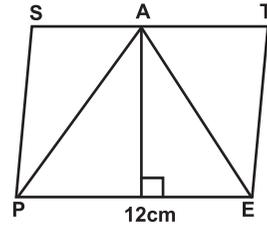
10. दिए गए चित्र के आधार पर कौन सा कथन सत्य है, जहाँ PQRS एक समांतर चतुर्भुज हैं ?

- a) $QZ = RZ$
 b) $\text{ar}(\Delta PYS) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{PQRS})$
 c) $\text{ar}(\Delta PQZ) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{PQRS})$
 d) $\angle PQZ = \angle YRZ$



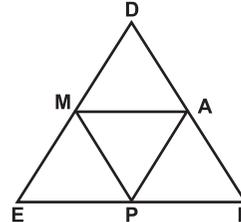
11. दिए गए चित्र में $\text{ar}(\text{STEP}) = 84 \text{ cm}^2$ | STEP एक समांतर चतुर्भुज है। ΔAPE का लंब है :

- a) $\frac{7}{4} \text{ cm}$
 b) $\frac{7}{2} \text{ cm}$
 c) 7 cm
 b) 14 cm



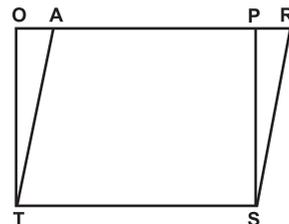
12. ΔDEF में M, A तथा P भुजाओं DE, DF तथा EF के मध्य-बिन्दु है। निम्न में से कौन सा कथन सत्य है ?

- a) $\text{ar}(\Delta AMP) = 2 \text{ar}(\Delta DEF)$
 b) $\text{ar}(\Delta AMP) = \frac{1}{2} \text{ar}(\Delta DEF)$
 c) $\text{ar}(\Delta AMP) = \frac{1}{3} \text{ar}(\Delta DEF)$
 d) $\text{ar}(\Delta AMP) = \frac{1}{4} \text{ar}(\Delta DEF)$



13. चित्र में STOP एक आयत है तथा STAR एक समांतर चतुर्भुज है। निम्न में से सत्य कथन छाँटिए :-

- a) परिमाण (STAR) > परिमाण (STOP)
 b) परिमाण (STAR) < परिमाण (STOP)
 c) परिमाण (STAR) = परिमाण (STOP)
 d) परिमाण (STAR) = $\frac{1}{2}$ परिमाण (STOP)

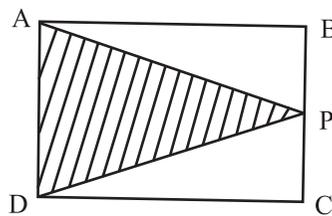


रिक्त स्थान भरो :

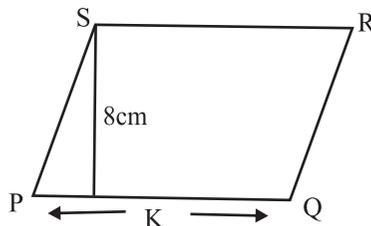
14. समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल उसकी कोई एक भुजा तथा उसके संगत
..... का गुणनफल होता है।
15. एक ही आधार तथा के मध्य बने समांतर चतुर्भुजों का क्षेत्रफल समान होता है।
16. किसी समांतर चतुर्भुज का विकर्ण, इसे दो समान वाले त्रिभुजों में बाँटता है।
17. समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times \dots\dots\dots$

निम्न कथन में सत्य अथवा असत्य बताइए।

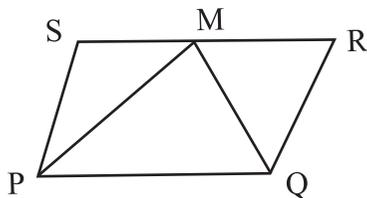
18. किसी त्रिभुज की माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।
19. समांतर चतुर्भुज के विकर्ण समान होते हैं।
20. यदि किसी चतुर्भुज के दोनों विकर्ण उसे चार समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में बाँटते हों तो वह चतुर्भुज समचतुर्भुज होगा।
21. समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 80cm^2 है। त्रिभुज APD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



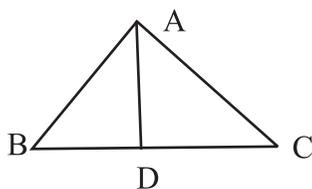
22. यदि समांतर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल 88 वर्ग सेमी. है तो k का मान ज्ञात कीजिए।



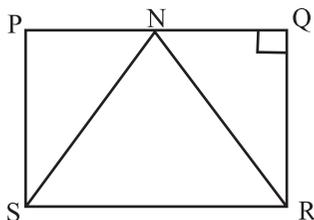
23. PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तथा PQM एक त्रिभुज है यदि क्षेत्र $(\Delta PQM) = 18$ वर्ग सेमी. तो PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



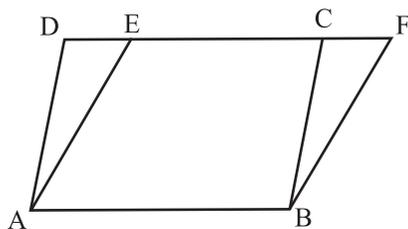
24. ΔABC में AD त्रिभुज की माध्यिका है। यदि त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल 25 वर्ग सेमी. हो तो ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



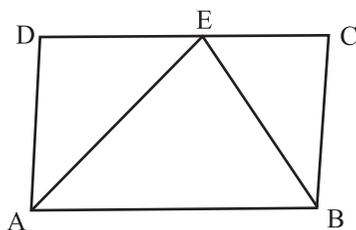
25. दी गई आकृति में ΔSRN का क्षेत्रफल = 21 सेमी² तथा RQ = 6 सेमी. तो PQ का मान ज्ञात कीजिए।



26. आकृति में ABCD तथा ABEF दो समांतर चतुर्भुज हैं। यदि क्षेत्रफल $(ABCE) = 17\text{cm}^2$ क्षेत्रफल $(ABCD) = 25\text{cm}^2$ तो BCF का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

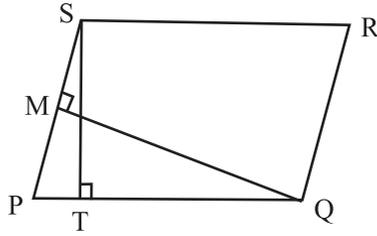


27. समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित दो समांतर चतुर्भुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
28. $\triangle ABC$ में D, E तथा F क्रमशः भुजा AB, BC और AC के मध्य बिंदु हैं तो DEF और ABC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
29. यदि समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई 8cm हो और इसकी ऊँचाई 5cm हो तो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
30. यदि दो त्रिभुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
31. दी गई आकृति में यदि समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 30cm^2 हो तो $\text{ar}(\triangle ADE) + \text{ar}(\triangle BCE)$ ज्ञात कीजिए।

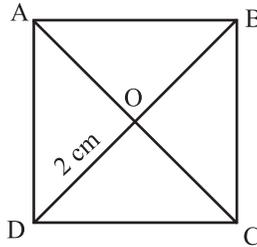


खण्ड-ब

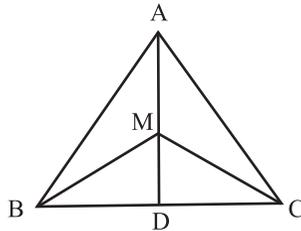
32. दिखाइए कि त्रिभुज की माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में बांटती है।
33. समांतर चतुर्भुज ABCD में P और Q क्रमशः भुजा DC और AD पर स्थित हो तो सिद्ध कीजिए $\text{ar}(\triangle APB) = \text{ar}(\triangle BQC)$.
34. यदि समांतर चतुर्भुज के शीर्षलंब और उसके क्षेत्रफल का अनुपात 2:11 हो तो समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए।
35. दी गई आकृति में $\square PQRS$ एक समांतर चतुर्भुज है जहाँ $PQ=12\text{cm}$, $ST = 9\text{cm}$, $QM = 6\text{cm}$, $ST \perp PQ$, $QM \perp SP$ तो SP की लंबाई ज्ञात कीजिए।



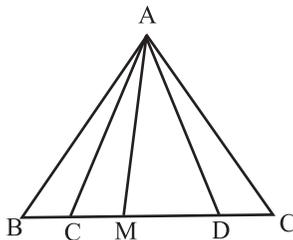
36. दी गई आकृति में $\square ABCD$ एक वर्ग है जिसके विकर्ण एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं यदि $OD = 2\text{cm}$ तो AB की लंबाई ज्ञात कीजिए।



37. दर्शाइए कि सामान्तर चतुर्भुज के विकर्ण उसे चार बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में बाँटते हैं।
38. यदि M माध्यिका AD पर स्थित एक बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए क्षेत्रफल $(\triangle AMB) = \text{क्षेत्रफल}(\triangle AMC)$.



39. दी गई आकृति में $BC = CD = DE$
यदि C का मध्य बिन्दु M हो तो $\triangle AMC$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



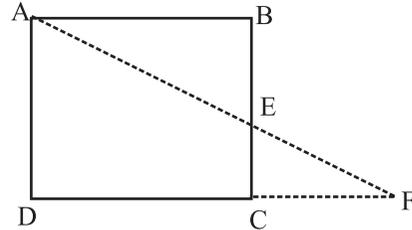
40. D, E तथा F, ΔABC की भुजाओं क्रमशः BC, CA तथा AB के मध्य बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए कि:-

i) BDEF एक समांतर चतुर्भुज हैं।

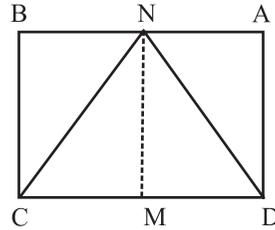
ii) क्षेत्र. (DEF) = $\frac{1}{4}$ क्षेत्र. (ΔABC)

41. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। शीर्ष A से रेखा AEF खींची जो BC को E पर मिलती है। DC को F तक बढ़ाया। सिद्ध कीजिए

क्षेत्र. (ΔBEF) = क्षेत्र. (ΔDCE)



42. दी गई आकृति में समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 40 वर्ग सेमी. है। यदि MN, ΔCDN की माध्यिका हो तो ΔNDM का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

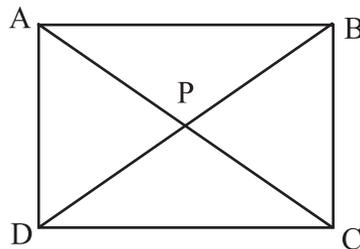


खण्ड-स

43. चित्र में P समांतर चतुर्भुज ABCD के अंदर कोई बिंदु है तो सिद्ध कीजिए।

(i) क्षेत्र. (APB) + क्षेत्र. (PCD) = $\frac{1}{2}$ क्षेत्र. (ABCD)

(ii) क्षेत्र. (APD) + क्षेत्र. (PBC) = क्षेत्र. (APB) + क्षेत्र. (PCD)



44. ABCD एक समलंब चतुर्भुज है जहां $AB \parallel DC$ । यदि विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$$\text{क्षे. } \triangle(AOD) = \text{क्षे.}(\triangle BOC)$$

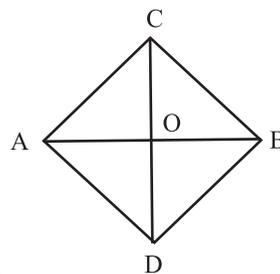
45. समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं तथा एक रेखा O से होकर AB और DC को क्रमशः P और Q पर काटती है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\text{क्षे. } \triangle(POA) = \text{क्षे.}(\triangle QOC)$$

46. चतुर्भुज PQRS के विकर्ण PR तथा QS एक दूसरे को T पर काटते हैं। यदि $PT=TR$ तथा $PS=QR$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

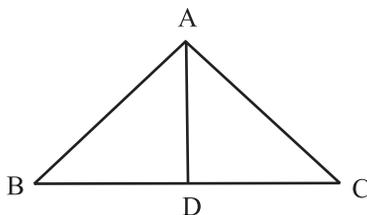
$$\text{क्षे. } \triangle(PTS) = \text{क्षे.}(\triangle RTQ)$$

47. आकृति में ABC तथा ABD दो त्रिभुज हैं जो एक ही आधार AB पर स्थित हैं। यदि रेखाखंड CD, AB को O पर समद्विभाजित करता हो तो सिद्ध कीजिए कि



$$\text{क्षे. } \triangle(ABC) = \text{क्षे.}(\triangle ABD)$$

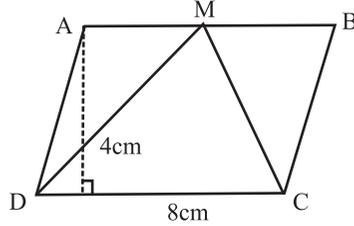
48. दी गई आकृति में ABC की माध्यिका AD है तो सिद्ध कीजिए कि $\text{ar}(\triangle ABD) = \text{ar}(\triangle ACD)$.



खण्ड-द

49. सिद्ध कीजिए कि एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

50. सिद्ध कीजिए कि समान आधार पर एक ही समांतर रेखाओं के बीच बने दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल भी समान होता है।
51. यदि एक त्रिभुज व एक समांतर चतुर्भुज समान आधार व एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित है तो सिद्ध कीजिए की त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।



उपरोक्त का प्रयोग करके क्षेत्र (ΔCMD) ज्ञात कीजिए।

52. एक रेखा XY, ΔABC की भुजा BC के समांतर है। यदि BE||AC और CF||AB, XY को E और F बिन्दु पर मिलती हो तो सिद्ध कीजिए

$$\text{ar}(\triangle ABE) = \text{ar}(\triangle ACF).$$

53. समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि E, F, G, और H क्रमशः भुजा AB, BC, CD और DA के मध्य बिंदु हो तो सिद्ध कीजिए

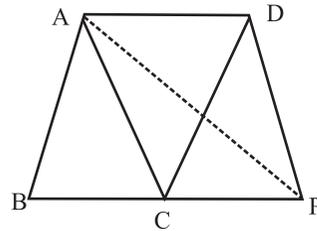
$$\text{ar}(EFGH) = \frac{1}{2} \text{ar}(ABCD).$$

54. एक गाँव में □ABCD के आकार का एक भूखण्ड है गाँव का मुखिया इस भूखण्ड को पक्का कराकर पंचायत की मीटिंग के प्रयोग में लाना चाहता है। बाद में ΔABP के आकार का खेल का मैदान बनाने की योजना बनी जिससे आस-पास के बच्चे खेल सकें।

यदि AC||DP

सिद्ध कीजिए

$$\text{ar}(ABCD) = \text{ar}(ABP).$$

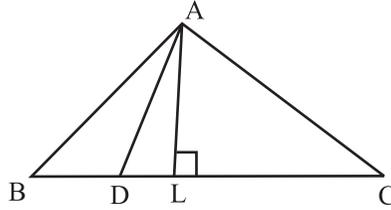


55. एक किसान के पास वर्गाकार भूखण्ड है जहाँ वह एक ही समय में पांच प्रकार की फसलें उगाना चाहता है। भूखण्ड के मध्य में आधे क्षेत्रफल में वह चावल उगाना चाहता है और बचे हुए चार समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजाकार भागों में अन्य फसलें उगाना चाहता है।

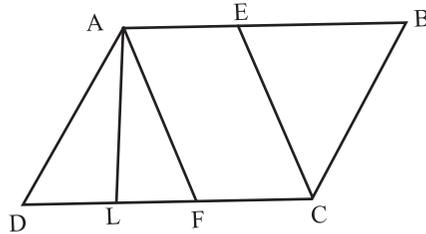
i) सही आकृति बनाकर दर्शाइए कि कैसे वह भूखण्ड के क्षेत्र को बाँटकर अपना कार्य हल कर सकता है?

ii) एक ही आधार तथा एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित बने त्रिभुज तथा समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफलों के बीच का संबंध लिखिए।

56. दिए गए चित्र में, बिन्दु D, त्रिभुज ABC की भुजा BC को $m:n$ के अनुपात में विभाजित करता है। सिद्ध कीजिए $ar(\triangle ABD):ar(\triangle ADC)=m:n$.

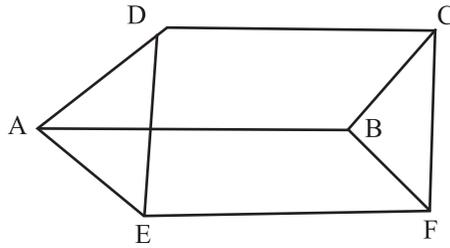


57. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। भुजा AB पर E बिन्दु इस प्रकार है कि $BE=2EA$ तथा भुजा DC पर F बिन्दु इस प्रकार है कि $DF=2FC$. सिद्ध कीजिए कि AECF एक समांतर चतुर्भुज है, जिसका क्षेत्रफल, समांतर चतुर्भुज ABCD के क्षेत्रफल का एक तिहाई है।



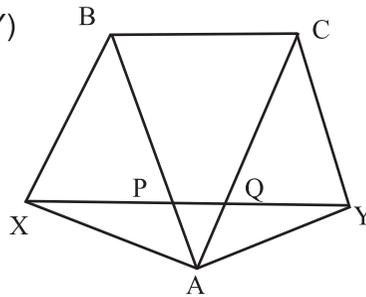
58. दिए गए चित्र में, दो समांतर चतुर्भुज ABCD तथा AEFB एक ही भुजा AB के विपरीत दिशा में खींचे गए हैं। सिद्ध कीजिए

$$\begin{aligned} \text{ar (समान्तर चतुर्भुज ABCD)} + \text{ar (समान्तर चतुर्भुज AEFB)} \\ = \text{ar (समान्तर चतुर्भुज EFCD)} \end{aligned}$$

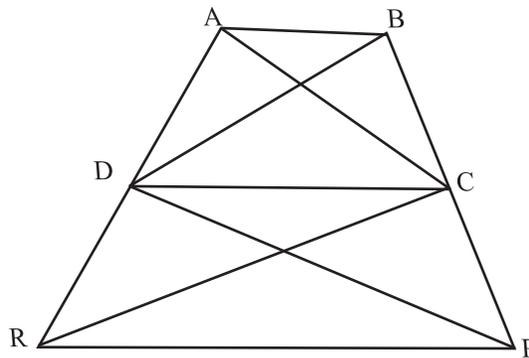


59. दिए गए चित्र में $BC \parallel XY$, $BX \parallel CA$ तथा $AB \parallel YC$. सिद्ध कीजिए

$$\text{ar}(\triangle ABX) = \text{ar}(\triangle ACY)$$



60. दिए गए चित्र में, $\text{ar}(\triangle DRC) = \text{ar}(\triangle DPC)$ तथा $\text{ar}(\triangle BDP) = \text{ar}(\triangle ARC)$ दर्शाइए कि दोनों चतुर्भुज ABCD तथा DCPR समलंब हैं।



अध्याय 9

समांतर चतुर्भुज और त्रिभुजों के क्षेत्रफल

उत्तर

1. d) एक समांतर चतुर्भुज एवं एक त्रिभुज
2. a) दो सर्वांगसम आकृतियों के क्षेत्रफल सदैव समान होते हैं।
3. c) M भुजा EF का मध्य-बिन्दु है।
4. a) 1 : 2
5. a) 18cm^2
6. b) $\text{ar}(\triangle BOA + \triangle BOY)$ के समान है।
7. d) $\text{ar}(\triangle ABE) = \text{ar}(\triangle ACE)$
8. d) 28cm^2
9. b) 20cm^2
10. d) $\angle PQZ = \angle YRZ$
11. c) 7cm
12. b) $\text{ar}(\triangle AMP) = \frac{1}{2} \text{ar}(\triangle DEF)$
13. a) परिमाण (STAR) > परिमाण (STOP)
14. लंब
15. समांतर रेखाओं
16. क्षेत्रफल
17. समांतर रेखाओं के बीच की दूरी
18. सत्य
19. असत्य
20. असत्य
21. 40cm^2
22. 11cm
23. 36cm^2
24. 50cm^2
25. 7cm
26. 7cm^2
27. 1 : 1
28. 1 : 4
29. 40cm^2
30. 1 : 1
31. 15cm^2
34. $11\frac{1}{2}$ इकाई
35. 18cm
36. $\sqrt{8}$ cm
39. $\frac{1}{6} \text{ar}(\triangle ABC)$
42. 10cm^2
51. 16cm^2
54. $\text{ar}(\triangle ADPC) = 2 \times \text{ar}(\triangle ACD)$
55. त्रिभुज का क्षेत्रफल
 $= \frac{1}{2} \times$ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल

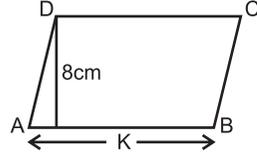
समय : 50 मिनट

अभ्यास परीक्षा

M.M. 20

1. समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 96cm^2 है।

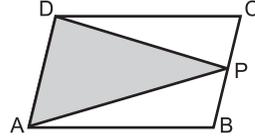
K का मान ज्ञात कीजिए।



1

2. यदि चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 60cm^2 है

तो $\triangle APD$ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



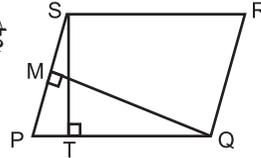
1

3. दर्शाइए कि एक त्रिभुज की माधिका उसे समान क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में बाँटती है।

2

4. संलग्न चित्र में PQRS एक समांतर चतुर्भुज है

जिसमें $PQ=12\text{cm}$, $ST=9\text{cm}$, $QM=6\text{cm}$,



$ST \perp PQ$ तथा $QM \perp SP$. SP की लंबाई ज्ञात कीजिए।

2

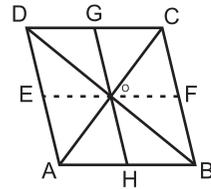
5. $\triangle ABC$ के आधार पर एक बिन्दु D इस प्रकार है कि $BD = \frac{1}{2}DC$. सिद्ध कीजिए $\text{ar}(\triangle ABD) = \frac{1}{3} \text{ar}(\triangle ABC)$.

3

6. दिए गए चित्र में समांतर चतुर्भुज ABCD के अभ्यंतर में बिन्दु O स्थित है। सिद्ध कीजिए

$$\text{ar}(\triangle AOB) + \text{ar}(\triangle COD) = \text{ar}(\triangle AOD) + \text{ar}(\triangle BOC)$$

3

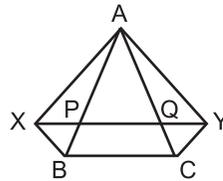


7. संलग्न चित्र में $\triangle ABC$ में $PQ \parallel BC$. यदि

$BX \parallel CA$ तथा $CY \parallel BA$ तो दर्शाइए कि

$$\text{ar}(\triangle ABX) = \text{ar}(\triangle ACY)$$

4

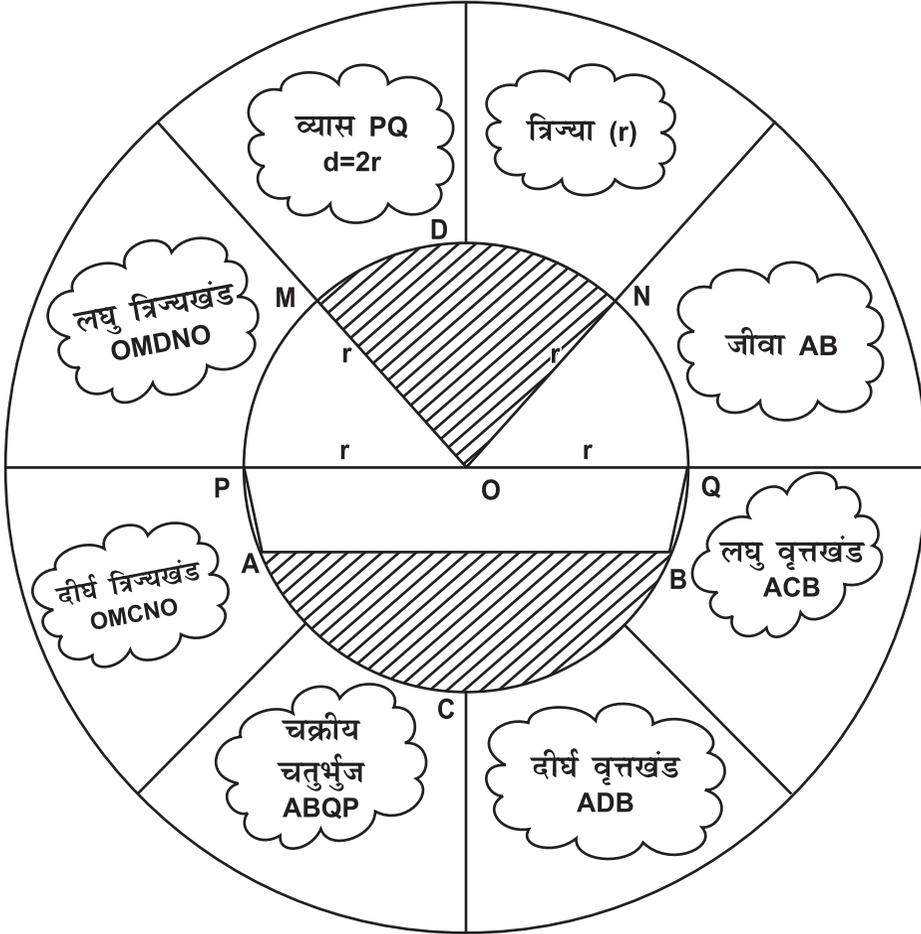


8. सिद्ध कीजिए कि समान आधार तथा समांतर रेखाओं के मध्य बने समांतर चतुर्भुजों का क्षेत्रफल समान होता है।

4

अध्याय 10

वृत्त
माइंड मैप



वृत्त का केन्द्र $\Rightarrow O$

वृत्त की त्रिज्या $\Rightarrow PO = OQ = OM = ON = r$

वृत्त की व्यास $\Rightarrow PQ = d = 2r$

वृत्त की जीवा $\Rightarrow AB$

त्रिज्यखण्ड $\Rightarrow MON \Rightarrow$ दो त्रिज्याओं तथा चाप के बीच का क्षेत्र

वृत्तखण्ड $\Rightarrow ACB \Rightarrow$ जीवा और चाप के बीच का क्षेत्र

$\square PABQ$ चक्रीय चतुर्भुज \Rightarrow यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के एक युग्म का योग 180° है।

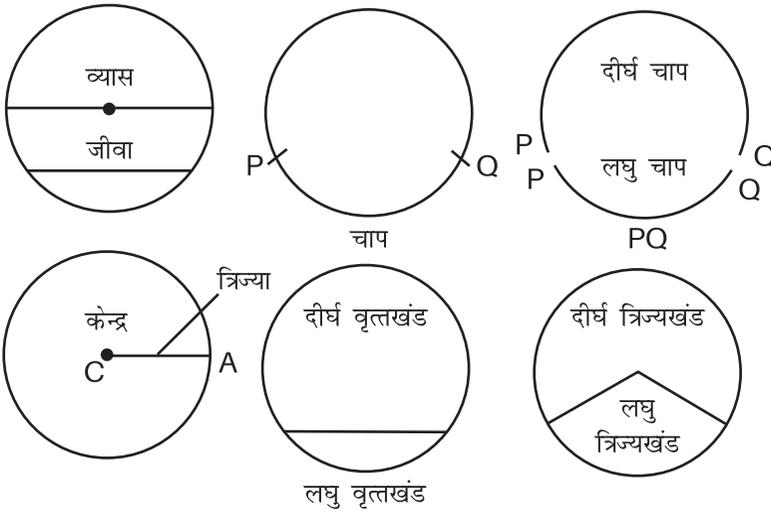
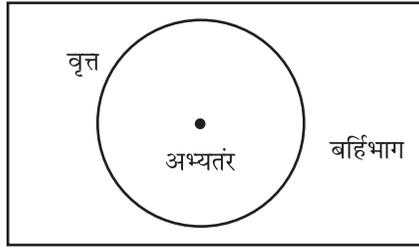
अध्याय 10

वृत्त

महत्वपूर्ण बिन्दु

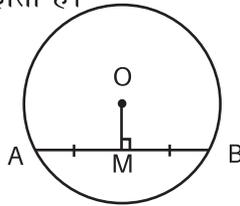
1. एक तल पर उन सभी बिन्दुओं का समूह जो तल के एक स्थिर बिन्दु से एक स्थिर दूरी पर स्थित हो, एक वृत्त कहलाता है। स्थिर बिन्दु को वृत्त का केन्द्र व स्थिर दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

वृत्त और इससे संबंधित पद

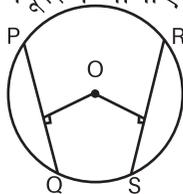


- तीन असरेखीय बिन्दुओं से जाने वाला एक और केवल एक वृत्त होता है।
- वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती है।
- यदि एक वृत्त की जीवाओं द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण बराबर हों तो वे जीवाएँ बराबर होती है।

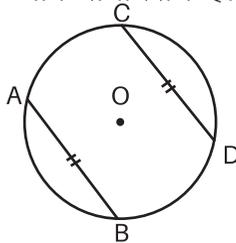
- एक वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।
- एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लम्ब होती है।



- एक वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं।
- सर्वांगसम वृत्तों की बराबर जीवाएँ केन्द्रों से समान दूरी पर होती हैं।
- एक वृत्त के केन्द्र से समदूरस्थ जीवाएँ लम्बाई में समान होती हैं।

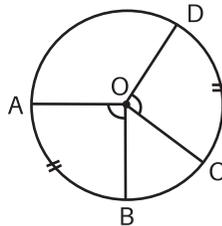


- यदि किसी वृत्त की दो जीवाएं बराबर हों तो उनके संगत चाप सर्वांगसम होते हैं।
- यदि किसी वृत्त के चाप सर्वांगसम हों तो उनकी संगत जीवाएँ बराबर होती हैं।



- किसी वृत्त की सर्वांगसम चाप (या बराबर चाप) केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करते हैं।

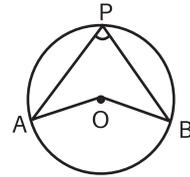
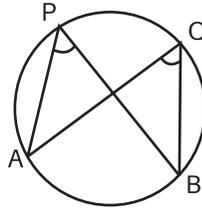
$$\Rightarrow \angle AOB = \angle COD$$



- एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण को दुगुना होता है। $\Rightarrow \boxed{\angle AOB = 2\angle APB}$

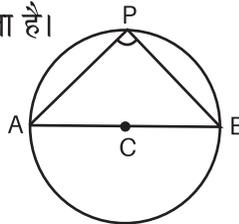
- एक ही वृत्त खण्ड के कोण बराबर होते हैं।

$$\Rightarrow \boxed{\angle APB = \angle AQB}$$



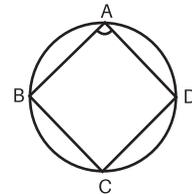
- अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है।

$$\Rightarrow \boxed{\angle APB = 180}$$



- चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° होता है।

$$\Rightarrow \boxed{\angle A + \angle C = 180} \quad \boxed{\angle B + \angle D = 180}$$



- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° हो तो यह चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होता है।

खंड-अ

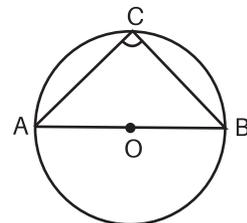
1. चित्र में, AOB वृत्त का व्यास है और $AC=BC$, तो $\angle CAB$ बराबर होगा:

a) 30°

b) 45°

c) 60°

d) 90°

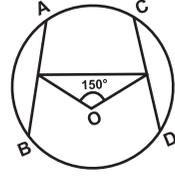


2. आकृति में, AB और CD केन्द्र O वाले वृत्त की दो बराबर जीवाएँ हैं। OP

और OQ क्रमशः AB और CD जीवाओं पर लंब है। यदि $\angle POQ=150^\circ$ है, तो $\angle APQ$ बराबर है।

- a) 30°
c) 15°

- b) 75°
d) 60°



3. एक ही वृत्त-खंड में बने कोण होते हैं:

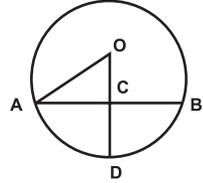
- a) बराबर
c) सम्पूरक

- b) कोटिपूरक
d) शीर्षाभिमुख कोण

4. आकृति में, यदि OA=5 सेमी., AB=8 सेमी. तथा OD जीवा AB पर लंब है, तो CD बराबर है।

- a) 2 सेमी.
c) 4 सेमी.

- b) 3 सेमी.
d) 5 सेमी.



5. एक वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी. तथा इसमें स्थित एक जीवा की लंबाई 10 सेमी. है। वृत्त के केंद्र से जीवा की लंबाई है :

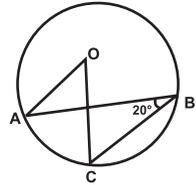
- a) 11.5 सेमी.
c) $\sqrt{69}$ सेमी.

- b) 12 सेमी.
d) 23 सेमी.

6. आकृति में यदि $\angle ABC=20^\circ$ है, तो $\angle AOC$ बराबर है :

- a) 20°
c) 60°

- b) 40°
d) 10°



7. यदि AB=12 सेमी., BC=16 सेमी. तथा AB, BC के लंबवत् है, तो A,B,C बिन्दुओं से गुजरने वाली वृत्त की त्रिज्या है:

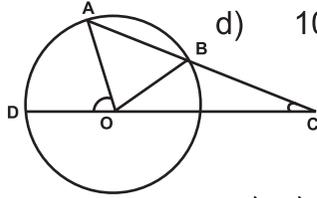
- a) 6 सेमी.
c) $\sqrt{10}$ सेमी.

- b) 8 सेमी.
d) 12 सेमी.

8. दी गई आकृति में, केन्द्र O वाले वृत्त की जीवा AB को C तक इस प्रकार आगे बढ़ाया गया है कि BC=OB तथा CO को मिलाया गया और आगे

बढ़ाने पर वृत्त के बिन्दु D पर मिला। यदि $\angle ACD=25^\circ$ तो $\angle AOD=?$

- a) 50° b) 75°
c) 90° d) 100°

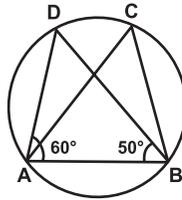


9. किसी वृत्त का AD एक व्यास है और AB एक जीवा है। यदि $AD=34$ सेमी. $AB=30$ सेमी है, तो वृत्त के केन्द्र से AB की दूरी है

- a) 17 सेमी. b) 15 सेमी.
c) 4 सेमी. d) 8 सेमी.

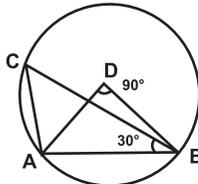
10. आकृति में, यदि $\angle DAB=60^\circ$, $\angle ABD=50^\circ$ है, तो $\angle ACB$ बराबर है

- a) 60° b) 80°
c) 70° d) 50°

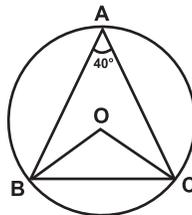


11. आकृति में, $\angle AOB=90^\circ$, तथा $\angle ACB=30^\circ$ है, तो $\angle CAO$ बराबर है

- a) 30° b) 45°
c) 90° d) 60°



12. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है तथा $\angle BAC=40^\circ$, तो $\angle OBC=?$



13. 9 सेमी. भुजा वाला एक समबाहु त्रिभुज वृत्त के अन्तर्गत स्थित है, वृत्त की त्रिज्या है।

- a) 3 सेमी. b) $3\sqrt{2}$ सेमी.
c) $3\sqrt{3}$ सेमी. d) 6 सेमी.

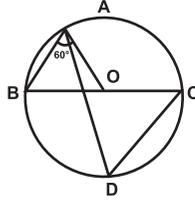
14. आकृति में, BC वृत्त का व्यास है तथा $\angle BAO = 60^\circ$ है, तो $\angle ADC$ बराबर है

a) 30°

b) 60°

c) 120°

d) 45°



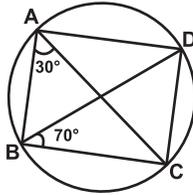
15. दी गई आकृति में, $\angle BCD$ की माप है :

a) 80°

b) 30°

c) 70°

d) 100°



16. दी गई आकृति में ABCD तथा ABEF दो चक्रीय चतुर्भुज हैं, यदि

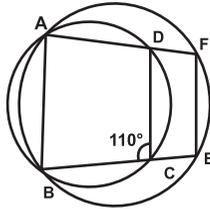
$\angle BCD = 110^\circ$ तो $\angle BEF = ?$

a) 100°

b) 55°

c) 90°

d) 70°



17. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज इस प्रकार है कि AB वृत्त का व्यास है तथा

$\angle ADC = 140^\circ$ तो $\angle BAC$ बराबर है

a) 80°

b) 30°

c) 50°

d) 40°

18. 13 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त पर 12 सेमी. दूरी पर स्थित जीवा की लम्बाई है:

a) 5 सेमी.

b) 10 सेमी.

c) 12 सेमी.

d) 13 सेमी.

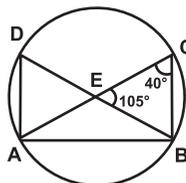
19. दी गई आकृति में $\angle ECB = 40^\circ$ तथा $\angle CEB = 105^\circ$ तो $\angle EAD = ?$

a) 35°

b) 20°

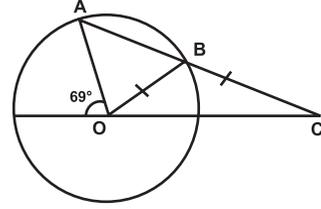
c) 50°

d) 40°



20. दी गई आकृति में, $BC = \text{त्रिज्या } OB$, तो $\angle OCB$ की माप है:

- a) 69° b) 46°
c) 92° d) 23°



रिक्त स्थान भरिए:

21. किसी वृत्त का वृत्तखंड उसके और चाप के बीच का क्षेत्र है।
22. यदि वृत्त के चाप के सिरे उसका व्यास हो तो वृत्त का चाप कहलाता है।
23. दो वृत्त जिनके केन्द्र समान परंतु त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न हो वृत्त कहलाते हैं।

सही (T) और गलत (F) लिखिए।

24. अर्द्धवृत्त के कोण की माप 180° है।
25. एक वृत्त किसी तल को तीन भागों में बाँटता है।
26. एक वृत्त में निश्चित संख्याओं में समान जीवाएँ होती हैं।

(27-30) सत्य या असत्य लिखिए तथा अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

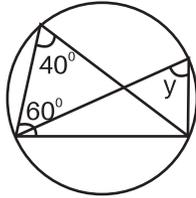
27. किसी जीवा द्वारा वृत्त पर स्थित किन्हीं दो बिन्दुओं पर अंतरित कोण बराबर होते हैं।
28. तीन सरैख बिन्दुओं से होकर एक वृत्त खींचा जा सकता है।
29. यदि A, B, C और D चार बिन्दु इस प्रकार हैं कि $\angle BAC = 45^\circ$ और $\angle BDC = 45^\circ$ है, तो A, B, C और D चक्रीय है।
30. दो बिन्दुओं A और B से होकर 3 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचा जा सकता है, यदि $AB = 6$ सेमी है।
31. यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° हो तो वह चतुर्भुजहोता है।

32. एक वृत्ताकार पिज्जा को चार भागों में बाँटा जाता है। प्रत्येक भाग क्या प्रदर्शित करता है?

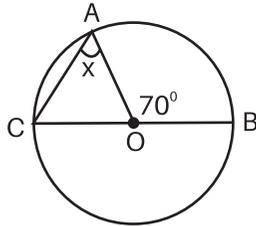
33. एक वृत्त का व्यास AD और AB जीवा है। यदि $AD=34\text{cm}$ $AB=30\text{cm}$, तो वृत्त के केन्द्र से AB की दूरी ज्ञात कीजिए।

34. दिए गए दो संकेन्द्रीय वृत्तों के केन्द्र O हैं। एक रेखा वृत्तों को क्रमशः A, B, C तथा D, पर काटती है। यदि $AB=10\text{cm}$ तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

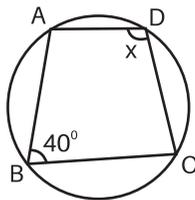
35. दी गई आकृति में y का माप ज्ञात कीजिए।



36. दी गई आकृति में x का माप ज्ञात कीजिए।



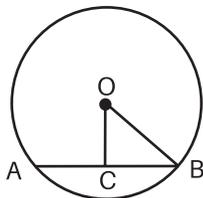
37. x का मान ज्ञात कीजिए।



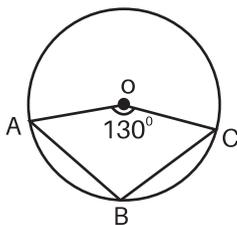
38. वृत्त का व्यास.....जीवा होती है।

39. ऐसे वृत्त जिनके केन्द्र एक ही हों तथा त्रिज्याएँ अलग-अलग हों उन्हें.....
....वृत्त कहते हैं।

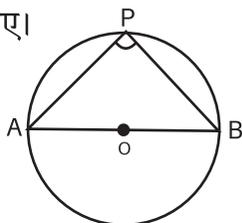
40. दी गई आकृति में O से जीवा AB पर OC लम्ब खींचा गया है। यदि $OB=5\text{cm}$ और $OC=3\text{cm}$ तो AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



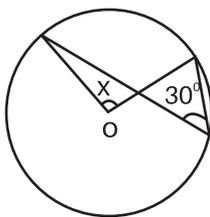
41. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है यदि $\angle AOC=130^\circ$ तो $\angle ABC$ का माप ज्ञात कीजिए।



42. दी गई आकृति में OAB वृत्त का व्यास है और P वृत्त पर स्थित एक बिन्दु है तो $\angle APB$ का मान ज्ञात कीजिए।



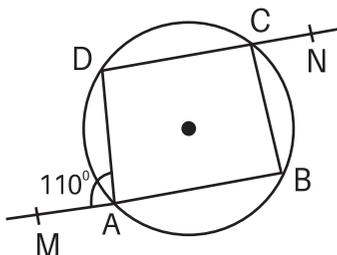
43. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।



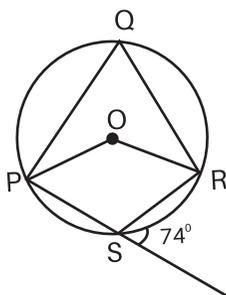
खण्ड-ब

44. सिद्ध कीजिए चक्रीय समान्तर चतुर्भुज एक आयत होता है।
45. यदि एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के समान है तो उस जीवा द्वारा वृत्त पर अंतरित कोण का माप लघु चाप और दीर्घ चाप पर ज्ञात कीजिए।

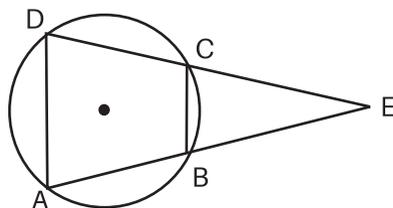
46. दी गई आकृति में $\angle BCN$ का माप ज्ञात कीजिए।



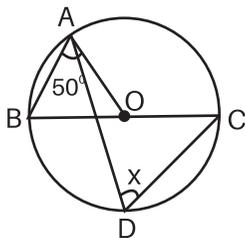
47. दी गई आकृति में प्रतिवर्ती कोण POR ज्ञात कीजिए।



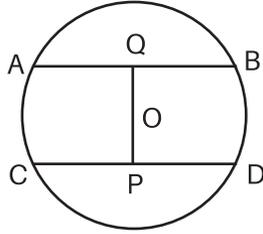
48. दी गई आकृति में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। AB और DC बढ़ाने पर E पर मिलते हैं। सिद्ध कीजिए $EA \times EB = EC \times ED$ ।



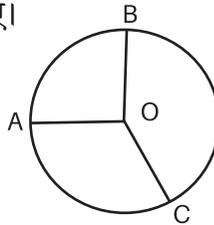
49. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र है यदि $\angle OAB = 50^\circ$ तो X का माप ज्ञात कीजिए।



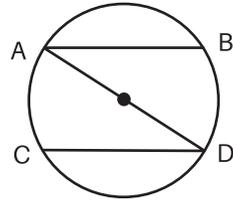
50. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र है तथा वृत्त की त्रिज्या 5cm, $OP \perp CD$, $OQ \perp AB$, $AB \parallel CD$, $AB=6\text{cm}$ और $CD=8\text{cm}$ तो PQ ज्ञात कीजिए।



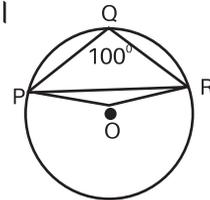
51. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$ $\angle ABC$ का माप ज्ञात कीजिए।



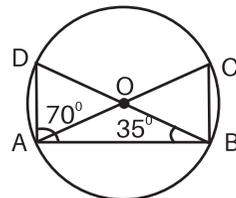
52. दी गई आकृति में, AB तथा CD समान्तर जीवाएँ हैं यदि चाप AC की लंबाई = 14 cm है तो BD की लंबाई ज्ञात कीजिए।



53. दी गई आकृति में $\angle PQR = 100^\circ$ जहाँ P, Q और R वृत्त पर स्थित है जिसका केन्द्र O है तो $\angle OPR$ का माप ज्ञात कीजिए।

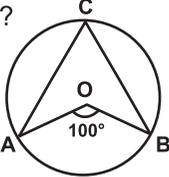
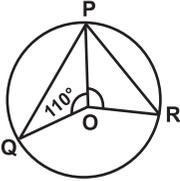
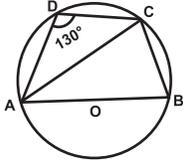


54. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र हैं यदि $\angle ABD = 35^\circ$ और $\angle BAD = 70^\circ$ तो $\angle ACB$ ज्ञात कीजिए।



खण्ड-स

55. निम्न स्तम्भों का मिलान कीजिए :

स्तम्भ 1	स्तम्भ 2
<p>A) अर्द्धवृत्त में स्थित कोण का माप</p> <p>B) दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle AOB=100^\circ$ तो $\angle ACB=?$</p>  <p>C) दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle POR=90^\circ$ तथा $\angle POQ=110^\circ$ तो $\angle QPR=?$</p>  <p>D) चक्रीय चतुर्भुज ABCD में दिया गया है $\angle ADC=130^\circ$ तथा AOB उस वृत्त का व्यास है जो A, B, C तथा D से गुजरता है। तब $\angle BAC=?$</p> 	<p>P) 40°</p> <p>Q) 80°</p> <p>R) 90°</p> <p>S) 50°</p>
<p>सही उत्तर है:</p> <p>A) B) C) D)</p>	

55. नीचे तीन कथन दिए गए हैं :-

- यदि किसी वृत्त का व्यास, वृत्त की दो जीवाओं में से प्रत्येक को प्रतिच्छेद करता है, तो वे जीवाएँ एक-दूसरे के समांतर हैं।
- दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 10 सेमी. तथा 17 सेमी. हैं एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं तथा उनकी उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई 16 सेमी. है। तब उसके केन्द्रों के बीच की दूरी 23 सेमी. है।
- जैसा कि दर्शाया गया है केन्द्र O वाले दो सकेन्द्री वृत्तों को रेखा L, A, B, C तथा D बिन्दुओं पर काटती है, तब $AC=BD$.

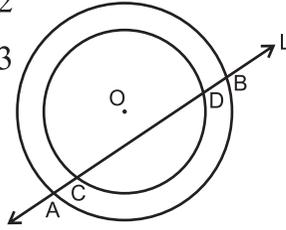
कौन सत्य है ?

a) 1 और 2

b) 1 और 3

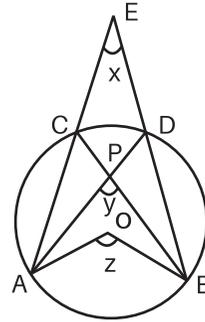
c) 2 और 3

d) केवल 2



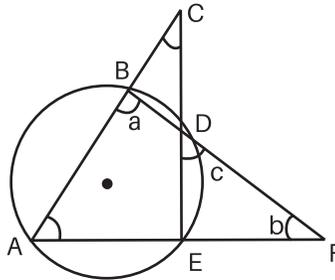
57. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए

$$\angle x + \angle y = \angle z$$



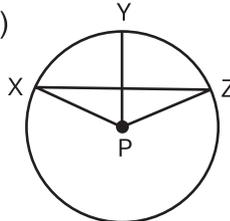
58. यदि समलंब चतुर्भुज की वे दो भुजाएँ जो समान्तर नहीं हैं समान हों तो सिद्ध कीजिए कि यह एक चक्रीय चतुर्भुज है।

59. दी गई आकृति में यदि $\angle BCD = 43^\circ$, $\angle BAF = 62^\circ$ हो तो a, b, और c का मान ज्ञात कीजिए।

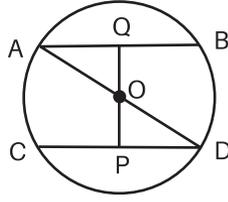


60. दी गई आकृति में P, वृत्त का केन्द्र है तो सिद्ध कीजिए।

$$\angle XPZ = 2(\angle XZY + \angle YXZ)$$

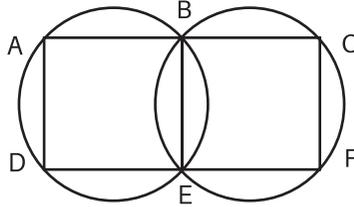


61. दी गई आकृति में AD वृत्त का व्यास तथा O केन्द्र है $AB \parallel CD$ तो सिद्ध कीजिए $AB = CD$.

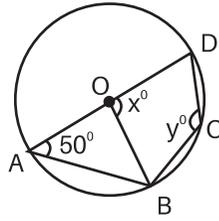


62. सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज के केन्द्रक और परिकेन्द्र एक ही बिन्दु होते हैं।

63. दी गई आकृति में A, B, C और D, E, F संरेखी बिन्दुओं के दो युग्म हैं तो सिद्ध कीजिए $AD \parallel CF$.



64. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है और $\angle DAB = 50^\circ$ तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।



65. यदि एक वृत्त की दो समान जीवाएँ वृत्त के अभ्यन्तर में एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हों तो सिद्ध कीजिए एक जीवा के खण्ड दूसरी जीवा के संगत खण्डों के समान होते हैं।

66. यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का एक युग्म सम्पूरक हो तो सिद्ध कीजिए कि वह चतुर्भुज चक्रीय होगा।

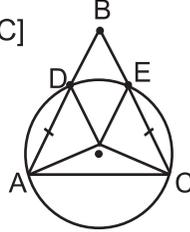
खण्ड-द

67. एक त्रिभुज ABC के कोणों A, B, और C के समद्विभाजक इसके परिवृत्त को क्रमशः D, E, और F पर प्रतिच्छेद करते हैं सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज DEF के कोण क्रमशः $90^\circ - \frac{1}{2} A$, $90^\circ - \frac{1}{2} B$, $90^\circ - \frac{1}{2} C$ हैं।

68. चक्रीय चतुर्भुज के बहिर्भाग के वृत्तखण्ड के कोणों के मापों का योगफल ज्ञात कीजिए।

69. मान लीजिए कि त्रिभुज ABC का शीर्ष एक वृत्त के बाहर स्थित है और कोण की भुजाएँ AB तथा CB वृत्त से बराबर जीवाएँ AD और CE काटती हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle ABC$ जीवाओं AC और DE द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोणों के अंतर का आधा है।

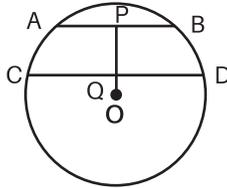
$$\angle ABC = \frac{1}{2} [\angle DOE - \angle AOC]$$



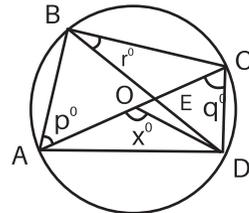
70. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O, त्रिज्या 5cm

$OP \perp CD$, $AB \parallel CD$

$AB = 6\text{cm}$ और $CD = 8\text{cm}$ तो PQ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



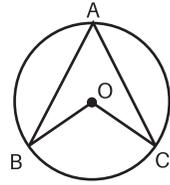
71. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O, व्यास AC और जीवा $BD \perp AC$ एक दूसरे को E पर काटते हैं। यदि $\angle AOD = x^\circ$, $\angle BAC = p^\circ$, $\angle ACD = q^\circ$ है तो P, Q, R, का मान x के पदों में ज्ञात कीजिए।



72. गणित की प्रयोगशाला में छात्रों ने प्रयोगात्मक कार्य के लिए वृत्ताकार बोर्ड का प्रयोग किया। एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण का माप $(2a + 50^\circ)$ है। पल्लवी ने $\angle BAC$ का माप $(a + 25^\circ)$ ज्ञात किया।

i) क्या पल्लवी द्वारा निकाला गया माप सही है? स्पष्ट कीजिए।

ii) यदि $a=30^\circ$ है तो $\angle BAC$ का माप ज्ञात कीजिए।



iii) यदि $a=15^\circ$ है तो $\angle OC$ का माप क्या होगा।

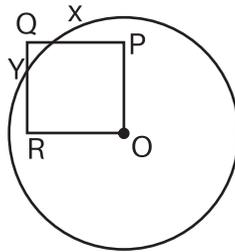
iv) यदि $a=30^\circ$ है तो प्रतिवर्ती $\angle BOC$ का माप ज्ञात कीजिए।

73. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त की दो जीवाएँ एक दूसरे को समद्विभाजित करती हों, तो ये जीवाएँ वृत्त का व्यास होंगी।

74. किसी चक्रीय चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजकों से बना चतुर्भुज भी चक्रीय चतुर्भुज होता है। सिद्ध कीजिए।

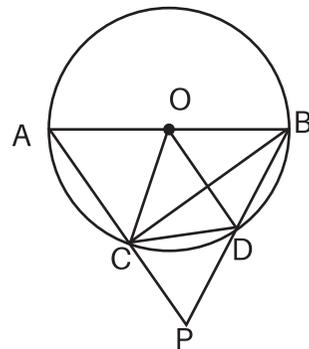
75. सिद्ध कीजिए कि तीन दिए हुए असरेखी बिन्दुओं द्वारा होकर जाने वाला एक और केवल एक वृत्त है।

76. दिए गए चित्र में $OPQR$ एक वृत्त है। एक वृत्त जिसका केन्द्र O है इस वर्ग को X तथा Y पर काटता है। सिद्ध कीजिए $QX=QY$

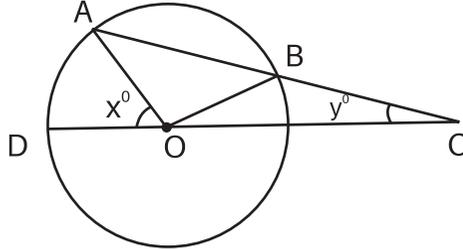


77. सिद्ध कीजिए कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का प्रत्येक युग्म सम्पूरक होता है।

78. दिए गए चित्र में, वृत्त $C(o,r)$ का व्यास AB है तथा चाप CD वृत्त की त्रिज्या OC के बराबर है। यदि AC तथा BD को बढ़ाने पर वे बिंदु P पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\angle APB$ का मान 60° है।

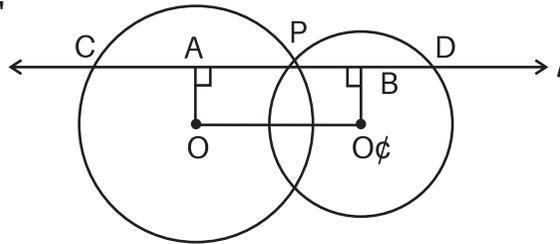


79. दिए गए चित्र में, वृत्त जिसका केन्द्र O है, में जीवा AB को बिन्दु C तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $BC=OB$ । OC को मिलाया गया तथा बिन्दु D पर वृत्त से मिलाया गया है। यदि $\angle ACD=y^\circ$ तथा $\angle AOD=x^\circ$ तो सिद्ध कीजिए $x=3y$

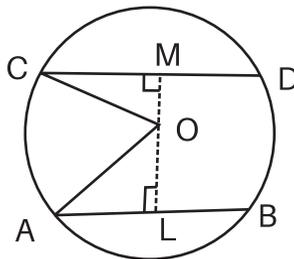


80. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।
81. दो वृत्त जिनके केन्द्र O तथा O' है, बिन्दु P पर प्रतिच्छेद करते हैं। बिन्दु P से OO' के समान्तर एक रेखा l खींची गई जो वृत्तों को बिन्दु C तथा D पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए

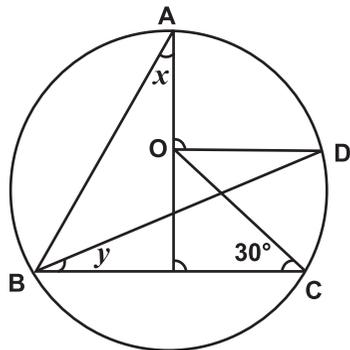
$$CD=2OO'$$



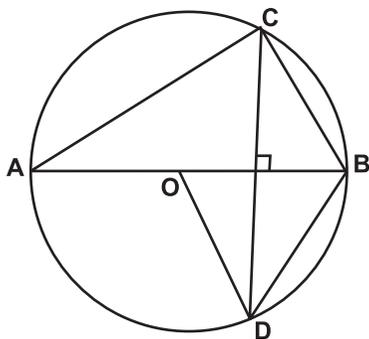
82. किसी वृत्त पर दो समान्तर जीवाँ AB तथा CD वृत्त के केन्द्र O की विपरीत दिशाओं में इस प्रकार स्थित है कि $AB=10\text{cm}$, $CD=24\text{cm}$ तथा AB और CD के बीच की दूरी 17cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



83. AB और AC त्रिज्या r वाले एक वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि $AB=2AC$ है। यदि p और q क्रमशः केंद्र से AB और AC की दूरियाँ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $4q^2 = p^2 + 3r^2$ है।
84. आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है और $\angle BCO=30^\circ$ है। x और y ज्ञात कीजिए।



85. आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है $BD=OD$ और $CD \perp AB$ है। $\angle CAB$ ज्ञात कीजिए।



अध्याय 10

वृत्त

उत्तर

1. b) 40°
2. b) 75°
3. a) समान
4. a) 2 सेमी.
5. b) 12 सेमी.
6. b) 40°
7. c) 10 सेमी.
8. b) 75°
9. d) 8 सेमी.
10. c) 70°
11. d) 60°
12. b) 50°
13. d) $3\sqrt{3}$ सेमी.
14. b) 60°
15. a) 80°
16. a) 110°
17. c) 50°
18. b) 10 सेमी.
19. a) 35°
20. d) 23°
21. जीवा
22. अर्द्धवृत्त
23. सकेन्द्री
24. सही (T)
25. सही (T)
26. गलत (F)
27. असत्य। यदि दोनों बिन्दु केवल एक ही वृत्तखंड (दीर्घ या लघु) में स्थित होते हैं, तभी बराबर होते हैं अन्यथा नहीं।
28. असत्य। क्योंकि दो बिन्दुओं से होकर जाने वाला वृत्त इन दोनों बिन्दुओं के संरेख तीसरे बिन्दु से होकर नहीं जा सकता।
29. सत्य, एक ही वृत्तखंड के कोण।
30. सत्य, क्योंकि AB व्यास होगा
31. चक्रीय चतुर्भुज
32. त्रिज्यखंड
33. 8cm
34. 10cm
35. $y = 40^\circ$
36. $x = 35^\circ$
37. $x = 140^\circ$
38. सबसे बड़ी
39. संकेन्द्रीय
40. 8cm
41. 115°
42. 90°
43. 60°
45. $30^\circ, 150^\circ$
46. 70°
47. 212°
49. 50°

50. 7cm
51. 75°
52. 14cm
53. 10°
54. 75°
55. (A) – (R)
(B) – (S)
(C) – (Q)
(D) – (P)
56. b) 1 और 3 (केन्द्रों के बीच की दूरी
21 सेमी. है न कि 23 सेमी.)
59. $a = 105^\circ$
 $b = 13^\circ$
 $c = 62^\circ$
64. $x = 100^\circ$, $y = 130^\circ$
68. 540°
70. $p = 90^\circ - \frac{1}{2}x$
 $q = \frac{1}{2}x$
 $r = 90^\circ - \frac{1}{2}x$
72. i) हाँ
ii) 55°
iii) 80°
iv) 250°
82. 13 सेमी.
84. $x = 30^\circ$, $y = 15^\circ$
85. 30°

वृत्त

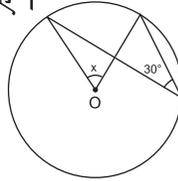
अभ्यास परीक्षा

समय : 50 मिनट

M.M. 20

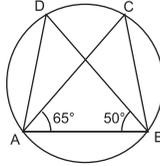
1. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।

(1)



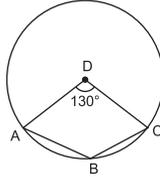
2. दी गई आकृति में $\angle DAB=60^\circ$ तथा $\angle ABD=50^\circ$ तो $\angle ACB=?$

(1)

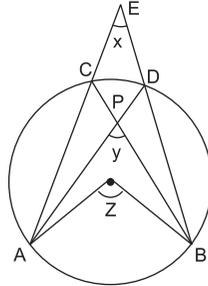


3. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle AOC=130^\circ$ तब $\angle ABC$ का मान ज्ञात कीजिए।

(2)

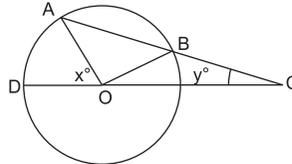


4. सिद्ध कीजिए कि वृत्त की बराबर जीवें केंद्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं। (2)
 5. सिद्ध कीजिए कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है। (3)
 6. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए। $\angle x + \angle y = \angle z$ (3)



7. दी गई आकृति में, AB वृत्त की जीवा है। AB को C तक बढ़ाया गया है जिससे $BC=OB$ । CO को मिलाया गया है तथा D तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle ACD=y$ तथा $\angle AOD=x$ तो सिद्ध कीजिए $x=3y$

(4)



8. सिद्ध कीजिए वृत्त की किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है। (4)

अध्याय 11
रचनाएँ
महत्वपूर्ण बिन्दु

- स्केल तथा परकार का प्रयोग करके निम्नलिखित प्रकार की रचनाएँ मुख्य हैं।
 - 1 60° , 120° , 30° , 90° इत्यादि प्रकार के कोणों की रचनाएँ।
 - 2 दिये गये कोण को आधा करना।
 - 3 दिये गये रेखाखण्ड का लम्ब समद्विभाजक खींचना।
 - 4 किसी बाह्य बिन्दु से दी गई रेखा पर लम्ब खींचना।
 - 5 किसी दी गई रेखा के समान्तर रेखाएँ खींचना।
 - 6 एक ऐसे त्रिभुज की रचना करना, जिसका आधार, एक आधार कोण तथा अन्य दो भुजाओं का योग दिया हो।
 - 7 एक ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसका आधार, एक आधार कोण अन्य दो भुजाओं का अन्तर दिया हो।
 - 8 एक ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसके दो आधार कोण तथा त्रिभुज का परिमाप दिया हो।

प्रश्न

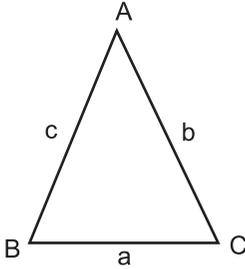
1. एक 7.2 cm लम्बा रेखाखण्ड खींचकर उसे दो बराबर भागों में बाँटो। प्रत्येक भाग की लम्बाई नापिए।
2. $AB=6.4\text{cm}$ का लम्ब समद्विभाजक खींचिए।
3. एक रेखाखण्ड $PQ=8$ सेमी. खींचो। बिन्दु P पर एक लम्ब खींचिए।

4. $AB=7.9\text{cm}$ लम्बी रेखा बनाइए। A तथा B पर लम्ब खींचिए। क्या ये लम्ब एक दूसरे के समान्तर हैं?
5. चाँदों की सहायता से एक कोण $\angle ABC=32^\circ$ बनाइये तथा इसी के बराबर दूसरा कोण $\angle ABC$ परकार की सहायता से बनाइये।
6. परकार का प्रयोग करके निम्न कोणों की रचना करिये।
 $90^\circ, 22\frac{1}{2}^\circ, 15^\circ, 75^\circ, 105^\circ, 135^\circ$
7. एक समचतुर्भुज की रचना कीजिए जिसकी भुजा 3.4 सेमी. तथा एक कोण 45° हो।
8. त्रिभुज $\triangle XYZ$ की रचना कीजिए जिसमें $XY=4.5\text{cm}$, $ZX=6.0\text{cm}$. $YZ=5.0\text{cm}$ हो। सबसे बड़े कोण का अर्धक भी खींचिए।
9. 6cm. भुजा की माप के समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए। इनके शीर्षों को P, Q तथा R से दर्शाइए। बिन्दु Q से एक माध्यिका QT खींचिए।
10. $AB=13.2\text{cm}$ लम्बा रेखाखण्ड खींचिए। स्केल तथा परकार की सहायता से $\frac{1}{4} AB$ ज्ञात कीजिए। रचना के पद लिखिए।
11. एक समकोण ABC की रचना कीजिए जिसमें $\angle B=90^\circ$, $AB+AC=10\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ है।
12. एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें $QR=7\text{cm}$, $\angle Q=75^\circ$, $PQ+PR=13\text{cm}$ है।
13. एक $\triangle PQR$ की रचना कीजिए जिसमें $QR=6\text{cm}$, $\angle Q=30^\circ$, $PQ-PR=3\text{cm}$ है।

14. त्रिभुज $\triangle XYZ$ की रचना कीजिए जिसमें $YZ=4.1\text{cm}$, $\angle Y=45^\circ$, $XY+XZ=6.7\text{cm}$ है।
15. त्रिभुज $\triangle PQR$ की रचना कीजिए जिसमें $QR=5\text{cm}$, $\angle R=45^\circ$, $PR-PQ=1.6\text{cm}$ है।
16. $\triangle XYZ$ की रचना कीजिए जिसमें $\angle Y=30^\circ$, $\angle Z=45^\circ$ तथा $XY+YZ+ZX=11\text{cm}$ है।
17. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $\angle B=45^\circ = \angle C=60^\circ$ तथा शीर्ष A से आधार BC पर लम्ब की लम्बाई 4.5cm है।
18. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाण 12cm तथा त्रिभुज के कोण $3:4:5$ के अनुपात में हैं।
19. सरकार द्वारा बुजुर्गों के लिए वृद्धाश्रम बनाया जाना है। यदि वृद्धाश्रम एक समकोण त्रिभुजाकार के आकार का है जिसकी एक भुजा की माप 13m . तथा कर्ण व अन्य भुजा का योग 15m हो तो त्रिभुज की रचना मापों को cm में लेकर करिये।
20. एक विद्यालय के इकोक्लब ने विद्यालय में हरियाली के लिए एक त्रिकोण पार्क ABC इस प्रकार बनाया कि $BC=7\text{m}$, $\angle C=75^\circ$ तथा $AB+AC=13\text{m}$ है तो $\triangle ABC$ की रचना कीजिए (मापों को cm में लीजिए)
21. एक लाइन ℓ खींचकर एक बिन्दु P इस प्रकार लो कि वह ℓ पर न हों, बिन्दु P से एक रेखा $m \parallel \ell$ खींचिए।
22. $\triangle DEF$ की रचना कीजिए जिसमें $DE = 5\text{ cm}$, $\angle C=120^\circ$ तथा $EF - DF = 3.6\text{ cm}$ हो।
23. एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी दो भुजाओं का योग 8 सेमी है।

24. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका आधार 5.4 सेमी. तथा विकर्ण और लंब का अंतर 1.9 सेमी. है।
25. $\triangle PQR$ बनाइए जिसमें $PQ = 5 \text{ cm}$, $\angle P = 105^\circ$ तथा $PQ + QR = 8 \text{ cm}$ हो।
26. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाप 11.9 सेमी. तथा आधार के कोण 80° तथा 60° हैं।
27. एक समद्विबाहु $\triangle XYZ$ की रचना कीजिए जिसमें $YZ = ZX = 6 \text{ cm}$ तथा माध्यिका $YT = 4 \text{ cm}$ है।

अध्याय 12
हीरोन का सूत्र
माइंड मैप



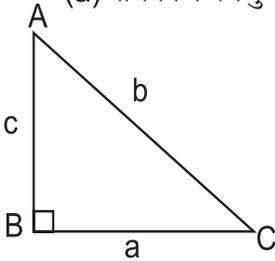
$$\text{अर्धपरिमाप} = \frac{a+b+c}{2} = S$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

हीरोन का सूत्र

त्रिभुजों के परिमाप एवं क्षेत्रफल

(a) समकोण त्रिभुज



$$b^2 = a^2 + c^2$$

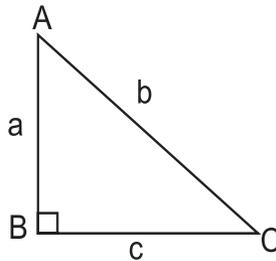
(पाइथागोरस प्रमेय)

$$\text{परिमाप} = a+b+c$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} a \times c$$

$$= \frac{1}{2} \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

(b) समद्विबाहु त्रिभुज



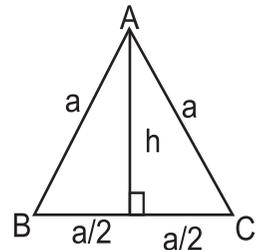
$$b^2 = 2a^2$$

(पाइथागोरस प्रमेय)

$$\text{परिमाप} = 2a+$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} a^2$$

(c) समबाहु त्रिभुज



$$\text{परिमाप} = 3a$$

$$\text{ऊँचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} a \times h$$

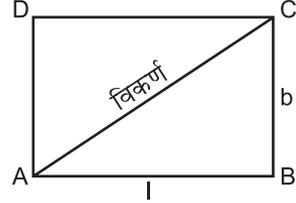
$$= \frac{1}{2} a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

अध्याय 12
हीरोन का सूत्र
महत्वपूर्ण बिन्दु

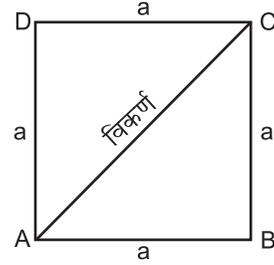
- **आयत:-** यदि किसी आयत की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः 'l' और 'b' इकाई हो तो

- आयत का परिमाण = $2(l + b)$ इकाई
- आयत का क्षेत्रफल = $l \times b$ वर्ग इकाई
- विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2}$ वर्ग इकाई



- **वर्ग:-** यदि किसी वर्ग की भुजा 'a' इकाई हो तो

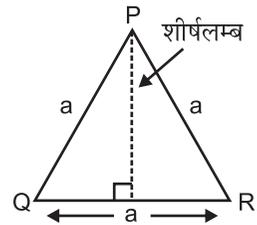
- वर्ग का परिमाण = $4a$ इकाई
- वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)² $(a)^2$ वर्ग इकाई
- वर्ग का विकर्ण = $\sqrt{2}a$ वर्ग इकाई
- वर्ग का क्षेत्रफल (विकर्ण के संदर्भ में) = $\frac{1}{2} (\text{विकर्ण})^2$



- **त्रिभुज**

A) समबाहु त्रिभुज - यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाएँ समान हो तो

- समबाहु त्रिभुज का परिमाण = $3a$ इकाई
- शीर्षलम्ब = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ इकाई
- क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ or $\frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$ वर्ग इकाई



B) समकोण त्रिभुज: - किसी त्रिभुज में यदि एक कोण समकोण 90° हो तो

- कर्ण = $\sqrt{b^2 + h^2}$ इकाई

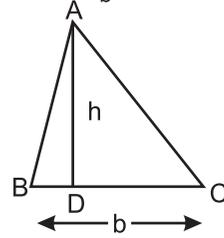
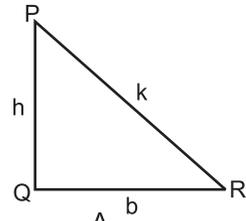
(ii) परिमाण = $b + h + k$ इकाई

(iii) क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times b \times h$ वर्ग इकाई

त्रिभुज का क्षेत्रफल (सामान्य सूत्र)

= $\frac{1}{2} \times$ आधार \times संगत शीर्षलम्ब

= $\frac{1}{2} \times b \times h$ वर्ग इकाई



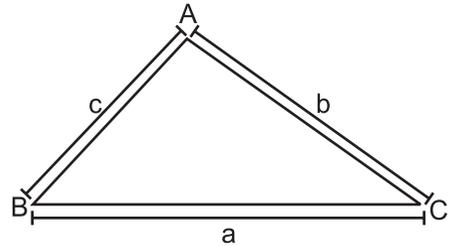
हीरोन सूत्र:

- माना त्रिभुज ABC में भुजा BC, AC व AB क्रमशः a, b व c इकाई हो तो

(i) परिमाण = $a + b + c$ इकाई

(ii) अर्ध परिमाण (S) = $\frac{a + b + c}{2}$ इकाई

(iii) त्रिभुज का क्षेत्रफल



क्षे. (ΔABC) = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ वर्ग इकाई

नोट :- किसी भी तरह के त्रिभुज का क्षेत्रफल हीरोन के सूत्र का प्रयोग कर ज्ञात कर सकते हैं।

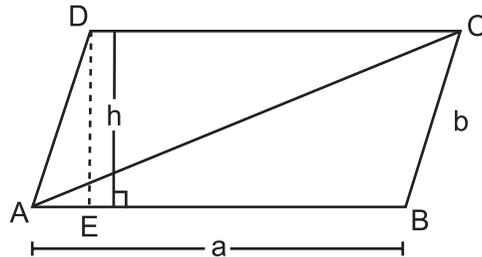
- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल :- किसी समांतर चतुर्भुज की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः a व b इकाई तथा h दो समांतर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी हो तो

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

= आधार \times संगत शीर्षलम्ब

= $AB \times DE$

= $a \times h$ वर्ग इकाई



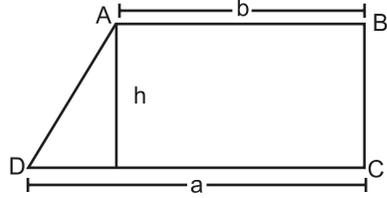
अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times a \times h$ वर्ग इकाई

- समलम्ब का क्षेत्रफल :- समलम्ब चतुर्भुज जिसमें $AB = a$ इकाई तथा $CD = b$ इकाई तथा दो समांतर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी h हो तो

समलम्ब का क्षेत्रफल

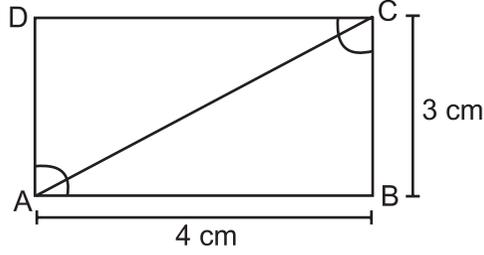
$$= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$



- c) 12000cm^2 d) इनमें से कोई नहीं
8. एक त्रिभुज जिसका परिमाप 42सेमी. और दो भुजाओं की माप 18सेमी. और 10 सेमी. है। उसका क्षेत्रफल होगा ?
a) $14\sqrt{11}\text{cm}^2$ b) $21\sqrt{11}\text{cm}^2$
c) $35\sqrt{11}\text{cm}^2$ d) इनमें से कोई नहीं
9. एक त्रिभुज की भुजाओं की माप 42 सेमी., 34 सेमी. और 20 सेमी है। इस की सबसे बड़ी भुजा के संगत शीर्ष लम्ब की लम्बाई होगी ?
a) 15cm b) 36cm
c) 16cm d) 23cm
10. एक पार्क चतुर्भुज ABCD के आकार में है। जिसमें $\angle C = 90^\circ$, $AB = 9\text{m}$, $BC = 12\text{m}$, $CD = 5\text{m}$ और $AD = 8\text{m}$ हो तो पार्क का क्षेत्रफल होगा ?
a) 56.4m^2 b) 55.4m^2
c) 65.4m^2 d) इनमें से कोई नहीं
11. एक त्रिभुजाकार मैदान का शीर्ष लम्ब उसके आधार का एक-तिहाई है। यदि 58 रुपये प्रति हैक्टेयर की दर से उसमें बुवाई का व्यय ₹783 हो तो उसका शीर्ष लम्ब होगा ?
a) 900m b) 600m
c) 300m d) इनमें से कोई नहीं
12. एक समबाहु त्रिभुज का शीर्ष लम्ब 6 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा
a) $15\sqrt{3}\text{cm}^2$ b) $3\sqrt{3}\text{cm}^2$
c) $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ d) $17\sqrt{3}\text{cm}^2$
13. एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 30 सेमी. और उसकी समान भुजाओं की लम्बाई 12 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल सेमी² में होगा ?
a) $9\sqrt{15}$ b) $17\sqrt{15}$
c) $12\sqrt{15}$ d) $6\sqrt{15}$

28. दी गई आकृति में $\triangle BAC$ व $\triangle ACD$ के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

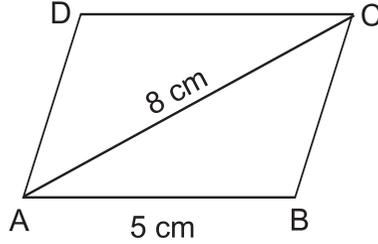


29. किसी वर्ग, जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी. हो तो उसके एक विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।
30. समांतर चतुर्भुज जिसकी एक भुजा की लंबाई व संगत ऊँचाई क्रमशः 10 सेमी. व 8 सेमी हो तो इसके विकर्ण द्वारा बने एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
31. किसी त्रिभुज की एक भुजा 9.5 मी. व उसके संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 12मी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

खण्ड-ब

32. एक त्रिभुज की भुजाएँ a , b तथा c हैं। यदि $(S - a) = 5$ cm, $(S - b) = 10$ cm, और $(S - c) = 1$ cm, हो तो a , b तथा c का मान ज्ञात कीजिए।
33. त्रिभुज की भुजाओं के मध्य अनुपात 3:5:7 हो व उसका परिमाप 300 सेमी. हो तो त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई ज्ञात करे।
34. किसी त्रिभुजाकार मैदान की भुजाओं की माप 16मी., 12मी. व 18 मी. है। उस मैदान के तीनों तरफ ₹25 प्रति मी. की दर से बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात कीजिए।
55. समद्विबाहु त्रिभुज की असमान भुजा की लंबाई 12 सेमी. है। यदि उसके संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 7.5 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

36. एक समलंब की समांतर भुजाएं 77m व 60m हैं तथा असमांतर भुजाएं 26m व 25m हैं तो समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
37. दी गई आकृति में समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करे, यदि AB=5 सेमी व AC=8 सेमी. हो।



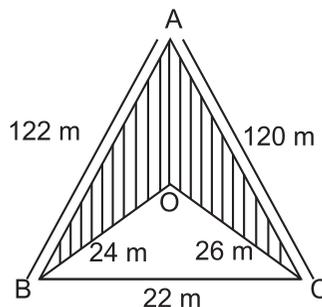
38. त्रिभुज ABC में AB=15 सेमी., BC=14 सेमी., AC=13 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करते हुए BC भुजा का संगत शीर्षलंब ज्ञात कीजिए।
39. किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा की माप x इकाई हो तो सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2$ होगा।
40. एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप 32 सेमी. व 10 सेमी. है और इसकी समान भुजा का आधार के साथ अनुपात 3:2 है तो इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

खण्ड-स

41. एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल 360m^2 है। इसके सम्मुख शीर्षों से विकर्ण पर डाले गये लंबों की लंबाई 10m व 8m है तो विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।
42. किसी त्रिभुज की भुजाओं की माप 1.6 मी., 1.2मी. व 2.0 मी. है उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

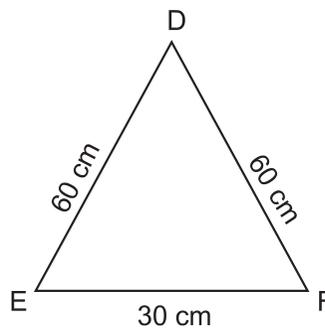
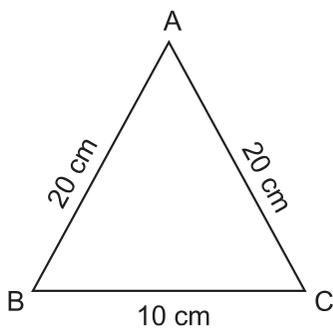
43. एक पार्क को समतल करने की कीमत 2km^2 पर ₹ 2700 है यदि पार्क समकोण त्रिभुज आकार का है जिसकी एक भुजा 45km है तो कर्ण भुजा ज्ञात कीजिए।

44. दी गई आकृति में छाँयांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इसमें 6m^2 वाले कितने त्रिभुजाकार फूलों की क्यारियां बनाई जा सकती हैं।



प्रयोग करें $\sqrt{105} = 10.25$

45. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें, यदि उसका परिमाण 100मी. और एक विकर्ण 30मी. हो।
46. त्रिभुजाकार बोर्ड की भुजाओं की माप 5सेमी. , 12सेमी. व 13सेमी. हो तो इस बोर्ड पर रु. 30 प्रति वर्ग सेमी. की दर से पेंटिंग करने का व्यय ज्ञात करें।
47. एक समकोण त्रिभुज को एक भुजा 20सेमी. की है और इसके कर्ण और दूसरी भुजा की लंबाइयों का अंतर 8सेमी. है। कर्ण व दूसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
48. त्रिभुज ABC व त्रिभुज DEF के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

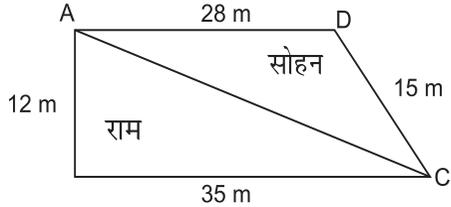


49. किसी त्रिभुज का परिमाप x सेमी. है। यदि इसकी भुजाओं की माप p सेमी. q सेमी व r सेमी. हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र लिखें। हीरोन सूत्र का प्रयोग करें।

खण्ड-द

50. एक त्रिभुजाकार पार्क जिसकी भुजाओं की माप 120मी., 80 मी. और 50 मी. है। माली को इसके सभी ओर बाड़ लगानी है और वातावरण की वायु को शुद्ध रखने के लिए पार्क में वृक्ष लगाने हैं।
- i) 50 ₹0 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात करें यदि 5 मी. चौड़ी जगह गेट लगाने के लिए छोड़ दी जाती है।
- ii) वह क्षेत्रफल भी ज्ञात करें जहाँ वृक्ष लगाया जा सकता है।
51. जमीन के एक टुकड़े ABCD की आकृति दी गई है। यदि इस टुकड़े को विकर्ण AC से दो भागों में काटकर राम और सोहन के मध्य बाँटा जाये तो किसको जमीन का टुकड़ा क्षेत्रफल में बड़ा प्राप्त होगा।

[$\sqrt{10}=3.15$ प्रयोग करें]



52. एक त्रिभुजाकार विज्ञापन बोर्ड की विमाएँ 11 मी., 6 मी. और 15 मी. है। जिसका प्रयोग व्यावसायिक गतिविधियों के लिए किया जाता है। यदि इस बोर्ड द्वारा ₹ 5000 वर्ग मी. प्रति माह की दर से आमदनी हो तो एक महीने में इसके द्वारा प्राप्त आमदनी क्या होगी? [$\sqrt{2} = 1.41$] लीजिए।
53. यदि एक त्रिभुज की प्रत्येक भुजा दुगनी कर दी जाए तो दिए गए त्रिभुज नए त्रिभुज के क्षेत्रफलों के बीच अनुपात ज्ञात कीजिए। नए त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना प्रतिशत बढ़ा।

अध्याय 12
हीरोन का सूत्र

उत्तर

1. a) 6cm^2
2. d) $\sqrt{3}\text{cm}^2$
3. d) 60cm
4. b) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
5. c) 60cm^2
6. b) $3\sqrt{3}$
7. b) 9000cm^2
8. b) $21\sqrt{11}\text{cm}^2$
9. c) 16cm
10. c) 65.4cm^2
11. d) इनमें से कोई नहीं
12. c) $12\sqrt{3}$
13. a) $9\sqrt{15}$
14. b) 336cm^2
15. a) $\sqrt{32}\text{cm}$
16. b) ₹ 2.16
17. d) $100\sqrt{3}\text{m}^2$
18. d) $24\sqrt{5}\text{cm}$
19. a) 48cm^2
20. c) $375\sqrt{15}\text{m}^2$
21. 20cm^2
22. $4\sqrt{3}\text{cm}^2$
23. 13cm
24. 12cm
25. तीन गुणा
26. 10cm
27. 8cm
28. 1:1
29. $5\sqrt{2}\text{cm}$
30. 40cm^2
31. 57m^2
32. $11\text{cm}, 6\text{cm}, 15\text{cm}$
33. $60\text{cm}, 100\text{cm}, 140\text{cm}$
34. ₹ 1150
35. 45cm^2
36. 1644m^2
37. 24cm^2
38. $84\text{cm}^2, 12\text{cm}$
40. $32\sqrt{2}\text{cm}^2$
41. 40m
42. $20\sqrt{2}\text{m}^2$
43. 75km
44. $1074\text{m}^2, 179$
45. 600m^2
46. ₹ 900
47. $29\text{cm}, 21\text{cm}$
48. 1:9
49. $\sqrt{\frac{x}{2}\left(\frac{x}{2}-p\right)\left(\frac{x}{2}-q\right)\left(\frac{x}{2}-r\right)}$
50. i) ₹ 12250, ii) $375\sqrt{15}\text{m}^2$
51. Ram 210m^2
52. ₹ 141000
53. i) 1:4
ii) 300%

अभ्यास परीक्षा

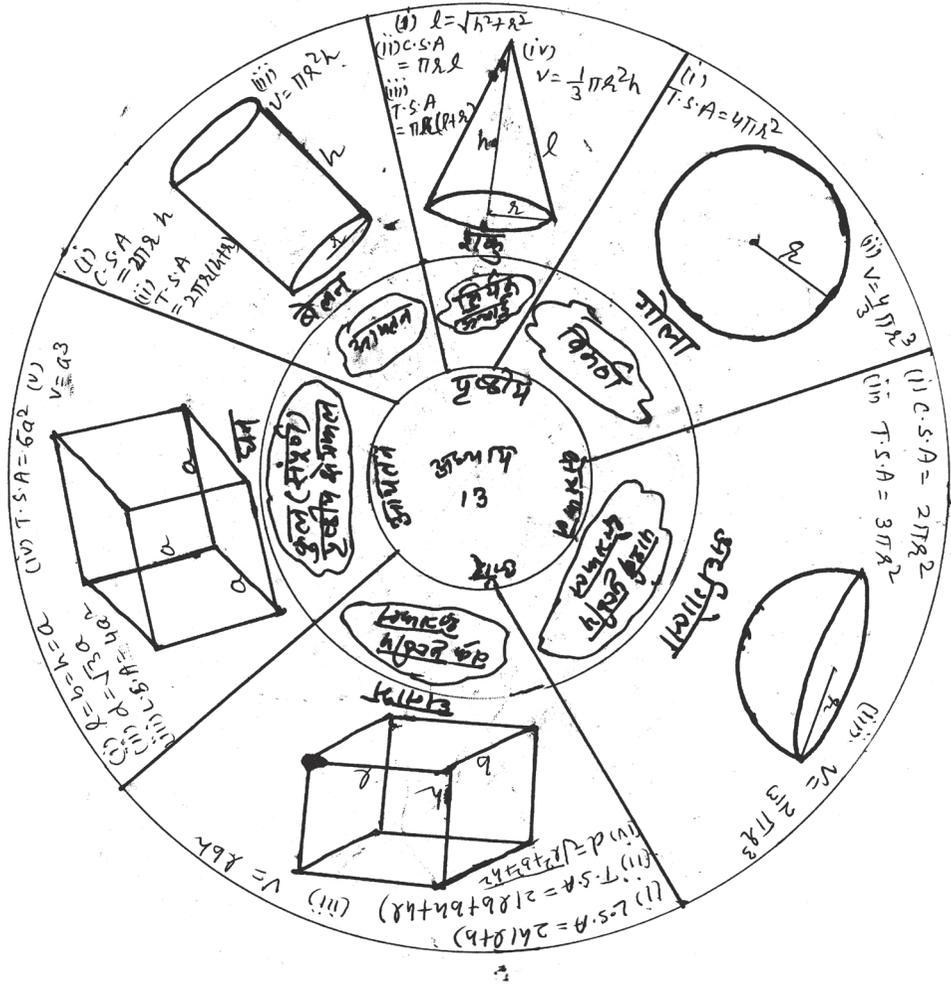
हीरोन सूत्र

समय: 50 मिनट

MM : 20

1. समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल $9\sqrt{3}$ सेमी² हो। (1)
2. यदि $(S - a) = 5$ सेमी $(S - b) = 10$ सेमी $(S - c) = 1$ सेमी तो S ज्ञात कीजिए। (1)
3. उस समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक समान भुजा 15 सेमी हो और तीसरी भुजा 12 सेमी हो। (2)
4. यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाओं को दुगना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज और दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। (2)
5. एक समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल 475 सेमी² और ऊँचाई 19 सेमी है। उसकी समांतर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए यदि एक भुजा दूसरी भुजा से 4 सेमी अधिक है। (3)
6. एक त्रिभुज की भुजाओं में अनुपात 25:17:12 है और इसका परिमाण 540 सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)
7. एक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई 7 सेमी 12 सेमी और 13 सेमी है। 12 सेमी लम्बाई वाली भुजा पर सम्मुख शीर्ष से शीर्ष लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (4)
8. एक मैदान के चारों ओर ₹ 5 प्रति मी. की दर से बाड़ लगाने की कीमत ₹ 1920 है। यदि अर्धपरिमाण 48 सेमी है तो इसका क्षेत्रफल और सभी भुजाएं ज्ञात कीजिए। (4)

अध्याय 13
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
 माइंड मैप

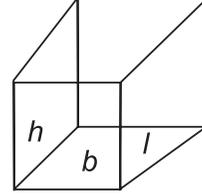


- i) संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल
- ii) पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल (समतल पृष्ठों में) = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (वक्र पृष्ठों में)

अध्याय 13
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
 महत्वपूर्ण बिंदु

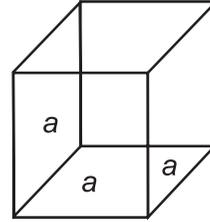
• **घनाभ**

- 1) घनाभ का आयतन = lbh
- 2) घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb+bh+hl)$
- 3) घनाभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2h(l+b)$
- 4) घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$



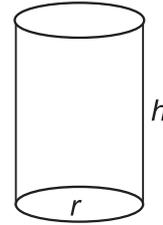
• **घन**

- 1) घन का आयतन = a^3
- 2) घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
- 3) घन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$
- 4) घन का विकर्ण = $\sqrt{3} \times$ भुजा



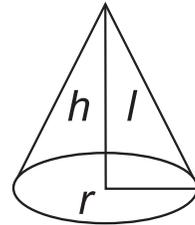
• **बेलन**

- 1) बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
- 2) बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h)$
- 3) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$



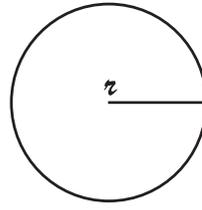
• **शंकु**

- 1) शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
- 2) शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(l+r)$
- 3) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl
- 4) शंकु की तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{h^2 + r^2} = l$



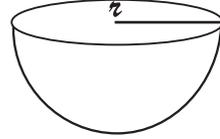
- गोला

- 1) गोले का आयतन = $\frac{4}{3} \pi r^3$
- 2) गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$



- अर्धगोला

- 1) गोलार्ध का आयतन = $\frac{2}{3} \pi r^3$
- 2) गोलार्ध का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$
- 3) गोलार्ध का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$



- $1\text{m}^3 = 1000 \text{ l}$
- $1\text{l} = 1000 \text{ cm}^3$

खण्ड-अ

- यदि किसी गोले का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है, तो गोले की त्रिज्या इकाई/इकाइयों में है :-
 - 1
 - 2
 - 3
 - 6
- r त्रिज्या वाले एक ठोस अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल है :-
 - $2\pi r^2$
 - $3\pi r^2$
 - $4\pi r^2$
 - $2/3\pi r^3$
- यदि एक बेलन की त्रिज्या आधी कर दी जाए और ऊँचाई दुगुनी कर दी जाए, तो उसका आयतन होगा
 - वही
 - दुगुना
 - आधा
 - चार गुना
- व्यास 10सेमी. और त्रिर्यक ऊँचाई 13सेमी. वाले शंकु की ऊँचाई है:-
 - 12cm
 - 13cm
 - $\sqrt{69}$ cm
 - $\sqrt{194}$ cm
- एक अर्धगोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 6 सेमी. से 12 सेमी. हो जाती है। दोनों स्थितियों में गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात है:-
 - 1:4
 - 1:3
 - 2:3
 - 2:1
- 13.5 मी. लंबी, 6 मी. ऊँची तथा 22.5 सेमी. मोटी दीवार को बनाने में कितनी ईंटों का आवश्यकता होगी, यदि प्रत्येक ईंट का माप (27सेमी.× 12.5सेमी.×9सेमी.) है ?
 - 6000
 - 7500
 - 5000
 - 3750
- यदि एक गोले की त्रिज्या $2r$ है, तो उसका आयतन होगा
 - $\frac{32}{3}\pi r^3$
 - $4\pi r^3$

c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ d) $\frac{8}{3}\pi r^3$

8. किसी गोले की त्रिज्या 21सेमी. है। गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है?
- a) 12932cm^2 b) 4312cm^2
c) 9702cm^2 d) 5544cm^2
9. $10\text{मी.} \times 10\text{मी.} \times 5\text{मी.}$ विमाओं वाले एक कमरे में रखे जा सकने वाले सबसे बड़े डंडे की लंबाई है:
- a) 15m b) 16m
c) 12m d) 10m
10. 6 समी. व्यास वाले ताँबे से बने एक गोले की पिघलाकर 36 सेमी. लंबे समान वृत्ताकार तार में ढाला गया है, तो इसकी त्रिज्या है :-
- a) 2cm b) 1.5cm
c) 1.2cm d) 1cm
11. 16मी. लंबे 12मी. चौड़े और 4मी. गहरे एक गड्ढे में रखे जा सकने वाले $4\text{मी} \times 50\text{सेमी} \times 20\text{सेमी.}$ विमाओं वाले तख्तों की संख्या है :-
- a) 1900 b) 1920
c) 1800 d) 1840
12. यदि किसी गोले की त्रिज्या को 10% बढ़ा देते हैं, तो इसके आयतन में वृद्धि होती।
- a) 11.1% b) 22.1%
c) 33.1% d) 44.1%
13. यदि एक बेलन की त्रिज्या दो गुनी कर दी जाए और ऊँचाई आधी कर दी जाए, तो इसका वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल होगा
- a) आधा b) दोगुना
c) वही d) चार गुना
14. दो घनों के आयतनों का अनुपात 1:27 है, तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात है:-
- a) 1:3 b) 1:8
c) 1:9 d) 1:18

23. दो बेलनों की ऊँचाईयों का अनुपात 5:3 तथा त्रिज्याओं का अनुपात 2:3 हो, तो उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
24. शंक्वाकार टेंट जिसकी ऊँचाई 24 मी. और त्रिज्या 7 मी. हो तो इसमें लगने वाले केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
25. समान त्रिज्या वाले गोले एवं अर्द्धगोले के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
26. एक घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल 1372 sq.cm है। यदि इसकी विमाओं का अनुपात 4:2:1 है तो उनकी लम्बाई ज्ञात कीजिए।
27. यदि शंकु की त्रिज्या व तिर्यक ऊँचाई क्रमशः $\frac{1}{2}r$ और $2l$ हो, तो शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. एक शंकु तथा अर्द्धगोले का आधार और आयतन समान है। दोनों की ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिए।
29. एक गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या 6 सेमी. से 12 सेमी. हो जाती है, जब उसमें हवा भरी जाती है। दोनों स्थितियों के लिए पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।
30. एक r cm किनारे वाले घन में से अधिकतम संभव लंब वृत्तीय शंकु काटकर निकाला जाता है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
31. एक आयताकार शीट को, जिसकी विमाएं 33 cm x 18 cm हैं, उसकी चौड़ाई के अनुरूप मोड़कर एक बेलन बनाया गया। बेलन की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

खण्ड-ब

32. यदि एक रोलर का व्यास 70 cm और लम्बाई 1.5m है तो 50mx 33m माप वाले खेल के मैदान को वह कितने चक्करों में समतल करेगा?

33. एक घनाभ की विमाओं का अनुपात 1 : 2 : 3 है तथा उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 88m^2 है। सभी विमाएँ ज्ञात कीजिए।
34. एक ठोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 231cm^2 है। बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का $\frac{2}{3}$ भाग है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
35. घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 150m^2 है। घन के किसी एक फलक का परिमाण ज्ञात कीजिए।
36. तीन धातु के घन जिनके किनारे क्रमशः 3cm, 4cm तथा 5cm माप के हैं, को पिघलाकर एक घन बनाया गया है। नये घन का किनारा ज्ञात कीजिए।
37. एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5m, 4m तथा 3m है। ₹ 7.50 प्रति m^2 की दर से कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी करने का व्यय ज्ञात कीजिए।
38. 3 गोले जिनकी त्रिज्याएँ 3cm, 4cm और 5 cm है को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया जाता है। नये गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
39. यदि एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 176cm^2 है और आधार का क्षेत्रफल 38.5cm^2 है तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
40. एक बेलन और शंकु समान ऊँचाई व समान त्रिज्या के हैं। बेलन का आयतन 24cm^3 है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
41. उस बड़े से बड़े शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए जो 7 सेमी. त्रिज्या वाले खोखले अर्द्धगोले में पूर्ण रूप से घिरा हो।
42. घनाभ $22.5\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 7.5\text{ cm}$ के अंदर रखी जा सकने वाली सबसे लंबी छड़ की लंबाई ज्ञात कीजिए।
43. खोखले बेलन के लिए कौन सा कथन गलत है। सही उत्तर भी लिखिए।
 a) खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi h(R+r)$

- b) खोखले बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi h(R+r)(h+R-r)$
 c) खोखले बेलन का आंतरिक वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi h(R-r)$
 d) खोखले बेलन के प्रत्येक सिरे का क्षेत्रफल = $\pi(R^2-r^2)$
44. कौन सा कथन गलत है? सही उत्तर भी लिखिए।
 एक घातु का पाइप 63सेमी लंबा है, इसका आंतरिक व्यास 4सेमी. तथा बाहरी व्यास 4.4सेमी. है। तो :-
 a) इसका आंतरिक वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल है = 792 cm^2
 b) इसका बाहरी वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल है = 871.2 cm^2
 c) इसका प्रत्येक सिरों का क्षेत्रफल है = 2.64 cm^2
 d) इसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल है = 1665.584 cm^2
45. कौन सा कथन गलत है? सही उत्तर भी लिखिए।
 a) खोखले गोले का आयतन = $4/3\pi(R^3-r^3)$
 b) अर्धगोले का आयतन = $2/3\pi r^3$
 c) अर्धगोले गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
 d) अर्धगोले का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = πr^2
46. कौन सा कथन गलत है? सही उत्तर भी लिखिए :-
 7 सेमी. आधार की त्रिज्या तथा 14 सेमी ऊँचाई वाले लंब वृत्तीय बेलन के लिए
 a) वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = 616 cm^2
 b) संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 924 cm^3
 c) आयतन = 2156 cm^3
 d) सिरों का कुल क्षेत्रफल = 154 cm^2
47. सही या गलत लिखिए -
 $r \text{ cm}$ भुजा वाले घन में से अधिकतम सम्भव लंब वृत्तीय शंकु काटा गया है। इस शंकु का आयतन $\frac{1}{12}\pi r^3$ है। (T/F)

खण्ड-स

48. एक घनाभकार जार की लम्बाई 10m और चौड़ाई 8m हैं। इसमें $380m^3$ द्रव भरा जा सकता है तो जार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
49. एक दीवार 10m लम्बी, 4m ऊँचाई और 24cm मोटी, खुले मैदान में बनाने के लिए 24cm x 10cm x 8cm विमाओं वाली कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?
50. $1.1cm^3$ आयतन वाले सोने को ढालकर 0.1mm व्यास वाले कितने लम्बे तार को बनाया जा सकता है?
51. आन्तरिक व्यास 36cm वाला एक अर्द्धगोलाकार कटोरा द्रव से भरा है। इस द्रव को 3cm त्रिज्या तथा 6cm ऊँचाई वाले बेलनाकार बोतलों में भरा जाना है। कटोरे को खाली करने के लिए ऐसी कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?
52. ज्ञात कीजिए :
- एक बेलनाकार पेट्रोल की बंद टंकी का पार्श्व या वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल जिसका व्यास 4.2 मीटर है और ऊँचाई 4.5 मीटर है।
 - इस टंकी को बनाने में कुल कितना इस्पात (स्टील) लगा होगा, यदि कुल इस्पात का $\frac{1}{12}$ भाग बनाने में नष्ट हो गया है?
53. 30 डेसीमीटर चौड़ी तथा 12 डेसी मीटर गहरी नहर में 20 किमी. प्रति घंटा की चाल से पानी बह रहा है। 30 मिनट में यह कितने क्षेत्र की सिंचाई करेगी यदि क्षेत्र में भरे पानी की ऊँचाई 9 सेमी. हैं?
- (10 डेसीमीटर = 10dm = 1m)
54. एक गोले की त्रिज्या 10 सेमी. है। यदि गोले की त्रिज्या 1 सेमी. बढ़ा दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि गोले का आयतन 33.1% बढ़ जायेगा।

55. यदि किसी अर्द्धगोले के व्यास में 30% की कमी कर दी जाए तो उसके संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत का परिवर्तन होगा?
56. एक गोले तथा एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल समान है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
57. एक गोले का आयतन 4851cm^3 है। इसकी त्रिज्या में कितनी कमी कर दी जाए कि इसका आयतन $\frac{4312}{3}\text{cm}^3$ हो जाए।
58. एक अर्धवृत्ताकार कागज की शीट का व्यास 14 सेमी. है। इस शीट को मोड़कर एक खुला शंक्वाकार कप बनाया गया। इस कप की धारिता ज्ञात कीजिए।
59. यदि c , t तथा v एक बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, कुल पृष्ठीय तथा आयतन हों तो, दर्शाइए

$$th^2 = ch^2 + 4v^2 + 8v^2rh$$

जहां r तथा h , बेलन की त्रिज्या तथा ऊंचाई हैं।

खण्ड-द

60. एक घनाभकार टंकी में 5040 लीटर पानी आ सकता है। टंकी की बाहरी विमाएँ $2.2\text{m} \times 1.7\text{m} \times 1.7\text{m}$ हैं। यदि टंकी की दीवारों की मोटाई 5cm हो तो टंकी के तल की मोटाई क्या होगी?
61. एक आयताकार धातु की चादर की विमाएँ $48\text{cm} \times 36\text{cm}$ है। प्रत्येक कोनों से 8cm भुजा के वर्ग काटे गए हैं। बची हुई शेष चादर से एक खुला बॉक्स बनाया गया है। बॉक्स का आयतन ज्ञात कीजिए।
62. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 6cm, 8cm तथा 10cm हैं। समकोण त्रिभुज को 8cm भुजा से घुमाने पर बनने वाले शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
63. एक लम्बवृत्तीय शंकु 5.4cm ऊँचाई तथा जिसके आधार की त्रिज्या 2cm

है। इसे गलाकर दूसरा शंकु बनाया जाता है। जिसके आधार की त्रिज्या 1.5cm हो तो नए बने शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

64. एक बेलनाकार टब की त्रिज्या 12 cm है जिसमें 20cm गहराई तक पानी है। एक गोले को टब में डालने पर पानी की ऊँचाई 6.75cm बढ़ जाती है। तो गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

65. एक बेलन घन के भीतर इस प्रकार है कि वह इसकी सभी उर्ध्वाधर सतहों को स्पर्श करता है। बेलन के भीतर एक शंकु इस प्रकार रखा गया है कि उनकी ऊँचाईयाँ समान है तथा वे एक ही आधार पर बने हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

66. एक भूमि का भाग आयताकार है जिसकी विमाएँ 240m x 180m है। इसके बाहर से चारों ओर 10m चौड़ा नाला खोदा गया है तथा खुदी हुई मिट्टी को भूमि के टुकड़े पर समान रूप से फैला दिया गया है जिससे कि भूमि का तल 25cm बढ़ जाता है। नाले की गहराई ज्ञात कीजिए।

67. एक आवासीय कॉलोनी में रहने वाले 5400 व्यक्तियों को 60 लीटर पानी की प्रतिदिन प्रतिव्यक्ति आवश्यकता होती है। वर्षा के पानी का प्रभावी सदुपयोग के लिए कॉलोनी के कुछ व्यक्तियों के समूह ने 'जल संरक्षण' की योजना बनाई। उन्होंने वर्षा के पानी के संचय के लिए 48m x 27m x 25m का जलाशय तैयार किया।

यदि वर्षा के दौरान पानी का जल स्तर 5m है तो यह पानी कितने दिनों के लिए पर्याप्त होगा?

68. कक्षा-9 के 50 छात्रों ने वृद्धाश्रम में एक दिन बिताने और घूमने की योजना बनाई। प्रत्येक छात्र ने उपहार देने के लिए बेलनाकार कार्ड बोर्ड का फूलदान बनाया जिसकी त्रिज्या 4.2cm तथा ऊँचाई 11.2cm है।

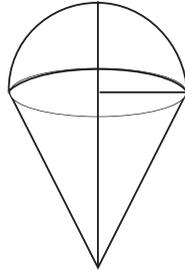
₹ 20 प्रति 100 cm² की दर से कुल कितना खर्च आयेगा?

69. राहुल ने आवारा कुत्तों के लिए अस्थायी आवास बनाने के लिए चारों

भुजाओं और छत पर तिरपाल लगाकर एक बॉक्स बनाया, जिसकी ऊँचाई 2.5m तथा आधार की विमाएँ 4m x 3m हैं तो इसके लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी?

70. लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या r है और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है ज्ञात कीजिए
- नए गोले की त्रिज्या R
 - S तथा S' का अनुपात
71. धातु से बनी गेंद का व्यास 4.2 cm है। यदि धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति cm^3 हो तो गेंद का द्रव्यमान क्या होगा?
72. सीसे की एक पेंसिल (Lead Pencil) लकड़ी के एक बेलन के अभ्यंतर में ग्रेफाइट (Graphite) से बने ठोस बेलन को डालकर बनाई गई है। पेंसिल का व्यास 7mm है और ग्रेफाइट का व्यास 1mm है। यदि पेंसिल की लम्बाई 14cm है, तो लकड़ी का आयतन और ग्रेफाइट का आयतन ज्ञात कीजिए।
73. एक सॉफ्ट ड्रिंक (Soft Drink) दो प्रकार के पैकों में उपलब्ध है। (i) लम्बाई 5cm और चौड़ाई 4cm. वाले एक आयताकार टिन का डिब्बा जिसकी ऊँचाई 15cm है और (ii) व्यास 7cm वाले वृत्तीय आधार और 10cm ऊँचाई वाले एक प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा। किस डिब्बे की धारिता अधिक है और कितनी अधिक है?
74. किसी बस स्टाप को पुराने गत्ते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40cm है और ऊँचाई 1m है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर $\text{₹}12$ प्रति m^2 है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी? ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{1.04} = 1.02$ का प्रयोग कीजिए।)

75. आंशिक रूप से पानी से भरे एक लम्बवृत्तीय बेलन में 6cm व्यास वाले एक गोले को गिराया जाता है। बेलनाकार बर्तन का व्यास 12cm है। यदि गोला पानी में पूर्णतया डूब जाता है तो बताइए कि बेलनाकार बर्तन में पानी का स्तर कितना उठ जायेगा?
76. 7cm व्यास वाले बेलनाकार बीकर में जिसमें कुछ पानी भरा हुआ है, मार्बल से बनी 1.4cm व्यास वाली गोलियाँ डाली जाती हैं। 5.6cm पानी के स्तर को उठाने के लिए बीकर में डाली जाने वाली मार्बल की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
77. 12cm व्यास तथा 15cm ऊँचाई वाले लम्ब वृत्तीय बेलन आइसक्रीम से पूरा भरा है। इस आइसक्रीम को 12cm ऊँचाई वाले शंकुओं में भरा जाता है और इसका ऊपरी सिरा 6cm व्यास वाली अर्द्धगोलाकार आकृति बनाता है। आइसक्रीम से बने ऐसे शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए।
78. एक खिलौना जिसे शंकु के ऊपर 7cm व्यास वाले एक अर्द्धगोले को रखकर बनाया गया है। खिलौने की कुल ऊँचाई 14.5 सेमी है। खिलौने का आयतन व कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $(\pi = \frac{22}{7})$ लीजिए।



79. यदि शंकु की ऊँचाई, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन को क्रमशः h, c तथा v से व्यक्त किया जाए तो सिद्ध कीजिए कि $3pvh^3 - c^2h^2 + 9v^2 = 0$
80. एक लकड़ी के खुले बक्से की विमाएं 36cm x 24cm x 25cm हैं। बक्सा 2cm मोटा है। यदि लकड़ी का घनत्व $100g/m^3$ हो तो लकड़ी का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

81. एक आयताकार टंकी 210 मीटर लंबी तथा 75 मी. चौड़ी है। इस टंकी में 25 सेमी. वाले पाइप से पानी इस तरह गिर रहा है कि 15 घंटे में टंकी में पानी का स्तर 3.5 मी. ऊंचा उठ जाता है। पाइप में पानी के बहने की गति ज्ञात कीजिए।
82. एक अर्धगोलाकार कटोरे को ₹ 20 प्रति 100 वर्ग मीटर की लागत से अंदर से रंगना है। रंगाई का कुल खर्च ₹ 30.80 है। ज्ञात कीजिए
- (i) कटोरे का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल
- (ii) कटोरे के अंदर मौजूद हवा का आयतन
83. दो गोलों का आयतन 64:27 है, इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
84. 4cm भुजा वाले घन के अंदर एक-एक गोला है जो उसकी भुजाओं को स्पर्श करता है। इन दोनों के बीच में रिक्त स्थान का आयतन ज्ञात कीजिए।
85. एक ही त्रिज्या वाले एक गोले और एक लंब वृत्तीय बेलन के आयतन बराबर है। बेलन का व्यास उसकी ऊँचाई से कितने प्रतिशत अधिक है।

अध्याय 13
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

उत्तर

1. b) 3
2. b) $3\pi r^2$
3. c) आधा
4. a) 12cm
5. a) 1:4
6. a) 6000
7. a) $\frac{32}{3} \pi r^2$
8. d) 5544cm^2
9. a) 15cm
10. d) 1cm
11. b) 1920
12. c) 33.1%
13. c) वही (समान)
14. c) 1:9
15. b) 2.1cm
16. c) 384cm^2
17. c) 64cm^3
18. d) आठ गुना होगा
19. a) $6:\pi$
20. d) 125%
21. 512cm^2
22. 180cm^2
23. 20:27
24. 550m^2
25. 4:3
26. 28cm
27. $\pi r (l + \frac{r}{4})$
28. 2:1
29. 1:4
30. $v = \frac{1}{12}\pi r^3$
31. 2.8cm
32. 500
33. 2m, 4m, 6m
34. 269.5cm^2
35. 20cm
36. 6cm
37. ₹ 555
38. 6cm
39. 308cm^3
40. 8cm^3
41. 359.33cm^3
42. 25.7cm
43. c) $2\pi h (R-r)$
सही उत्तर :- $2\pi rh$
44. d) 1665.84cm^2
सही उत्तर :- 1668.48cm^2
45. d) πR^2
सही उत्तर :- $2\pi R^2$
46. d) 154cm^2
सही उत्तर :- 308cm^2
47. सही
48. 4.75m
49. 5000
50. 140m
51. 72
52. $59.4\text{m}^2, 95.04\text{m}^2$
53. $4,00,000\text{m}^2$
55. 51%

56. $\sqrt{6} : \sqrt{\pi}$
57. 6.5cm
58. 79.2cm^3
60. 10cm
61. 5120cm^3
62. $96\pi\text{cm}^3$
63. 9.6cm
64. 9cm
65. $v_1 : v_2 : v_3 = 42 : 33 : 11$
66. 1.227m
67. 20 दिन
68. ₹ 3511.20
69. 47m^2
70. i) $R = 3r$
ii) $S : S' = 1 : 9$
71. 345.39g
72. $5.28\text{cm}^3, 0.11\text{cm}^3$
73. प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा 85cm^3
74. 384.34
75. 1cm
76. 150
77. 10
78. $231\text{cm}^3, 204.05\text{cm}^2$
80. 3968g
81. 58.8 किमी/घंटा
82. i) 154m^2
ii) 251.5m^3
83. 16:9
84. 30.48cm^3
85. 50%

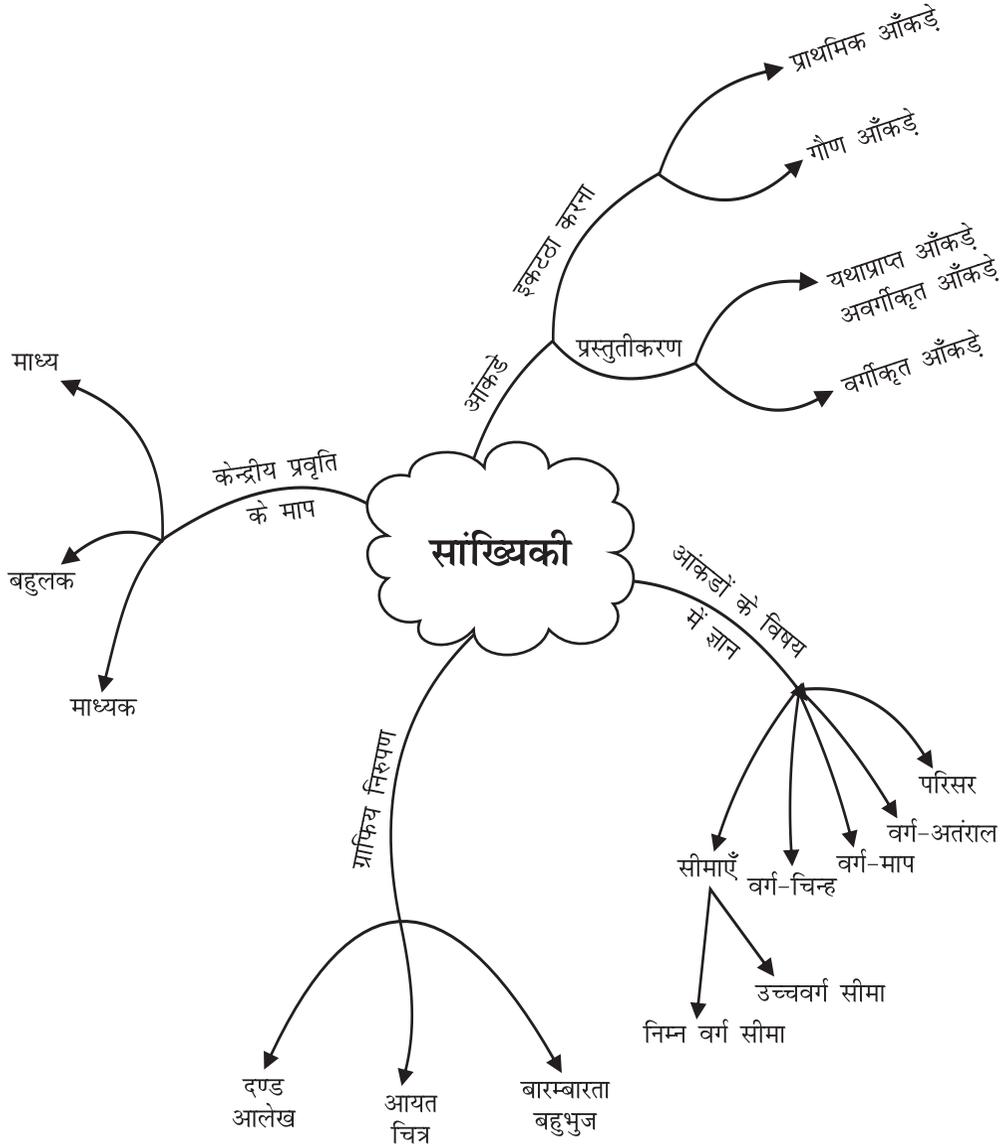
पृष्ठीय, क्षेत्रफल तथा आयतन अभ्यास परीक्षा

समय : 50 मिनट

M.M. 20

1. यदि किसी कमरे की लंबाई l , चौड़ाई b तथा ऊंचाई h हो तो कमरे की दीवारों का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (1)
2. किसी गोले का आयतन 310.4 cm^3 है। उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (1)
3. बेलन के आधार की परिधि 3.80 सेमी. है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 289.52 cm^2 है। बेलन की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। (2)
4. एक घन की भुजा किसी धनाभ की लंबाई की दुगुनी है। धनाभ की चौड़ाई तथा ऊंचाई उसकी लंबाई की आधी है। घन तथा घनाभ के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए। (2)
5. एक भुट्टे का दाना $1.8 \times 0.8 \times 0.2 \text{ cm}$. विमाओं का है। भुट्टे की कुल ऊंचाई 13.7 cm तथा त्रिज्या 4.2 cm है। ऐसा मानते हुए कि दानों का आकार समान है तथा दानों के बीच की दूरी नगण्य है, भुट्टे पर लगें दानों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए। (3)
6. घनाभ की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊंचाई को 30% बढ़ा दिया जाता है। घनाभ के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में हुई वृद्धि का प्रतिशत ज्ञात कीजिए। (3)
7. अजय ने एक व्यंजन बनाया तथा व्यंजन को 30 सेमी. व्यास वाले अर्धगोलाकार बर्तन में रखा। उसने व्यंजन को 15 सेमी. व्यास तथा 4 सेमी. ऊंचाई वाले आयताकार कपों में भरकर अपने तथा अपने दोस्तों में बांट दिया। अजय के दोस्तों की संख्या कितनी है? (4)
8. एक 15 मी. गहरी तथा 50 मी. चौड़ी नदी 2 सेमी. प्रति सैकेंड की दर से बह रही है। 9 घंटों में उस नदी से कितना लीटर पानी समुद्र में गिरेगा? (4)

अध्याय 14 सांख्यिकी माइंड मैप



अध्याय 14

सांख्यिकी

महत्वपूर्ण बिंदु

- सांख्यिकी के अन्तर्गत हम आँकड़ों को इकट्ठा करना प्रस्तुतीकरण, विश्लेषण करना तथा निर्वचन करने का कार्य करते हैं।
- एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गये तथ्यों या अंकों को आंकड़े (Data) कहते हैं।
- दिये गये आंकड़ों में कोई प्रेक्षण कितनी बार आता है, यह उस प्रेक्षण की बारम्बारता कहलाती है।
- वर्ग अंतराल वह वर्ग (Group) होते हैं, जिसमें सभी प्रेक्षण बंटे होते हैं।
- वर्ग अन्तराल 20-30 में 30 को वर्ग अन्तराल की उच्चसीमा तथा 20 को निम्न सीमा कहते हैं।
- वर्ग अंतराल का मध्य मान वर्गचिन्ह कहलाता है। उदाहरण के लिए वर्ग 20-30 का वर्ग चिन्ह $\frac{20+30}{2} = 25$ है।
- वर्ग चिन्ह = $\frac{\text{निम्नवर्ग सीमा} + \text{उच्चवर्ग सीमा}}{2}$
- औसत या माध्य = $\frac{\text{सभी प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$
- माध्य $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = (\bar{x}) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$
- जब बारम्बारता f_i दिया हो तो माध्य $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$
- प्रेक्षणों का वह मान जो सबसे ज्यादा बार प्रतीत होता है, बहुलक कहलाता है।
- माध्यक के लिए प्रेक्षणों को पहले बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित करे।

अब यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' विषम है तो

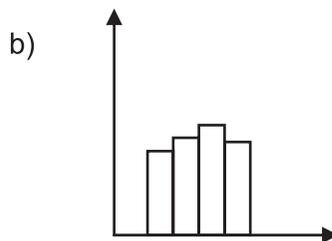
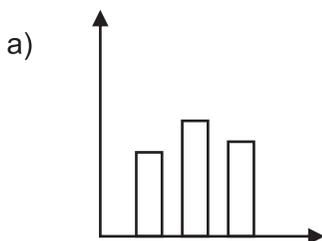
माध्यक = $\frac{(n+1)^{\text{th}}}{2}$ वां पद होगा तथा यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' सम है तो

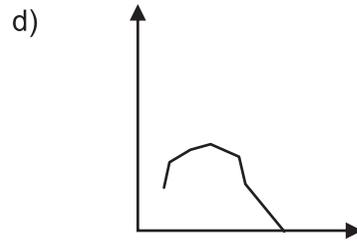
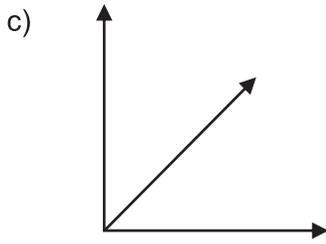
माध्यक $\left(\frac{n}{2}\right)$ वें पद तथा $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ वें पद का औसत होगा।

$$\text{माध्यक} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{वाँ पद}} + \left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{वाँ पद}}}{2}$$

खण्ड-अ

1. एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गये तथ्यों या अंकों को कहते हैं। :-
 - a) बारम्बारता
 - b) आँकड़े
 - c) मिलान चिन्ह
 - d) दण्ड
2. एक अध्यापिका अपने इस वर्ष के रिजल्ट को पिछले वर्ष के रिजल्ट से तुलना करना चाहती है। उसने कक्षा में प्रत्येक विद्यार्थी से अंक पूछे और 75 प्रतिशत के ऊपर प्राप्ताकों की संख्या लिख ली। पिछले वर्ष के 75 प्रतिशत से अधिक अंक प्राप्त करने वालों की संख्या के लिए उसने परिणाम रजिस्टर खोलकर संख्या लिख ली। उसके द्वारा विद्यार्थियों से इकट्ठे किए गए आँकड़े और रजिस्टर से लिखे गए आँकड़े क्रमशः के उदाहरण हैं।
 - a) प्राथमिक आँकड़े और गौण आँकड़े
 - b) गौण आँकड़े और यथाप्राप्त आँकड़े
 - c) दोनो प्राथमिक आँकड़े
 - d) गौण आँकड़े और प्राथमिक आँकड़े
3. एक आयत चित्र, दण्ड आलेख से किस प्रकार भिन्न होता है :
 - a) आयत चित्र और दण्ड-आलेख समान हैं पर दण्डों को जोड़ दिया गया।
 - b) कोई अंतर नहीं।
 - c) आयत चित्र में वर्ग अंतराल का प्रयोग किया जाता है
 - d) (a) और (b) दोनों सही हैं।
4. निम्न में से कौन सा चित्र आयतचित्र को दर्शाता है





5. एक आयत चित्र में आयत के ऊपरी सिरों के मध्य बिन्दुओं को जोड़ा जाता है तो हमें निम्न में से क्या प्राप्त होता है :-

a) दण्ड-आलेख	b) रेखा चित्र
c) बारम्बारता बहुभुज	d) पाई चित्र
6. एक बारम्बारता बहुभुज को बनाने के लिए x -अक्ष पर वर्गअंतराल का
..... और y -अक्ष पर संगत वर्ग की बारम्बारता को दर्शाना होता है।

a) उच्चवर्ग सीमा (ऊपरी सीमा)	b) निम्नवर्ग सीमा (निम्न सीमा)
c) वर्ग चिन्ह	d) परिसर
7. यदि किसी सतत् बारम्बारता वितरण में किसी वर्ग अंतराल का वर्ग चिन्ह 15 है और निम्न वर्ग सीमा 13 है, तो उच्चवर्ग सीमा

a) 16	b) 14
c) 13	d) 17
8. यदि किसी वर्ग अंतराल का वर्ग चिन्ह 8.5 है तथा वर्ग माप 5 है तो वर्ग अन्तराल की वर्ग सीमाएँ -

a) 6.5 - 11.5	b) 6 - 11
c) 5.5 - 10.5	d) 7 - 12
9. एक सतत् बारम्बारता वितरण के एक वर्ग - अंतराल का मध्य बिन्दु x है और उच्चवर्ग सीमा y है तो निम्न वर्ग सीमा -

a) $2x + y$	b) $2x - y$
c) $x - y$	d) $x + y$
10. x_1, x_2, \dots, x_n का माध्य 10 है तो $5x_1, 5x_2, \dots, 5x_n$ का माध्य

a) 50	b) 10
c) 15	d) 25

11. प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का माध्य –
a) 3.6
b) 5
c) 5.6
d) 6
12. 5 प्रेक्षणों का माध्य 10 है। यदि प्रत्येक प्रेक्षण में 5 बढ़ा दिया जाए तो नए प्रेक्षणों का माध्य –
a) 50
b) 15
c) 5
d) 10
13. यदि 10 प्रेक्षणों का माध्य 15 है तो इन प्रेक्षणों का कुल योग –
a) 15
b) 10
c) 75
d) 150
14. a_1, a_2, \dots, a_5 पाँच क्रमगत विषम पूर्णांक हैं उनका माध्य –
a) $a_1 + 4$
b) $5(a_1 + a_2 + \dots + a_5)$
c) $\frac{a_1 \times a_2 \dots \times a_5}{5}$
d) $a_1 + 5$
15. यदि $x, x+2, x+4, x+6, x+8$ का माध्य 11 है, तो पहले तीन प्रेक्षणों का माध्य –
a) 9
b) 10
c) 8
d) 11
16. पहले तीन प्रेक्षणों का माध्य 15 है और अगले दो प्रेक्षणों का माध्य 20 है। पाँचों प्रेक्षणों का माध्य –
a) 45
b) 15
c) 17
d) 40
17. पहले दो प्रेक्षणों का माध्य 6 है और पहले तीन प्रेक्षणों का माध्य 7 है। तीसरे प्रेक्षण का मान है–
a) 8
b) 7
c) 6
d) 9
18. 20 प्रेक्षणों का माध्य 15.5 है। बाद में पता चलता है कि एक प्रेक्षण 24 के स्थान पर 42 लिखा गया। सही माध्य –
a) 14
b) 14.2
c) 14.4
d) 14.6

निम्न में रिक्त स्थान भरिये :-

27. एक दण्ड आलेख में 100 व्यक्तियों के लिए चौड़ाई 0.2 सेमी. है तो 1300 व्यक्तियों के लिए आलेख की चौड़ाई है।
28. पाँच विद्यार्थियों के किसी विषय में 50 में से प्राप्तांक इस प्रकार है 32, 48, 50, 27 और 37 तो परिसर है।
29. आँकड़ों का अधिकतम मान 64 हैं। इन आँकड़ों का परिसर 13 है तो आँकड़ों का न्यूनतम मान है।
30. एक वर्ग (कक्षा) का मध्याबिन्दु कहलाता है।
31. वर्ग अंतराल 4.7 - 6.3 का वर्ग चिन्ह है।

निम्न में सही या गलत लिखिये :-

32. आँकड़ों के अधिकतम मान और न्यूनतम मान का अंतर वर्ग माप कहलाता है।
33. अंतिम वर्ग की संचयी बारम्बारता सभी बारम्बारताओं का योग होता है।
34. 35 प्रेक्षणों का माध्य 45 है। यदि नया माध्य 51 है तो प्रत्येक प्रेक्षण 8 से बढ़ा दिया गया।

35. मिलान कीजिए।

कॉलम - I	कॉलम - II
i) एक अंको की सभी अभाज्य संख्याओं का माध्य	a) $\bar{x}-3$
ii) 11 प्रेक्षणों का माध्यक	b) 2
iii) यदि 2, 2, 8, 4, 4, x, 6 का बहुलक 2 है तो x का मान	c) $\bar{x}+3$
iv) यदि सभी प्रेक्षणों जिनका माध्य \bar{X} है, में से 3 घटा दिया जाए तो नया माध्य	d) 4.25 e) 6वाँ पद

खण्ड-ब

36. 104, 114, 124, 134 के लिए वर्ग-माप और वर्ग सीमाएं ज्ञात कीजिए।
37. $x, 2x+1, 2x+5, 2x+9$ का माध्य 30 है। अन्तिम दो प्रेक्षणों का माध्य क्या होगा?
38. निम्न सारणी से माध्य ज्ञात कीजिए।

xi	5	6	7	8	4
f	3	2	1	3	2

39. पाँच संख्याओं का माध्य 27 है। यदि एक संख्या को हटा दिया जाए तो शेष संख्याओं का माध्य 2 कम हो जाता है। हटाई गई संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।
40. 15, 14, 19, 20, 14, 15, 16, 14, 15, 18, 14, 19, 15, 17, 15 का बहुलक ज्ञात कीजिए। यदि अन्तिम पद को बदलकर 14 कर दिया जाए तो नया बहुलक भी ज्ञात कीजिए।
41. एक फैक्ट्री में 40 श्रमिकों की किसी विशेष वर्ष में मासिक माध्य आय ₹ x है। प्रत्येक श्रमिक को दीवाली बोनस के रूप में ₹3000 मिले तो प्रत्येक श्रमिक की मासिक माध्य आय क्या होगी?
42. प्रश्न 20 में यदि बोनस की जगह ₹ 300 प्रत्येक श्रमिक की आय में से कम कर दिया जाए (अप्रैल से फरवरी तक) तो दिसम्बर माह की आय का माध्य ज्ञात कीजिए।
43. 13, 24, 13, 27, 17, 16, 17, x , 22, 21, 13, 17 में x का मान ज्ञात कीजिए, यदि बहुलक 17 है।

44. शिखा और उसके पति अमित की माध्य आयु 48 वर्ष है। यदि शिखा, अमित और उनकी बेटी अद्विका की माध्य आयु 39 वर्ष है, तो अद्विका की आयु ज्ञात कीजिए।
45. 6,10,11, x, 12, y का माध्य 10 है। यदि y का मान x के मान से 7 अधिक है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड-स

46. गणित के तीन यूनिट टैस्ट में प्रियल को 75, 82 और 90 अंक प्राप्त हुए। यूनिट टैस्ट-IV में वह कितने अंक लाये कि उसका चारों यूनिट टैस्ट का औसत 85 हो जाये।
47. एक परीक्षा में 25 विद्यार्थियों द्वारा एक प्रश्न को हल करने के लिए लिया गया समय सेकंड में नीचे दिया गया है।

20,16, 20, 27, 27, 28, 30, 37, 33, 50, 40, 42, 46, 28, 43, 46, 46, 48, 49, 52, 58, 59, 60, 64, 52

10 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुये एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

48. निम्नलिखित तालिका से माध्य ज्ञात कीजिये।

xi	5	15	25	35	45
fi	6	4	9	6	5

49. निम्नलिखित तालिका से आयत चित्र बनाइये।

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	8	15	20	12	16

50. नीचे 50 बच्चों के अंकों की संचयी बारम्बारता वितरण तालिका दी गई है।

वर्ग	20 से कम	40 से कम	60 से कम	80 से कम	100 से कम
बारंबारता	17	22	29	37	50

उपरोक्त आंकड़ों से एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

51. निम्नलिखित तालिका किसी राज्य के राजनैतिक दलों द्वारा जीती गई सीटों को प्रदर्शित करती है।

आयत चित्र बनाइये।

राजनैतिक दल	A	B	C	D	E	F	G
जीती गई सीटें	75	55	37	29	10	37	50

52. निम्न वितरण तालिका से p का मान ज्ञात कीजिये यदि माध्य 6 है।

x_i	2	4	6	10	$p+5$
f_i	3	3	3	1	2

53. निम्न सारणी में विद्यार्थियों द्वारा चयन किए गए विभिन्न कार्यकलाप हैं।

कार्यकलाप	खेल	ध्यान	योग	टहलना
लड़कियों की संख्या	42	35	100	120
लड़कों की संख्या	90	64	130	86

उपरोक्त के लिए दंड आलेख बनाये।

54. नीचे दिए गये आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाइये।

आयु (वर्षों में)	f_i
1 - 2	5
2 - 3	4
3 - 5	10
5 - 7	12
7 - 10	9
10 - 15	10
15 - 17	8

55. एक सामयिक परीक्षा (Periodical test) में लड़कों और लड़कियों के औसत अंक क्रमशः 36 और 39 है। यदि IX के इन सभी विद्यार्थियों के इस टैस्ट में औसत अंक 37 हैं तो लड़कों की संख्या का लड़कियों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिये।

56. निम्न आँकड़ों का माध्य 50 है।

xi	10	30	50	70	90
fi	17	5a+3	32	7a-11	19

'a' का मान ज्ञात कीजिये और 30 एवं 70 की संगत बारम्बारता लिखिये।

57. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

अंक	बारम्बारता
0-10	03
10-20	09
20-30	18
30-40	16
40-50	12
50-60	02

58. यदि अंग्रेजी वर्णमाला के 26 अक्षर इस प्रकार लें कि A=1, B=2, C=3.....Z=26 तो

- 1) स्वरों (Vowels) के लिए संगत संख्याओं का माध्य तथा माध्यक ज्ञात कीजिये।
- 2) माध्यक के लिए संगत वर्ण लिखिये।

59. एक विद्यालय में वह विद्यार्थी जिसने अपनी पिछली कक्षा में 80 या अधिक अंक प्राप्त किये हैं “मेधावी छात्रवृत्ति” प्राप्त करने के योग्य माना जाता है। कक्षा IX की निशि और विनायक द्वारा कक्षा VIII में सभी छः विषयों में प्राप्तांक इस प्रकार हैं-

विषय	हिन्दी	अंग्रेजी	गणित	विज्ञान	सा.विज्ञान	संस्कृत
निशि	78	74	86	85	73	83
विनायक	79	76	88	83	71	85

- 1) निशि और विनायक के अंकों का औसत प्रतिशत ज्ञात कीजिये।
- 2) दोनों में से कौन उपरोक्त “मेधावी छात्रवृत्ति” के लिए योग्य है?

60. कक्षा IX के 30 विद्यार्थियों का रक्त समूह इस प्रकार लिया गया।
 A, B, B, B, O, B, B, A, AB, A, O, B, O, AB, O
 AB, AB, B, AB, B, A, O, AB, B, A, O, AB, A, A, AB
- i) उपरोक्त आँकड़ों के लिए 'बारम्बारता वितरण सारणी बनाइये।
- ii) मि. 'x' का एक्सीडेंट हो गया और उन्हें रक्त की आवश्यकता है।
 उसका रक्त समूह AB है। उपरोक्त में से कितने 'सार्वत्रिक दाता'
 (Universal Donor) और 'सार्वत्रिक ग्राही' (Universal Recipient) हैं?
61. सरकारी विद्यालय के 15 बच्चों ने एक महीने में अपनी गली की सफाई में अपनी दिनचर्या के कुछ घंटों का योगदान दिया जो इस प्रकार है:
 25, 15, 20, 20, 9, 20, 25, 15, 7, 13, 20, 12, 10, 15, 8
 उपरोक्त आँकड़ों से माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।
62. एक डॉक्टर किसी बीमारी के निदान के लिए दो तरीके सुझाते हैं। एक केवल दवाईयाँ लेकर और दूसरा ध्यान एवं योग द्वारा।

व्यक्तियों का आयु वर्ग	दवाई लेने वाले मरीजों की संख्या	ध्यान और योग करने वाले मरीजों की संख्या
20-30	20	05
30-40	30	12
40-50	42	20
50-60	40	30
60-70	30	20

उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

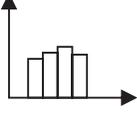
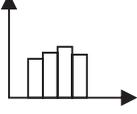
63. दिल्ली में आयोजित एक रक्त दान शिविर में स्वैच्छिक रक्तदान करने वाले व्यक्तियों की संख्या को प्रत्येक दिन के हिसाब से प्रदर्शित किया गया है।

दिन	रक्तदान करने वालों की संख्या
रविवार	100
सोमवार	80

मंगलवार	110
बुधवार	80
बृहस्पतिवार	60
शुक्रवार	70
शनिवार	120

- 1) उपरोक्त आँकड़ों को एक दण्ड आलेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।
- 2) किस दिन सर्वाधिक व किस दिन कम लोगों ने रक्तदान किया?

अध्याय 14
सांख्यिकी
उत्तर

1. (b) आंकड़े
2. (d) गौण आंकड़े और प्राथमिक आंकड़े
3. (c) 
4. (b)  5. (c) बारम्बारता बहुभुज
6. (c) वर्ग चिन्ह 7. (d) 17
8. (b) 6-11 9. (b) $2x-y$
10. (a) 50 11. (c) 5.6
12. (b) 15 13. (d) 150
14. (a) $a_1 + 4$ 15. (a) 9
16. (c) 17 17. (d) 9
18. (d) 14.6 19. (b) 17
20. (a) 13 21. (b) 2.5
22. (c) पाँचवा 23. (c) कोई बदलाव नहीं
24. (b) 42 25. (d) 19
26. (d) 2 27. 2.6 cm
28. 23 29. 51
30. वर्ग चिन्ह 31. 5.5
32. गलत 33. सही
34. गलत 35. (i) d, (ii) e, (iii) b, (iv) a
36. 10, 99-109, 109-119, 119-129, 129-139 37. 37
38. 6 39. 35
40. 15, 14 41. $x + 3000$
42. $x + 300$ 43. 17
44. 21 वर्ष 45. $x=7, y=14$
46. 93 47.

15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
3	6	4	7	5

48. 25
52. $p = 8$
56. 5, 28, 24
59. 79.83, 80.33 विनायक
- 61 माध्य = 15.6, माध्यक = 15, बहुलक = 20
- 63 ii) शनिवार, बृहस्पतिवार
50. वर्ग 0 - 20 20 - 40 40 - 60 60 - 80 80 - 100
बारम्बारता 17 5 7 8 13
55. 2:1
58. 10.2; 9; 1
60. 30

सांख्यिकी

अभ्यास-परीक्षा

समय : 50 मिनट

M.M. 20

- निम्न की कक्षा विस्तार और कक्षा सीमाएं लिखिए (1)
47, 52, 57, 62, 67, 72, 77 (1)
- यदि निम्न आंकड़ों का बहुलक 5 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)
2, 4, 3, 5, 4, 5, 6, 4, x , 7, 5 (2)
- निम्नलिखित आंकड़ों को आरोही क्रम में लिखे जाने पर उनका माध्यक 25 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)
11, 13, 15, 19, $x + 2$, $x + 4$, 30, 35, 39, 46 (2)
- प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या यह माध्य के बराबर है? (3)
- 40 प्रेक्षणों का माध्य 160 था। परन्तु पुनः जांच करने पर पाया गया कि 165 को गणना के दौरान गलती से 125 पढ़ा गया। सही माध्य ज्ञात कीजिए। (3)
- यदि निम्नलिखित वितरण का माध्य "6" हो तो R का मान ज्ञात कीजिए। (4)

X	2	4	6	8	$R + 5$
F	3	2	3	1	2

- किसी विद्यालय में 125 छात्रों के साप्ताहिक जेब खर्च का विवरण निम्न प्रकार है। इस विवरण का आयत चित्र बनाइए।

साप्ताहिक खर्च (₹)	छात्रों की संख्या
10 - 20	10
20 - 30	15
30 - 50	40
50 - 60	25
60 - 90	30
90 - 100	5

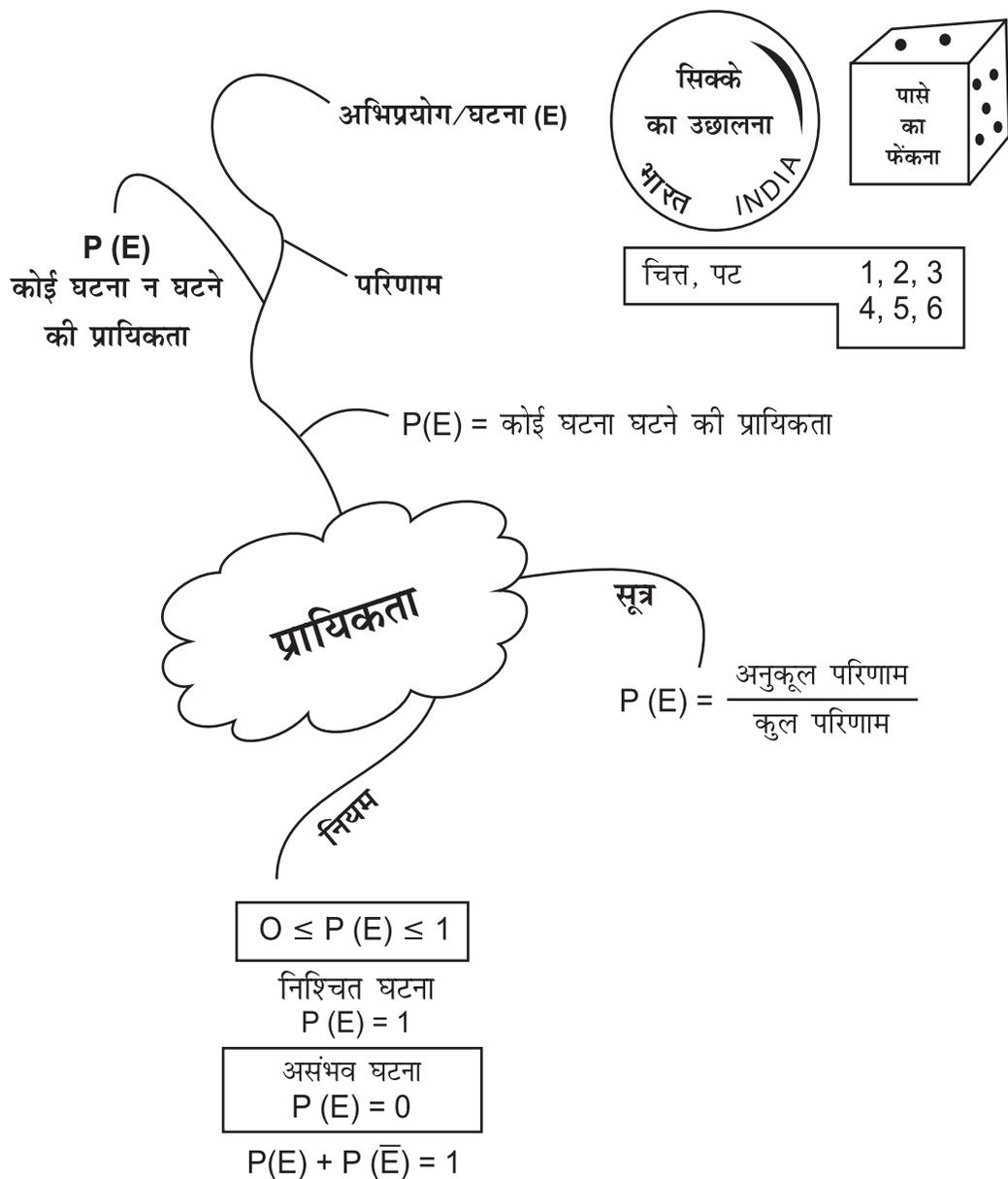
- आयत चित्र और बारम्बारता बहुभुज बनाइये। (4)

अंक	0 - 10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60 - 70
छात्रों की संख्या	5	10	4	6	7	3	2

अध्याय 15

प्रायिकता

माइंड मैप



अध्याय 15
प्रायिकता
महत्वपूर्ण बिंदु

अभिप्रयोग: यह वह क्रिया है जिसमें एक या एक से अधिक परिणाम प्राप्त होते हैं।

उदाहरण 1) एक सिक्के को हर बार उछालना अभिप्रयोग है।

2) पासे को प्रत्येक बार फेंकना अभिप्रयोग है।

- एक घटना के संयोग या प्रायिकता को निम्न सूत्र से दर्शाया जाता है :

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}}$$

- किसी घटना के होने की प्रायिकता

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

- A को निश्चित घटना कहा जाता है यदि $P(A) = 1$

- A को असंभव घटना कहा जाता है यदि $P(A) = 0$

- किसी प्रयोग में सभी अभिप्रयोगों की प्रायिकताओं का योग 1 होता है।

$$P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + \dots = 1$$

- किसी घटना के होने तथा न होने की प्रायिकताओं का योग सदैव 1 होता है।

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

खण्ड-अ

- निम्न में से कौन-सी किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता नहीं हो सकती ?
 - 0
 - 0 से कम
 - 0 से अधिक परंतु 1 से कम
 - 1
- एक पासे को उछालने पर निम्न में से कौन सा परिणाम संभव है ?
 - 0
 - 1
 - 7
 - 5
- एक फलों की टोकरी में 8 सेब, 5 आम, 7 केले तथा 10 संतरे हैं। टोकरी में से एक आम चुनने की प्रायिकता है:
 - $\frac{1}{5}$
 - $\frac{5}{1}$
 - $\frac{1}{6}$
 - $\frac{6}{1}$
- अंग्रेजी वर्णमाला में से यादृच्छया एक अक्षर चुना जाता है। उस अक्षर के शब्द CYLINDER में से एक अक्षर होने की प्रायिकता है :-
 - $\frac{4}{13}$
 - $\frac{13}{4}$
 - $\frac{2}{13}$
 - $\frac{13}{2}$
- किसी घटना के घटित न होने की प्रायिकता 0.63 है। उस घटना के घटित होने की प्रायिकता है :
 - 0.36
 - 3.6
 - 3.7
 - 0.37
- किसी निश्चित घटना के घटित होने की प्रायिकता है :
 - 0
 - 1
 - 50%
 - $\frac{1}{2}$
- एक पासे को फेंकने पर 5 का गुणज प्राप्त करने की प्रायिकता है :
 - 0
 - 1
 - $\frac{1}{6}$
 - $\frac{5}{6}$

रिक्त स्थान भरिये :

21. किसी घटना के घटने की प्रायिकता कभी भी से अधिक नहीं हो सकती ।
22. किसी असंभव घटना की प्रायिकता सदैव होती है।
23. एक सिक्के को उछालने पर संभव परिणाम तथा हैं।
24. एक पासे को फेंकने पर 9 प्राप्त करना घटना है।
25. किसी घटना के सभी अभिप्रयोगों की प्रायिकताओं का योग सदैव होता है।

सत्य तथा असत्य बताइए

26. शतरंज के बोर्ड में से सफेद खाना चुनने की प्रायिकता 50% है।
27. प्रायिकता की गणना करने में अंश सदैव हर से बड़ी संख्या होता है।
28. किसी घटना की प्रायिकता $\sqrt{4}$ हो सकती है।
29. यदि किसी घटना की प्रायिकता 1 है तो वह घटना निश्चित है।
30. यदि कोई घटना होने की प्रायिकता 0.42 है तो घटना न होने की प्रायिकता 0.58 है।

सही मिलान कीजिए ।

- | | | |
|---|------|---------------|
| 31. असंभव घटना की प्रायिकता | i) | 1 |
| 32. शब्द APPLE में अक्षर 'P' चुनने की प्रायिकता | ii) | 0 |
| 33. निश्चित घटना की प्रायिकता | iii) | 3 |
| 34. किसी भी घटना की प्रायिकता न होना | iv) | $\frac{2}{5}$ |

35. एक घटना के होने और न होने की प्रायिकताओं का योग क्या होगा?
36. किसी घटना E के घटित होने की प्रायिकता क्या हो सकती है?

37. यदि एक घटना के घटित होने की प्रायिकता 55% है तो उसके घटित न होने की प्रायिकता क्या होगी?
38. एक यादृच्छिक प्रयोग में कुल संभव घटनाओं की प्रायिकताओं का योगफल बताइये।
39. एक पासे को फेंकने पर अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी?
40. एक सिक्के को एक बार उछालने पर पट आने की प्रायिकता क्या होगी?
41. एक पासे को फेंकने पर, सम संख्या आने की प्रायिकता लिखिये।
42. एक बैग में 2 लाल, 3 हरी और 1 सफेद गेंद है। एक गेंद यादृच्छया उठाने पर उसके काली होने की प्रायिकता क्या होगी?
43. 'MATHEMATICS' में एक स्वर को चयन करने की प्रायिकता क्या होगी?
44. एस्टेट मैनेजर के पद के साक्षात्कार के लिए 15 उम्मीदवार आए। इनमें से 8 सेवानिवृत्त आर्मी पुरुष, 4 सेवानिवृत्त प्रधानाध्यापक और 3 अन्य विभागों से थे। इस पद के लिए सेवानिवृत्त आर्मी मैनेजर के चयनित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
45. एक बैग में 3 से 32 तक के बीच की संख्या लिखी पर्ची रखी हैं। यादृच्छया एक पर्ची उठाने पर उस पर 4 का गुणज हो, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड-ब

46. नीचे दी गई सारणी में कक्षा IX के विद्यार्थियों द्वारा गणित में प्राप्तांक दिये गये हैं।

प्राप्तांक प्रतिशत	0-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
बारम्बारता	0	1	9	10	10	8	5	3	2

ज्ञात कीजिए

- i) 50 प्रतिशत से कम प्राप्तांक की प्रायिकता

- ii) 90 प्रतिशत या उस से अधिक प्राप्तांक की प्रायिकता।
47. कार्ड जिन पर संख्याएं 7 से 49 लिखी हैं, एक डिब्बे में डाल कर अच्छी तरह से मिला दिये गये। डिब्बे से एक कार्ड उठाया गया, इस पर

i) 'एक अभाज्य संख्या हो' की प्रायिकता क्या होगी?

ii) '7 का गुणज हो' की प्रायिकता क्या होगी?

48. एक विद्यार्थी आशु द्वारा एक कार्य दिवस में विभिन्न गतिविधियों पर लगाये गए घंटों की संख्या, सारणी द्वारा दर्शाई गई हैं।

गतिविधि	सोना	स्कूल जाना	गृह कार्य	घर से बाहर ट्यूशन	बाहर खेले जाने वाले खेल	घर पर अन्य गतिविधियाँ
घंटे	7	7	2	3	3	3

उसका मित्र सोनू उसके साथ पढ़ने के लिए उसके घर आया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये-

i) आशु के घर पर होने की?

ii) सोनू के आशु के साथ खेलने की?

49. 28 अप्रैल को एक ट्रैफिक बत्ती पर 310 वाहनों ने बत्ती पार की जिनमें 200 कार हैं, 60 स्कूटर हैं और 50 ऑटो। 18 को लाल बत्ती पार करने पर या बेल्ट या हैलमेट न पहनने पर जुर्माना देना पड़ा। 5 को विषम संख्या की कार चलाने पर जुर्माना देना पड़ा और 4 को चेतावनी देकर छोड़ दिया गया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

i) सम संख्या की गाड़ी होने की।

ii) जुर्माना देने की।

50. निम्न आँकड़े एक वृद्ध आश्रम से लिये गये।

पेय पदार्थ	कैम्पा	शिकंजी	दूध	डिब्बाबंद जूस
लोगों की संख्या	6	10	16	8

एक व्यक्ति का चयन करने पर उसके द्वारा निम्न को पसंद करने की प्रायिकता क्या होगी।

i) प्राकृतिक पेय

ii) डिब्बाबंद जूस

51. एक विद्यालय में IX अ में 35, IX ब में 34 और IX स में 33 विद्यार्थी हैं। यदि सभी विद्यार्थी जिनका अनुक्रमांक एक सम संख्या है, को पाठ-2 “बहुपद” और जिनका अनुक्रमांक एक विषम संख्या है, को पाठ-1 “संख्या पद्धति” पर प्रोजेक्ट बनाने को दिया गया तो एक विद्यार्थी द्वारा—

i) पाठ 1 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

ii) पाठ 2 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

52. यदि किसी घटना E के घटित होने और न होने की प्रायिकताओं के बीच का अंतर $\frac{7}{7}$ है तो घटना E के घटित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

53. एक कक्षा के 40 विद्यार्थियों के जन्म के महीने निम्न सारणी में दर्शाये गये हैं

जनवरी	3	मई	5	सितम्बर	3
फरवरी	4	जून	1	अक्टूबर	4
मार्च	2	जुलाई	2	नवम्बर	4
अप्रैल	2	अगस्त	6	दिसम्बर	4

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि

i) उसका जन्म नवम्बर में हुआ हो।

ii) महीने में 31 दिन हों।

खण्ड-स

54. कक्षा IX के 35 विद्यार्थियों के Hb स्तर के लिए हुई मेडिकल जाँच को निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

HB स्तर	8 से कम	10 से कम	12 से कम	14 से कम	16 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	13	23	35

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये जिनका

- i) Hb स्तर 10 से कम हो
- ii) Hb स्तर 12 या अधिक लेकिन 16 से कम हो
55. छठें विषय के रूप में ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग और वित्तीय प्रबंधन के चयन के लिए एक सर्वेक्षण किया गया। ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग के पक्ष में लिये गये आँकड़ों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

पसंद - 20

नापसंद - 15

- i) एक विद्यार्थी के ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
- ii) एक विद्यार्थी द्वारा वित्तीय प्रबंधन को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
56. एक खेल में एक खिलाड़ी ने 100 बार पासा फेंका जिसको निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।
- 1 और 6 आने पर खिलाड़ी को पासा फेंकने का एक मौका और मिलेगा।
- 3 और 5 आने पर उसकी बारी कट जायेगी।
- i) अगली बारी कटने की प्रायिकता क्या होगी?
- ii) एक मौका और मिले, इसकी प्रायिकता क्या होगी?

57. 200 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त किये गये अंकों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है (अधिकतम प्राप्तांक - 100)

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	20
10-20	40
20-30	15
30-40	24
40-50	25
50-60	12
60-70	9
70-80	7
80-90	12
90-100	36

विद्यार्थी द्वारा प्राप्त अंकों की निम्न प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- i) 40 से कम
 - ii) 60 या उससे अधिक लेकिन 80 से कम
 - iii) 80 या उससे अधिक
58. कक्षा IX की गणित की पाठ्य पुस्तक में 15 पाठ हैं। गणित की एक अध्यापिका ने एक विद्यार्थी को बुलाकर प्रत्येक पाठ के नाम वाली एक पर्ची बनाने के लिए कहा। अध्यापिका ने सभी पर्चियों को अच्छी तरह मिला दिया। अब उसने एक और विद्यार्थी को एक पर्ची उठाने के लिए बुलाया। पर्ची पर जो पाठ लिखा है उसके-
- i) ज्यामिति से होने की क्या प्रायिकता होगी?
 - ii) बीजगणित से होने की क्या प्रायिकता होगी?

खण्ड-द

59. चतुर्भुजों - वर्ग, आयत, समांतर चतुर्भुज, समचतुर्भुज तथा समलंब में से एक चतुर्भुज छाँटा गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गये चतुर्भुज में

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- i) सभी कोण समकोण हों।
 - ii) दोनों विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हों।
 - iii) दोनों विकर्ण परस्पर लम्ब हों।
 - iv) केवल एक विकर्ण दूसरे विकर्ण को समद्विभाजित करता हो।
60. कक्षा नवीं की एन.सी.ई.आर.टी. की गणित की हिन्दी माध्यम की पुस्तक में कुल कितने पृष्ठ हैं? एक पृष्ठ का चयन किया गया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- i) पृष्ठ संख्या का इकाई अंक 9 हो।
 - ii) वह चार का गुणज हो।
 - iii) पूर्ण वर्ग हो।

61. निम्न सारणी में 1000 कर्मचारियों का प्रतिदिन का वेतन दर्शाया गया है।

वेतन प्रतिदिन (₹)	500-700	701-900	901-1100	1101-1300
कर्मचारियों की संख्या	280	175	420	125

यदि एक कर्मचारी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- i) कम से कम ₹ 701 प्रतिदिन
 - ii) अधिक से अधिक ₹ 900 प्रतिदिन
 - iii) अधिक से अधिक ₹ 1300 प्रतिदिन
62. $BMI = \frac{\text{द्रव्यमान (कि.ग्रा.)}}{\text{ऊँचाई (मी. में)}}$

निम्न सारणी विभिन्न वर्गों के BMI को दर्शाता है।

क्र.स.	वर्ग	BMI (कि.ग्रा./मी.)
1.	सामान्य भार से नीचे	16.0-18.5
2.	सामान्य भार	18.5-25.00
3.	सामान्य से अधिक	25.0-30.0
4.	सामान्य से बहुत अधिक	30.00 से अधिक

तीन व्यक्तियों x, y, z की ऊँचाई 170 सेमी. हैं। x, y, z के द्रव्यमान क्रमशः 70 कि., 85 कि., 65 कि. है। चयनित व्यक्ति का BMI सामान्य से अधिक होने की प्रायिकता क्या होगी?

63. निम्न पंक्तियों को ध्यान से पढ़े।

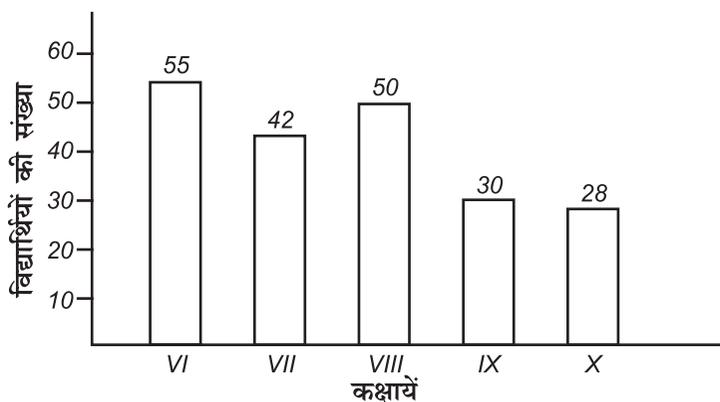
Horse is horse, of course, of course.

And no one can talk to horse of course.

That is, of course, unless the horse is the famous mister ID.

- i) उपरोक्त पंक्तियों में शब्द "Course" की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
 ii) उस शब्द को लिखिये जिसकी प्रायिकता शब्द "Course" की प्रायिकता के समान है।

64. निम्न आयत चित्र एक विद्यालय की विभिन्न कक्षाओं के कुल विद्यार्थियों की संख्या दर्शाता है।



प्राथमिक कक्षाओं के वार्षिक उत्सव पर कक्षा IX व X को अनुशासन कार्य दिया गया। कक्षा VII व VIII को बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया, कक्षा VI के विद्यार्थियों को मुख्य अतिथि के स्वागत से संबंधी कार्य दिया

गया। यदि एक विद्यार्थी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि उसको

- i) बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया।
- ii) वह कक्षा X का विद्यार्थी है।
- iii) वह स्वागत समिति का सदस्य है।

66. एक पार्क में फूलों का छोटा सा सकमोण त्रिभुजाकार बाग है जिसकी दो छोटी भुजाएँ क्रमशः 5 मी. तथा 12 मी. हैं। इसकी भुजाओं पर हर $1/2$ मी. की दूरी पर फूलों के पौधे लगाने हैं। गुलाब के पौधे सबसे छोटी भुजा पर, गेंदे के पौधे सबसे बड़ी भुजा पर और सूरजमुखी तीसरी भुजा पर। तीनों शीर्षों पर अलग-अलग पौधे लगाते हैं। एक पौधे का चयन किया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चयनित पौधा

- i) सबसे बड़ी भुजा पर है।
- ii) सूरजमुखी का है।

67. छोटे रंगीन 1000 बल्बों में से 81 सफेद रंग के हैं, 53 लाल रंग के हैं, 26 हरे रंग के और शेष नीले रंग के हैं। एक बल्ब को चयनित करने पर निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि वह

- i) नीले रंग का हो
- ii) लाल रंग का हो
- iii) सफेद रंग का हो

67. एक विद्यालय में 682 विद्यार्थी हैं। उनके द्वारा प्रयोग किये गये यातायात के साधन इस प्रकार हैं।

यातायात के साधन	साइकिल	पैदल	अभिभावक मोटर साइकिल	अभिभावक कार	डी.टी.सी. बस	वैन	ऑटो
विद्यार्थियों की संख्या	52	128	86	64	100	172	80

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। उसके निम्न से आने की प्रायिकता क्या होगी:-

- i) चार पहिये का वाहन
- ii) दुपहिया वाहन

अध्याय 15
प्रायिकता
उत्तर

1. b) 0 से कम
2. d) 5
3. c) $1/6$
4. a) $4/13$
5. d) 0.37
6. b) 1
7. c) $1/6$
8. a) $3/11$
9. b) $3/10$
10. d) $8/11$
11. c) $2/3$
12. b) $1/2$
13. a) 1
14. c) $2/5$
15. b) $1/3$
16. a) $1/7$
17. c) $7/26$
18. d) 0
19. b) $2/5$
20. a) $17/25$
21. 1
22. 0
23. चित्त, पट
24. असंभव
25. 1
26. सत्य
27. असत्य
28. असत्य
29. सत्य
30. सत्य
31. ii) 0
32. ii) $2/5$
33. i) 1
34. iii) 3
35. 1
36. $0 \leq P(E) \leq 1$
37. 45%
38. 1
39. $\frac{1}{2}$
40. $\frac{1}{2}$
41. $\frac{1}{2}$
42. 0
43. $\frac{4}{11}$
44. $\frac{8}{15}$
45. $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$
46. i) $\frac{5}{12}$ ii) $\frac{1}{24}$

47. i) $\frac{11}{43}$ ii) $\frac{7}{43}$

48. i) $\frac{11}{24}$ ii) $\frac{1}{8}$

49. i) $\frac{39}{40}$ ii) $\frac{23}{310}$

50. i) $\frac{13}{20}$ ii) $\frac{1}{5}$

51. i) $\frac{26}{51}$ ii) $\frac{25}{51}$

52. i) $\frac{5}{7}$

53. i) $\frac{1}{10}$ ii) $\frac{7}{12}$

54. i) $\frac{2}{7}$ ii) $\frac{22}{35}$

55. i) $\frac{4}{7}$ ii) $\frac{3}{7}$

56. i) $\frac{17}{50}$ ii) $\frac{7}{20}$

57. i) $\frac{99}{200}$ ii) $\frac{2}{25}$

58. i) $\frac{7}{15}$ ii) $\frac{2}{15}$

59. i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{4}{5}$

i) $\frac{3}{5}$ iv) $\frac{1}{5}$

60. i) $\frac{15}{203}$ ii) $\frac{101}{406}$

iii) $\frac{10}{203}$

61. i) $\frac{18}{25}$ ii) $\frac{91}{200}$

iii) 1

62. $\frac{1}{3}$

63. i) $\frac{1}{7}$ ii) Horse

64. i) $\frac{92}{205}$ ii) $\frac{28}{205}$

iii) $\frac{11}{41}$

65. i) $\frac{9}{20}$ ii) $\frac{23}{60}$

66. i) $\frac{41}{500}$ ii) $\frac{1}{8}$

iii) $\frac{729}{1000}$

67. i) $\frac{236}{682}$ ii) $\frac{138}{682}$

प्रायिकता

समय : 50 मिनट

अभ्यास परीक्षा

M.M. 20

खण्ड-अ

1. असंभव घटना की प्रायिकता लिखिए। (1)
2. निश्चित या अवश्यमभावी घटना की प्रायिकता लिखिए। (1)

खण्ड-ब

3. एक पासे को एक बार उछाला गया। अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (2)
4. अंग्रेजी वर्णमाला में से एक अक्षर को यादृच्छया चुना जाता है। अक्षर के स्वर होने की प्रायिकता की गणना कीजिए। (2)

खण्ड-स

5. किसी थैले में 1 से 15 तक की संख्या के 15 कार्ड रखे गये हैं। थैले में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गये कार्ड की प्रायिकता ज्ञात कीजिए यदि वह कार्ड
(अ) 3 का गुणज हो (ब) अभाज्य संख्या हो (3)
6. 1 से 100 तक की संख्याओं में से एक संख्या को यादृच्छया चुना जाता है। यदि वह संख्या 4 या 6 से विभाज्य हो तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (3)

खण्ड-द

7. एक अन्तर्राष्ट्रीय एक दिवसीय क्रिकेट मैच में एक बल्लेबाज 50 गेंदों खेलेला है। उसके द्वारा बनाये जाने वाले रनों का विवरण निम्न प्रकार से है: (4)

रन	0	1	2	3	4	5	6
गेंदों की संख्या	13	11	9	7	6	0	4

बल्लेबाज द्वारा निम्न रनों को बनाये जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (अ) 6 रन (ब) 4 या 6 रन
(स) 2 से कम रन (द) 3 रन

8. 3 सिक्कों को क्रमशः उछाला जाता है। और उनके परिणाम निम्नलिखित हैं:

परिणाम	3 चित्त	2 चित्त	1 चित्त	कोई चित्त नहीं
बारम्बारत	23	72	77	28

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (अ) दो चित्त
- (ब) तीन चित्त
- (स) कम से कम दो चित्त

अभ्यास प्रश्न पत्र - 1

कक्षा - IX

विषय - गणित

समय : 3 घंटे

M.M.: 80

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्न-पत्र में 40 प्रश्न हैं। जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स और द में बाँट गया है। खण्ड 'अ' में 20 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है। खण्ड 'ब' में 6 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक 2 अंक का है। खण्ड 'स' में 8 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं। खण्ड 'द' में 6 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
3. इस प्रश्न-पत्र में कोई पूर्ण विकल्प नहीं हैं। यद्यपि कुछ प्रश्नों में आंतरिक चयन का विकल्प दिया गया है।

खण्ड - अ

1. $\sqrt[3]{2^2}$ बराबर है :

- | | |
|-----------------------|-------------|
| a) $2^{-\frac{1}{6}}$ | b) 2^{-6} |
| c) $2^{\frac{1}{6}}$ | d) 2^6 |

अथवा

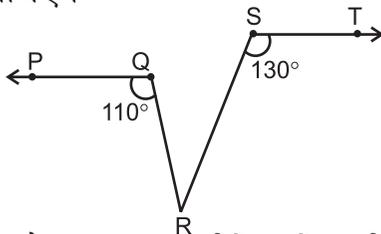
$$(625)^{0.16} \times (625)^{0.09} = ?$$

- | | |
|--------|-----------|
| a) 5 | b) 25 |
| c) 125 | d) 625.25 |
2. यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -1$ ($x, y \neq 0$). तो $x^3 - y^3$ का मान है :
- | | |
|-------|------------------|
| a) -1 | b) 1 |
| c) 0 | d) $\frac{1}{2}$ |
3. यदि $a + b + c = 0$ तो $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = ?$
- | | |
|-------|------|
| a) 1 | b) 0 |
| c) -1 | d) 3 |

अथवा

$2x+y=6$ के चार विभिन्न हल ज्ञात कीजिए ।

22. आकृति में, यदि $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ और $\angle RST = 130^\circ$ है, तो $\angle QRS$ ज्ञात कीजिए ।



23. उस समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी समांतर भुजाएँ 14सेमी. तथा 10सेमी. है और जिसकी ऊँचाई 6सेमी. है।
24. एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 32सेमी. है। इसकी बराबर भुजा और आधार का अनुपात 3:2 है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
25. एक रोलर (roller) का व्यास 84सेमी. है और लंबाई 120सेमी. है। एक खेल के मैदान को एक बार समतल करने के लिए 500 चक्कर लगाने पड़ते हैं। खेल के मैदान का m^2 में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।
26. एक पासे को 100 बार फेंका गया और 6 कितनी बार आया उसे लिखा गया। यदि 6 आने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है, तो बताइए 6 कितनी बार आया ।

अथवा

2 बच्चों वाले 1500 परिवारों का यादृच्छया चयन किया गया है और निम्नलिखित आँकड़ें लिख लिए गए हैं :

परिवार में लड़कियों की संख्या	2	1	0
परिवारों की संख्या	102	675	723

यादृच्छया चुने गए उस परिवार की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जिसमें

- दो लड़कियाँ हों
- एक लड़की हो

खण्ड - स

27. यदि $a = 2 + \sqrt{3}$ है, तो $a - \frac{1}{a}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

28. गुणनखंड कीजिए : $a(a-1) - b(b-1)$

अथवा

यदि $P = 2 - a$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $a^2 + 6ap + p^3 - 8 = 0$

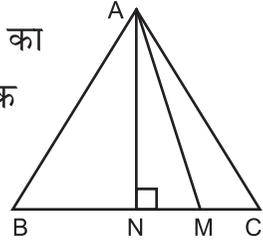
29. एक नगर में टैक्सी का किराया निम्नलिखित है: पहले किलोमीटर का किराया ₹25 है और उसके बाद की दूरी के लिए प्रति किलोमीटर का किराया ₹14 है। यदि तय की गई दूरी x किलोमीटर हो, और कुल किराया ₹ y हो, तो इसका एक रैखिक समीकरण भी लिखिए और इसका आलेख (Graph) भी बनाइए।

30. एक आयत के तीन शीर्ष $(3, 2)$, $(-4, 2)$ और $(-4, 5)$ है। इन बिन्दुओं को आलेखित कीजिए और फिर आयत के चौथे बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

31. सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।

अथवा

$\triangle ABC$ में, $\angle B > \angle C$ यदि AM कोण $\angle ABC$ का समद्विभाजक है तथा $AN \perp BC$ सिद्ध कीजिए कि $\angle MAN = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$



32. एक चतुर्भुज के कोणों का माप $(x + 20)^\circ$, $(x - 20)^\circ$, $(2x + 5)^\circ$ और $(2x - 5)^\circ$ है। x का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

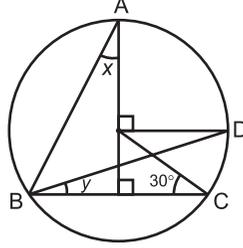
E एक $\triangle ABC$ की माध्यिका AD का मध्य-बिन्दु है तथा BE को AC तक F पर मिलने के लिए बढ़ाया गया है। दर्शाइए कि $AF = \frac{1}{3} AC$

33. सिद्ध कीजिए कि एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं।

अथवा

ABCD एक समलंब है जिसमें $AB \parallel DC$, $AB = 50\text{cm}$, $DC = 30\text{cm}$ है। यदि X तथा Y क्रमशः असमांतर भुजाओं AD तथा BC के मध्यबिंदु हैं तो सिद्ध कीजिए $\text{ar}(\text{DCYX}) = \frac{7}{9} \text{ar}(\text{XYBA})$

34. आकृति में, O वृत्त के केन्द्र है और $\angle BCO = 30^\circ$ है, x और y ज्ञात कीजिए।



खण्ड - द

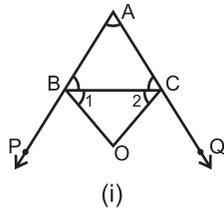
35. दर्शाइए :

$$\frac{1}{(3 - \sqrt{8})} - \frac{1}{(\sqrt{8} + \sqrt{7})} + \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{6})} - \frac{1}{(\sqrt{6} - \sqrt{5})} + \frac{1}{(\sqrt{5} - 2)} = 5$$

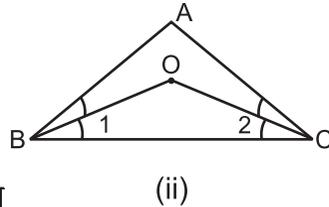
36. व्यंजक $8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2$ के गुणनखंड कीजिए।

37. ΔABC में,

- i) त्रिभुज की भुजाओं AB और AC को क्रमशः P तथा Q तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle PBC$ तथा $\angle QCB$ के समद्विभाजक क्रमशः BO तथा CO बिन्दु O पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए। $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$
- ii) त्रिभुज में $\angle B$ तथा $\angle C$ के समद्विभाजक एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$



अथवा



यदि एक त्रिभुज के किसी कोण का समद्विभाजक उसकी सम्मुख भुजा को भी समद्विभाजित करे, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज समद्विबाहु होगा।

38. एक त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए जिसमें $\angle Y = 30^\circ$, $\angle Z = 90^\circ$ और $XY + YZ + ZX = 11\text{cm}$ हो।
39. एक गोले की त्रिज्या में 10 प्रतिशत की वृद्धि की जाती है। सिद्ध कीजिए कि इस गोले के आयतन में 33.1 प्रतिशत की वृद्धि हो जायेगी।

अथवा

एक लंब वृत्तीय बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (C.S.A) तथा संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (T.S.A) का अनुपात 1:2 है तथा उसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 616सेमी^2 है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए।

40. एक परीक्षा में लड़के और लड़कियों के अंको का माध्य (100 अंकों में से) क्रमशः 70 तथा 73 है। यदि परीक्षा में सभी विद्यार्थियों के अंकों का माध्य 71 है, तो लड़कों तथा लड़कियों की संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिए।

अथवा

100 वस्तुओं का माध्य 64 पाया गया। बाद में पता चला कि दो वस्तुओं को 36 तथा 90 के स्थान पर गलती से क्रमशः 26 और 9 पढ़ा गया। सही माध्य ज्ञात कीजिए।

अभ्यास प्रश्न पत्र - 1

हल

1. c) $2^{\frac{1}{6}}$ अथवा a) 5

2. c) 0

3. d) 3

4. d) 497

5. a) 4

6. c) अपरिमित रूप से अनेक

7. b) (0, 4) अथवा b) Q और R

8. b) 40°

9. a) 3.4cm

10. b) एक आयत

11. b) 75°

12. त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

13. c) 1344cm^2

14. b) 750cm^2

15. b) $\pi r (l + \frac{r}{4})$

16. a) 1 : 4

17. a) 105

18. d) 38

19. c)

20. $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ [$P(E) + P(\bar{E}) = 1$]

21. $a = \frac{5}{3}$ अथवा चार हल समीकरण $y = 6 - 2x$ के लिए

$(x = 1 \Rightarrow y = 4)$ $(x = 3 \Rightarrow y = 0)$

$(x = 2 \Rightarrow y = 2)$ $(x = 4 \Rightarrow y = -2)$

x	1	2	3	4
y	4	2	0	-2

अन्य मान

भी सम्भव है

22. $\angle QRS = 60^\circ$

23. 72cm^2

24. $32\sqrt{2} \text{ cm}^2$

25. 1584 m^2

26. 40 बार अथवा i) $\frac{102}{1500} = 0.068$ ii) $\frac{675}{1500} = 0.45$

27. $\therefore a = 2 + \sqrt{3}$

$\therefore \frac{1}{a} = 2 - \sqrt{3}$

$a - \frac{1}{a} = (2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$$a - \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$$

28. $a(a-1) - b(b-1) = a^2 - a - b^2 + b = (a^2 - b^2) - (a - b) =$
 $= (a - b)(a + b - 1)$

अथवा

$P = 2 - a \quad \Rightarrow a + p + (-2) = 0$

$\Rightarrow a^3 + p^3 + (-2)^3 = 3 \times a \times p \times (-2)$

$\Rightarrow a^3 + p^3 - 8 = -6ap$

$\Rightarrow a^3 + 6ap + p^3 - 8 = 0$

29. $Y = 25 + 14(x-1) \Rightarrow y = 25 + 14x - 14 \Rightarrow \boxed{y = 14x + 9}$

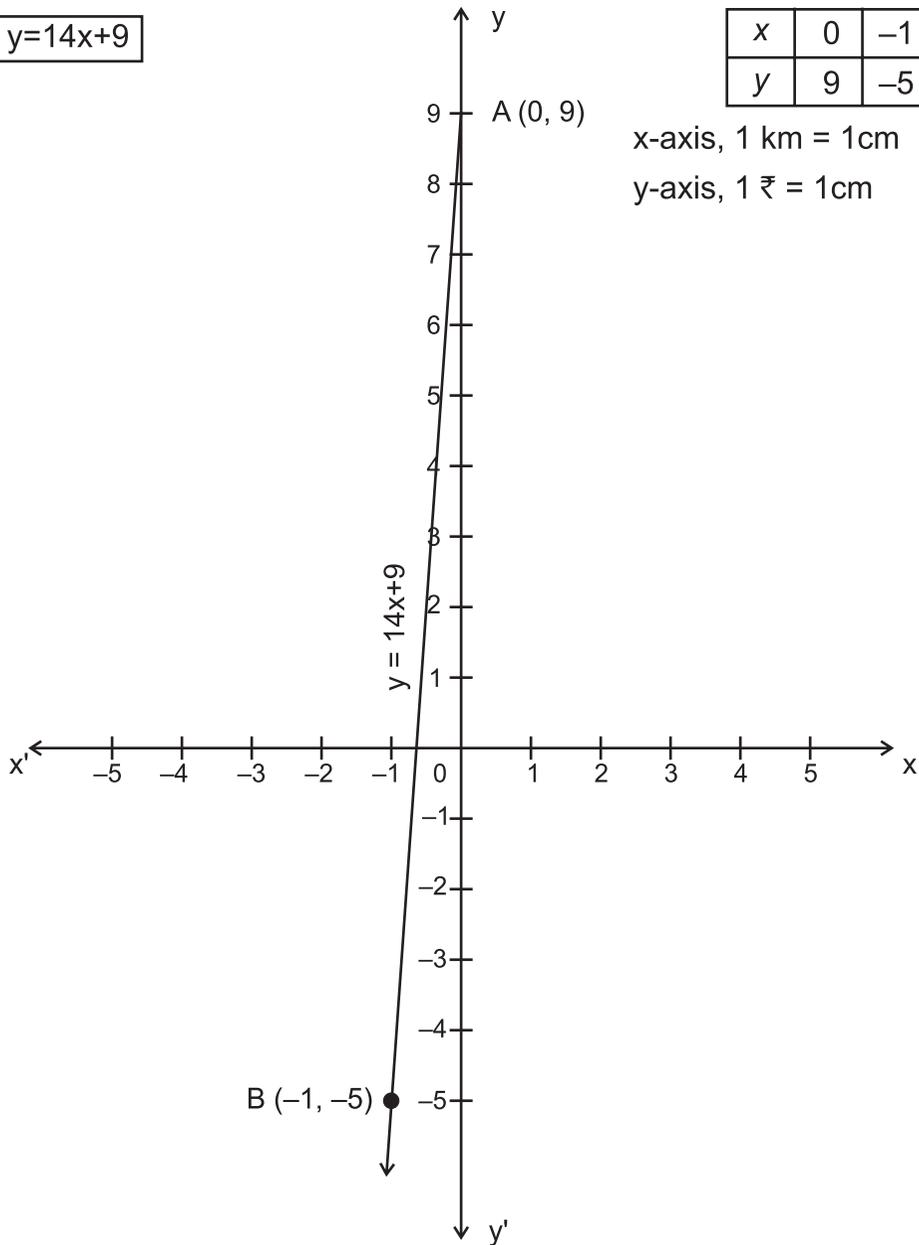
यदि $x = 0 \Rightarrow y = 9$

x	0	-1
y	9	-5

यदि $x = -1 \Rightarrow y = -5$

ग्राफ पेपर पर x-अक्ष के अनुदिश दूरी तथा y-अक्ष के अनुदिश किराया लेकर बिन्दु A(0, 9) तथा B(-1, -5) ग्राफ पेपर पर खींचिए। AB को मिलाइए तथा इसे दोनों ओर बढ़ाकर आवश्यक ग्राफ प्राप्त करें।

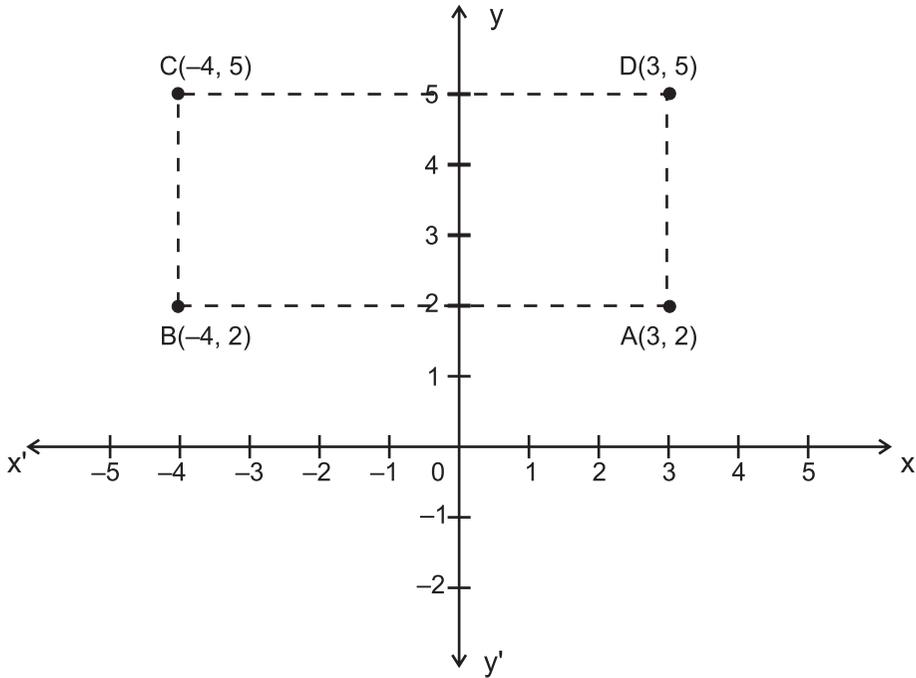
$$y=14x+9$$



30. आयत के इन तीनों शीर्षों को $A(3, 2)$, $B(-4, 2)$ और $C(-4, 52)$ के रूप में आलेखित कीजिए। हमें चौथे बिन्दु D के निर्देशांक ज्ञात करने हैं, ताकि $ABCD$ एक आयत हो।

क्योंकि एक आयत की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं, अतः D का

भुज A के भुज के बराबर अर्थात 3 होना चाहिए तथा D की कोटि C की कोटि के बराबर अर्थात 5 होनी चाहिए। इसलिए D के निर्देशांक (3, 5) हैं।



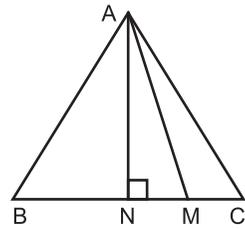
अथवा

दिया है : $\triangle ABC$ में $\angle B > \angle C$. $AN \perp BC$ तथा AM , $\angle A$ का समद्विभाजक है।

सिद्ध करना है: $\angle MAN = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C)$

उपपत्ति :- AM , $\angle A$ का समद्विभाजक है।

$$\angle MAB = \frac{1}{2} \angle A \quad \text{_____ (i)}$$



समकोण $\triangle ANB$ में $\angle B + \angle NAB = 90^\circ \Rightarrow \angle NAB = 90^\circ - \angle B$ _____ (ii)

$$\begin{aligned} \therefore \angle MAN &= \angle MAB - \angle NAB = \frac{1}{2} \angle A - (90^\circ - \angle B) \\ &= \frac{1}{2} \angle A - \frac{1}{2} (\angle A + \angle B + \angle C) + \angle B \quad [\because \frac{1}{2} (\angle A + \angle B + \angle C) = 90^\circ] \\ &= \frac{1}{2} (\angle B - \angle C) \end{aligned}$$

$$\text{Hence } \angle MAN = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C)$$

32. $x = 60^\circ$

अथवा

$DP \parallel EF$ खींचा।

$\triangle ADP$ में, E मध्य बिन्दु है AD का तथा $EF \parallel DP$

\Rightarrow F मध्य बिन्दु है AD का (मध्य बिन्दु प्रमेय के विलोम से)

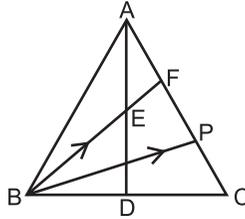
$\triangle FBC$ में, D मध्य बिन्दु है BC का तथा $DP \parallel BF$

\Rightarrow P मध्य है FC का

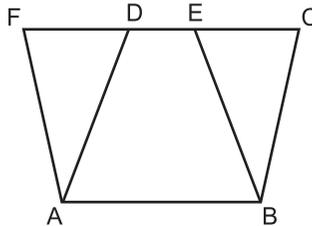
इस प्रकार $AF = FP = PC$

$$AF + FP + PC = AC$$

$$AF + AF + AF = AC \Rightarrow 3AF = AC \Rightarrow AF = \frac{1}{3} AC$$



33.



दिया है :- ABCD तथा ABEF दो समांतर चतुर्भुज एक ही आधार AB तथा एक ही समांतर रेखाओं AB तथा FC बीच स्थित है।

सिद्ध करना है :- $ar(\parallel gm ABCD) = ar(\parallel gm ABEF)$

उपपत्ति :- $\triangle ADF$ तथा $\triangle BCE$ में

$$AD = BC \quad (\text{समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ})$$

$$AF = BE \quad (\text{समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ})$$

$$\angle DAF = \angle CBE \quad (AD \parallel BC, AF \parallel BE)$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BCE \quad (\text{SAS सर्वांगसमता से})$$

\Rightarrow AD तथा AF के बीच का कोण = BC तथा BE के बीच का कोण

$$\therefore \text{ar}(\triangle ADF) = \text{ar}(\triangle BCE) \quad \text{_____ (i)}$$

$$\text{ar}(\parallel\text{gm ABCD}) = \text{ar}(\square ABED) + \text{ar}(\triangle BCE)$$

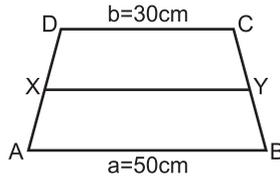
$$= \text{ar}(\square ABED) + \text{ar}(\triangle ADF) \quad (\text{समीकरण (i) से})$$

$$= \text{ar}(\parallel\text{gm ABEF})$$

इस प्रकार $\text{ar}(\parallel\text{gm ABCD}) = \text{ar}(\parallel\text{gm ABEF})$

अथवा

$$xy = \frac{1}{2} (a+b)$$



माना d , AB तथा XY के बीच की दूरी है

तो d , XY तथा DC के बीच की दूरी भी होगी

$$\text{ar}(\text{समलव ABXY}) = \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{ar}(\text{ABXY}) = \frac{1}{2} \left(a + \frac{a+b}{2} \right) d = \left(\frac{3a+b}{4} \right) d = \text{ar}(\text{XYBA}) =$$

$$\text{ar(समलंब } XYCD) = \frac{1}{2} \left(\frac{a+b}{2} + b \right) d = \left(\frac{a+3b}{4} \right) d = \text{ar}(\triangle DCYX)$$

$$\frac{\text{ar}(\triangle DCYX)}{\text{ar}(XYBA)} = \frac{a+3b}{3a+b} = \frac{50+90}{150+30} = \frac{7}{9}$$

$$\therefore \text{ar}(\triangle DCYX) = \frac{7}{9} \text{ar}(XYBA)$$

34. $\triangle OEC$ में

$$\angle EOC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 120^\circ - 60^\circ$$

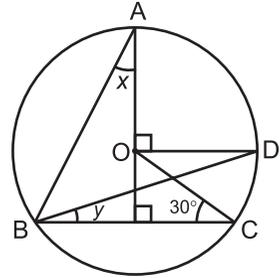
$$\therefore \angle COD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$$

$$\Rightarrow y = 15^\circ$$

$$\text{पुनः } \angle ABD = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\text{तथा } \angle ABC = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ = \angle ABE$$



$\triangle ABE$ में

$$\angle BAE = 180^\circ - (90^\circ + \angle ABE) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$$

$$x = \angle BAE = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\text{अतः } x = 30^\circ \text{ and } y = 15^\circ$$

35. हर का परिमेयीकरण करने पर

$$\frac{1}{3-\sqrt{8}} = \frac{1}{(3-\sqrt{8})} \times \frac{(3+\sqrt{8})}{(3+\sqrt{8})} = \frac{3+\sqrt{8}}{(3)^2 - (\sqrt{8})^2} = \frac{3+\sqrt{8}}{9-8} = \frac{3+\sqrt{8}}{1} = 3+\sqrt{8}$$

इसी प्रकार

$$\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} = \sqrt{8}+\sqrt{7}, \quad \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} = \sqrt{7}+\sqrt{6}, \quad \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} = \sqrt{6}+\sqrt{5}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$$

बायाँ पक्ष

$$\frac{1}{(3-\sqrt{8})} - \frac{1}{(\sqrt{8}-\sqrt{7})} + \frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})} - \frac{1}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})} + \frac{1}{(\sqrt{5}-2)}$$

$$(3+\sqrt{8}) - (\sqrt{8}+\sqrt{7}) + (\sqrt{7}+\sqrt{6}) - (\sqrt{6}+\sqrt{5}) + (\sqrt{5}+2)$$

$$3+\sqrt{8} - \sqrt{8}-\sqrt{7} + \sqrt{7}+\sqrt{6} - \sqrt{6}-\sqrt{5} + \sqrt{5}+2$$

$$3+2$$

$$5$$

= दायाँ पक्ष

36. $8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2$

$$= (2x)^3 + (3y)^3 + 18xy(2x+3y) \quad [\because a^3+b^3+3ab(a+b)=(a+b)^3]$$

$$= (2x)^3 + (3y)^3 + 3(2x)(3y)(2x+3y)$$

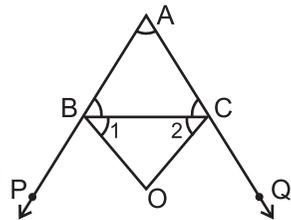
$$= (2x+3y)^3 = (2x+3y)(2x+3y)(2x+3y)$$

37. i) $\angle B + \angle CBP = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$$\Rightarrow = \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle CBP = 90^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \angle B + \angle 1 = 90^\circ$$

$$= \angle 1 = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle B \quad \text{_____ (i)}$$



Again $\angle C + \angle BCQ = 180^\circ$

$$= \frac{1}{2} \angle C + \frac{1}{2} \angle BCQ = 90^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \angle C + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 2 = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle C \quad \text{_____ (ii)}$$

In $\triangle BOC$ में $\angle 1 + \angle 2 + \angle BOC = 180^\circ$

$$\angle BOC = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C)$$

$$\angle BOC = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) - \frac{1}{2}\angle A$$

$$= \frac{1}{2} \times 180^\circ - \frac{1}{2}\angle A \quad [\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ]$$

$$\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$$

ii) $\triangle ABC$ में त्रिभुज कोण योग नियम से

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = (90^\circ - \frac{1}{2}\angle A) \quad \text{--- (i)}$$

$\triangle BOC$ में

$$(\angle 1 + \angle 2) + \angle BOC = 180^\circ$$

$$(90^\circ - \frac{1}{2}\angle A) + \angle BOC = 180^\circ \quad (\text{समीकरण (i) के उपयोग के})$$

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

अथवा

दिया है:- $\triangle ABC$ में भुजा BC पर एक बिन्दु D स्थित है कि $\angle BAD = \angle CAD$ तथा $BD = CD$

सिद्ध करना है $AB = AC$

रचना :- AD को बिन्दु D तक इस प्रकार बढ़ाया

कि $AD = DE$ तथ EC को मिलाया ।

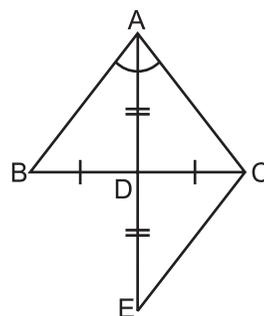
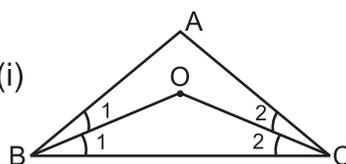
उपपत्ति :- $\triangle ABD$ तथा में $\triangle ECD$

$BD = CD$ (दिया है)

$AD = ED$ (रचना है)

$\angle ADB = \angle EDC$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\triangle ADB \cong \triangle ECD$ (SAS सर्वांगसमता से)



$$\therefore \left. \begin{array}{l} AB = EC \\ \text{तथा } \angle BAD = \angle CED \end{array} \right\} \text{(CPCT से) } \underline{\hspace{2cm}} \text{ (i)}$$

$$\text{परन्तु } \angle BAD = \angle CAD \text{ (दिया है) } \underline{\hspace{2cm}} \text{ (ii)}$$

(i) तथा (ii) से

$$\angle CAD = \angle CED$$

$$\Rightarrow AC = EC \text{ [बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर] } \underline{\hspace{2cm}} \text{ (iii)}$$

समीकरण (i) तथा (iii) से

$$\left. \begin{array}{l} AB = EC \\ AC = EC \end{array} \right\} \Rightarrow AB = AC$$

अतः $\triangle ABC$ समद्विबाहु त्रिभुज है।

39. गोले का आयतन = $\frac{4}{3} \pi r^3$

$$\text{त्रिज्या में 10\% की वृद्धि} = 10\% r = \frac{1}{10} r$$

$$\text{त्रिज्या में बढ़ोत्तरी} = r + \frac{1}{10} r = \frac{11}{10} r$$

$$\begin{aligned} \text{गोले का नया आयतन} &= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{11}{10} r \right)^3 = \frac{4}{3} \pi \times \frac{1331}{1000} r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi \times 1.331 r^3 \end{aligned}$$

$$\text{आयतन में वृद्धि} = \frac{4}{3} \pi \times 1.331 r^3 - \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 (1.331 - 1)$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 \times 0.331$$

$$\text{आयतन में \% वृद्धि} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \times 0.331}{\frac{4}{3} \pi r^3} \times 100\% = 33.1\%$$

$$\frac{\text{बेलन का C.S.A.}}{\text{बेलन का T.S.A.}} = \frac{\text{अथवा } 2\pi rh}{2\pi r(h+r)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{h+r} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow h + r = 2h \Rightarrow h = r$$

$$\text{T.S.A.} = 2\pi r(h+r) = 616 = 2\pi r(r+r) = 616$$

$$= 2\pi r \times 2r = 616 \Rightarrow 4\pi r^2 = 616$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 616 \Rightarrow r^2 = 616 \times \frac{7}{88} \Rightarrow r = 7 = h$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = 1078 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{बेलन का आयतन} = 1078 \text{ cm}^3$$

40. माना लड़को की संख्या = x, लड़कियों की संख्या = y

अतः लड़को द्वारा कुल प्राप्त अंक = 70x

लड़कियों द्वारा कुल प्राप्त अंक = 73y

दोनों द्वारा कुल प्राप्त अंक = 71(x+y)

$$\therefore 70x + 73y = 71(x+y)$$

$$\Rightarrow 73y - 71y = 71x - 70x$$

$$\Rightarrow 2y = x \Rightarrow x:y = 2:1$$

अथवा

वस्तुओं का माध्य = 64

वस्तुओं की कुल संख्या = 100

वस्तुओं का योग = 61 × 100 = 6400

वस्तुओं का सही नया योग = 6400 - (26+9) + (36+90)

$$= 6400 - 35 + 126$$

$$\therefore \text{वस्तुओं का सही माध्य} = 6400 + 91 = 6491$$

$$\therefore \text{सही माध्य} = \frac{6491}{100} = 64.91$$

अभ्यास प्रश्न पत्र - 2

कक्षा - IX
विषय - गणित

समय : 3 घंटे

M.M.: 80

सामान्य निर्देश :

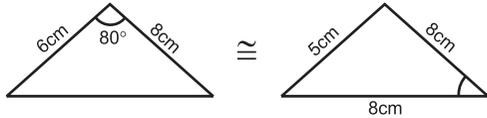
1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्न-पत्र में 40 प्रश्न हैं जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स और द में बाँटा गया है।
3. खण्ड 'अ' में कुल 20 प्रश्न हैं तथा जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।
4. खण्ड 'ब' में 2 अंक के 6 प्रश्न हैं।
5. खण्ड 'स' में कुल 8 प्रश्न हैं तथा प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं।
6. खण्ड 'द' में 4 अंक के कुल 6 प्रश्न हैं।
7. प्रश्न-पत्र में कोई समग्र विकल्प नहीं है तथापि 1 तथा 2 अंक वाले दो-दो प्रश्नों में, 3 अंक वाले चार प्रश्नों में तथा 4 अंक वाले तीन प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। ऐसे प्रश्नों में आपको दिए गए विकल्पों में से केवल एक प्रश्न हल करना है।
8. कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खण्ड अ

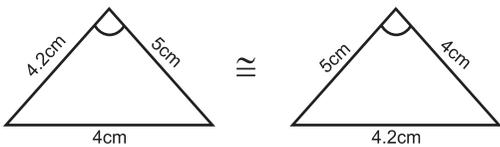
1. निम्न में से गोले के आयतन का सूत्र है:
a) $\frac{1}{3}\pi r^3$
b) $\frac{2}{3}\pi r^3$
c) πr^3
d) $\frac{4}{3}\pi r^3$
2. यदि $x=0$ तथा $y=k$ समीकरण $5x-3y=3$ का हल है तो k का मान है :
a) $\frac{3}{2}$
b) 0
c) -1
d) $-\frac{2}{3}$

13. $\frac{31}{16}$ का दशमलव प्रसार ज्ञात कीजिए।
14. यदि $(x-1)$ बहुपद $2x^2 - 2a$ का गुणनखण्ड है तो a का मान ज्ञात कीजिए।
15. यदि 6, 4, 7, 13 तथा p का माध्य 8 है तो p का मान ज्ञात कीजिए।

सही मिलान कीजिए :

16.  (i) 9

17. बिंदु $(4, 9)$ की x -अक्ष से दूरी (ii) 25°

18.  (iii) 115°

19. संख्याओं 4, 9, 5, 4, 9, 5, 4, 5, 9, 5 का बहुलक (iv) SAS सर्वांगसमता

20. 65° का सम्पूरक कोण (v) 5

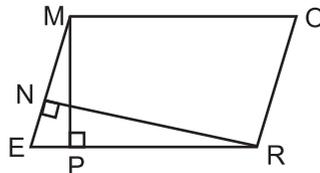
- (vi) SSS सर्वांगसमता

खण्ड ब

21. समीकरण $4x+3y=12$ के कोई दो हल ज्ञात कीजिए।
22. यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाओं को दुगुना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज और दिए गए त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

अथवा

चित्र में MORE एक समांतर चतुर्भुज है तथा $RN \perp ME$ और $MP \perp ER$ यदि $MO=16\text{cm}$, $MP=8\text{cm}$ तथा $RN=10\text{cm}$ हो तो ME का मान ज्ञात कीजिए।



23. एक लंबवृत्तीय शंकु का आयतन 9856 घन सेमी है। यदि आधार की त्रिज्या 14cm है तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\pi = 22/7$ लीजिए)

24. सरल कीजिए : $(625)^{0.06} \times (625)^{0.19}$

25. गुणनखण्ड कीजिए : $(p-q)^3 + (q-r)^3 + (r-p)^3$

अथवा

यदि $p(x)=x+5$ तो $p(x)+p(-x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

26. एक घन की भुजा 8cm है। घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

खण्ड स

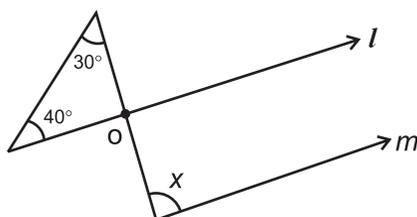
27. एक पासे को 80 बार फेंका जाता है। यदि सम संख्या आने की प्रयिकता $7/10$ है तो विषम संख्या कितनी बार आई ?

28. 4 कुर्सियों तथा 5 मेजों की कीमत ₹ 3200 है। इस कथन के लिए दो चर में एक रैखिक समीकरण लिखिए तथा समीकरण के दो हल ज्ञात कीजिए।

अथवा

x के लिए हल कीजिए : $(5x+1)(x+3)-8 = 5(x+1)(x+2)$

29. दी गई आकृति में यदि $l \parallel m$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।



30. किसी त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 11:19:24 है और इसका परिमाप 540cm है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

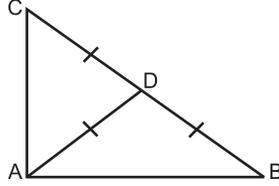
त्रिभुजाकार शीट की भुजाओं की विमाएँ 5cm, 12cm तथा 13cm हैं। ₹30 प्रति वर्ग सेमी की दर से इस शीट पर होने वाले पेंट का व्यय ज्ञात कीजिए।

31. बहुपद $9x^3 - 3x^2 + 15x - 3$ को $(3x-1)$ से भाग देकर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।

32. सिद्ध कीजिए कि समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।

अथवा

दी गई आकृति में यदि $AD = BD = CD$. तो $\angle BAC$ ज्ञात कीजिए।

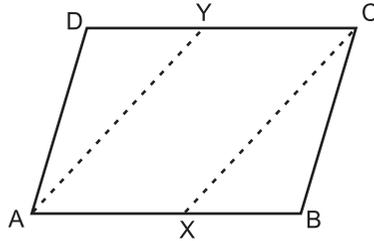


33. बिंदुओं $P(3,-7)$, $Q(-2,-4)$ तथा $R(0,5)$ को आलेखित कीजिए तथा बताइए कि तीनों बिंदु सरेख हैं या नहीं।

34. एक समचतुर्भुज ABCD में $\angle ABC = 72^\circ$ तो $\angle ACD$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

चित्र में ABCD एक समांतर चतुर्भुज है तथा भुजाओं AB तथा DC के मध्य-बिंदु क्रमशः X तथा Y हैं। सिद्ध कीजिए AXCY एक समांतर चतुर्भुज है।

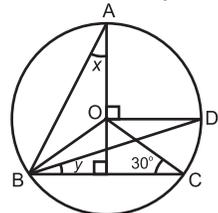


खण्ड द

35. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेषभाग के किसी बिंदु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

अथवा

दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है तथा $\angle BCO = 30^\circ$ है। x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।



36. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए बारंबारता बहुभुज बनाइए :

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	7
10-20	10
20-30	6
30-40	8
40-50	12
50-60	3
60-70	2
70-80	2

अथवा

निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।
75, 62, 88, 55, 90, 95, 85, 59, 72, 78, 90, 95, 90, 95, 80, 71, 44,
57, 68, 90.

37. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाण 6.4cm तथा आधार कोण 60° तथा 45° हैं।
38. एक लकड़ी के बेलनाकार पाइप का आंतरिक व्यास 24cm तथा बाह्य व्यास 28cm है। इस पाइप की लंबाई 35cm है। इस पाइप का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए यदि लकड़ी के 1cm^3 का द्रव्यमान 0.6 ग्राम हो।
39. मान ज्ञात कीजिए

$$\frac{(361)^3 + (139)^3}{(361)^2 - (361 \times 139) + (139)^2}$$

अथवा

$0.\overline{245}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

40. यदि $(x+a)$ बहुपदों (x^2+px+q) तथा (x^2+mx+n) का एक गुणनखण्ड है तो सिद्ध कीजिए

$$a = \frac{n - q}{m - p}$$

अभ्यास प्रश्न पत्र-2

उत्तर

- | | | | | |
|-----|---------------------------|----------------------|-----|-----------------------------|
| 1. | d) | $\frac{4}{3}\pi r^3$ | 28. | कुर्सियों की संख्या = x |
| 2. | c) | - 1 | | मेजों की संख्या = y |
| 3. | b) | 110 | | $4x + 5y = 3200$ |
| 4. | c) | अनगिनत | | कोई दो हल |
| 5. | a) | PQ = SE | | अथवा |
| 6. | c) | $\sqrt{36}$ | | $x = 15$ |
| 7. | b) | 60cm^2 | 29. | $x = 70^\circ$ |
| 8. | a) | $\frac{2}{3}$ | 30. | $7200\sqrt{2}\text{ cm}^2$ |
| 9. | d) | 90° | | अथवा |
| 10. | c) | III | | क्षेत्रफल = 30cm^2 |
| 11. | C = 11 | | | व्यय = ₹ 900 |
| 12. | $x = 140^\circ$ | | 31. | भागफल = $3x^2+5$ |
| 13. | 1.9375 | | | शेषफल = 2 |
| 14. | $a = 1$ | | 32. | $\angle BAC = 90^\circ$ |
| 15. | $p = 10$ | | 33. | असरेखी |
| 16. | iv) | SAS | 34. | $\angle ACD = 54^\circ$ |
| 17. | i) | 9 | 35. | $x = 30^\circ$ |
| 18. | vi) | SSS | | $y = 15^\circ$ |
| 19. | v) | 5 | 36. | माध्य = 76.95 |
| 20. | iii) | 115° | | माध्यक = 79 |
| 21. | कोई दो हल | | | बहुलक = 90 |
| 22. | 4 : 1 अथवा | ME=12.8cm | 38. | 3432 ग्राम |
| 23. | $h = 48\text{cm}$ | | | = 3.432 किग्राम |
| 24. | 5 | | 39. | 500 |
| 25. | $3(p-q) (q-r) (r-p)$ अथवा | 5 | | अथवा |
| 26. | 256cm^3 | | | $\frac{245}{999}$ |
| 27. | 24 बार | | | |

अभ्यास प्रश्न पत्र - 3

कक्षा - IX

विषय - गणित

समय : 3 घंटे

M.M.: 80

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्न-पत्र में 40 प्रश्न हैं। जिन्हें चार खण्डों अ, ब, स और द में बाँटा गया है। खण्ड 'अ' में 20 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है। खण्ड 'ब' में 6 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक 2 अंक का है। खण्ड 'स' में 8 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं। खण्ड 'द' में 6 प्रश्न हैं। जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।
3. इस प्रश्न-पत्र में कोई पूर्ण विकल्प नहीं हैं। यद्यपि कुछ प्रश्नों में आंतरिक चयन का विकल्प दिया गया है।

खण्ड - अ

1. परिमेय संख्या $\frac{5}{7}$ सम तुल्य है?
a) $\frac{15}{17}$ b) $\frac{25}{27}$
c) $\frac{10}{14}$ d) $\frac{10}{27}$
2. बहुपद $p(x) = 2x+5$ का शून्यक हैं ?
a) 2 b) $\frac{2}{5}$
c) 5 d) $-\frac{5}{2}$
3. यदि $a=0$ हो तो बहुपद ax^2+bx+c , का प्रकार होगा ?
a) रैखिक b) द्विघात
c) त्रिघातीय d) द्वि द्विघातीय
4. समीकरण $y=-x$ का ग्राफ किस बिन्दु से होकर गुजरेगा?
a) (1,1) b) (0,1)
c) (-1,1) d) (0,0)

खण्ड 'ब'

21. निम्न के लिए बहुपद $5x-4x^2+3$ का मान ज्ञात कीजिए ?
(i) $x=0$ (ii) $x=2$
22. समीकरण $\pi x + y = 9$ के कोई दो हल लिखिए?
23. यदि समान्तर चतुर्भुज का आधार 8cm और उसका शीर्षलम्ब 5cm हो तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ?
24. निम्न में x^2 का गुणांक लिखिए ?
i) $2-x^2+x$ b) $\sqrt{2x-1}$
अथवा
बिना सीधे गुणा किए 107×93 का मान ज्ञात कीजिए?
25. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 150cm^2 है। इसके किसी फलक का परिमाण ज्ञात कीजिए।
26. समान त्रिज्या वाले गोले एवं अर्धगोले के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए?

खण्ड स

27. दो सिक्कों को 500 बार एक साथ उछाला गया और परिणाम निम्न प्रकार प्राप्त हुए
दो चित्त = 150 बार
एक चित्त = 275 बार
कोई चित्त नहीं = 120 बार
इन प्रत्येक घटनाओं की प्रायिकता ज्ञात कीजिए?
28. समीकरण $2x+9=0$ का ज्यामितीय निरूपण निम्न प्रकार से कीजिए?
(1) एक चर वाले (2) दो चरों वाले
29. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जबकि $BC=8\text{cm}$ $\angle B=45^\circ$ और $AB-AC=3.5\text{cm}$.
30. सिद्ध कीजिए की वृत्त में समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अंतरित करती हैं।

अथवा

यदि समलम्ब चतुर्भुज की असमांतर भुजाएँ बराबर हो तो सिद्ध कीजिए वह चक्रीय होगा।

31. निम्न दो चरो वाले समीकरण का ग्राफ खींचिए।

$$x+y=4$$

अथवा

यदि $x=3k-2$ और $y=2k$ समीकरण $4x-7y+12=0$ का एक हल हो तो k का मान ज्ञात कीजिए?

32. आयत ABCD में बिन्दु P, Q, R और S क्रमशः AB, BC, CD और DA भुजाओं के मध्य बिन्दु है। सिद्ध कीजिए चतुर्भुज PQRS एक समचतुर्भुज है।

अथवा

एक त्रिभुज ABC में बिन्दु D, E और F क्रमशः भुजाओं AB, BC और AC के मध्य बिन्दु हो तो सिद्ध कीजिए की D, E और F को मिलाने वाली रेखाएँ $\triangle ABC$ को चार सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करती है।

33. सरल करो : $(5+\sqrt{7})(2+\sqrt{5})$
34. त्रिभुजाकार शीट की भुजाएँ 5cm, 12cm और 13cm है। ₹ 30/cm² की दर से शीट को पेन्ट करने का व्यय ज्ञात कीजिए?

खण्ड द

35. विभिन्न क्रियाकलापों में भाग लेने वाले छात्रों का विवरण निम्न प्रकार से है।

क्रिया कलाप	खेलकूद	मेडीटेसन	योगा	पद चालन
लड़कियों की संख्या	40	35	100	120

उपरोक्त आकड़ों के लिए बार ग्राफ (दंड आलेख) खींचिए।

36. यदि $x+y+z=0$ हो तो
सिद्ध कीजिए $x^3+y^3+z^3=3xyz$

अथवा

गुणन खण्ड कीजिए

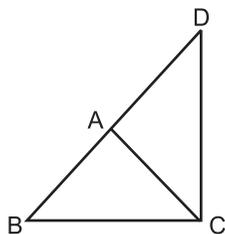
$$x^3+6x^2+11x+6$$

37. हर का परिमेयीकरण कीजिए। $\frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

अथवा

0.3178 को p/q के रूप में व्यक्त कीजिए जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

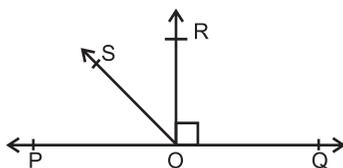
38. $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है। जिसमें $AB=AC$ हो और BA को इस प्रकार बढ़ाया कि $AD=AB$ हो, तो दर्शाइए $\angle BCD$ एक समकोण है।



अथवा

सिद्ध कीजिए कि समकोण त्रिभुज में विकर्ण सबसे लम्बी भुजा होती है।

39.



उपरोक्त आकृति में POQ एक सरल रेखा है। यदि $RO \perp PQ$ हो और SO एक किरण हो तो सिद्ध कीजिए $\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$

40. एक गोदाम की विमाएँ $40m \times 25m \times 15m$ हैं। $1.5m \times 1.25m \times 0.5m$ विमाओं वाले अधिकतम कितने लकड़ी के बाक्स इस गोदाम में रखे जा सकते हैं?

अथवा

एक लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन $9856cm^3$ है। यदि आधार का व्यास $28cm$ हो तो ज्ञात कीजिए

(1) शंकु की तिर्यक ऊँचाई

(2) शंकु की ऊँचाई

(3) शंकु का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

अभ्यास
प्रश्न-पत्र - 3

1. c) 10/14
2. d) $-5/2$
3. a) रेखिक
4. c) $(-1, 1)$
5. b) $y = 2$
6. c) 74°
7. a) 80°
8. b) 55°
9. c) $\triangle ABC \cong \triangle EDF$
10. d) 0.63
11. b) $3\pi r^2$
12. d) 54cm^2
13. a) 38
14. b) 40°
15. d) 65°
16. $x + y = 180^\circ$
17. अपरिमित रूप से अनेक
18. अर्धवृत्त
19. 5 or 9.9, 10.9, 11.9
20. सत्य अथवा असत्य
21. i) 3 ii) -3
22. कोई भी दो हल
23. 40cm^2
24. $-1, 0$ अथवा
9951 के उपयोग से $(100+7)\times(100-7)$]
25. 20 cm
26. 4:3 अथवा 204.28cm^2
27. i) $P(2 \text{ चित्त}) = 21/100$
ii) $P(1 \text{ चित्त}) = 11/20$
iii) $P(\text{चित्त नहीं}) = 6/25$
28. सही निरूपण
 $x = -9/2$
29. सही रचना
30. सही उपपत्ति अथवा
सही उपपत्ति
31. सही ग्राफ
 $x+y=4$ के लिए अथवा $k=2$
32. सही उपपत्ति
33. $10 + 5\sqrt{5} + 2\sqrt{7} + \sqrt{35}$
34. ₹ 900
35. दंड आलेख का सही चित्रण
36. $0 \times (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$

37. $\frac{-5}{2} (\sqrt{3} + \sqrt{5})$ अथवा

3175/9990

38. सही उपपत्ति

39. सही उपपत्ति

40. 16000

अथवा

i) 50cm

ii) 48cm

iii) 2200cm²

