DIRECTORATE OF EDUCATION
GNCT of Delhi, Delhi Government

SUPPORT MATERIAL
(2019-2020)
Class : X

MATHEMATICS
(Urdu Medium)

Under the Guidance of

Ms. Manisha Saxena
Secretary (Education)

Mr. Binay Bhushan
Director (Education)

Dr. Saroj Bala Sain
Addl. DE (School & Exam.)

Coordinators

Mrs. Mukta Soni
DDE (Exam)

Dr. Raj Kumar
OSD (Exam)

Mr. Krishan Kumar
OSD (Exam)

Production Team

Anil Kumar Sharma

Published at Delhi Bureau of Text Books, 25/2 Institutional Area, Pankha Road, New Delhi-110058 by Prabhjot Singh, Secretary, Delhi Bureau of Text Books and Printed by Supreme Offset Press, New Delhi-110017

MANISHA SAXENA
IAS

सत्यमेव जयते

सचिव (शिक्षा)
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054
दूरभाष : 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187 Telefax : 23890119
e-mail : secyedu@nic.in

MESSAGE

The importance of adequate practice during examinations can never be overemphasized. I am happy that support material for classes IX to XII has been developed by the Examination Branch of Directorate of Education. This material is the result of immense hard work, co-ordination and cooperation of teachers and group leaders of various schools. The purpose of the support material is to impart ample practice to the students for preparation of examinations. It will enable the students to think analytically & rationally, and test their own capabilities and level of preparation.

The material is based on latest syllabus prepared by the NCERT and adopted by the CBSE for the academic session 2020-21 and covers different levels of difficulty. I expect that Heads of Schools and Teachers will enable and motivate students to utilize this material during zero periods, extra classes and regular classes best to their advantage.

I would like to compliment the team of Examination Branch for their diligent efforts of which made it possible to accomplish this work in time. I also take this opportunity to convey my best wishes to all the students for success in their endeavours.

(Manisha Saxena)

BINAY BHUSHAN, IAS

सत्यमेव जयते

Director
Education & Sports
Govt. of NCT of Delhi
Old Secretariat, Delhi- 110054
Tel.: 23890172, Fax : 23890355
E-mail : diredu@nic.in
Website : www.edudel.nic.in

D.O. No.

Date :

Dear Students,

Directorate of Education is committed to providing qualitative and best education to all its students. The Directorate is continuously engaged in the endeavor to make available the best study material for uplifting the standard of its students and schools.

Every year, the expert faculty of Directorate reviews and updates Support Material. The expert faculty of different subjects incorporates the changes in the material as per the latest amendments made by CBSE to make its students familiar with new approaches and methods so that students do well in the examination.

The book in your hand is the outcome of continuous and consistent efforts of senior teachers of the Directorate. They have prepared and developed this material especially for you. A huge amount of money and time has been spent on it in order to make you updated for annual examination.

Last, but not the least, this is the perfect time for you to build the foundation of your future. I have full faith in you and the capabilities of your teachers. Please make the fullest and best use of this Support Material.

BINAY BHUSHAN
DIRECTOR (EDUCATION)

Dr. (Mrs.) Saroj Bala Sain
Addl. Director of Education
(School / Exam / EVGB/IEB/ VOC.)

सत्यमेव जयते

Govt. of NCT of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-110054
Tel.: 23890023, 23890093

D.O. No. PA/Addl.DE(Sch)/86
Date : 03-10-2019

I am very much pleased to forward the Support Material for classes IX to XII. Every year, the Support Material of most of the subjects is updated/revised as per the most recent changes made by CBSE. The team of subject experts, officers of Exam Branch, members of Core Academic Unit and teachers from various schools of Directorate has made it possible to make available unsurpassed material to students.

Consistence use of Support Material by the students and teachers will make the year long journey seamless and enjoyable. The main purpose to provide the Support Material for the students of government schools of Directorate is not only to help them to avoid purchasing of expensive material available in the market but also to keep them updated and well prepared for exam. The Support Material has always been a ready to use material, which is matchless and most appropriate.

I would like to congratulate all the Team Members for their tireless, unremitting and valuable contributions and wish all the best to teachers and students.

S. Sain

(Dr. Saroj Bala Sain)
Addl.DE (School/Exam)

DIRECTORATE OF EDUCATION
Govt. of NCT, Delhi

SUPPORT MATERIAL
(2020-2021)

MATHEMATICS
Class : X
(Urdu Medium)

NOT FOR SALE

PUBLISHED BY : DELHI BUREAU OF TEXTBOOKS

Team Members for Review of Support Material

S.No.	Name & Designation	Shool Name/Branch
1.	**Mr. Vipin Kumar** Vice- Principal **Group Leader**	R.P.V.V, Sector - 11 Rohini- Delhi
2.	**Mr. Tushar Saluja** TGT (Maths)	CORE ACADEMIC UNIT DoE, GNCT of Delhi
3.	**Dr. Sushma Singh** TGT (Maths)	CORE ACADEMIC UNIT DoE, GNCT of Delhi
4.	**Ms. Anju Sareen** TGT (Maths)	S.C.S.D G.S.V Sector-9 Rohini- Delhi
5.	**Ms. Amita Taneja** TGT (Maths)	R.P.V.V Sector-11 Rohini- Delhi
6.	**Dr. Preeti Sharma** TGT (Maths)	R.P.V.V Sector-11 Rohini- Delhi
7.	**Mr. Maqsood Ahmed** TGT (Maths)	Anglo Arabic Sr. Sec. School Ajmeri Gate, Delhi-6

भारत का संविधान

भाग 4क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51क

मूल कर्तव्य – भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –

1. संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्र ध्वज और राष्ट्रगान का आदर करें।
2. स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे।
3. भारत की प्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखे।
4. देश की रक्षा करे।
5. भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे।
6. हमारी सामाजिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका निर्माण करे।
7. प्राकृतिक पर्यावरण की रक्षा और उसका संवर्धन करे।
8. वैज्ञानिक दृष्टिकोण और ज्ञानार्जन की भावना का विकास करे।
9. सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे।
10. व्यक्तिगत एवं सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत् प्रयास करे।
11. माता–पिता या संरक्षक द्वारा 6 से 14 वर्ष के बच्चों हेतु प्राथमिक शिक्षा प्रदान करना (86वां संशोधन)।

CONSTITUTION OF INDIA

Part IV A (Article 51 A)

Fundamental Duties

Fundamental Duties : It shall be the duty of every citizen of India —

1. to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;
2. to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;
3. to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;
4. to defend the country and render national service when called upon to do so;
5. to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;
6. to value and preserve the rich heritage of our composite culture;
7. to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures.
8. to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;
9. to safeguard public property and to adjure violence;
10. to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement.
11. who is a parent or guardian to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक **(सम्पूर्ण प्रभुत्व–सम्पन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य)** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की **स्वतंत्रता,**

प्रतिष्ठा और अवसर की समता

प्राप्त करने के लिए,

तथा उन **सब में,**

व्यक्ति की गरिमा और **(राष्ट्र की एकता**

और अखंडता) सुनिश्चित करने वाली बंधुता

बढ़ाने के लिए

हम दृढ़संकल्प होकर इस संविधान को आत्मार्पित करते हैं।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **(SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC)** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political,

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship,

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the **(unity an integrity of the Nation)**;

WE DO HEREBY GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

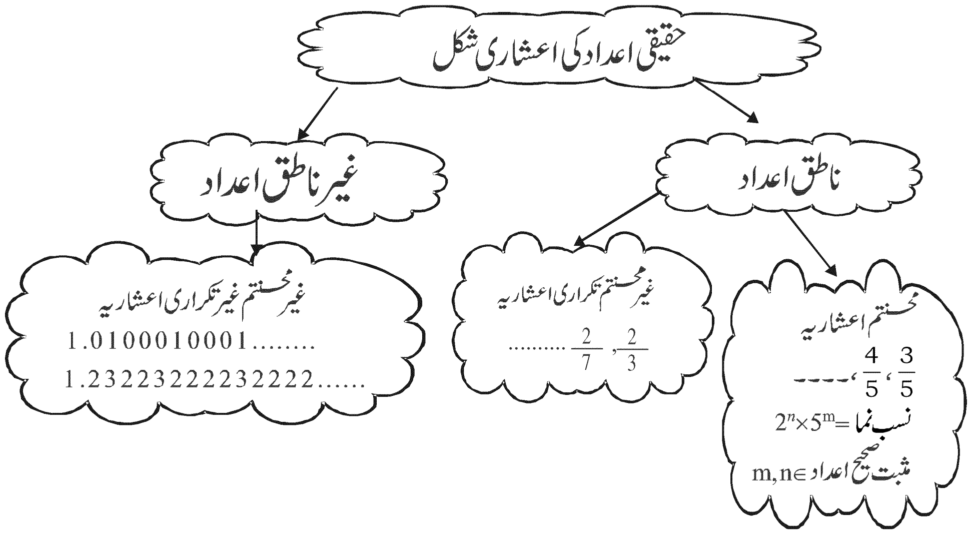
فہرست مضامین

نمبر شمار	باب	صفحہ نمبر
1۔	حقیقی اعداد	1-16
2۔	کثیر رکیناں	17-27
3۔	دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے	28-40
4۔	دو درجی مساواتیں	41-60
4۔	حسابی تصاعد	61-80
6۔	**مثلث** (Triangles)	81-106
7۔	مختص جیومیٹری	107-118
8۔	ٹرگنومیٹری کا تعارف	119-130
9۔	ٹرگنومیٹری کے کچھ استعمال	131-140
10۔	دائرے	141-160
11۔	عمل بناوٹ	161-167
12۔	دائروں سے متعلق رقبے	168-191
13۔	سطحی رقبہ اور حجم	192-216
14۔	شماریات	217-234
15۔	احتمال	235-254
16۔	مشقی سوالنامہ I (بنیادی)	255-264
17۔	مشقی سوالنامہ II (بنیادی)	265-271
18۔	مشقی سوالنامہ CBSE 2020 (معیاری)	272-283
19۔	مشقی سوالنامہ I (معیاری)	284-290

باب 1

حقیقی اعداد (Real Numbers)

اہم نکات :



حقیقی اعداد کی خصوصیات

اقلیدس کا تقسیمی معاونہ

دو دیئے گئے مثبت صحیح اعداد a اور b کو مطمئن کرنے والے دو صحیح اعداد q اور r اس طرح ہیں

$a = bq + r \quad 0 \leq r < b$

حساب کا بنیادی مسئلہ

ہر مرکب عدد کو مفرد اعداد کی حاصل ضرب کے طور پر اجزائے ضربی میں تحلیل کیا جا سکتا ہے۔ اجزائے ضربی کی یہ تحلیل منفرد ہے بھلے ہی اجزائے ضربی کی ترتیبیں مختلف ہوں۔

اقلیدس کا تقسیمی الگورتھم

دو مثبت صحیح اعداد a اور b، $a > b$ کا HCF مندرجہ ذیل طریقے سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

قدم 1: q اور r معلوم کرنے کے لیے اقلیدس کے تقسیمی معاونہ کا استعمال کیجیے جہاں

$a = bq + r , 0 \geq r < b$

قدم 2: اگر $r = 0$ ہو تو HCF (a, b)=b

قدم 3: اگر $r \neq 0$ تو b اور r پر اقلیدس کا تقسیمی معاونہ کا استعمال کیجیے۔ اس عمل کو تب تک جاری رکھیے جب تک $r = 0$ ہو جائے اس مرحلے پر قاسم ہی a اور b کا HCF ہوگا۔

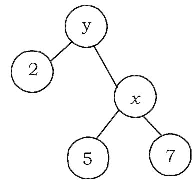
بہت مختصر جواب والے سوالات

1۔ ایک عدد N کو 16 سے تقسیم کرنے پر 5 باقی بچتا ہے۔ اگر اس عدد کو 8 سے تقسیم کیا جائے تو باقی .... ہوگا۔

2۔ $3^4\times5^2$ اور $3^3\times5^4$ کا HCF= ....

3۔ اگر $a=xy^2$ اور $b=x^3y^5$ ہو جہاں x اور y مفرد اعداد ہوں تو LCM(a,b)= ....

4۔ x اور y کی قدر معلوم کیجیے۔



5۔ اگر n ایک حقیقی عدد ہے تو $25^{2n} - 9^{2n}$ تقسیم ہوگا۔

(a) 16 (b) 34 (c) 16 اور 34 دونوں سے (d) ان میں سے کوئی نہیں

6۔ $\frac{327}{2^3\times5}$ کا اعشاریہ پھیلاؤ کتنے اعشاری مقام کے بعد مختتم ہوگا۔

(a) ایک اعشاری مقام (b) دو اعشاری مقام

(c) تین اعشاری مقام (d) تین سے زیادہ اعشاری مقام

7۔ مندرجہ ذیل میں سے کن ناطق اعداد کو مختتم اعشاریہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

(i) $\frac{16}{225}$ (ii) $\frac{5}{18}$ (iii) $\frac{2}{21}$ (iv) $\frac{7}{250}$

(a) (i) اور (ii) (b) (ii) اور (iii) (c) (i) اور (iii) (d) (iv)

8۔ اقلیدس کے تقسیمی معاونہ کے مطابق دو مثبت صحیح اعداد a اور b کے لیے مطمئن کرنے والے دو صحیح اعداد q اور r اس طرح ہیں کہ $a = bq + r$ تو r کی قدر کیا ہو سکتی ہے۔

(a) $1 < r < b$ (b) $0 < r \leq b$

(c) $0 \leq r < b$ (b) $0 < r < b$

9۔ اگر $P^n = (a\times5)^n$ ہو تو P^n کے اکائی کے مقام پر 0 آنے کے لیے a کی قدر

(a) کوئی بھی حقیقی عدد (b) جفت عدد

(c) طاق عدد (d) ان میں سے کوئی نہیں

10۔ HCF ہمیشہ

(a) LCM کا ضریب (b) LCM کا اجزائے ضربی

(c) LCM سے تقسیم (d) a اور c دونوں

11۔ تمام اعشاریائی اعداد ہوتے ہیں:

(a) ناطق اعداد (b) غیر ناطق اعداد

(c) حقیقی اعداد (d) صحیح اعداد

12۔ ان میں سے کس عدد کا اکائی کا ہندسہ 6 ہوگا

(a) 4^n (b) 2^n (c) 6^n (d) 8^n

13۔ جفت صحیح عدد کی عام شکل لکھیے۔

14۔ کسی بھی طاق صحیح عدد کو متغیرہ t کا استعمال کرتے ہوئے عام شکل میں لکھیے۔

15۔ n کی کس قدر کے لیے $n^2 - 1$، 8 سے تقسیم ہوگا۔

16۔ ایک غیر صفری ناطق عدد اور ایک غیر ناطق عدد کے حاصل ضرب کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں؟

17۔ $\frac{13497}{1250}$ کی اعشاری شکل کتنے مقام کے بعد مختتم ہوگی؟

18۔ وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے۔ جو 1 سے 10 تک (دونوں شامل ہیں) کے تمام عددوں سے تقسیم ہو جائے گا۔

19۔ عدد 525 اور 3000 اعداد 3, 5, 15, 25 اور 75 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔ 525 اور 3000 کا HCF معلوم کیجیے۔

20۔ 9^n میں اکائی کا ہندسہ معلوم کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات (Type-I)

21۔ اگر n ایک طاق صحیح عدد ہے تو دکھایئے کہ $n^2 - 1$، 8 سے تقسیم ہوگا۔

22۔ اقلیدس کے تقسیمی الگورتم کا استعمال کرتے ہوئے 16 اور 28 کا HCF معلوم کیجیے۔

23۔ دکھایئے کہ 12^n کبھی بھی 0 یا 5 پر ختم نہیں ہوگا (کسی بھی فطری عدد n کے لیے)

24۔ تقسیم کیے بغیر معلوم کیجیے کہ $\frac{395}{10500}$ کا اعشاری پھیلاؤ مختتم ہوگا یا غیر مختتم تکراری ہوگا۔

25۔ ایک ناطق عدد کا اعشاری پھیلاؤ 327.7081 ہے۔ جب اس عدد کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیا جائے گا تو آپ q کے مفرد اجزائے ضربی کے بارے میں کیا کہہ سکیں گے؟ وجہ بھی دیجیے۔

26۔ وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ سے ضرب کرنے پر وہ ایک ناطق عدد بن جائے۔اس طرح حاصل ہونے والا عدد کیا ہوگا؟

27۔ $\sqrt{3}$ اور $\sqrt{5}$ کے درمیان ایک ناطق عدد اور ایک غیر ناطق عدد معلوم کیجیے۔

28۔ اگر 144 اور 180 کے HCF کو 13m-3 کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے تو m کی قدر معلوم کیجیے۔(CBSE-2014)

29۔ $(-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{2n+1}+(-1)^{4n+1}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔ جہاں n ایک مثبت طاق صحیح عدد ہے۔(CBSE-2016)

30۔ دکھایئے کہ کوئی بھی مثبت طاق صحیح عدد 4q+1, 4q+3 کی شکل میں ہوتا ہے۔ جہاں q ایک صحیح عدد ہے۔(CBSE-2012)

31۔ دو ٹینکروں میں بالترتیب 850 لیٹر اور 680 لیٹر پیٹرول ہے۔اس کنٹینر (Container) کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے جو ان دونوں ٹینکروں کا پیٹرول صحیح صحیح ناپ سکے۔(CBSE-2016)

مختصر جواب والے سوالات (Type-II)

32۔ دکھایئے کہ کسی بھی مثبت صحیح عدد کا کعب $4m$، $4m + 1$ یا $4m + 3$ کی شکل میں ہوگا جہاں m ایک صحیح عدد ہے۔

33۔ ثابت کیجیے کہ $\sqrt{3}$ غیر ناطق عدد ہے۔

34۔ حساب کا بنیادی مسئلہ لکھیے۔اس کی مدد سے 120 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

35۔ ثابت کیجیے کہ $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

36۔ ثابت کیجیے کہ $5 - \frac{3}{7}\sqrt{3}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

37۔ ثابت کیجیے کہ $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

38۔ مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے 56 اور 112 کا LCM اور HCF معلوم کیجیے۔

39۔ بتائیے کہ مندرجہ ذیل مرکب عدد کیوں ہے؟

(i) $7\times11\times13\times15+15$

(ii) $11\times13\times17+17$

(iii) $1\times2\times3\times5\times7+3\times7$

40۔ صبح کی سیر کے دوران تین لوگ اپنے قدم ایک ساتھ اٹھاتے ہیں جن کی پیائش 42cm, 40cm اور 45cm ہیں۔ وہ کم سے کم دوری معلوم کیجیے۔ جسے وہ تینوں پورے قدموں میں ناپ سکیں۔(NCERT Exempler)

41۔ ایک سیل کے دوران رنگین پینسلیں 24 کے اور کریئون (Crayons) 32 کے پیکٹ میں دستیاب ہیں۔ اگر آپ مساوی تعداد میں پینسلیں اور کریئون خریدنا چاہتے ہیں تو آپ دونوں کے کتنے پیکٹ خریدیں گے۔(CBSE-2017)

42۔ وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کیجیے۔ جس سے 31 اور 99 کو تقسیم کرنے پر باقی بالترتیب 5 اور 8 بچے۔

43۔ 65 اور 117 کے HCF کو 65m-117 کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔ m کی قیمت معلوم کیجیے۔ 65 اور 117 کا LCM مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے معلوم کیجیے۔

44۔ اقلیدس کے تقسیمی الگورتھم کی مدد سے وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کیجیے۔ جس سے 1251, 9377 اور 15628 کو تقسیم کرنے پر باقی بالترتیب 1,2 اور 3 بچے۔ (NCERT Exempler)

45۔ دکھائیے کہ کسی مثبت طاق صحیح عدد کا مربع 4m+1 کی شکل کا ہوتا ہے۔ جہاں m ایک صحیح عدد ہے۔

46۔ اقلیدس کے تقسیمی الگورتھم کا استعمال کرتے ہوئے 252, 180 اور 324 کا HCF معلوم کیجیے۔(CBSE-2016)

47۔ 6 ہندسوں کا بڑے سے بڑا عدد معلوم کیجیے جو 18, 24 اور 36 سے مکمل تقسیم ہو جائے۔

48۔ تین گھنٹیاں بالترتیب 9, 12, 15 منٹ کے وقفہ پر بجتی ہیں۔ اگر وہ ایک ساتھ ایک وقت پر بجتی ہیں تو دوبارہ ایک ساتھ کب بجیں گی؟

49۔ ثابت کیجیے کہ n, n+2, n+4 میں سے ایک اور صرف ایک ہی 3 سے تقسیم ہوتا ہے۔

50۔ 404 اور 96 کا LCM اور HCF معلوم کیجیے اور ثابت کیجیے کہ دونوں اعداد کا حاصل ضرب =LCM×HCF
(CBSE-2018)

طویل جواب والے سوالات

51۔ اقلیدس کے الگورتھم کے ذریعہ 56،96اور 324 کا HCF معلوم کیجیے۔

52۔ دکھایئے کہ کوئی بھی مثبت طاق عدد $6q + 1$، $6q + 3$اور $6q + 5$ کی شکل میں ہوتا ہے جہاں q ایک صحیح عدد ہے۔

53۔ ثابت کیجیے کہ کسی بھی مثبت صحیح عدد کا مربع $5q$، $5q + 1$، $5q+4$ کی شکل میں ہوتا ہے جہاں q ایک صحیح عدد ہے۔

54۔ ثابت کیجیے کہ تین مسلسل صحیح اعداد کا حاصل ضرب 6 سے تقسیم ہوتا ہے۔

55۔ کسی مثبت صحیح عدد n کے لیے ثابت کیجیے $n^3 - n$، 6 سے تقسیم ہوتا ہے۔ (NCERT Exempler)

56۔ دکھایئے کہ n، $n + 2$، $n + 4$ میں سے ایک اور صرف ایک ہی 3 سے تقسیم ہوتا ہے۔

57۔ آ کیرتی نے اپنی یوم پیدائش (Birthday) پر یتیم خانہ میں دودھ تقسیم کرنے کا فیصلہ کیا۔ دودھ پہنچانے والا دو ٹینکروں میں 398 لیٹر اور 436 لیٹر دودھ لے کر آیا۔ ایک ڈرم کی مدد سے دونوں ٹینکروں کے دودھ کو تیسرے ٹینکر میں ڈالا گیا جس کے بعد پہلے اور دوسرے ٹینکر میں بالترتیب 7 لیٹر اور 11 لیٹر دودھ باقی بچ گیا۔ ڈرم کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے۔

58۔ وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جس میں اگر 17 بڑھا دیا جائے تو وہ 520 اور 468 سے مکمل تقسیم ہو جائے۔

59۔ ایک گلی میں دو کاندار 396 گلاب جامن اور 342 رس گلّے بنا تا ہے۔ وہ انہیں اکٹھے پیک کرتا ہے۔ ہر ڈبّے میں یا تو گلاب جامن ہے یا رس گلّے ہیں لیکن ہر ڈبے میں ان کی تعداد برابر ہے۔ کم سے کم ڈبے بنانے کے لیے اسے ہر ڈبے میں کتنے گلاب جامن یا رس گلے رکھنے ہوں گے۔ (CBSE-2016)

60۔ ثابت کیجیے کہ کسی مثبت صحیح عدد کا مربع 5q+2 یا 5q+3 جہاں q ایک صحیح عدد ہے کی شکل کا نہیں ہوسکتا۔

61۔ 72 اور 124 کے HCF کو ایک خطی مجموعہ کی شکل میں لکھیے۔

62۔ ثابت کیجیے کہ کسی مثبت صحیح عدد n کے لیے $\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}$ ایک ناطق عدد نہیں ہوگا۔ (HOTS)

63۔ اقلیدس کے تقسیمی طریقے سے 6341, 134791 اور 6339 کا HCF معلوم کیجیے۔

64۔ کسی سیمینار میں ہندی، انگریزی اور ریاضی کے بالترتیب 84،60 اور 108 شرکاء ہیں۔ کم سے کم کتنے کمروں کی ضرورت ہوگی۔ اگر ہر کمرے میں ایک ہی مضمون کے برابر برابر شرکاء موجود ہوں۔

65۔ حساب کا بنیادی مسئلہ لکھیے۔ کیا دو اعداد کا HFC اور LCM بالترتیب 24 اور 540 ہوسکتا ہے۔ اپنے جواب کی وضاحت کیجیے۔

جوابات

1. 5

2. $3^3 \times 5^2$

3. $x^3 \times y^5$

4. $y = 70, x = 35$

5. (c) $25^{2n} - 9^{2n}$ کی شکل $a^{2n} - b^{2n}$ کی ہے جو کہ دونوں $a-b$ اور $a+b$ سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے $25+9 = 34$ اور $25-9=16$ دونوں سے تقسیم ہوگا۔

6. c

7. d

8. c

9. b

10. b

11. c

12. c

13. 2m

14. 2t+1

15. ایک طاق صحیح عدد

16. غیر ناطق عدد

17. 4

18. 2520

19. 75

20. 1اور9

21. ایک مثبت طاق صحیح عدد کی شکل 4q+1, 4q+3 ہوتی ہے۔

اگر n = 4q+1 ہوتو

$n^2 - 1 = (4q+1)^2 - 1 = 16q^2 + 8q = 8(2q^2 + q) \Leftarrow n^2 - 1, 8$ سے تقسیم ہوگا۔

اگر n=4q+3 ہوتو

$n^2 - 1 = (4q+3)^2 - 1 = 16q^2 + 24q + 8 = 8(2q^2 + 3q + 1) \Leftarrow n^2 - 1, 8$ سے تقسم ہوگا۔

22. 4

23. 12 کے اجزائے ضربی 2,2,3 ہے جس میں 5 شامل نہیں ہے۔اس لیے 12^n کبھی بھی 0 یا 5 پرختم نہیں ہوگا۔

24. غیر مختتم تکراری

25. نسب نما 2 اور 5 کا ضعف ہے

26. $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ سے ضرب کرنے پر

عدد = 3

27. اقلیدس کے تقسیمی معاونہ سے

180 = 144×1+36

144 = 36×4+0

180 اور 144 کا HCF = 36

$13m - 3 = 36 \Rightarrow 13m = 39 \Rightarrow m = 3$

29. دیا ہے n ایک مثبت طاق صحیح عدد ہے۔

$\Leftarrow$ 2n اور 4n+2 مثبت جفت عدد ہوں گے۔

$(-1)^n = -1, (-1)^{2n} = +1, (-1)^{2n+1} = -1, (-1)^{4n+2} = +1$

$\therefore (-1)^n + (-1)^{2n} + (-1)^{2n+1} + (-1)^{4n+2} = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$

30. a اور b = 4 پر اقلیدس کا تقسیمی الگورتھم استعمال کرنے پر

$a = 4q + r$ $\qquad r = 0, 1, 2, 3$

جب $r = 0$ $\qquad a = 4q$ $\qquad$ جو ایک جفت عدد ہے

جب $r = 1$ $\qquad a = 4q+1$ $\qquad$ جو ایک طاق عدد ہے

جب $r = 2$ $\qquad a = 4q+2$ $\qquad$ جو ایک جفت عدد ہے

جب $r = 3$ $\qquad a = 4q+3$ $\qquad$ جو ایک طاق عدد ہے

31. 850 اور 680 کا HCF = 2×5×17 = 170 لیٹر

32. مانا n ایک مثبت صحیح عدد ہے تو n کی شکل 4q, 4q+1, 4q+2 اور 4q+3 ہوگی۔

جب $n = 4q \Rightarrow n^3 = (4q)^3$

$= 4(16q^3) = 4m$ جہاں $m = 16q^3$ ہے

جب $n = 4q+1$ $\qquad n^3 = (4q+1)^3$

$= 64q^3 + 48q^2 + 12q + 1$

$= 4(16q^3 = 12q^2 + 3q) + 1 = 4m + 1$ جہاں $m = 16q^3 + 12q^2 + 3q$

اسی طرح n=4q+2 اور n=4q+3 کے لیے کریں۔

34. 2×2×2×3×5

35. $\sqrt{3}$ اور $\sqrt{5}$ کو غیر ناطق ثابت کریں۔ دو غیر ناطق اعداد کا حاصل جمع غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

36. 5 ایک ناطق عدد ہے $\frac{3}{7}\sqrt{3}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔ ایک ناطق اور ایک غیر ناطق عدد کا فرق غیر ناطق ہوتا ہے۔

38. LCM = 112, HCF = 56

39. (i) 15×(7×11×13+1) کے دو سے زیادہ جز و ضربی ہیں اس لیے یہ ایک مرکب عدد ہے۔

40. $2520 = LCM\ (40,42,45)$

کم سے کم طے کیا جانا والا فاصلہ = 2520cm

41. 24 اور 32 کا $LCM = 96$

96 پینسلیں یا $\frac{96}{24} = 4$ پیکٹ پینسلوں کے

96 کریئون یا $\frac{96}{32} = 3$ پیکٹ کریئون کے

42. دیئے ہوئے اعداد = 31 اور 99

$99–8 = 91, \quad 31–5 = 26$

$26 = 2\times13$

$91 = 7\times13$

26 اور 91 کا $HCF = 13$

وہ بڑے سے بڑا عدد 13 ہے جس سے 31 اور 99 کو تقسیم کرنے پر بالترتیب 5 اور 8 باقی بچتا ہے۔

43. $117 = 65 \times1+52$

$65 = 52 \times1+13$

$52 = 13\times4+0$

$13 \quad = HCF\ (117, 65)$

دیا ہے $65m–117 = 13$

$\Rightarrow 65m = 130$

$\Rightarrow m = 2$

$585 = 13\times3^2\times5 = LCM\ (117, 65)$

44. $1251–1 = 1250$, $9377–2 = 9375$, $15628–3 = 15625$

$3125 = HCF\ (15625, 9375)$

$625 = HCF\ (3125, 1250)$

$625 = HCF\ (1250, 9375, 15625) \Leftarrow$

.45 اقلیدس کے تقسیمی الگورتھم سے $a = bq+r$

$b = 4$ رکھنے پر $a = 4q+r$ جہاں $0 \le r < 4$

اگر $r = 0$ ہو تو $a = 4q$ جو جفت ہے

اگر $r = 1$ ہو تو $a = 4q+1$ جو طاق ہے

اگر $r = 2$ ہو تو $a = 4q+2$ $\Leftarrow$ $a = 2(2q+1)$ جو جفت ہے

اگر $r = 3$ ہو تو $a = 4q+3$ جو طاق ہے

اس لیے کسی مثبت عدد q کے لیے $4q+1$, $4q+3$ طاق صحیح عدد ہوں گے۔

$$a^2 = (4q+1)^2 = 16q^2+1+8q = 4(4q^2+2q)+1$$
$$= 4m+1$$

جہاں $m = 4q^2 + 2q$

اسی طرح $4q+3$ کے لیے کریں۔

.46 $HCF(324,252,180) = 36$

.47 $LCM(18,24,36) = 72$.

6 ہندسوں کا سب سے بڑا عدد $= 999999$

```
72) 999999 (13888
    72
    ---
    279
    216
    ---
     639
     576
     ---
      639
      576
      ---
       639
       576
       ---
        63
       ---
```

حاصل عدد $= 999999 - 63$

$= 999936$

.48 $LCM(19, 12, 15) =$ 180 منٹ

.49 مانا 3 سے تقسیم ہونے والے عدد کی شکل $3k+r$ $\quad r = 0, 1, 2$

$a = 3k, +1, 3k+2$

(i) جب $a = 3k$

$n = 3K \Leftarrow n$, 3 سے تقسیم ہوگا

$n+2 = 3K+2 \Leftarrow n+2$، 3 سے تقسیم نہیں ہوگا

$n+4 = 3K+4 = 3K+3+1 \Rightarrow n+4$ ،3 سے تقسیم نہیں ہوگا

$= 3(K+1)+1$

n + 4, n+2, n میں سے صرف اور صرف ایک ہی 3 سے تقسیم ہوگا

(ii) جب $a = 3k+1$

$n = 3K+1 \Rightarrow n$, 3 سے تقسیم نہیں ہوگا

$n+2 = 3K+1+2 = 3K+3 = 3(k+1) \Rightarrow n+2$ ،3 سے تقسیم ہوگا

$n+4 = 3K+1+4 = 3K+5 = 3(k+1)+2 \Rightarrow n+4$ ،3 سے تقسیم نہیں ہوگا

اس لیے n+4, n+2, n میں سے صرف اور صرف ایک ہی 3 سے تقسیم ہوگا۔

اسی طرح $a = 3k+2$ کے لیے کیجیے۔

.50 HCF (404, 96) = 4

LCM (404, 96) = 9696

HCL×LCM = 4×9696 = 38784

دونوں اعداد کا حاصل ضرب = 404 × 96 = 38784

دونوں اعداد کا حاصل ضرب = HCF×LCM

.51 4

.52 مانا a ایک مثبت طاق عدد ہے۔6 سے تقسیم کرنے پر مانا q خارج قسمت اور r باقی ہے۔

$a = 6q + r$ جہاں $r = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

اگر $r = 0$ ہوتو $a = 6q = 2(3q)$ جو ایک جفت عدد ہے

اگر $r = 1$ ہوتو $a = 6q+1$ جو ایک طاق عدد ہے

اگر $r = 2$ ہوتو $a = 6q+2 = 2(3q+1)$ جو جفت صحیح عدد ہے

اگر $r = 3$ ہوتو $a = 6q+3$ جو ایک طاق صحیح عدد ہے

اگر $r = 4$ ہوتو $a = 6q+4 = 2(3q+2)$ جو ایک جفت صحیح عدد ہے

اگر $r = 5$ ہوتو $a = 6q+5$ جو طاق صحیح عدد ہے

.54 مانا 3 لگاتار صحیح اعداد a + 2, a+1, a ہیں۔

Case-I اگر a جفت ہے۔

a+2 بھی جفت ہے۔

(a+2) a ,2 سے تقسیم ہوگا

(a+1)(a+2) a بھی 2 سے تقسیم ہوگا۔

کیونکہ a ,a+1 ,a+2 تین لگا تار عدد ہیں۔

اس لیے (a+1)(a+2) a، 3 کا ضریب ہوگا

(a+2) (a+1) a، 3 سے تقسیم ہوگا

کیونکہ یہ 2 اور 3 سے تقسیم ہوگا اس لیے 6 سے بھی تقسیم ہوگا۔

Case-II اگر a طاق عدد ہو۔

a+1 بھی جفت عدد ہوگا۔

a +1 ,2 سے تقسیم ہوگا

(a+1)(a+2) a ,2 سے تقسیم ہوگا۔

کیونکہ a ,a+1 ,a+2 تین لگا تار عدد ہیں۔

اس لیے (a+2) (a+1) a، 3 کا ضریب ہوگا۔

(a+2) (a+1) a، 3 سے تقسیم ہوگا۔

(a+2) (a+1) a، 6 سے تقسیم ہوگا

.55 $n^3 - n = n(n^2 - 1 = n(n-1)(n+1)$

$= (n-1)\,n\,(n+1)$

= تین لگا تار اعداد کا حاصل ضرب

اب ہم یہ ثابت کریں گے کہ تین لگا تار اعداد کا حاصل ضرب 6 سے تقسیم ہوتا ہے۔

کوئی بھی مثبت عدد a کی شکل 3q ,3q+1 ,3q+2 کی ہوتی ہے۔

Case-I اگر a = 3q

$(3q)(3q+1)(3q+2) = 3q(2m)$

$= 6qm$

جو کہ 6 سے تقسیم ہوگا

[کیونکہ 3q+1 ,3q+2 لگا تار اعداد ہیں تو ان کا حاصل ضرب 2 سے تقسیم ہوگا]

Case-II اگر a = 3q+1

a (a+1) (a+2) = (3q+1) (3q+2) (3q+3)

$= 2m \times 3\ (q+1)$

$= 6m\ (q+1)$

جو کہ 6 سے تقسیم ہوگا۔

Case-III۔ اگر $a = 3q+2$

$a\ (a+1)\ (a+2) = (3q+2)\ (3q+3)\ (3q+4)$

$= (3q+2).3\ (q+1)\ (3q+4)$

$= 6m$

جو کہ 6 سے تقسیم ہوگا۔

.57 17

.58 4663

.59 $18 = HCF\ (396,342)$

.61 $4 = HCF\ (124, 72)$

$4 = 124 \times 7 + 72\ (-12)$

$y = -12, x = 7$

.62 مانا $q \neq 0$ $\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1} = \frac{p}{q}$ —(1)

$$\frac{q}{p} = \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}} + \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n-1} - \sqrt{n+1}}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n+1}}{-2}$$

$$\sqrt{n-1} - \sqrt{n+1} = \frac{-2q}{p}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1} = \frac{2q}{p} \text{ —(2)}$$

(1)اور(2) کو جوڑنے پر

$$2\sqrt{n+1} = \frac{p}{q} + \frac{2q}{p} = \frac{p^2 + 2q^2}{pq} \text{ — (3)}$$

(1) میں سے (2) کو گھٹانے پر

$$2\sqrt{n-1} = \frac{p}{q} + \frac{2q}{p} = \frac{p^2 - 2q^2}{pq} \text{ — (4)}$$

(3) اور (4) سے ہم کہہ سکتے ہیں۔

$\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}$ ناطق عدد ہے۔

لیکن $\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ کوئی بھی مثبت صحیح عدد n نہیں ہے جس کے لیے $\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}$ ایک ناطق عدد ہو۔

.63 1 = HCF (134791, 6341, 6339)

.64 $12 = 2^2 \times 3$ = HCF (60,84,108)

حاصل کردہ کمروں کی تعداد $= \frac{60+84+108}{12} = \frac{252}{12} = 21$

.65 LCM =540, HCF=24

$$\frac{\text{LCM}}{\text{HCF}} = \frac{540}{24} = 22.5$$

جو ایک صحیح عدد نہیں ہے۔

اس لیے دو اعداد کا HCF اور LCM 24 اور 540 نہیں ہو سکتا۔

مشقی جانچ

کل نمبر:20 | وقت:1 گھنٹہ

1۔ $\frac{51}{1500}$ کا اعشاری پھیلاؤ کتنے مقام کے بعد مختتم ہوگا؟ 1

2۔ اقلیدس کے تقسیمی معاونہ میں جب $a = bq + r$ ہو جہاں a اور b مثبت صحیح عدد ہیں تو r کی قدر کیا ہو سکتی ہے؟ 1

3۔ x^4y^8 اور x^8y^3 کا HCF = ... 1

4۔ 14 اور 122 کا LCM = ... 1

5۔ دکھایئے کہ 9^n کبھی بھی صفر پر ختم نہیں ہو سکتا۔ 2

6۔ تقسیم کیے بغیر معلوم کیجیے کہ $\frac{935}{10500}$ کا اعشاری پھیلاؤ مختتم ہوگا یا غیر مختتم تکراری ہوگا۔ 2

7۔ ثابت کیجیے کہ کسی مثبت طاق صحیح عدد کا مربع $4m+1$ کی شکل کا ہوتا ہے جہاں m ایک صحیح عدد ہے۔ 2

8۔ ثابت کیجیے کہ $\frac{1}{3-2\sqrt{5}}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔ 3

9۔ اقلیدس کے الگورتھم کے ذریعہ 36، 96 اور 120 کا HCF معلوم کیجیے۔ 3

10۔ ایک کھیل کا سامان بیچنے والے نے چلنے کے فائدے اور ان سے آگاہی پھیلانے کے لیے "Run to Remember" نام کی مہم کا انعقاد کیا۔ اس مہم میں سوہم اور بانی نے حصہ لیا۔ ایک کھیل کے میدان کے چاروں طرف دائرہ نما راستہ تھا۔ سوہم کو ایک چکر لگانے میں 12 منٹ لگے جب کہ بانی کو 18 منٹ لگے۔ یہ مانتے ہوئے کہ ان دونوں نے ایک ہی جگہ سے ایک ہی وقت پر ایک ہی سمت میں چلنا شروع کیا۔ کتنے وقت کے بعد وہ دونوں اسی جگہ ملیں گے جہاں سے چلے تھے۔ 4

باب2

کثیر رکنیاں(Polynomials)

اھم نکات:

1. کثیر رکنی: اگر x ایک متغیرہ ہے، n ایک فطری عدد ہے اور $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ حقیقی اعداد ہیں تو $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ ، $(a_n \neq 0)$ کو x میں کثیر رکنی کہتے ہیں۔

2. درجہ 1، 2 اور 3 کی کثیر رکنیاں بالترتیب خطی، دو درجی اور کعبی کثیر رکنیاں کہلاتی ہیں۔

3. ایک دو درجی کثیر رکنی $ax^2 + bx + c$ کی شکل کی ہوتی ہے۔ جہاں a، b، c حقیقی اعداد ہیں اور $a \neq 0$

4. ایک کثیر رکنی $p(x)$ کے صفران نقطوں کے x-مختصات ہیں جہاں $y = p(x)$ کا گراف x-محور کو قطع کرتا ہے۔ یعنی $x = a$ کثیر رکنی $p(x)$ کا صفر ہے۔ اگر $p(a) = 0$

5. ایک کثیر رکنی میں زیادہ سے زیادہ اتنے ہی صفر ہوتے ہیں جتنا اس کا درجہ ہوتا ہے۔

6. i) اگر کسی دو درجی کثیر رکنی کا ایک صفر دوسرے صفر کا منفی ہو تو x کا ضریب = 0

   ii) اگر کسی دو درجی کثیر رکنی کا ایک صفر دوسرے صفر کا ضربی معکوس ہو تو x^2 کا ضریب = مستقلہ

7. **کثیر رکنیوں کے صفروں اور ضریبوں میں تعلق**

   اگر دو درجی کثیر رکنی $P(x) = ax^2 + bx + c$ کے α اور β دو صفر ہوں تو

   صفروں کا مجموعہ $(\alpha + \beta) = -\frac{b}{a}$

   صفروں کا حاصل ضرب $(\alpha\beta) = \frac{c}{a}$

8. اگر α اور β کسی دو درجی کثیر رکنی p(x) کے صفر ہوں تو

   $P(x) = k[x^2 -$ (صفروں کا مجموعہ) $x +$ صفروں کا حاصل ضرب$]$

$$\Rightarrow P(x) = k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$$

جہاں k کوئی غیر صفری حقیقی عدد ہے۔

9. کسی خطی کثیر رکنی $P(x) = ax + b$ کا گراف ایک سیدھا خط ہوتا ہے۔

10. تقسیمی الگورتھم کے مطابق دی ہوئی کوئی کثیر رکنی $p(x)$ اور ایک غیر صفر کثیر رکنی $g(x)$ کے لیے کثیر رکنیاں $q(x)$ اور $r(x)$ اس طرح ہیں کہ:

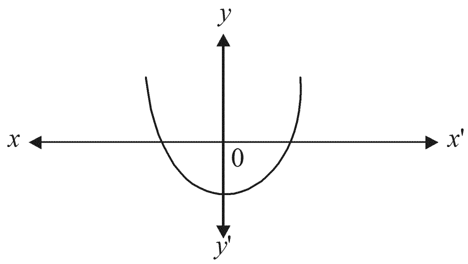
$$p(x) = g(x)\, q(x) + r(x), \quad \text{جبکہ} \quad g(x) \neq 0$$

جہاں $r(x) = 0$ یا $g(x)$ کا درجہ > $r(x)$ کا درجہ ہے

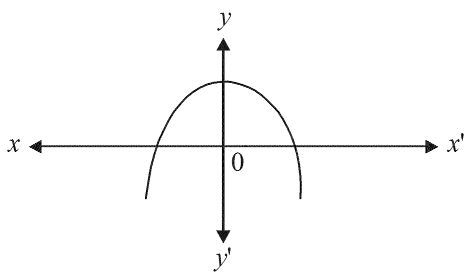
مختلف قسم کثیر رکنیوں کے گراف

خطی کثیر رکنی: خطی کثیر رکنی ax+b کا گراف ایک سیدھا خط ہوتا ہے۔
جو x- محور کو ایک نقطہ پر کاٹتا ہے۔

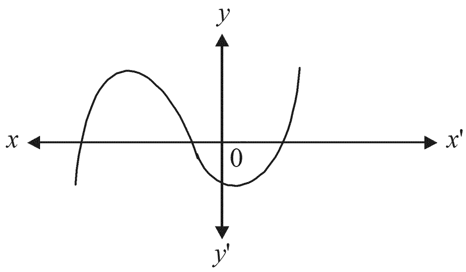
دو درجی کثیر رکنی: (i) دو درجی کثیر رکنی $P(x) = ax^2+bx+c$ کا گراف ∪ شکل کا ابلا (Parabola) ہوتا ہے۔ اگر a>0 جو x- محور کو زیادہ سے زیادہ دو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے۔



(ii) دو درجی کثیر رکنی $P(x) = ax^2+bx+c$ کا گراف ابلا (Parabola) جو نیچے سے کھلا ہوتا ہے جیسے ∩ اگر a<0 ہوتو اور x محور کو زیادہ سے زیادہ دو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے۔



(iii) کثیر رکنی اور اس کا گراف: عام طور پر کثیر رکنی $P(x)$ جس کا درجہ n ہو وہ x محور کو زیادہ سے زیادہ n نقطوں پر قطع کرتا ہے۔



بہت مختصر جواب والے سوالات

1۔ اگر کثیر رکنی $P(x) = 5x^2 + 12x + K$ کا ایک صفر دوسرے صفر کا ضربی معکوس ہو تو K کی قدر

(a) 0 (b) 5 (c) $\frac{1}{6}$ (d) 6

2۔ اگر کثیر رکنی $P(x) = x^2 - P(x+1) - c$ کے دو صفر α اور β اس طرح ہوں کہ $(\alpha+1)(\beta+1) = 0$ ہو تو c = ...

3۔ ایک دو درجی کثیر رکنی x^2+3x+k کا ایک صفر 2 ہو تو k کی قیمت

(a) 10 (b) −10 (c) 5 (d) −5

4۔ ایک دو درجی کثیر رکنی $x^2+(a+1)x+b$ کے صفر 2 اور −3 ہوں تو

(a) $b = -1, a = -7$ (b) $b = -1, a = -5$

(c) $b = -6, a = 2$ (d) $b = -6, a = 0$

5۔ کثیر رکنی x^2-5x+4 میں کیا جوڑا جائے جس سے حاصل ہونے والے کثیر رکنی کا ایک صفر 3 ہو جائے۔

(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5

6۔ کثیر رکنی $f(x) = x^2+x+1$ کے صفر α اور β ہوں تو $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$ ....

7۔ اگر دو درجی کثیر رکنی $f(x)$ کو خطی جز و ضربی میں تبدیل نہیں کیا جا سکتا ہو تو اس کے حقیقی صفر نہیں ہوں گے (صحیح / غلط)

8۔ اگر دودرجی کثیر رکنی کو ایک خطی کثیر رکنی کے کامل مربع کی شکل میں لکھا جا سکتا ہو تو اس کے دونوں صفر مساوی ہوں گے (صحیح/غلط)

9۔ x^3+4x^2+x-6 کے صفروں کا حاصل ضرب

(a) -4 (b) 4 (c) 6 (d) -6

10۔ اگر ایک کعبی کثیر رکنی ax^3+bx^2+cx+d کے دو صفر 0 ہو تو اس کا تیسرا صفر

(a) $\frac{-b}{a}$ (b) $\frac{b}{a}$ (c) $\frac{c}{a}$ (d) $\frac{-d}{a}$

11۔ ایک خطی کثیر رکنی $P(x)$ کے کتنے صفر ہوں گے اگر اس کا گراف

i) مبدا سے ہو کر گزرتا ہے۔

ii) x- محور کو کسی بھی نقطہ پر قطع نہیں کرتا ہے۔

12۔ ایک دودرجی کثیر رکنی معلوم کیجیے جس کے صفر $(5-2\sqrt{3})$ اور $(5+2\sqrt{3})$ ہیں۔

13۔ اگر $P(x) = 4x^2 -(8k^2-40k)x-9$ کا ایک صفر دوسرے صفر کا منفی ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

14۔ کثیر رکنی $x^2 - 5x + 4$ میں کیا عدد جوڑا جائے جس سے کہ حاصل ہونے والی کثیر رکنی کا ایک صفر 3 ہو جائے۔

15۔ کسی دودرجی کثیر رکنی کے (i) زیادہ سے زیادہ اور (ii) کم سے کم کتنے صفر ہو سکتے ہیں؟

16۔ کثیر رکنی $x^2 + 1$ کے کتنے حقیقی صفر ہو سکتے ہیں؟

17۔ اگر α اور β کثیر رکنی $6x^2 -7x - 3$ کے صفر ہیں تو دودرجی کثیر رکنی بنائیے جس کے صفر 2α اور 2β ہوں۔
(CBSE)

18۔ اگر α اور $\frac{1}{\alpha}$ کثیر رکنی $4x^2 -17x + k-4$ کے صفر ہوں تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

19۔ اس کثیر رکنی کے کتنے صفر ہوں گے جس کا گراف متوازی ہے:

i) y- محور کے

ii) x- محور کے

20۔ اس کثیر رکنی کے کتنے صفر ہوں گے جس کا گراف محوروں کو مندرجہ ذیل نقطوں پر قطع کرتا ہے۔

(i $(-3,0)$، $(0,2)$ اور $(3,0)$

(ii $(0,4)$، $(0,0)$ اور $(0,-4)$

مختصر جواب والے سوالات (Type-I)

21۔ اگر کثیر رکنی $(k-1)x^2+kx+1$ کا ایک صفر -3 ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

22۔ اگر کثیر رکنی ax^2-6x-6 کے صفروں کا حاصل ضرب 4 ہے تو a کی قدر معلوم کیجیے۔ صفروں کا حاصل جمع بھی معلوم کیجیے۔

23۔ کثیر رکنی x^2-kx+6 کے صفروں کا تناسب 3:2 ہے۔ k کی قدر معلوم کیجیے۔

24۔ اگر کثیر رکنی $(k^2+k)x^2+68x+6k$ کا ایک صفر دوسرے صفر کا ضربی معکوس ہے تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

25۔ کثیر رکنی x^2-5x+m کے صفر α اور β اس طرح ہیں کہ $(\alpha-\beta)=1$ تو m کی قدر معلوم کیجیے۔

26۔ اگر کثیر رکنی x^2-8x+k کے صفروں کے مربعوں کا مجموعہ 40 ہے تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

27۔ اگر α اور β کثیر رکنی t^2-t-4 کے صفر ہیں تو ایک دو درجی کثیر رکنی بنائیے جس کے صفر $\frac{1}{\alpha}$ اور $\frac{1}{\beta}$ ہوں۔

28۔ کثیر رکنی $x^3-3x^2+6x-15$ میں کیا جوڑا جائے جس سے کہ وہ $x-3$ سے مکمل تقسیم ہو جائے (CBSE-2016)

29۔ اگر کثیر رکنی $3x^2+11x-4$ کے صفر میں m اور n ہوں تو $\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$ کی قدر معلوم کیجیے۔(CBSE-2012)

30۔ ایک دو درجی کثیر رکنی معلوم کیجیے جس کے صفر $\frac{3+\sqrt{5}}{5}$ اور $\frac{3-\sqrt{5}}{5}$ ہوں ۔(CBSE-2013)

مختصر جواب والے سوالات (Type-II)

31۔ اگر $(k+y)$ کثیر رکنیوں $y^2+2y-15$ اور y^3+a کا جزو ضربی ہے تو k اور a کی قدر معلوم کیجیے۔

32۔ کثیر رکنی $4\sqrt{3}x^2+5x-2\sqrt{3}$ کے صفر معلوم کیجیے نیز صفروں اور ضریبوں کے تعلق کی تصدیق کیجیے۔

33۔ $x^4+2x^3+8x^2+12x+18$ کو x^2+5 سے تقسیم کرنے پر باقی $(px+q)$ ہے تو p اور q کی قدر معلوم کیجیے۔

34۔ کثیر رکنی $2x^2+px-15$ کا ایک صفر (-5) ہے۔ اگر $p(x^2+x)+k$ کے دونوں صفر مساوی ہیں تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

35۔ k کی وہ قدر معلوم کیجیے جس کے لیے کثیر رکنی $3x^2 + 2kx + x - k - 5$ کے صفروں کا حاصل جمع ان کے حاصل ضرب کا نصف ہے۔

36۔ اگر α اور β کثیر رکنی $y^2 + 5y + m$ کے صفر ہیں تو m کی قدر معلوم کیجیے جبکہ $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 24$

37۔ اگر α اور β کثیر رکنی $x^2 - x - 2$ کے صفر ہیں تو ایک کثیر رکنی معلوم کیجیے جس کے صفر $(2\alpha + 1)$ اور $(2\beta + 1)$ ہیں۔

38۔ a اور b کی قدر معلوم کیجیے جس سے $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax - b$ کثیر رکنی $x^2 + 1$ سے مکمل تقسیم ہو جائے۔

39۔ $8x^4 + 14x^3 - 2x^2 + 7x - 8$ میں سے کیا گھٹایا جائے کہ حاصل ہونے والی کثیر رکنی $4x^2 + 3x - 2$ سے مکمل تقسیم ہو جائے۔

40۔ کثیر رکنی $4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ میں کیا جمع کیا جائے کہ حاصل ہونے والی کثیر رکنی $x^2 - 2x - 3$ سے تقسیم ہو جائے۔

طویل جواب والے سوالات

41۔ $2x^3 + x^2 - 6x - 3$ کے سبھی صفر معلوم کیجیے، اگر اس کے دو صفر $\sqrt{3}$ اور $-\sqrt{3}$ ہیں۔

42۔ اگر کثیر رکنی $6x^3 + \sqrt{2}x^2 - 10x - 4\sqrt{2}$ کا ایک صفر $\sqrt{2}$ ہو تو باقی صفر معلوم کیجیے۔

43۔ اگر کثیر رکنی $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$ کے دو صفر $2 + \sqrt{3}$ اور $2 - \sqrt{3}$ ہیں تو باقی صفر معلوم کیجیے۔

44۔ $x^3 - 5x^2 + 6x - 4$ کو کثیر رکنی $g(x)$ سے تقسیم کرنے پر خارج قسمت اور باقی بالترتیب $(x-3)$ اور $(-3x+5)$ ہیں۔ $g(x)$ معلوم کیجیے۔

45۔ $2x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 3x + 6$ کے سبھی صفر معلوم کیجیے اگر $\left[x \pm \sqrt{\frac{3}{2}}\right]$ اس کے دو اجزائے ضربی ہیں۔

46۔ اگر کثیر رکنی $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + kx - 16$، کثیر رکنی $x^2 - 3x + 2$ سے مکمل تقسیم ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔ (CBSE-2014)

47۔ کثیر رکنی $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$ کو $x^2 - 2x + k$ سے تقسیم کرنے پر $x + a$ باقی بچتا ہے تو K اور a کی قدریں معلوم کیجیے۔ (CBSE-2014)

48۔ اگر α اور β کثیر رکنی x^2+4x+3 کے صفر ہوں تو کثیر رکنی بنائیے جس کے صفر $\frac{\beta}{\alpha} + 1$ اور $\frac{\alpha}{\beta} + 1$ ہوں (CBSE)

49۔ K کی قدر معلوم کیجیے جس سے کہ x^2+2x+k کثیر رکنی $2x^4+x^3-14x^2+5x+6$ کا جز و ضربی ہو۔ دونوں کثیر رکنیوں کے تمام صفر بھی معلوم کیجیے۔ (Exempler HOTS)

50۔ اگر $(x - \sqrt{5})$ کعبی کثیر رکنی $x^3 - 3\sqrt{5}\,x^2 + 13x - 3\sqrt{5}$ کا ایک جز و ضربی ہے تو باقی صفر بھی معلوم کیجیے۔

جوابات اوراشارے

1۔ (b)

2۔ -1

3۔ (b)

4۔ (d)

5۔ (b)

6۔ (b)

7۔ صحیح

8۔ صحیح

9۔ (c)

10۔ (a)

11۔ (i) 1 (ii) 0

12۔ $x^2-10x+13$

13۔ $K = 0, 5$

14۔ 2

15۔ (i) 2 (ii) 0

16۔ 0

17۔ $3x^2-7x-6$

18۔ $k = 8$

19۔ (i) 1 (ii) 0

20۔ (i) 2 (ii) 1

21۔ $\frac{4}{3}$

22۔ $a = \frac{-3}{2}$ صفروں کا حاصل جمع $= -4$

23۔ $-5, 5$

24۔ 5

25۔ 6

26۔ 12

27۔ $4t^2+t-1$

28۔ $x^3-3x^2+6x-15$ کو $x-3$ سے تقسیم کرنے پر باقی 3 بچتا ہے اس لیے $x^3-3x^2+6x-15$ میں -3 جوڑا جائے۔

29۔

$$mn = \frac{-4}{3}, \quad m+n = \frac{-11}{3}$$

$$\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{(m+n)^2-2mn}{mn}$$

$$= \frac{\left(\frac{-11}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-4}{3}\right)}{\left(\frac{-4}{3}\right)} = \frac{-145}{12}$$

30۔ $\alpha\beta = \frac{4}{25}, \ \alpha + \beta = \frac{6}{5}$

$25x^2-30x+4$

31۔ $K=3, -5$ اور $a = 27, -125$

32۔ $\frac{-2}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{4}$

33۔ $q = 3, P = 2$

34۔ $\frac{7}{4}$

35۔ 1

36۔ 1

37۔ x^2-4x-5

38۔ $b = 7, a = 1$

39۔ $14x - 10$

40۔ $61x - 65$

41۔ $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, \frac{-1}{2}$

42۔ $\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-2\sqrt{2}}{3}$

43۔ $-5, 7$

44۔ x^2-2x+3

45۔ $2, -1, \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$

46۔ x^2-3x+2

$(x-2)(x-1)$

$P(1) = 0$

$\Rightarrow K = 24$

47۔ $x^4-+x^3+16x^2-25x+10$ کو x^2-2x+k سے تقسیم کرنے پر ہمیں باقی $(2k-9)x + (10-8k+k^2)$ ملتا ہے۔

دیا ہے باقی $= x + a$

$2k-9 = 1 \Rightarrow K = 5$

$10-8k+K^2 = a$

$a = 10-40+25 = -5$

48۔ $x^2 \frac{-16}{3} x + \frac{16}{3}$ یا $\frac{1}{3}[3x^2 - 16x + 16]$

49۔ $2x^4 + x^3 - 14x^2 + 5x + 6$ کو $x^2 + 2x + k$ سے تقسیم کرنے پر ہمیں باقی

$(7k+21)x + 2k^2 + 8k + 6$ ملتا ہے۔

$7k + 21 = 0$ اور $2k^2 + 8k + 6 = 0$

$k = -3$ $\qquad$ $k = -1$ یا -3

$\Rightarrow k = -3$

$x^2 + 2x - 3$ کے صفر 1 اور 3– ہیں۔

$2x^4 + x^3 - 14x^2 + 5x + 6$ کے صفر $1, -3, 2, \frac{-1}{2}$ ہیں۔

50۔ $\sqrt{5} - \sqrt{2}, \sqrt{5} + \sqrt{2}, \sqrt{5}$

مشقی جانچ

کثیر رکنیاں

کل نمبر:20 | وقت:1 گھنٹہ

1۔ اگر α اور β کسی دو درجی کثیر رکنی P(x) کے صفر ہوں تو P(x) کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔ 1

2۔ اگر α اور β کثیر رکنی $x^2 - x - 1$ کے صفر ہوں تو $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کی قدر معلوم کیجیے۔ 1

3۔ اگر دو درجی کثیر رکنی $(k-1)x^2+kx+1$ کا ایک صفر 3- ہو تو k کی قدر

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{-4}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{-2}{3}$ 1

4۔ ایک دو درجی کثیر رکنی جس کے صفر 3- اور 4 ہے

(a) x^2-x-12 (b) x^2+x+12

(c) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 6$ (d) $2x^2+2x-24$ 1

5۔ اگر α اور β کثیر رکنی $x^2 - (k + 6)\, x + 2(2k - 1)$ کے صفر ہوں تو k کی قدر معلوم کیجیے 2

جبکہ $\alpha + \beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$

6۔ ایک دو درجی کثیر رکنی معلوم کیجیے جس کا ایک صفر $(3 + \sqrt{2})$ اور صفروں کا حاصل جمع 6 ہے۔ 2

7۔ اگر کثیر رکنی $x^2+4x+2a$ کے صفر α اور $\frac{2}{\alpha}$ ہوں تو a کی قیمت معلوم کیجیے۔ 2

8۔ a اور b کی قدر معلوم کیجیے اگر $x^2 + 1$ کثیر رکنی $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$ کا جزو ضربی ہے۔ 3

9۔ اگر سچ اور جھوٹ کثیر رکنی $px^2 + qx + r$، $(p\neq0)$ کے دو صفر ہوں اور ایک صفر دوسرے کے معکوس ہوں تو 3

p اور r کے درمیان تعلق معلوم کیجیے۔

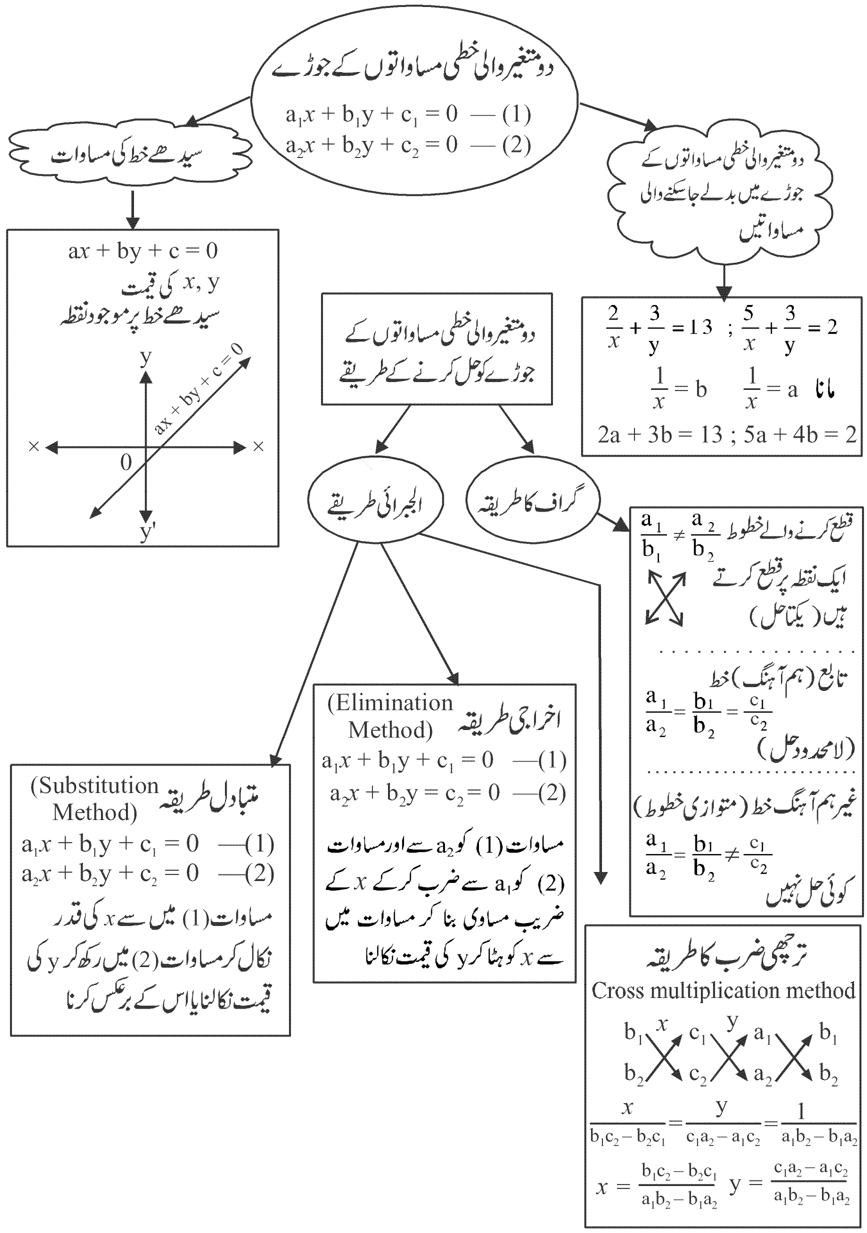
10۔ کثیر رکنی $x^3 + 2x^2 + kx + 7$ کو $x - 3$ سے تقسیم کرنے پر باقی 25 آتا ہے۔ خارج قسمت معلوم کیجیے

k کی قیمت معلوم کیجیے۔ خارج قسمت کے صفروں کا مجموعہ اور حاصل ضرب بھی معلوم کیجیے۔ 4

باب 3

دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے

(Pair of Linear Equations in two variable)



بہت مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ اگر مساواتوں $3x+2ky = 2$ اور $2x+5y = 1$ سے بننے والے خطوط مساوی ہوں تو K کی قیمت.................ہوگی۔

2۔ اگر $x=a$ اور $y=b$ مساواتی جوڑوں $x-y=2$ اور $x+y=4$ کا حل ہیں تو a اور b کی قدر بالترتیب— اور..........ہوں گی

3۔ ایک خطی مساواتوں کا جوڑا جسکا یکتا حل $x=2$ اور $y = -3$ ہے۔

(a) $x+y = 1$ اور $2x-3y = -5$

(b) $2x+5y = -11$ اور $4x-10y = -22$

(c) $2x+5y = -11$ اور $4x+10y = 22$

(d) $x-4y-14 = 0$ اور $5x-y-13 = 0$

4۔ خطوط $x=y$, $y=4$, $x=3$ سے مل کر بننے والے مثلث کا رقبہ.......................

5۔ k کی وہ قیمت معلوم کیجیے جس کے لیے مساواتوں $3x+5y=0$ اور $kx+10y=0$ کا غیر صفری حل ہوگا۔

6۔ اگر دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے مطابق (Consistent) ہوں تو ان مساواتوں سے بننے والے خطوط ہوں گے۔

(a) قاطع (b) متوازی (c) ہمیشہ تابع (d) قاطع یا تابع

7۔ مساوات $2x+3y=4$ میں، y کو x کی شکل میں کیسے لکھ سکتے ہیں۔

8۔ مساوات $ax+by=c$ اور y- محور کا ایک مشترکہ حل ہوگا۔

(a) $\left(0,\frac{c}{b}\right)$ (b) $\left(0,-\frac{b}{c}\right)$ (c) $\left(\frac{c}{b},0\right)$ (d) $\left(0,-\frac{c}{b}\right)$

9۔ اگر مساواتوں $ax+by=c$ اور $lx+my=n$ کا یکتا حل ہو تو ضریبوں کے درمیان تعلق ہوگا۔

(a) $am \neq lb$ (b) $am = lb$ (c) $ab = lm$ (d) $ab \neq lm$

10۔ ΔABC میں $\angle C = 3\angle B$، $\angle C = 2(\angle A + \angle B)$ تو $\angle A$، $\angle B$ اور $\angle C$ بالترتیب ہوں گے۔

(a) $30°, 60°, 90°$ (b) $20°, 40°, 120°$

(c) $45°, 45°, 90°$ (d) $110°, 40°, 50°$

11۔ اگر $x = 3m - 1$ اور $y = 4$ مساوات $x + y = 6$ کے حل ہوں تو m کی قدر معلوم کیجیے۔

12۔ مساوات $3x - 2y = 6$ کو ظاہر کرنے والا خط y- محور کو کس نقطہ پر قطع کرتا ہے؟

13۔ p کی کس قدر کے لیے مساواتوں $2x + py = 8$ اور $x + y = 6$ کا کوئی حل نہیں ہے؟

14۔ ایک موٹر سائیکل سوار خط $x - y = 2$ کے ساتھ چل رہا ہے۔ دوسرا موٹر سائیکل سوار خط $x - y = 4$ کے ساتھ چل رہا ہے۔ اب دونوں کے چلنے کی سمت کیا ہے؟

15۔ k کی کس قدر کے لیے خطی مساواتوں $3x + 2y = -5$ اور $x - ky = 2$ کا یکتا حل ہوگا۔

16۔ مساوات $3x - 7y = 10$ میں y کو x کی شکل میں لکھیے۔

17۔ ایک خطی مساوات لکھیے جو $2x + 5y = 4$ کے ساتھ تابع اور ہم آہنگ ہو۔

18۔ جانچ کیجیے کہ خطی مساواتوں $x + 2y - 4 = 0$ اور $2x + 4y - 12 = 0$ کا جوڑا قاطع خطوط ہوگا یا متوازی خطوط؟

19۔ اگر خطوط $3x + 2ky = 2$ اور $2x + 5y + 1 = 0$ متوازی ہوں تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

20۔ اگر ہم خطوط $x = 2$ اور $y = 3$ کو بناتے ہیں تو ہمیں کس قسم کے خطوط حاصل ہوں گے؟

مختصر جواب والے سوالات (Type-I)

21۔ خطی مساواتیں بنائیے۔

کسی کسر کے شمار کنندہ اور اس کے نسب نما کا جوڑا اس کے نسب نما کے دو گنے سے 3 کم ہے۔ اگر شمار کنندہ اور نسب نما دونوں میں سے ایک گھٹایا جائے تو شمار کنندہ نسب نما کا آدھا ہو جاتا ہے۔

22۔ p کی کس قیمت کے لیے خطی مساواتوں کے جوڑے

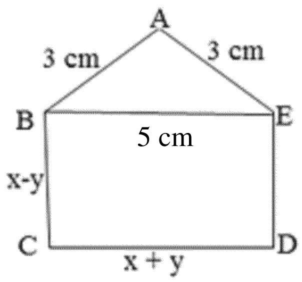
$$(p+2)x - (2p+1)y = 3(2p-1)$$

اور

$$2x - 3y = 7$$

کا صرف ایک حل ہوگا۔

23۔ ABCDE ایک پانچ ضلعی ہے جس میں $BE \parallel CD$ اور $BC \parallel ED$ نیز $BC \perp CD$ ہے۔ اگر ABCDE کا احاطہ 21 cm ہے تو x اور y کی قدر معلوم کیجیے۔



24۔ x اور y کے لیے حل کیجیے۔

$$x-\frac{y}{2}=3 \text{ ، } \frac{x}{2}-\frac{2y}{3}=\frac{2}{3}$$

25۔ x اور y کے لیے حل کیجیے۔

$3x + 2y = 11$ ، $2x + 3y = 4$ ؛

اگر $p = 8x + 5y$ ہو تو p کی قدر معلوم کیجیے۔

26۔ متبادل طریقے سے خطی مساواتوں کے جوڑے کو حل کیجیے۔

$x - 3y - 6 = 0$ $\qquad$ $x - 7y + 42 = 0$

27۔ رام مختصات (1,4) اور (0,6) کو ملانے والے خط کے ساتھ چل رہا ہے۔ رحیم مختصات (3,4) اور (1,0) کو ملانے والے خط کے ساتھ چل رہا ہے۔ گراف پر ظاہر کیجیے اور وہ نقطہ معلوم کیجیے جہاں دونوں خطوط قطع کرتے ہیں۔

18۔ دی ہوئی خطی مساوات $2x + 3y - 12 = 0$ کے لیے دو متغیر والی ایک اور خطی مساوات لکھیے کہ اس جوڑے کا گراف

(i) متوازی خطوط ہوں $\qquad$ (ii) تابع خطوط ہوں

29۔ دو اعداد کا فرق 66 ہے۔ اگر ایک عدد دوسرے عدد کا 4 گنا ہو تو اعداد معلوم کیجیے۔

30۔ k کی کس قدر کے لیے مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کے جوڑے غیر ہم آہنگ ہوں گے؟

$kx + 3y = k - 3$

$12x + ky = k$

مختصر جواب والے سوالات(Type-II)

31۔ گراف کی مدد سے مساواتوں کے جوڑے کو حل کیجیے۔

$$3x - 2y = -4 \qquad , \qquad 5x - y = 5$$

یہ بھی معلوم کیجیے کہ دونوں خطوط y- محور کو کن مختصات پر قطع کرتے ہیں؟

32۔ x اور y کے لیے حل کیجیے

$$\frac{5}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \quad ;$$

$$\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2,$$

33۔ ترچھی ضرب کے طریقے سے حل کیجیے۔

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$$
$$\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 2$$

34۔ a اور b کی کس قیمت کے لیے مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کے جوڑے لامحدود حل ہیں۔

$$2x + 3y = 7$$
$$a(x + y) - b(x - y) = 3a + b - 2$$

35۔ خطی مساواتوں کے جوڑے کو حل کیجیے۔

$$152x - 378y = -74$$
$$-378x + 152y = -604$$

36۔ رنکی نے کسی امتحان میں 40 نمبر حاصل کیے جب اسے صحیح جواب دینے پر 3 نمبر ملے اور غلط جواب دینے پر ایک نمبر کاٹا گیا۔ اگر امتحان میں صحیح جواب دینے پر 4 نمبر ملتے اور غلط جواب دینے پر 2 نمبر کاٹے گئے ہوتے تو رنکی کو 40 نمبر ملتے۔ اس امتحان میں کل کتنے سوال تھے؟

37۔ ایک دو ہندسی عدد اس کے ہندسوں کے حاصل جمع کو 8 سے ضرب کرنے اور اس میں 1 جمع کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔ یہی عدد ہندسوں کے فرق کو 13 سے ضرب کرنے اور اس میں 2 جمع کرنے پر بھی حاصل ہوتا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔

38۔ ایک والد کی عمر اپنے دو بچوں کی عمروں کے حاصل جمع کا 3 گنا ہے۔ 5 سال بعد والد صاحب کی عمر دونوں بچوں کی عمروں کے حاصل جمع کا دوگنا ہو جائے گی۔ والد کی عمر معلوم کیجیے۔

39۔ ایک TV کو 5% نفع سے اور فریج کو 10% منافع پر بیچنے پر دکاندار کو 2000 روپے کا نفع حاصل ہوتا ہے۔ اگر TV کو 10% منافع سے اور فرج کو 5% نقصان میں بیچنے پر اس کو 1500 روپے کا نفع حاصل ہوتا ہے۔ TV اور فریج کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔

40۔ سنیتا کے پاس کچھ 50 اور 100 روپے کے نوٹ تھے جن کی کل قیمت 15500 روپے ہے۔ اگر نوٹوں کی کل تعداد 200 ہو تو معلوم کیجیے کہ سنیتا کے پاس 50 اور 100 روپے کے کتنے کتنے نوٹ تھے؟

طویل جواب والے سوالات

41۔ گراف کی مدد سے خطی مساواتوں کے جوڑے کو حل کیجیے۔

$$3x - 4y + 3 = 0 \quad , \quad 3x + 4y - 21 = 0$$

ان خطوط اور x- محور کے ذریعے بننے والے مثلث کے راسوں کے مختصات معلوم کیجیے۔ مثلث کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔

42۔ x اور y کے لیے حل کیجیے

$$\frac{1}{2(2x+3y)} + \frac{12}{7(3x-2y)} = \frac{1}{2}$$

$$2x + 3y \neq 0 \text{ and } 3x - 2y \neq 0 \qquad \frac{7}{(2x+3y)} + \frac{4}{(3x-2y)} = 2$$

43۔ مساواتوں کے جوڑے کو خطی مساواتوں کے جوڑے میں تبدیل کر کے حل کیجیے۔

$$\frac{3x+2y}{xy} = 1 \quad , \quad \frac{4x-2y}{xy} = 13$$

a کی قدر معلوم کیجیے اگر $y = ax - 4$ ہے۔

44 ۔ ایک شخص ٹرین اور بس کی مدد سے 600 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتا ہے۔ اگر وہ ٹرین سے 120 کلومیٹر اور باقی فاصلہ بس سے طے کرتا ہے تو اسے 8 گھنٹے لگتے ہیں۔ لیکن ٹرین سے 200 کلومیٹر اور باقی فاصلہ بس سے طے کرنے میں اسے 20 منٹ

زیادہ لگتے ہیں۔ٹرین اور بس کی رفتار معلوم کیجیے۔

45۔ کسی ہائی وے پر دو نقطوں A اور B کے درمیان کا فاصلہ 150 کلومیٹر ہے۔A اور B سے ایک ہی وقت پر 2 کاریں مختلف رفتار سے چلتی ہیں۔اگر وہ دونوں ایک ہی سمت میں چلتی ہیں تو انھیں ملنے میں 15 گھنٹے لگتے ہیں لیکن ایک دوسرے کی طرف چلنے پر ان دونوں کو ملنے میں ایک گھنٹہ لگتا ہے۔دونوں کاروں کی رفتار معلوم کیجیے۔

46۔ ایک ملاح اپنی کشتی کو بہاؤ کے مخالف 32 کلومیٹر اور بہاؤ کی سمت میں 36 کلومیٹر لے جانے میں 7 گھنٹے لگا تا ہے جبکہ بہاؤ کے مخالف 40 کلومیٹر اور بہاؤ کی سمت میں 48 کلومیٹر جانے میں 9 گھنٹے لیتا ہے۔ بہاؤ کی چال اور ٹھہرے ہوئے پانی میں کشتی کی چال معلوم کیجیے۔

47۔ کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کا حاصل جمع اس کے شمار کنندہ کے دوگنے سے 4 زیادہ ہے۔اگر شمار کنندہ اور نسب نما میں 3 جوڑا جائے تو ان کی نسبت 2:3 ہو جاتی ہے۔کسر معلوم کیجیے۔

48۔ 8 عورتیں اور 12 مرد کسی کام کو مکمل کرنے میں 10 دن کا وقت لیتے ہیں جبکہ 6 عورتیں اور 8 مرد اسی کام کو مکمل کرنے میں 14 دن کا وقت لیتے ہیں۔ایک عورت اور ایک مرد کو اکیلے اس کام کو کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

49۔ دو افراد A اور B کی آمدنی کی نسبت 3:4 اور خرچ کی نسبت 5:7 ہے۔اگر ان کی سالانہ بچت 15000 روپے ہو تو ان کی سالانہ آمدنی معلوم کیجیے۔

50۔ وجے کے پاس کچھ کیلے تھے اس نے ان کو دو ڈھیروں A اور B میں تقسیم کر دیا۔پہلی ڈھیری کو 2 روپے فی 3 کیلوں کے حساب سے بیچنے پر اور دوسری ڈھیری کو ایک روپے فی کیلے کے حساب سے بیچنے پر اسے کل 400 روپے حاصل ہوئے۔ اگر وہ پہلی ڈھیری کو ایک روپے فی کیلے کے حساب سے اور دوسری ڈھیری کو 4 روپے فی 5 کیلوں کے حساب سے بیچتا ہے تو اسے کل 460 روپے ملتے ہیں وجے کے پاس کل کیلوں کی تعداد معلوم کیجیے۔ (HOTS, Exempler)

51۔ ریلوے کی آدھی ٹکٹ کی قیمت پوری ٹکٹ کی قیمت سے آدھی ہے۔مگر آدھی ٹکٹ اور پوری ٹکٹ پر بکنگ چارج برابر ہے۔ اسٹیشن A سے B تک کے ایک پورے ٹکٹ کی قیمت 2530 روپے ہے۔جبکہ ایک پورے ٹکٹ اور ایک آدھے ٹکٹ کی بکنگ چارج سمیت کل قیمت 3810 روپے ہے۔اسٹیشن A سے اسٹیشن B تک کی ایک پوری ٹکٹ کی قیمت اور بکنگ چارج معلوم کیجیے۔ (Exempler)

52۔ مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کے جوڑے کو حل کیجیے۔

$$\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1, \quad \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2$$ (CBSE-2015)

53۔ خطوط $y = x$ ، $3y = x$ اور $x + y = 8$ کے گراف سے بننے والے مثلث کے راس معلوم کیجیے۔

(NCERT-Exempler)

54۔ مساواتوں $x = 3$ ، $x = 5$ اور $2x - y - 4 = 0$ کے گراف بنایئے ان خطوط اور x- محور سے بننے والے چار ضلعی کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔ (NCERT-Exempler)

55۔ اگر کسی مستطیل کی لمبائی 5 اکائی کم کر دی جائے اور چوڑائی 3 اکائی بڑھا دی جائے تو مستطیل کا رقبہ 9 مربع اکائی کم ہو جاتا ہے۔ اگر مستطیل کی لمبائی 3 اکائی بڑھا دی جائے اور چوڑائی 2 اکائی بڑھا دی جائے تو مستطیل کا رقبہ 67 مربع اکائی بڑھ جاتا ہے۔ مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔ (CBSE)

جوابات

1. $K=\frac{15}{4}$
2. $b = 1, a = 3$
3. b
4. $\frac{1}{2}$ مربع اکائی
5. 6
6. d
7. $y = \frac{4-2x}{3}$
8. a
9. a
10. b
11. $m = 1$
12. $(0,–3)$
13. $p = 2$
14. متوازی
15. $K \neq \frac{-2}{3}$
16. $y = \frac{3x-10}{7}$
17. $4x + 10y = 8$
18. متوازی
19. $K=\frac{15}{4}$
20. قاطع خطوط
21. $x - y = -3, 2x - y = 1$
22. $P \neq 4$
23. $x = 5, y = 0$
24. 4, 2
25. $P = 30, y = -2, x = 5$
26. 42, 12
27. (2, 2)
28. (i) $4x + 6y + 10 = 0$
    (ii) $4x + 6y - 24 = 0$
29. 22, 88
30. $K = -6$
31. (2, 5) (0, –5) اور (0, 2)
32. (3, 2)
33. $y = b^2, x = a^2$
34. $b = 1, a = 5$

.35 2, 1 | .36 40سوال

.37 41 | .38 45سال

.39 T.V = 20000 روپے | .40 50روپے کے نوٹ = 90

فریج = 10000 روپے | 100روپے کے نوٹ = 110

.41 (3, 3)

راس (0 ,1–) (0 ,7)اور (3, 3)

رقبہ = 12 مربع اکائی | .42 (2, 1)

.43 $x = \frac{-2}{5}$, $y = \frac{1}{2}$, $a = \frac{-45}{4}$ | .44 60 کلومیٹر فی گھنٹہ

80 کلومیٹر فی گھنٹہ

.45 80 کلومیٹر فی گھنٹہ | .46 10 کلومیٹر فی گھنٹہ

70 کلومیٹر فی گھنٹہ | 2 کلومیٹر فی گھنٹہ

.47 $\frac{5}{9}$ | .48 ایک عورت = 140 دن

ایک مرد = 280 دن

.49 90,000روپے

1,20,000روپے

.50 مانا ڈھیری A میں کیلوں کی تعداد x

مانا ڈھیری B میں کیلوں کی تعداد y

$$\frac{2}{3}x + y = 400 \Rightarrow 2x + 3y = 1200 \text{ — (1)}$$

$$x + \frac{4}{5}y = 460 \Rightarrow 5x + 4y = 2300 \text{ — (2)}$$

$x = 300$, $y = 200$

کل کیلے = 500

.51 مانا ایک پورے ٹکٹ کی قیمت x روپے ہے

مانا بکنگ چارج y روپے ہے

$$x + y = 2530 \quad — (1)$$

$$x + y + \frac{x}{2} + y = 3810$$

$$\frac{3x}{2} + 2y = 3810$$

$$3x + 4y = 7620 \quad — (2)$$

$$y = 30 \;, x = 2500$$

.52 $x = 4, y = 9$

.53 مثلث کے راس (0,0) (4,4) (6,2)

.54 A (3, 0) B (5, 0) C (5, 6) D (3, 2)

چارضلعی ABCD کارقبہ $= \frac{1}{2} \times AB(AD+BC)$

$\frac{1}{2} \times 2(6+2) = 8$ مربع اکائی

.55 مستطیل کی لمبائی = 17 اکائی

مستطیل کی چوڑائی = 9 اکائی

مستطیل کا احاطہ = 2 (17+9) = 52 اکائی

مشقی جانچ

دومتغیر والی مساواتوں کے جوڑے

کل نمبر:20 وقت:1 گھنٹہ

1۔ k کی کس قیمت کے لیے مساواتوں $3x + 2y = 3$ اور $5x + ky + 7 = 0$ کا صرف ایک حل ہوگا۔ 1

2۔ کیا مختصات (2,3) خط $3x - 2y = 5$ کے گراف پر آئے گا؟ 1

3۔ مساواتوں کا جوڑے $x = a$, $y = b$ کو گراف پر ظاہر کرنے والے خطوط ہوں گے۔

(a) متوازی (b) (b, a) پر قاطع (c) تابع (d) (a, b) پر قاطع

4۔ k کی کس قیمت کے لیے مساواتوں $3x - y + 80 = 0$ اور $6x - ky = -16$ کو ظاہر کرنے والے خطوط تابع ہوں گے۔ 2

5۔ a اور b کی کس قیمت کے لیے خطی مساواتوں کے جوڑے کے لامحدود حل ہیں۔ 2

$$ax + 3y = b$$
$$2x - 3y = 7$$

6۔ x اور y کے لیے حل کیجیے۔ 2

$$0.4x + 0.3y = 1.7$$
$$0.7x - 0.2y = 0.8$$

7۔ اگر مساواتوں $6x + 2y = 3$ اور $Kx + y = 2$ کا صرف ایک حل ہو تو k کی قیمت معلوم کیجیے۔ 2

8۔ ترچھی ضرب کے طریقے سے x اور y کے لیے حل کیجیے۔ 3

$$x + y = a + b$$
$$ax - by = a^2 - b^2$$

9۔ ایک والد اور ان کے بیٹے کی عمروں کا حاصل جمع 40 سال ہے۔ اگر والد کی عمر بیٹے کی عمر کا تین گنا ہے تو دونوں کی عمریں معلوم کیجیے۔ 3

10۔ مندرجہ ذیل مساواتوں کے جوڑے کو گراف کی مدد سے حل کیجیے۔ 4

$$3x + 5y = 12$$

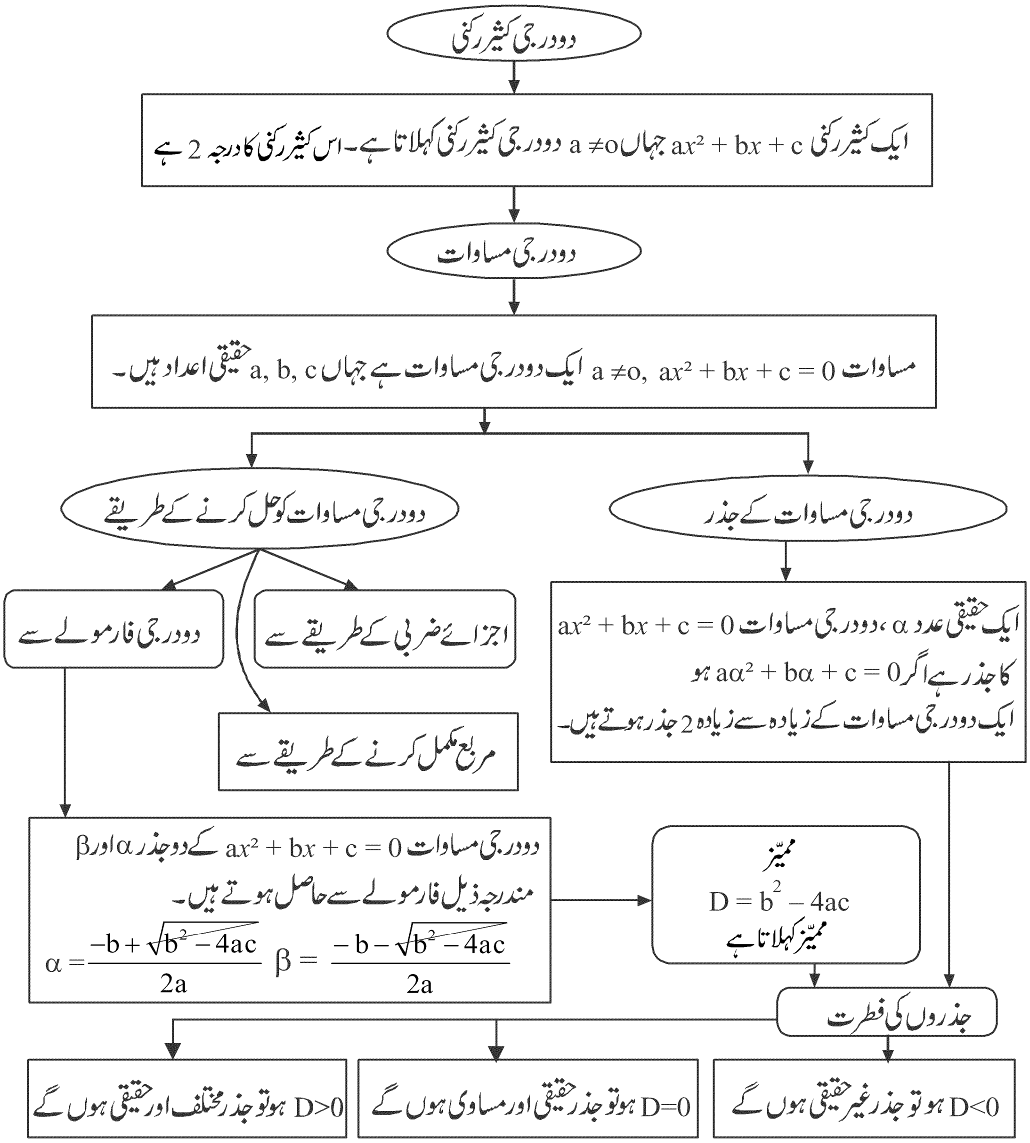
$$3x - 5y = -18$$

باب 4

دودرجی مساوات

(Quadratic Equation)

اہم نکات:



نوٹ:

1۔ حقیقی اور مختلف جذر = $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ سے معلوم کیجیے۔

2۔ حقیقی اور مساوی جذر = $\frac{-b}{2a}$ ، $\frac{-b}{2a}$ ہوتے ہیں۔

3۔ کچھ دو درجی مساواتوں کے جذر حقیقی نہیں ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر $x^2+1 = 0$

مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ مندرجہ ذیل میں سے کونسی مساوات دو درجی مساوات نہیں ہے؟

(a) $2(x-1)^2 = 4x^2-x+1$ (b) $3x-x^2 = x^2 + 6$

(c) $\left(\sqrt{3}x + \sqrt{2}\right)^2 = 2x^2-5x$ (d) $(x^2 + 2x)^2 = x^4+3+4x^2$

2۔ مندرجہ ذیل میں سے کس مساوات کا ایک جذر 2 ہوگا؟

(a) $x^2 + 4 = 0$ (b) $x^2 - 4 = 0$

(c) $x^2 + 3x - 12 = 0$ (d) $x^2 - 2 = 0$

3۔ اگر مساوات $x^2 + px - \frac{5}{4} = 0$ کا ایک جذر $\frac{1}{2}$ ہو تو P کی قدر ہوگی؟

(a) 2 (b) -2 (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

4۔ تمام دو درجی مساواتوں کے زیادہ سے زیادہ جذر ہوں گے۔

(a) ایک (b) دو (c) 3 (d) کتنے بھی ہو سکتے ہیں (لاتعداد)

5۔ $x^2 - 7x = 0$ کے جذر ہوں گے۔

(a) 7 (b) $0, -7$ (c) $0, 5$ (d) $0, 7$

6۔ خالی جگہیں پر کیجیے۔

(a) اگر مساوات $Px^2 + qx + r = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو r کی قدر.......................ہوگی۔

(b) دودرجی مساوات $x^2 - 5x - 6 = 0$ کواگر $(x+p)(x-q) = 0$ کی شکل میں تبدیل کریں گےتو P اور q کی قدر بالترتیب..................اور........................ہوگی۔

(c) k کی قدر جس کے لیے دودرجی مساوات $x^2 + 4x + k = 0$ کے جذر حقیقی ہوں گے..................ہوگی۔ (CBSE-2018)

(d) اگر دو درجی مساوات $4x^2 - 2x + c = 0$ کے جذر ایک دوسرے کے ضربی مقلوب ہوں تو C کی قدر........................ہوگی۔

(e) اگر دودرجی مساوات $ax^2 + bx + c = 0$ میں a کی قدر صفر ہوجائے تو یہ مساوات ایک........................ مساوات ہوجائیں گی۔

7۔ مندرجہ ذیل میں صحیح/غلط وجہ کے ساتھ بتایئے۔

(a) تمام دودرجی مساواتوں کا کم سے کم ایک حقیقی جذر ہوتا ہے۔

(b) اگر کسی دودرجی مساوات میں x^2 کا ضریب اور مستقلہ کے نشان مختلف ہوں تو اس دودرجی مساوات کے جذر حقیقی ہوں گے۔

(c) مساوات $x^2 - 0.9 = 0$ کا ایک جذر 0.3 ہے۔

(d) مساوات $(x - 2)^2 = 0$ کا ممیّز مثبت ہوگا۔

8۔ ملان کریں۔

(a)	$3x^2 - 27 = 0$ کے جذر	(a)	$\frac{169}{9}$
(b)	$2x^2 + \frac{5}{3}x - 2 = 0$ کا D	(b)	0
(c)	$8x^2 + 2x - 3 = 0$ کے جذروں کا حاصل جمع	(c)	$x^2 - (a + b)x + ab = 0$
(d)	ایک دودرجی مساوات جس کے جذر a اور b ہوں	(d)	3, –3
(e)	$x^2 + 8x = 0$ کے جذروں کا حاصل ضرب	(e)	$\frac{-1}{4}$

9۔ اگر دودرجی مساوات $Px^2 - 2\sqrt{5}\,px + 15 = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو P کی قدر معلوم کیجیے۔

10۔ مندرجہ ذیل مساواتوں کو اجزائے ضربی کے طریقے سے x کے لیے حل کریں۔

(a) $8x^2 - 22x - 21 = 0$

(b) $3\sqrt{5}x^2 + 25x + 10\sqrt{5} = 0$

(c) $2x^2 + ax - a^2 = 0$

(d) $3x^2 - 2\sqrt{6}\,x + 2 = 0$ (CBSE 2010)

(e) $\sqrt{3}x^2 + 10x + 7\sqrt{3} = 0$

(f) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

(g) $(x - 1)^2 - 5(x - 1) - 6 = 0$

11۔ اگر -5، دودرجی مساوات $2x^2 + px - 15 = 0$ کا ایک جذر ہو اور دودرجی مساوات $P(x^2 + x) + k = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو k کی قدر معلوم کیجیے۔ (CBSE-2014,16)

12۔ اگر $x = \frac{2}{3}$ اور $x = -3$ دودرجی مساوات $ax^2 + 7x + b = 0$ کے جذر ہوں تو a اور b کی قدر معلوم کیجیے۔
(CBSE-2016)

13۔ P کی کس قدر کے لیے دودرجی مساوات $px^2 + 6x + 4p = 0$ کے جذروں کا حاصل ضرب اور جذروں کا حاصل جمع مساوی ہوگا۔

14۔ دو مربعوں کے اضلاع xcm اور $(x + 4)$cm ہیں۔ ان کے رقبوں کا حاصل جمع $656cm^2$ ہے۔ ان دونوں مربعوں کے اضلاع معلوم کیجیے۔

15۔ دودرجی مساوات $x^2 - 5x + (3k - 3) = 0$ کے جذروں کا فرق 11 ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات

16۔ اگر دودرجی مساوات $x^2 + kx + 64 = 0$ اور $x^2 - 8x + k = 0$ کے جذر حقیقی ہوں تو k کی مثبت قدر معلوم کیجیے۔

17۔ x کے لیے حل کیجیے۔

a, b, $x \neq 0$ a + b + $x \neq 0$; $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$ (a)

a, b, x ≠ 0 2a + b + $2x \neq 0$; $\frac{1}{2a+b+2x} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{2x}$ (b)

$x \neq 3, \frac{-3}{2}$; $\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{2x+3} + \frac{3x+9}{(x-3)(2x+3)} = 0$ (c)

$4x^2 + 4bx - (a^2 - b^2) = 0$ (d)

(CBSE-2010) $x \neq 1 - 5$; $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+5} = \frac{6}{7}$ (e)

$4x^2 - 2(a^2 + b^2)\,x + a^2b^2 = 0$ (f)

$x \neq 0, -1, 2$ $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{2(x-2)} = \frac{23}{5x}$ (g)

$x \neq 5$ $\left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 + \frac{10x}{(x-5)} - 24 = 0$ (h)

$4x^2 - 4a^2x + a^4 - b^4 = 0$ (i)

$2a^2x^2 + b(6a^2 + 1)x + 3b^2 = 0$ (j)

$x \neq \frac{3}{5}, \frac{-1}{7}$; $3\left(\frac{7x+1}{5x-3}\right) - 4\left(\frac{5x-3}{7x+1}\right) = 11$ (k)

(NCERT) $x \neq -4, 7$ $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$ (*l*)

(NCERT-2014) $x \neq 5, 7$ $\frac{x-4}{x-4} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{10}{3}$ (m)

$x \neq -1, -2, -4$ $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+4}$ (n)

$x \neq \frac{3}{2}, 5$ $\frac{1}{2x-3} + \frac{2}{x-5} = 1$ (o)

$x^2 + 5\sqrt{5}x - 70 = 0$ (p)

(CBSE-2014) $x \neq 0, -1$ $\frac{16}{x} - 1 = \frac{15}{x+1}$ (q)

18۔ دو درجی فارمولے کی مدد سے مساوات

$abx^2 + (b^2 - ac)x - bc = 0$ کو حل کیجیے۔

19۔ اگر دو درجی مساوات $(p + 1)x^2 - 6(p + 1)x + 3(p + 9) = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو P کی قدر معلوم کیجیے۔ مساوات کے جذر بھی معلوم کیجیے۔

طویل جواب والے سوالات

20۔ ایک ریل گاڑی 54 کلو میٹر کا فاصلہ کسی اوسط رفتار سے طے کرتی ہے۔ اور پھر 63 کلو میٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے اپنی اوسط رفتار 6 کلو میٹر فی گھنٹہ بڑھا لیتی ہے۔ اگر ریل گاڑی پورا سفر طے کرنے میں 3 گھنٹے کا وقت لیتی ہے تو اس کی اوسط رفتار معلوم کیجیے۔

21۔ ایک فطری عدد میں 12 بڑھانے پر وہ عدد اپنے ضربی معکوس کا 160 گنا ہو جاتا ہے۔ وہ عدد معلوم کیجیے۔

22۔ ایک چور 100 میٹر فی منٹ کی رفتار سے بھاگ رہا ہے۔ اس کے ایک منٹ بعد ایک پولس والا اس چور کو پکڑنے کے لیے اس کے پیچھے بھاگتا ہے۔ وہ پہلے منٹ میں 100 میٹر کی رفتار سے بھاگتا ہے اور ہر بڑھتے منٹ میں اپنی رفتار 10 میٹر فی منٹ بڑھا دیتا ہے۔ کتنے منٹ کے بعد پولیس والا اس چور کو پکڑے گا؟

23۔ پانی کے دو نل ایک ساتھ ٹینک کو بھرنے میں 6 گھنٹے کا وقت لیتے ہیں۔ بڑے قطر والا نل ٹینک بھرنے میں چھوٹے قطر والے نل کے مقابلے 9 گھنٹے کم لیتا ہے۔ وہ وقت معلوم کیجیے جس میں یہ دونوں نل الگ الگ ٹینک کو بھر دیں گے۔

24۔ ایک مستطیل نما پارک جس کے ابعاد 50m × 40m ہیں۔ اس پارک کے بیچ میں ایک مستطیل نما تالاب کی تعمیر اس طرح کرنی ہے تاکہ اس کے چاروں پر طرف گھاس کا رقبہ 1184 مربع میٹر ہو۔ اس تالاب کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے۔

25۔ ایک کسان 100 مربع میٹر کا ایک مستطیل نما باغ لگانا چاہتا ہے۔ اس کے پاس صرف 30 میٹر کانٹے دار تار ہے جسے وہ اس باغ کے تین طرف لگاتا ہے۔ اور اپنے مکان کی دیوار کو چوتھی طرف کی باڑ کی طرح استعمال کرتا ہے۔ اس باغ کے ابعاد معلوم کیجیے۔

26۔ ایک مور 9 میٹر اونچے مینار کے اوپر بیٹھا تھا۔ مینار کے اساس سے 27 میٹر کے فاصلے پر ایک سانپ ہے جو اپنے بل کی

طرف آرہا ہے جو مینار کے اساس پر ہے۔سانپ کو دیکھ کر مور اس پر جھپٹتا ہے۔اگر دونوں کی رفتار برابر ہو تو بل سے کتنے فاصلہ پر مور اس سانپ کو پکڑے گا؟

27۔ اگر کسی کتاب کی قیمت 5 روپے گھٹا دی جائے تو کوئی شخص 300 روپے میں 5 کتابیں زیادہ خرید پائے گا کتاب کی اصلی قیمت معلوم کیجیے۔

28۔ 6500 روپے کی رقم کو کچھ لوگوں میں یکساں تقسیم کیا جاتا ہے۔اگر 20 لوگ اور آجائیں تو ہر شخص کو 30 روپے کم حاصل ہوں گے۔لوگوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

29۔ خراب موسم کی وجہ سے ایک ہوائی جہاز کو 600km کا فاصلہ طے کرنے کے لیے اپنی اوسط رفتار 200 کلومیٹر فی گھنٹہ کم کرنی پڑی جس کی وجہ سے ہوائی جہاز 30 منٹ کی تاخیر سے پہنچا۔اس اُڑان کا وقت معلوم کیجیے۔

30۔ 600 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے مین ایک تیز رفتار ریل گاڑی بہ نسبت ہلکی رفتار ریل گاڑی سے 3 گھنٹے کم لیتی ہے۔اگر ہلکی رفتار والی ریل گاڑی کی رفتار تیز رفتار والی ریل گاڑی سے 10 کلومیٹر فی گھنٹہ کم ہوتی تو دونوں ریل گاڑیوں کی رفتار معلوم کیجیے۔

31۔ ایک موٹر بوٹ جس کی ٹھہرے ہوئے پانی میں چال 15 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔30 کلومیٹر کا فاصلہ بہاؤ کے خلاف جا کر واپس اپنے شروعاتی نقطہ پر آنے میں 4 گھنٹہ 30 منٹ کا وقت لیتی ہے۔بہاؤ کی رفتار معلوم کیجیے۔

32۔ دو مربعوں کے رقبوں کا حاصل جمع $400\ cm^2$ ہے۔اگر ان کے احاطوں کا فرق 16 cm ہے تو دونوں مربعوں کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کیجیے۔

33۔ ایک مساوی الساقین مثلث کا رقبہ $60\ cm^2$ ہے اور اس کے دونوں مساوی اضلاع کی لمبائیاں 13 cm ہے۔اس کا اساس (قاعدہ) معلوم کیجیے۔

34۔ کسی کسر کا نسب نما اس کے شمار کنندہ کے دوگنے سے ایک زیادہ ہے۔اگر اس کسر اور اسکے معکوس کو جوڑیں تو $2\frac{16}{21}$ حاصل ہوتا ہے۔کسر معلوم کیجیے۔

35۔ ایک لڑکی کی عمر اپنی بہن کی عمر کی دوگنی ہے۔چار سال کے بعد دونوں کی عمروں کا حاصل ضرب 160 ہوگا۔ان کی موجودہ عمریں معلوم کیجیے۔

36۔ ایک دو ہندسی عدد کے ہندسوں کا حاصل ضرب 18 ہے۔جب اس عدد میں سے 63 گھٹایا جاتا ہے تو ہندسہ اپنا مقام بدل لیتے ہیں۔عدد معلوم کیجیے۔

37۔ تین مسلسل مثبت صحیح اعداد اس طرح ہیں کہ پہلے عدد کا مربع اور باقی دو اعداد کے حاصل ضرب کا حاصل جمع 46 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔

38۔ ایک کپڑے کی کل قیمت 200 روپے ہے۔ اگر کپڑے کی لمبائی 5 m زیادہ ہوتی اور قیمت 2 روپے فی میٹر کم ہوتی تو کپڑے کی کل قیمت میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔ کپڑے کی لمبائی اور فی میٹر کپڑے کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔

39۔ ایک موٹر بوٹ جس کی ٹھہرے ہوئے پانی میں چال 24 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے، 32 کلومیٹر کا فاصلہ ایک ہی مقام تک بہاؤ کے خلاف چلنے میں 1 گھنٹہ زیادہ لیتی ہے بہ نسبت بہاؤ کے ساتھ چلنے میں۔ بہاؤ کی چال معلوم کیجیے۔

40۔ اگر مساوات $(1+m^2)\, n^2x^2+2mncx + (c^2 - a^2) = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو ثابت کیجیے۔ $C^2 = a^2 (1+m^2)$

41۔ اگر دو درجی مساوات $(b-c)\, x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو ثابت کیجیے کہ $C^2 = a^2 (1+m^2)$

جوابات اور اشارے

1۔ (d) $[x^4 + 3 + 4x^2 = x^4 + 4x^2 + 4x^3 \Leftarrow 4x^3 \Leftarrow$ درجہ $= 3]$

2۔ (b) ($x = 2$ مساوات میں رکھ کر جانچ کریں)

3۔ (a) ($x = \frac{1}{2}$ مساوات میں رکھ کر)

4۔ (c) (ایک دو درجی مساوات کا درجہ 2 ہوتا ہے اور اس کے زیادہ سے زیادہ 2 جذر ہوتے ہیں)

5۔ (d) $x(x-7) = 0 \Rightarrow x = 0, 7$

6۔ (a) $r = \frac{q^2}{4p}$

(b) $q = 1 , p = -6$

(c) $K < 4$

(d) $C = 4$

(e) خطی مساوات

7۔ (a) غلط

(b) صحیح (x^2 کا ضریب = a، مستقلہ = c –, D = b² – 4ac)

$D = b^2 + 4ca > 0$

(c) غلط ($x^2 = 0.9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{0.9}$)

(d) غلط (ایک دو درجی مساوات کا درجہ 2 ہوتا ہے اگر درجہ 1 ہو تو سیدھا خط)

8۔ (a) ← d

(b) ← a

(c) ← e

(d) ← c

(e) ← b

9۔ $D = 0$

$20p^2 - 60p = 0$

$20p(p-3) = 0$

$p = 3$, $p \neq 0$ لیکن

10۔ (a) $x = \frac{7}{2}, x = -\frac{3}{4}$

(b) $x = \sqrt{5}, x = \frac{-2\sqrt{5}}{3}$

(c) $x = \frac{a}{2}, x = -a$

(d) $x = \frac{\sqrt{2}}{3}, \ x = \frac{\sqrt{2}}{3}$

(e) $x = -\sqrt{3}, x = \frac{-7\sqrt{3}}{3}$

(f) $x = -\sqrt{2}, \ x = \frac{-5\sqrt{2}}{2}$

(g) مانا $x - 1 = y$

$$y^2 - 5y - 6 = 0$$
$$(y + 1)(y - 6) = 0$$
$$y = -1,\ y = 6$$
$$x - 1 = -1,\ x - 1 = 6$$
$$x = 0 \qquad x = 7$$

11۔ $$2(-5)^2 + p(-5) - 15 = 0$$
$$P = 7$$
$$7x^2 + 7x + k = 0$$
$$D = 49 - 28k$$
$$k = \frac{49}{28} = \frac{7}{4}$$

12۔ $x = \frac{2}{3}$ رکھنے پر $4a + 9b = -42$

$x = 3$ رکھنے پر $9a + b = 21$

حل کرنے پر $b = -6,\ a = 3$

13۔ حاصل ضرب $= \frac{c}{a} = \frac{4p}{p} = 4$

حاصل جمع $= \frac{-b}{a} = \frac{-6}{p}$

$$\frac{-6}{p} = 4 \Rightarrow P = \frac{-3}{2}$$

14۔ $$x^2 + (x+4)^2 = 656$$
$$x^2 + 4x - 320 = 0$$
$$D = 1296$$
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{1296}}{2 \times 1} = \frac{-4 + 36}{2},\ \frac{-4 - 36}{2}$$
$$x = 16 \qquad x \neq -20$$

اضلاع = 16cm اور 20cm

15۔ سوال کے مطابق $\alpha - \beta = 11$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5$$

$$\beta = 3, \quad \alpha = 8$$

جذروں کا حاصل ضرب $= \frac{c}{a} \Leftarrow 24 = 3k-3$

$K = 9$

16۔ $x^2 + kx + 64 = 0$

$$D_1 = k^2 - 256 \geq 0$$

$$k^2 \geq 256$$

$$K \geq 16 \text{—(1)}, \; k \leq -16$$

$$x^2 - 8x + k = 0$$

$$D_2 = 64 - 4k \geq 0$$

$$K \leq 16 \text{—(2)}$$

(1) اور (2) سے

$$K=16$$

17۔ (a) $$\frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{x-a-b-x}{(a+b+x)x} = \frac{a+b}{ab}$$

$$-(a+b)\, ab = (a+b)\,(a+b+x)x$$

$$x^2 + xa + bx + ab = 0$$

$$(x + a)\,(x + b) = 0$$

$$x = -a, \; x = -b$$

(b) (a) کی طرح حل کریں

(c) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ آسان کرنے پر

$$x = -1, \quad x \neq \frac{-3}{2}$$

$A^2-B^2 = (A+B)(A-B) \quad 4x^2 + 4bx + b^2 - a^2 = 0$ (d)

$(2x + b)^2 - a^2 = 0$

$(2x + b - a)(2x + b + a) = 0$

$x = \frac{a-b}{2}, \quad x = \frac{-(a+b)}{2}$

$x^2 + 4x - 12 = 0$ آسان کرنے پر (e)

$x = 2, \; -6$

$4x^2 - 2a^2x - 2b^2x + a^2b^2 = 0$ (f)

$2x(2x-a^2) - b^2(2x-a^2) = 0$

$(2x-a^2)(2x-b^2) = 0$

$x = \frac{b^2}{2}, \quad \frac{a^2}{2} = x$

$11x^2 - 21x + 92 = 0$ آسان کرنے پر (g)

$11x^2 - 44x + 23x - 92 = 0$

$x = 4, \; x = \frac{-23}{11}$

مانا $\frac{2x}{x-5} = y$ (h)

$y^2 + 5y - 24 = 0$

$y = 3, \; y = -8$

$\frac{2x}{x-5} = 3, \quad \frac{2x}{x-5} = -8$

$x = 15, \; x = 4$

$4x^2 - 4a^2x + a^4 - b^4 = 0$ (i)

$(2x - a^2)^2 - (b^2)^2 = 0$

$(2x - a^2 - b^2)(2x - a^2 + b^2) = 0$

$x = \frac{a^2 + b^2}{2}, \; x = \frac{a^2 - b^2}{2}$

(j) ممیّز $D = b^2(6a^2 - 1)^2$ حاصل کیجیے۔

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{D}}{2A}$$

$$x = \frac{-b}{2a^2}, \quad -3b = x$$

(k) (مانا) $\frac{7x+1}{5x-3} = y$

$$3y - \frac{4}{y} = 11$$

$$3y^2 - 4 = 11y$$

$$3y^2 - 11y - 4 = 0$$

$$y = \frac{-1}{3}, \quad y = 4$$

$$\frac{7x+1}{5x-3} = \frac{-1}{3}, \quad \frac{7x+1}{5x-3} = 4$$

$$x = 0, \quad x = 1$$

(*l*) آسان کرنے پر $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x = 1, \quad x = 2$$

(m) آسان کرنے پر $2x^2 - 27x + 88 = 0$

$$x = 8, \quad x = \frac{11}{2}$$

(n) آسان کرنے پر $x^2 - 4x - 8 = 0$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

(o) آسان کرنے پر $2x^2 - 16x + 23 = 0$

$$x = \frac{-8 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

(p) $x^2 + 7\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}x - 70 = 0$

$$\left(x + 7\sqrt{5}\right)\left(x - 2\sqrt{5}\right) = 0$$

$$x = 2\sqrt{5}, \quad x = -7\sqrt{5}$$

$$\frac{16-x}{x} = \frac{15}{x+1} \qquad (q)$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x = \pm 4$$

18۔ $abx^2 + (b^2 - ac)x - bc = 0$

$$D = (b^2 - ac)^2 - 4 \times ab \times (-bc)$$

$$= b^4 + a^2c^2 - 2b^2 + 4b^2ac$$

$$= b^4 + a^2c^2 + 2b^2ac$$

$$D = (b^2 + ac)^2$$

$$x = \frac{-B+\sqrt{D}}{2A}$$

$$= -\frac{-(b^2-ac)+(b^2+ac)}{2ab},\ x = -\frac{-(b^2-ac)-(b^2+ac)}{2ab}$$

$$x = -\frac{-b^2-ac+b^2+ac}{2ab},\ x = -\frac{-b^2+ac-b^2-ac}{2ab}$$

$$x = \frac{2ac}{2ab} \qquad x = \frac{-2b^2}{2ab}$$

$$x = \frac{c}{b} \qquad x = \frac{-b}{a}$$

20۔ مانا اوسط چال = x کلومیٹر فی گھنٹہ

بڑھی ہوئی چال = $(x + 6)$ کلومیٹر فی گھنٹہ

$$\frac{54}{x} + \frac{63}{x+6} = 3$$

$x = 36$, $x = -3$
ممکن نہیں

21۔ مانا فطری عدد x ہے

$$x + 12 = \frac{160}{x}$$

$$x^2 + 12x - 160 = 0$$

$$(x + 20)(x - 8) = 0$$

ممکن نہیں $x = -20 \qquad x = 8$

22۔ مانا کل وقت = n منٹ

پولیس والے کے ذریعے لیا گیا وقت (n –1) منٹ

چور کے ذریعے طے کی گئی دوری = 100 n میٹر

پولیس والے کے ذریعے طے کی گئی دوری = 100 + 110 + 120 + ...+ (n–1) رکن

$$100\,n = \frac{(n-1)}{2}[2 \times 100 + (n-2)\,100]$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$

$$n = 6, \quad n = -3$$

ممکن نہیں

پولیس والا چور کو 5 منٹ میں پکڑ لے گا۔

23۔ چھوٹے قطر والے نل کے ذریعے لیا گیا وقت = x گھنٹہ

بڑے قطر والے نل کے ذریعے لیا گیا وقت = $(x - 9)$ گھنٹہ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$$

$$x^2 - 21x + 54 = 0$$

$$x = 3, \quad x = 18$$

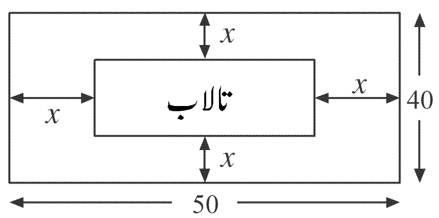
$$x = 3 \qquad x - 9 = 3 - 9 = -6 < 0$$

ممکن نہیں

چھوٹے قطر والے نل کے ذریعے لیا گیا وقت = $x = 18$ گھنٹے

بڑے قطر والے نل کے ذریعے لیا گیا وقت = $x - 9 = 9$ گھنٹے

24۔



مستطیل نما پارک کا رقبہ = 50×40

مستطیل نما تالاب کا رقبہ = $(50 - 2x)(40 - 2x)$

سوال کے مطابق $\quad 50 \times 40 - (50 - 2x)(40 - 2x) = 0$

$$x^2 - 45x + 296 = 0$$

$$x = 37, \quad x = 8$$

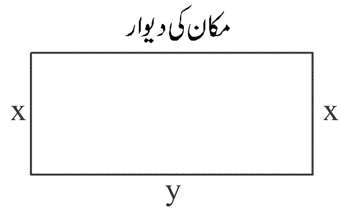
$x = 37$ ممکن نہیں

$40 - 2x = 40 - 2\,(37) = 34 < 0$

تالاب کی لمبائی = $50 - 2 \times 8 = 34m$

تالاب کی چوڑائی= $40 - 2 \times 8 = 24m$

25۔



$x + y + x = 30$

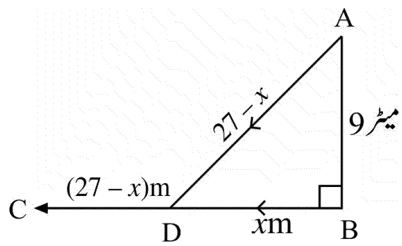
$2x + y = 30$

$xy = 100$

آسان کریں $x = 10m\,,\quad x = 5m$

$y = 10m, \quad y = 20m$

26۔



ΔABD میں فیثاغورث مسئلہ سے

$(9)^2 + (x)^2 = (27 - x)^2$

حل کرنے پر $x = 12m$

27۔ مانا قیمت x روپے ہے

سوال کے مطابق $\dfrac{300}{x-5} - \dfrac{300}{x} = 5$

$x = 20, \quad x = -5$

20 روپے

28۔ مانا لوگوں کی تعداد x تھی

سوال کے مطابق $\dfrac{6500}{x} - \dfrac{6500}{x+15} = 30$

حل کرنے پر $x = 50$ ، $x = -65$

ممکن نہیں

29۔ مانا جہاز کی معمول والی رفتار x کلومیٹر فی گھنٹہ تھی۔

سوال کے مطابق $\frac{30}{60} = \frac{600}{x-200} - \frac{600}{x}$

حل کرنے پر $x = -400$ ، $x = 600$

اُڑان کا وقت $= \frac{600}{600} = 1$ گھنٹہ

30۔ ہلکی رفتار والی ریل گاڑی کی رفتار x کلومیٹر فی گھنٹہ

سوال کے مطابق $3 = \frac{600}{x} - \frac{600}{x+10}$

حل کرنے پر $x = -50$ $\qquad$ $x = 40$

ممکن نہیں

40 کلومیٹر فی گھنٹہ

31۔ مانا بہاؤ کی رفتار x کلومیٹر فی گھنٹہ

سوال کے مطابق $\frac{9}{2} = \frac{30}{15-x} + \frac{30}{15+x}$

$x = 5, \; x = -5$
×

بہاؤ کی رفتار 5 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔

32۔ $x^2 + y^2 = 400$ —(1)

$4x - 4y = 16$ یا $4y - 4x = 16$

$x - y = 4$ —(2) یا $y - x = 4$ —(3)

(1) اور (2) کو حل کرنے پر $x = 16$ $\qquad$ $x = -12$

(1) اور (3) کو حل کرنے پر $x = 12$ $\qquad$ $x = -16$

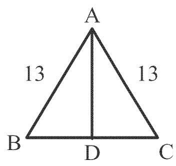
ممکن نہیں

$y = 12\text{m}$, $x = 16\text{m}$

$y = 16\text{m}$, $x = 12\text{m}$

33۔ $BC = 2x$

$BD = x$



$AD = \sqrt{169 - x^2}$

رقبہ $60 = \frac{1}{2} \times 2x \times \sqrt{169 - x^2}$

$x^2 = 144 \ , x^2 = 25$

$x = 12 \ , x = 5 \ (x = -12, -5)$
ممکن نہیں

اساس $= 2x = 24cm$ یا $10cm$

34۔ کسر $= \frac{x}{2x+1}$

سوال کے مطابق $\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = 2\frac{16}{21} = \frac{58}{21}$

$x = 3, \quad x = \frac{-7}{11}$
ممکن نہیں ×

کسر $= \frac{3}{7}$

35۔ مانا بہن کی عمر $= x$ سال

لڑکی کی عمر $= 2x$

سوال کے مطابق $(x + 4)(2x + 4) = 160$

$x = 6 \ , x = -12$
ممکن نہیں

$2x = 12$

بہن کی عمر $= 6$ سال

لڑکی کی عمر $= 12$ سال

36۔ عدد $10x + \frac{18}{x}$ (اکائی کا ہندسہ $= \frac{18}{x}$ ، دہائی کا ہندسہ $= x$)

سوال کے مطابق $\left(10x + \frac{18}{x}\right) - \left(\frac{10 \times 18}{x} + x\right) = 63$

$x = 9, \ x = -2$
ممکن نہیں

عدد $= 92$

37۔ مانا عدد x , $x+1$, $x+2$ ہیں۔

سوال کے مطابق $x^2 + (x+1)(x+2) = 46$

$$2x^2 + 3x - 44 = 0$$

$$x = 4, \quad x = -\frac{22}{4}$$

ممکن نہیں

اعداد 4, 5 اور 6 ہیں۔

38۔ مانا کپڑے کی لمبائی = x میٹر

سوال کے مطابق $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$

$$x = 20 \quad , \quad x = -25$$

قیمت فی میٹر $= \frac{200}{x} = \frac{200}{20} = 10$ روپے

39۔ مانا بہاؤ کی رفتار = x کلومیٹر فی گھنٹہ

سوال کے مطابق $\frac{32}{24-x} - \frac{32}{24+x} = 1$

$$x^2 + 64x - 576 = 0$$

$$(x + 72)(x - 8) = 0$$

$$x = -72 \qquad x = +8$$

ممکن نہیں

بہاؤ کی رفتار 8 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔

40۔ $D = 0$ رکھنے پر

$$(c - a)^2 - 4(b - c)(a - b) = 0$$

$$(a + c - 2b)^2 = 0$$

$$a + c = 2b$$

41۔ $D = 0$

$$(2mnc)^2 - 4(1 + m^2) n^2 (c^2 - a^2) = 0$$

حل کرنے پر $4n^2c^2 = 4n^2a^2(1 + m^2)$

$$C^2 = a^2(1 + m^2)$$

مشقی جانچ

کل نمبر:20 وقت:1 گھنٹہ

1۔ اگر $x = 3$ دودرجی مساوات $x^2 - 2kx - 6 = 0$ کا ایک جذر ہوتو k کی قدر......................ہوگی؟ 1

2۔ اگر مساوات $3x^2 + 2x + \alpha = 0$ کا ممیّز مساوات $x^2 - 4x + 2 = 0$ کے ممیّز کا دوگنا ہوتو α کی قدر......................ہوگی۔ 1

3۔ اگر مساوات $6x^2 - bx + 2 = 0$ کا ممیّز 1 ہوتو b کی قدر............................ہوگی 1

4۔ $(x - 1)^3 = x^3 + 1$ ایک دودرجی مساوات ہے۔(صحیح/غلط) 1

5۔ اگر مساوات $x^2 + kx + 12 = 0$ کے جذر کی نسبت 1:3 ہوتو k کی قدر کیا ہوگی؟ 2

6۔ x کے لیے حل کیجیے۔ $21x^2 - 2x + \frac{1}{21} = 0$ 2

7۔ اگر دودرجی مساوات $kx(x - 2) + 6 = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو k کی قدر معلوم کیجیے۔ 2

8۔ دودرجی فارمولے سے حل کیجیے۔ $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3} = 0$ 3

9۔ K کی کس قدر کے لیے $(4-k)x^2 + (2k+4)x + (8x + 1) = 0$ ایک کامل مربع ہوگی 3

10۔ دو نل ایک ٹینک کو مل کر $1\frac{7}{8}$ گھنٹے میں بھرتے ہیں۔ بڑے قطر والا نل چھوٹے قطر والے نل کے مقابلے ٹینک کو اکیلا بھرنے میں 2 گھنٹے کم لیتا ہے۔ دونوں نل الگ الگ ٹینک کو بھرنے میں کتنا وقت لیں گے۔ 4

(CBSE- 2018)

باب 5

حسابی تصاعد

(Arithmetic Progression)

یاد رکھنے والے نکات:

(1) اگر a_n دیا ہے تو

$$d = a_n - a_{n-1}$$

(2) اگر Sn دیا ہے تو

$$d = S_n - S_{n-1}$$

(3) اگر a , b , c A.P کے رکن ہوں تو

$$2b = a + c$$

(4) کسی A.P میں آخر سے n^{th} رکن

$= l - (n-1)d$ ، آخری رکن $= l$

(5) A .P کے 3 رکن جن کا جوڑ دیا ہوا ہو

$a - d, a, a + d$

(6) A .P کے 4 رکن جن کا جوڑ دیا ہوا ہو

$a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$

(6) A .P کے 5 رکن جن کا جوڑ دیا ہوا ہو

$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$

A .P کے n رکنوں کا جوڑ

$$Sn = \frac{n}{2}[\ 2a + (n-1)d]$$

$$Sn = \frac{n}{2}(a + l)$$

$l \leftarrow$ آخری رکن

$l = an$

دوسرے الفاظ میں A P ایک ایسا تواتر $a_1, a_2, a_3, a_4....an$ ہے جس میں $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = ...$ $....... = an - an - 1 = d$

d – مشترک فرق

a – پہلا رکن

$a_n = a + (n-1)d$

a_n کو عمومی رکن کہتے ہیں۔

حسابی تصاعد A.P

یہ ایک ایسا تواتر ہوتا ہے جس میں ہر ایک رکن اپنے سے ٹھیک پہلے رکن میں ایک متعین عدد d جوڑ کر حاصل ہوتا ہے۔

تواتر (Sequence)

تواتر اعداد کا ایک ایسا سیٹ ہے جس میں اعداد کو ایک معینہ ترتیب میں رکھا جاتا ہے اور ان کی تشکیل کچھ قوانین کے تحت کی جاتی ہے۔

مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ اگر کسی .A.P کا nواں رکن $3n - 5$ ہے تو 5واں رکن معلوم کیجیے۔

2۔ پہلے 10 جفت فطری اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

3۔ طاق اعداد کا nواں رکن لکھیے۔

4۔ پہلے n فطری اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

5۔ پہلے n جفت اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

6۔ حسابی تصاعد .... ,25 – ,20–, 15 – , 10– کا nواں رکن معلوم کیجیے۔

7۔ A.P. $4\frac{1}{9}, 4\frac{2}{9}, 4\frac{1}{3}, ...$ کا مشترک فرق معلوم کیجیے۔

8۔ AP کا مشترک فرق لکھیے جس کا nواں رکن $a_n = 3n + 7$ ہے۔

9۔ مندرجہ ذیل AP کے لیے $a_8 - a_4$ معلوم کیجیے۔

4,9,14,........,254

10۔ AP .... ,16 – ,14 – ,12 – , 10– کے لیے $a_{30} - a_{10}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

11۔ اگر $3, k - 2, 5$ حسابی تصاعد میں ہیں تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

12۔ p کی کس قدر کے لیے نیچے دیے ہوئے رکن کسی AP کے تین مسلسل رکن ہوں گے؟

$\frac{4}{5}, p, 2$

13۔ مندرجہ ذیل A.P میں نامعلوم رکن معلوم کیجیے۔ (NCERT)

(a) 2, ☐, 26

(b) ☐, 13, ☐, 3

(c) 5, ☐, ☐, $9\frac{1}{2}$

(d) $-4, \square, \square, \square, \square, 6$

(e) $\square, 38, \square, \square, \square, -22$

14۔ (i) A.P $10, 7, 4, \ldots$ کا 30واں رکن

(a) 97 (b) 87 (c) -77 (d) -87

(ii) A.P $3, -\frac{1}{2}, 2, \ldots$ کا 11 واں رکن

(a) 28 (b) 22 (c) -38 (d) $-48\frac{1}{2}$

(iii) کسی AP میں $d = -4$، $n = 7$، $a_n = 7$ تو a کی قیمت

(a) 6 (b) 7 (c) 120 (d) 28

(iv) کسی AP کے پہلے 3 رکن بالترتیب $3y - 1$، $3y + 5$ اور $5y + 1$ ہیں۔ y کی قیمت

(a) -3 (b) 4 (c) 5 (d) 2

(v) دیئے ہوئے اعداد.................. $-10, -6, -2, 2$

(a) ایک AP ہے جس میں $d = -16$

(b) ایک AP ہے جس میں $d = 4$

(c) ایک AP ہے جس میں $d = -4$

(d) AP نہیں ہے۔

(vi) A.P $10, 7, 4, \ldots\ldots$ کے آخری رکن سے 11 واں رکن

(a) 25 (b) -32 (c) 16 (d) 0

(vii) پہلے 100 فطری اعداد کا حاصل جمع معلوم کرنے والے مشہور ریاضی دان کا نام

(a) فیثاغورث (b) نیوٹن

(c) گاس (d) اقلیدس

(viii) اس AP کا مشترک فرق جس میں $a_{18} - a_{14} = 32$

(a) 8 (b) -8 (c) -4 (d) 4

15۔ مندرجہ ذیل کو ملائیے۔

	کالم A		کالم B
(a)	$a = -18$، $n = 10$، $d = 2$ A.P کا nواں رکن	(a)	$\frac{a+c}{2}$
(b)	اگر a, b, c A.P میں ہوں تو ان کا حسابی اوسط	(b)	0
(c)	اگر 2, 4, 6 A.P میں ہیں تو 4, 8, 12	(c)	–14
(d)	اگر $an = 9-5n$ تو a_{10}	(d)	8
(e)	اگر $n = 5, d = -2$ $an = 0$ ایک AP ہے تو a	(e)	A.P

16۔ صحیح/غلط بتائیے۔

(a) 5, 11, 17, 23 .... کا 301 ایک رکن ہے۔

(b) کسی AP کے m^{th} رکن اور n^{th} رکن کا فرق $= (m-n)d$

(c) 2, 5, 9, 14, ... ایک A.P ہے۔

(d) پہلے 20 فطری اعداد کا حاصل جمع 410 ہوتا ہے۔

(e) AP .... 5, 10, 15, 20, کا n واں رکن اور AP .... 15, 30, 45, 60 کا nواں رکن برابر ہیں۔

مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-I)

17۔ کیا 144 دیے ہوئے حسابی تصاعد ...... ,3,7,11 کا رکن ہے؟ جواب کی وضاحت بھی کیجیے۔

18۔ A.P. 253, ________, 3,8,13 کے آخری رکن سے 20 واں رکن معلوم کیجیے۔

19۔ A.P. ________ 5,15,25, کا کون سا رکن اس کے 31 ویں رکن سے 130 زیادہ ہوگا؟

20۔ کسی AP کا پہلا رکن، مشترک فرق اور آخری رکن بالترتیب 6، 12 اور 252 ہیں۔ اس AP کے تمام ارکان کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

21۔ 8 کے پہلے 15 اضعاف کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

22۔ مندرجہ ذیل کون سی صورت حال میں تواتر ایک AP بنائے گی؟

(i ایک اسکول آڈیٹوریم میں باقی بچے ہوئے طلبا کی تعداد جبکہ 1000 طلبا میں سے 25 طلبا ایک ہی وقت مین آڈیٹوریم سے باہر آئیں۔

(ii ایک اکاؤنٹ میں موجود رقم جب 100 روپے 4% سالانہ سود مرکب کی شرح سے جمع کیے گئے ہوں۔

23۔ 1 اور 200 کے درمیان جفت اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

24۔ ایک A.P. کے تین مسلسل رکن $4m + 8$, $2m^2 + 3m + 6$, $3m^2 + 4m + 4$ ہیں۔ m کی قدر معلوم کیجیے۔

25۔ A.P. ________,22,20,18 کے کتنے ارکان لیے جائیں کہ حاصل جمع صفر ہو جائے۔

26۔ اگر ایک A.P. کے 10 ویں رکن کا 10 گنا اس کے 20 ویں رکن کے 20 گنا کے مساوی ہو تو AP کا 30 واں رکن معلوم کیجیے

27۔ A.P. 6, 13 , 20, ...216 کا وسطی رکن معلوم کیجیے۔

28۔ معلوم کیجیے کیا 150– AP ....11, 8, 5, 2 کا کوئی رکن ہے؟ (NCERT)

29۔ دو ہندسوں کے کتنے اعداد 6 سے تقسیم ہوتے ہیں؟ (CBSE- 2011)

30۔ اگر $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x+3}, \frac{1}{x+5}$ AP میں ہوں تو x معلوم کیجیے۔ (CBSE- 2011)

31۔ AP 58 , ... ,–6, –2, 2 کا وسطی رکن معلوم کیجیے۔ (CBSE- 2013)

32۔ کسی AP کا Sn معلوم کیجیے جس میں an = 5n–1 اسکے پہلے 20 رکنوں کا حاصل جمع بھی معلوم کیجیے۔
(CBSE- 2011)

33۔ AP...........3, 7, 11, 15, کا کونسا رکن 79 ہوگا؟ (CBSE- 2011C)

3 + 7 + 11 + ... + 79 بھی معلوم کیجیے۔

34۔ AP...........121, 117, 113, کا کونسا رکن پہلا منفی عدد ہوگا؟ (NCERT)

35۔ AP 253 ,..........., 3, 8, 13, کے آخری رکن سے 20 واں معلوم کیجیے۔ (NCERT)

مختصر جواب والے سوالات(Type-II)

36۔ A.P. 241 ,______,7,13,19 کا وسطی رکن معلوم کیجیے۔

37۔ 10 اور 500 کے درمیان 7 سے تقسیم ہونے والے اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

38۔ ایک A.P. کے پانچویں اور نویں رکن کا حاصل جمع 72 ہے اور ساتویں اور بارہویں ارکان کا حاصل جمع 97 ہے۔ A.P. معلوم کیجیے۔

39۔ ایک A.P. کا mواں رکن $\frac{1}{n}$ ہے اور nواں رکن $\frac{1}{m}$ ہے۔ دکھایئے کہ اس کا $(mn)^{th}$ رکن 1 ہے۔

40۔ ایک A.P. کا pواں رکن q ہے اور qواں رکن p ہے۔ ثابت کیجیے کہ اس کا nواں رکن $(p + q - n)$ ہے۔

41۔ 101 اور 999 کے درمیان 2 اور 5 دونوں سے تقسیم ہونے والے فطری اعداد کتنے ہوں گے؟

42۔ ایک AP کے 5ویں اور 9ویں رکن کا حاصل جمع 30 ہے۔ اگر اس کا 25واں رکن اس کے 8ویں رکن کا تین گنا ہو تو AP معلوم کیجیے۔

43۔ ایک AP کے پہلے n ارکان کا حاصل جمع $S_n = 5n^2 + 3n$ ہے۔ اس AP کا nواں رکن اور مشترک فرق معلوم کیجیے۔

44۔ A.P ______3, 15, 27, 39 کا کونسا رکن اس کے 21ویں رکن سے 120 زیادہ ہوگا۔ (CBSE-2018)

45۔ اگر کسی A.P میں $S_n = 3n^2 - 4n$ ہو تو اس کا nواں رکن معلوم کیجیے۔ (CBSE-2018)

46۔ پھولوں کی کیاری کی پہلی قطار میں 23 پودے ہیں۔ دوسری قطار میں 21، تیسری قطار میں 19 پودے ہیں اور اسی طرح باقی قطاریں ہیں۔ آخری قطار میں 5 پودے ہیں۔ پھولوں کی کیاری میں کل کتنی قطاریں ہیں؟ (NCERT)

47۔ n کی کس قدر کے لیے دو حسابی تصاعد (AP) .... ,63, 65, 67 اور .... ,3, 10, 17 کا nواں رکن مساوی ہوگا۔ (NCERT)

48۔ A.P.................. ,3,15, 27, 39 کا کونسا رکن اس کے 54ویں رکن سے 132 زیادہ ہوگا؟ (NCERT)

49۔ 0 اور 50 کے درمیان طاق اعدادوں کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔ (NCERT)

50۔ اگر کسی حسابی تصاعد (AP) کے پہلے 14 ارکان کا حاسل جمع 1050 ہو اور پہلا رکن 10 ہو تو اس کا 20واں رکن معلوم کیجیے۔

51۔ اگر $S_n = 4n - n^2$ ہوتو حسابی تصاعد (A.P) معلوم کیجیے۔ (NCERT)

52۔ حسابی تصاعد .... ,25 ,17 ,9 کے کتنے ارکان کا حاصل جمع 636 ہوگا؟ (NCERT)

طویل جواب والے سوالات

53۔ ایک .A.P کے تیسرے اور ساتویں رکن کا حاصل جمع 6 اور حاصل ضرب 8 ہے۔ AP کے پہلے سولہ ارکان کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

54۔ وہ AP معلوم کیجیے جس کا چوتھا رکن 18 ہے اور 15 ویں اور نویں رکن کا فرق 30 ہے۔

55۔ اگر کسی AP کے پہلے 9 ارکان کا حاصل جمع 162 ہو چھٹے اور تیرہویں رکن کی نسبت 1:2 ہوتو AP کا پہلا رکن اور پندرہواں رکن معلوم کیجیے۔

56۔ اگر کسی AP کا دسواں رکن 21 ہو اور پہلے 10 ارکان کا حاصل جمع 120 ہوتو AP کا nواں رکن معلوم کیجیے۔

57۔ اگر کسی AP کے پہلے 7 ارکان کا حاصل جمع 63 اور اگلے 7 ارکان کا حاصل جمع 161 ہوتو AP کا 28 واں رکن معلوم کیجیے۔

58۔ ایک AP کے پہلے 20 ارکان کا حاصل جمع اگلے 20 ارکان کے حاصل جمع کا ایک تہائی ہے۔ اگر پہلا رکن 1 ہوتو پہلے 30 ارکان کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

59۔ اگر کسی AP کے پہلے چار ارکان حاصل جمع 40 ہو اور پہلے چودہ ارکان کا حاصل جمع 280 ہوتو اس AP کے n ارکان کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔ (CBSE-2018)

60۔ 12 ہفتوں کے بعد ایک اسکول میں اپنی بیٹی کو بھیجنے کے لیے رام کلی کو 2500 روپے چاہئیں۔ وہ پہلے ہفتہ میں 100 روپے بچاتی ہے۔ اور پھر ہر ہفتہ اپنی بچت میں 20 روپے کا اضافہ کرتی ہے کیا وہ اس طرح 12 ہفتہ بعد اپنی بیٹی کو اسکول بھیج پائیگی۔ (CBSE-2015)

61۔ کسی AP میں 50 رکن ہیں۔ پہلے 10 ارکان کا حاصل جمع 210 ہے۔ آخری 15 ارکان کا حاصل جمع 2565 ہے۔ AP معلوم کیجیے۔ (CBSE-2014)

62۔ کسی حسابی تصاعد (AP) کے n ارکان کا حاصل $3n + 5n^2$ ہے۔ اگر اس کا m واں رکن 168 ہوتو m کی قیمت معلوم کیجیے۔ اس AP کا 20 واں رکن بھی معلوم کیجیے۔ (CBSE-2013)

63۔ اگر کسی AP کے پہلے 7 ارکان کا حاصل جمع 49 ہو اور پہلے 17 ارکان کا حاصل جمع 289 ہو تو اس AP کے n ارکان کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔ (CBSE-2016)

64۔ کسی AP کا چوتھا رکن 0 ہے۔ ثابت کیجیے اس AP کا 25 واں رکن اس کے 11 ویں رکن کا تین گنا ہوگا۔

65۔ کسی حسابی تصاعد (AP) میں $S_5 + S_7 = 167$ اور $S_{10} = 235$ ہے AP معلوم کیجیے۔ (CBSE-2015)

66۔ کسی AP میں ثابت کیجیے $S_{12} = 3(S_8 - S_4)$ جہاں Sn = n ارکان حاصل جمع ہے۔ (CBSE-2015)

جوابات

1۔ $a_n = 3n - 5$

$a_5 = 10$

2۔ $S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 2 + 9 \times 2] = 110$

3۔ $1, 3, 5, ...$

$a_n = 1 + (n-1)2 = 2n - 1$

4۔ $1 + 2 + 3 + ... + n$

$= \frac{n(n+1)}{2}$

5۔ $2 + 4 + 6 + ... + 2n$

$= \frac{n}{2}(2+2n) = n(n+1)$

6۔ $an = a + (n-1) = -5(n+1)$

7۔ $d = a_2 - a_1 = \frac{1}{9}$

8۔ $a_1 = 3 + 7 = 10, a_2 = 6 + 7 = 13$

$d = 13 - 10 = 3$

9۔ $(a+7d) - (a+3d) = 4d = 20$

10۔ $a_{16} = a + 15d = -40$

11۔ 3, k – 2, 5 AP میں ہیں۔

$$K-2 = \frac{3+5}{2} = 4$$

$$K = 6$$

12۔ $P = \frac{7}{5}$

13۔ (a) 14

(b) 18, 8

(c) $6\frac{1}{2}$, 8

(d) –2, 0, 2 4

(e) 53, 23, 8, –7

14۔ (i) c

(ii) b

(iii) d

(iv) c

(v) b

(vi) b

(vii) c

(viii) a

15۔ $a \to b$

$b \to a$

$c \to e$

$d \to c$

$e \to d$

16۔ (a) غلط $301 = 5+(n-1)6$

$$n = \frac{151}{3}$$

(b) صحیح $[a+(m-1)d]-[a+(n-1)d]$

$= (m-n)d$

(c) غلط $a_2-a_1 = 5-2 = 3$

$a_3-a_2 = 9-5 = 4$

(d) غلط $Sn = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{20\times 21}{2} = 210$

(e) صحیح

17۔ $144 = 3+(n-1)4$

$n = \frac{141}{4}+1$

ممکن نہیں ہے۔

18۔ $l-(n-1)d$ کا استعمال کریں

$= 158$

19۔ مانا $a_n = 130 + a_{31}$

$\Rightarrow n = 44$

20۔ $6 = d, a = 12$

$a_n = 252$

$\Rightarrow n = 41$

$S_{41} = 5412$

21۔ $S_{15} = \frac{15}{2}[2a+14d]$

$= \frac{15}{2}[16+112]$

$= 960$

22۔ (i) ہاں (ii) نہیں

23۔ $2+4+6+.......+198$

$a = 2, d = 2\ \ a_n = 198 \Rightarrow n = 99$

$$S_n = \frac{n}{2}[a+l] = 9900$$

24۔ $$b = \frac{a+c}{2}$$

$$2m^2 + 3m + 6 = \frac{4m+8+3m^2+4m+4}{2}$$

$$m^2 - 2m = 0$$

$$\Rightarrow m = 0, 2$$

25۔ $$S_n = 0$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[44+(n-1)(-2)] = 0$$

$$n = 23$$

26۔ $$10a_{10} = 20a_{20}$$

$$a_{10} = 2a_{20}$$

$$9 + ad = 2a+38d$$

$$a = -29d$$

$$a_{30} = a + 29d$$

$$a_{30} = 0$$

27۔ 6, 13, 20 216

$$a_n = a + (n-1)d$$

n معلوم کیجیے۔

وسطی رکن = 111

28۔ $$a_n = -150$$

$$11 + (n-1)(-3) = -150$$

$$n = \frac{161}{3} + 1$$

فطری عدد نہیں ہے۔

150– کوئی رکن نہیں ہے۔

29۔ 6 سے تقسیم ہونے والے 2 ہندسوں کے اعداد 96 ,...... ,24 ,18 ,12

$d = 6$

$a_n = 96$

$a + (n-1)d = 96$

$n = 15$

30۔ $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5}$ (2b = a + c)

حل کرنے پر $x = 1$

31۔ $a_n = a + (n-1)d$

$58 = -6 + (n-1)(-4)$

$n = 17$

وسطی رکن= $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ رکن = 9^{th} رکن

$a_9 = -6 + 8(4) = 26$

32۔ $a_n = 5n - 1$

$a_1 = 4, \; a_2 = 9$

$d = 5$

$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d] = \frac{n}{2}[8+(n-1)5]$

$= \frac{n}{2}(5n + 3)$

$S_{20} = \frac{20}{2}(100+3) = 1030$

33۔ $79 = 3+(n-1)4$

$n = 20$

$S_{20} = \frac{20}{2}(3+79) = 10(82)$

$= 820$

34۔ مانا $a_n < 0$

$121 + (n-1)(-4) < 0$

$125 < 4n$

$$n > \frac{125}{4}$$

$$n = 32$$

32واں رکن سب سے پہلا منفی رکن ہوگا۔

35۔ آخری رکن سے 20واں رکن $= l - (n-1)d$

$$= 253 - 19 \times 5$$

$$= 253 - 95$$

$$= 158$$

36۔ 121, 127

37۔ 10 اور 500 کے درمیان 7 سے تقسیم ہونے والے اعداد

14, 21, 28, ..., 497

n معلوم کیجیے۔ $S_n = 17885$

38۔ $a_5 + a_9 = 72$

$$a_7 + a_{12} = 97$$

ان مساواتوں کو حل کیجیے۔

AP 6, 11, 16, 21, 26, ...

39۔ $a_m = \frac{1}{n} \Rightarrow a + (m-1)d = \frac{1}{n}$

$$a_m = \frac{1}{m} \Rightarrow a + (n-1)d = \frac{1}{m}$$

$$(m-n)d = \frac{1}{n} - \frac{1}{m} = \frac{m-n}{mn}$$

$$d = \frac{1}{mn}$$

$$a = \frac{1}{mn}$$

$a_{nm} = a + (mn-1)d$

$$= \frac{1}{mn} + (mn-1)\frac{1}{mn}$$

$a_{nm} = 1$

40۔ $a_p = q\ ,\ a_q = p\ ,$

حل کرکے aاور dمعلوم کیجیے۔

$a_p + q - n = 0$

41۔ 2سے تقسیم ہونے والے اعداد 998 .... ,108 ,106 ,104 ,102

5 سے تقسیم ہونے والے اعداد 995 ...., 120, 115, 110, 105

101اور999کے درمیان2اور5دونوں سے تقسیم ہونے والے اعداد990 ,...... ,120 ,110

$a_n = 990$

$\Rightarrow \quad n = 89$

42۔ $a_5 + a_9 = 30$

$a_{25} = 3\ a_8$

حل کرنے پر 3 = d = 2 , a

3, 5, 7, 9, ... *AP*

43۔ $S_n = 5n^2 + 3n$

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$a_n = 10n - 2$

اسکا استعمال کرنے پر10 = d

44۔ $a_n = 120 + a_{21}$

$3 + (n-1)d = 120 + [3 + 20\ d)$

$3 + (n-1)12 = 120 + [3 + 20 \times 12]$

$n = 31$

45۔ $S_n = 3n^2 - 4n$

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (3n^2-4n) - [3\ (n-1)^2 - 4\ (n-1)]$

$= 3n^2 - 4n - [3n^2 + 3 - 6n - 4n + 4]$

$a_n = 6n - 7$

46۔ 23, 21, 19, ... 5

$a_n = a + (n-1)d$

$5 = 23 + (n-1)(-2)$

$n = 10$

47۔ 63, 65, 67, ...

$a_n = 63 + (n-1)2$

$= 61 + 2n$

3, 10, 17, ...

$a_n = 3 + (n-1)7$

$a_n = 7n - 4$

$\Rightarrow\ 61 = 2n = 7n - 4$

$65 = 5n$

$13 = n$

48۔ $n = 65$

49۔ $S_{14} = 1050,\ a = 10$

$\frac{14}{2}[2 \times 10 + 13d] = 1050$

$7[20 + 13d] = 1050$

$20 + 13d = 150$

$13d = 130$

$d = 10$

$a_{20} = a + 19d$

$= 10 + 19 \times 10 = 200$

50۔ 0 اور 50 کے درمیانی طاق اعداد 49 ,...... ,1, 3, 5

$a_n = 49$

$a + (n-1)d = 49$

$1 + (n-1)(2) = 49$

$2n - 1 = 49$

$n = 25$

$S_n = \frac{n}{2}(a+l) = \frac{25}{2}(1 + 49) = 625$

51۔ $S_n = 4n - n^2$

$S_1 = a_1 = 4 \times 1 - (1)^2 = 3$

$S_2 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_2 = 1$

$d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$

3, 1, –1, ... A.P

52۔ $n = 12, n \neq \frac{-53}{4}$

53۔

$$\left.\begin{array}{l} a_3 + a_7 = 6 \\ a_3 \times a_7 = 6 \end{array}\right] \begin{array}{l} a = 1, d = \frac{1}{2} \quad Sn = 76 \\ a = 5, d = \frac{-1}{2} \quad Sn = 20 \end{array}$$

54۔ $a_4 = 18$ ——(1)

$a_{15} - a_9 = 30$

$d = 5$

d کی قیمت(1) میں رکھنے پر

$a = 3$

3, 8, 13, ... AP

55۔ $S_9 = 162$

$\frac{9}{2}[2a + 8d] = 162$ —— (1)

$\frac{a_6}{a_{13}} = \frac{1}{2}$

$a = 2d$

(1) میں رکھنے پر

$d = 3, a = 6$

$a_{15} - a + 14d = 48$

56۔ $S_{10} = 120 \quad a_{10} = 21$

ان کو حل کرکے a اور d معلوم کیجیے۔

$a_n = a + (n-1)d$

$a_n = 2n + 1$

57۔ $S_7 = 63$ ——(1)

اگلے 7 ارکان کا حاصل جمع $= S_{14} - S_7 = 161$ —— (2)

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

(1) اور (2) کو حل کرنے پر a اور d حاصل ہوتا ہے۔

$a_{28} = a + 27d = 57$

58۔ $S_{20} = \frac{1}{3}[S_{40} - S_{20}], \; a = 1$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ کا استعمال کرکے d معلوم کیجیے۔

$S_{30} = 900$

59۔ $S_4 = 40 \Rightarrow \frac{4}{2}[2a + 3d) = 40$

$S_{14} = 280 \Rightarrow \frac{14}{2}[2a + 13d] = 280$

حل کرنے پر $a = 7$، $d = 2$

60۔ $a = 100, d = 20, n = 12$

$S_{12} = \frac{12}{2}[200 + 200] = 6 \times 420$

$= 2520 > 2500$

رام کلی اپنی بیٹی کو اسکول بھیج سکے گی۔

61۔ $S_{10} = 210 \Rightarrow 5[2a + 9d] = 210$

$2a + 9d = 42$ —(1)

$$S_{50} - S_{35} = 2565 \Rightarrow \frac{50}{2}[2a+49d] - \frac{35}{2}[2a+34d] = 2565$$

$$\frac{15}{2}(2a) + d\,[25 \times 49 - 35 \times 17] = 2565$$

$$15a + d\,[1225 - 595] = 2565$$

$$15a + 6\,30d = 2565$$

$$3a + 126d = 513 \text{—}(2)$$

(1) اور (2) کوحل کرنے پر $a = 3,\ d = 4$

62۔ $S_n = 5n^2 + 3n$

$$S_1 = a_1 = 8$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 26$$

$$a_2 = 26 - 8 = 18$$

$$d = a_2 - a_1 = 18 - 8 = 10$$

$$a_m = 168 \Rightarrow a + (m-1)d = 168$$

$$8 + (m-1)10 = 168$$

$$m - 1 = 16$$

$$m = 17$$

$$a_{20} = a + 19d = 8 + 190 = 198$$

63۔ $S_7 = 49,\ S_{17} = 289$

(سوال نمبر 53 کی طرح حل کیجیے)

64۔ $a_4 = 0, \Rightarrow a + 3d = 0 \Rightarrow a = -3d$

$$a_{25} = a + 24d = -3d + 24d = 21d$$

$$a_{11} = a + 10d = -3d + 10d = 7d$$

$$\Rightarrow a_{25} = 3a_{11}$$

65۔ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ کا استعمال کریں اور سوال نمبر 53 کی طرح حل کریں۔

L.H.S. = $S_{12} = \frac{12}{2}$ [2a + 11d] = 6 [2a + 11d] -66

R.H.S. = $3\left[\frac{8}{2}(2a+7d)-\frac{4}{2}(2a+3d)\right]$

= 3[4a + 22d] = 6[2a + 11d]

L.H.S. = R.H.S.

مشقی جانچ

حسابی تصاعد (A.P)

کل نمبر: 20	وقت: 1 گھنٹہ

1۔	پہلے 10 فطری اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔	1
2۔	AP .... $8\frac{1}{8}, 8\frac{2}{8}, 8\frac{3}{8}$, کا مشترک فرق کیا ہے؟	1
3۔	اگر K, 2k–1, 2k +1 کسی AP کے رکن ہوں تو k کی قدر معلوم کیجیے۔	1
4۔	A.P 8, 10, 12, ..., 126 کے آخری رکن سے 10 واں رکن معلوم کیجیے۔	1
5۔	6 اور 102 کے درمیان 6 سے تقسیم ہونے والے کتنے دو ہندسی اعداد ہیں؟	2
6۔	AP کے پہلے n ارکان کا حاصل جمع $n^2 + 3n$ ہے۔ اس کا 20 واں رکن معلوم کیجیے۔	2
7	حاصل جمع معلوم کیجیے۔ $(-5) + (-8) + (-11) + \cdots + (-230)$	2
8۔	AP کے پہلے پانچ ارکان معلوم کیجیے جن کا حاصل جمع $12\frac{1}{2}$ نیز پہلے اور آخری رکن کی نسبت 2:3 ہو۔	3
9۔	AP 20,16,12,.......,– 176 کا وسطی رکن معلوم کیجیے۔	3
10۔	ایک AP کے تین اعداد کا حاصل جمع 24 اور حاصل ضرب 440 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔	4

باب 6

مثلث (Triangles)

اہم نکات:

1. **مشابہ مثلث :** دومثلث مشابہ ہوتے ہیں اگران کے نظیری زاویے برابر ہوں اوران کے نظیری اضلاع ایک ہی تناسب میں ہوں۔

2. **مثلثوں کی مشابہت کی شرطیں:**

ΔABC اور ΔDEF میں

(a) **A A A** مشابہت

اگر $\angle A = \angle D$ ، $\angle B = \angle E$ اور $\angle C = \angle F$ ہوتو $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

(b) **S A S** مشابہت

اگر $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ اور $\angle A = \angle D$ تو $\Delta ABC \sim \angle DEF$

(c) **S S S** مشابہت

اگر $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ہوتو $\Delta ABC \sim \angle DEF$

مندرجہ ذیل مسئلوں کا ثبوت امتحان میں پوچھا جاسکتا ھے:

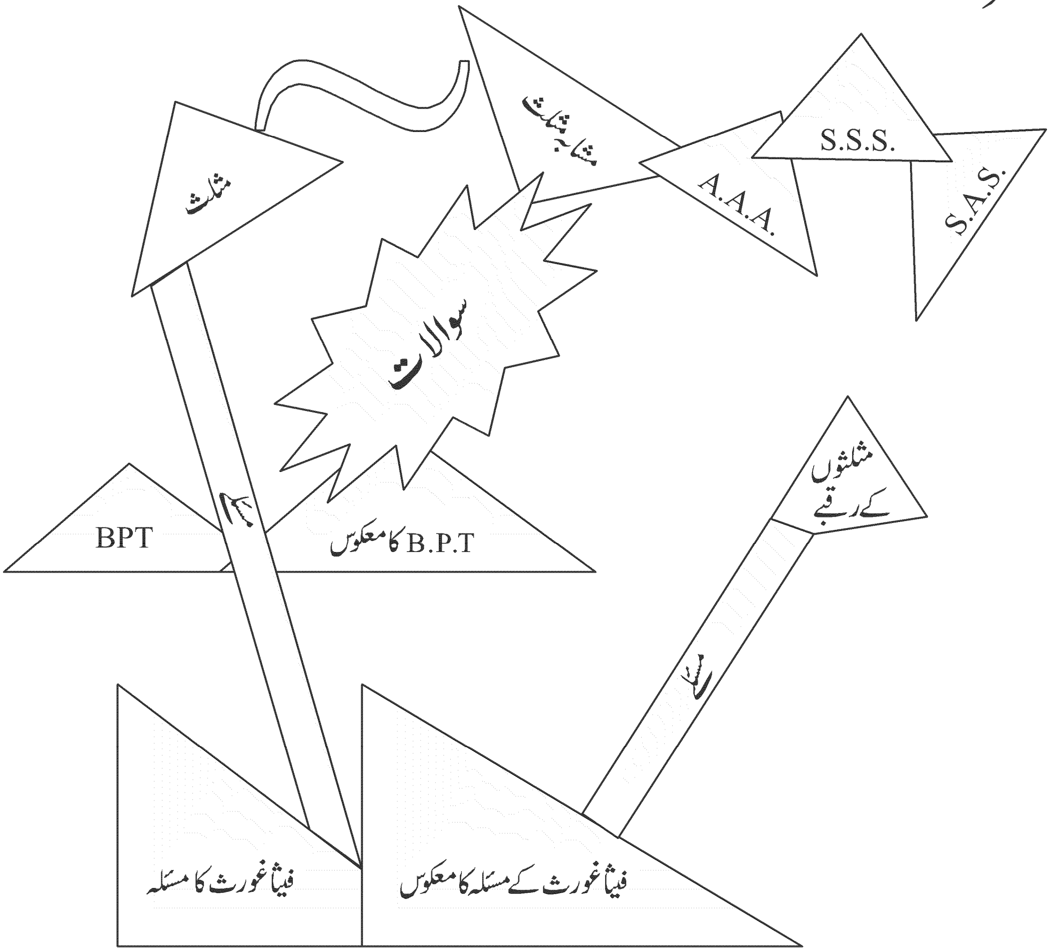
(i) **بنیادی تناسبیت کا مسئلہ:** اگر مثلث کے ایک ضلع کے متوازی کوئی خط کھینچا جائے تو وہ باقی دو اضلاع کو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے اور وہ دو اضلاع ایک ہی نسبت میں منقسم ہوتے ہیں۔

(ii) دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری اضلاع کے مربعوں کی نسبت کے برابر ہوتی ہیں۔

(iii) **فیثاغورث کا مسئلہ :** کسی قائم مثلث میں وتر کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کی حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

(iv) **فیثاغورث مسئلے کا معکوس:** ایک مثلث میں اگر ایک ضلع کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کی حاصل جمع کے برابر ہوتو پہلے ضلع کے سامنے والا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

شرائط



1۔ خالی جگہوں کو پر کریں

(i) تمام مساوی الاضلاع مثلث......................ہوتے ہیں۔

(ii) اگر $\Delta ABC \sim \Delta FED$ ہوتو $\frac{AB}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{ED}$

(iii) مساوی نصف قطر والے دائرے......................ہوتے ہیں۔

(iv) اگر مثلث کے ایک ضلع کے متوازی کوئی خط کھینچا جائے تو وہ باقی دو اضلاع کو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے اور وہ دو اضلاع ایک ہی.................میں منقسم ہوتے ہیں۔

(v) ....مثلث میں وتر کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کی حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

2۔ صحیح/غلط بتائیے

(i) تمام مشابہ تصاویر ہمیشہ مماثل ہوتی ہیں۔

(ii) بنیادی تناسب کا مسئلہ فیثاغورث نے دیا تھا۔

(iii) وسطی نقاط کے مسئلہ کو بنیادی تناسب کے مسئلہ سے بھی ثابت کیا جا سکتا ہے۔

(iv) فیثاغورث کا مسئلہ قائمہ زاوی مثلث کے لیے ہے۔

(v) اگر دو مشابہ مثلثوں کے اضلاع کے نسبت 4:9 ہے تو ان کے رقبوں کی نسبت 16:81 ہوگی۔

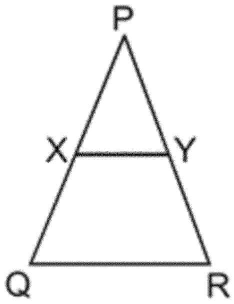
3۔ مندرجہ ذیل کو ملائیے

کالم-I	کالم-II
(a) دو مثلثوں کے نظیری زاویے برابر ہوں تو وہ دونوں مثلث مشابہ ہوتے ہیں۔	(i) SAS مشابہت کی شرط۔
(b) ایک مثلث کے اضلاع دوسرے مثلث کے اضلاع سے متناسب ہوں تو دونوں مثلث مشابہ ہوتے ہیں۔	(ii) ASA مشابہت کی شرط۔
(c) ایک مثلث کا ایک زاویہ اگر دوسرے مثلث کے زاویہ کے برابر ہو اور جن اضلاع کے درمیان وہ زاویہ شامل ہیں وہ متناسب ہوں تو دونوں مثلث مشابہ ہوتے ہیں۔	(iii) AAA مشابہت کی شرط۔
	(iv) SSS مشابہت کی شرط۔

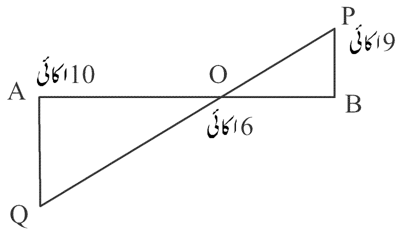
11۔ دی گئی شکل میں XY||QR اور $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ ہو تو

(a) AX = QR (b) $xy = \frac{1}{3} QR$

(c) $xy^2 = QR^2$ (d) $xy = \frac{1}{2} QR$



5۔ دی ہوئی تصویر میں $QA \perp AB$ اور $PB \perp AB$ ہے تو AQ کی قدر



(a) 15 اکائی (b) 8 اکائی (c) 5 اکائی (d) 9 اکائی

6۔ دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت برابر ہوتی ہے۔

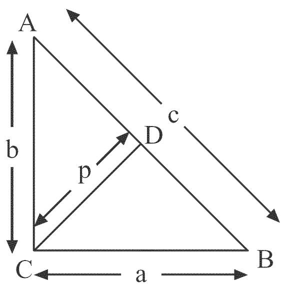
(a) ان کے نظیری اضلاع کی نسبت کے (b) ان کے نظیری عمودوں کی نسبت کے

(c) ان کے نظیری اضلاع کی مربعوں کی نسبت کے (b) ان کے احاطوں کی نسبت کے

7۔ دو مشابہ مثلثوں کے رقبے $144cm^2$ اور $81cm^2$ ہیں اگر پہلے مثلث کا ایک وسطانیہ 16cm کا ہو تو دوسرے مثلث کے نظیری وسطانیہ کی لمبائی

(a) 9cm (b) 27cm (c) 12cm (d) 16cm

8۔ قائم زاوی مثلث ABC میں $\angle C = 90°$ اور $CD \perp AB$



اگر $BC = a$، $CA = b$، $AB = c$ اور $CD = p$ ہوتو

(a) $\frac{1}{P^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ (c) (b) $\frac{1}{P^2} \neq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ (c) $\frac{1}{P^2} < \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ (d) $\frac{1}{P^2} > \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

9۔ اگر $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، $ar(\Delta DEF) = 100\ cm^2$ اور $\frac{AB}{DE} = \frac{1}{2}$ ہوتو $ar(\Delta ABC)$

(a) $50cm^2$ (b) $25cm^2$ (c) $4cm^2$ (d) $200cm^2$

10۔ اگر کسی مثلث کے تین اضلاع a، $\sqrt{3}a$ اور $\sqrt{2}a$ ہیں۔تو سب سے بڑے ضلع کے مقابل زاویہ کی پیمائش

(a) 45° (b) 30° (c) 60° (d) 90°

11۔ ایک ہی وقت پر 3 میٹر اونچے کھمبے کے سایہ کی لمبائی 7m ہے جبکہ ٹاور کے سایہ کی لمبائی 28m ہے۔ٹاور کی اونچائی

(a) 10m (b) 12m (c) 14m (d) 16m

12۔ ایک معین کے وتروں کی لمبائیاں 16cm اور 12cm ہیں۔معین کے ضلع کی لمبائی (NCERT-Exempler)

(a) 9cm (b) 10cm (c) 8cm (d) 20cm

13۔ اگر $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ اور ΔABC مشابہ نہیں ہے ΔDEF کے تو مندرجہ ذیل سے کیا صحیح نہیں ہے۔
(NCERT-Exempler)

(a) BC.EF = AC. FD (b) AB.EF = AC. DE

(c) BC.DE = AB. EF (b) BC.DE = AB. DF

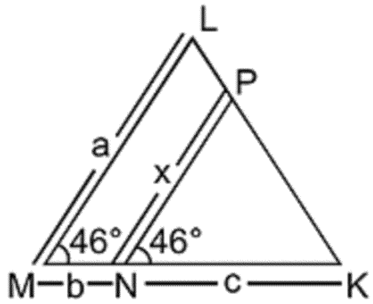
14۔ فیثاغورث کا مسئلہ لکھیے۔

15۔ بنیادی تناسبیت کا مسئلہ لکھیے۔

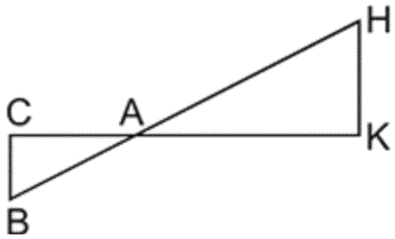
16۔ 12 cm، 16 cm اور 18 cm اضلاع والا مثلث کیا قائم زاوی مثلث ہوسکتا ہے؟

17۔ $\Delta ABC \sim \Delta QRP$ اور $\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)} = \frac{9}{4}$، $AB = 18\ cm$، $BC = 15\ cm$ ہوتو PR کی لمبائی معلوم کیجیے۔

18۔ دی ہوئی شکل میں $\angle M = \angle N = 46°$، x کو a، b اور c کی شکل میں ظاہر کیجیے۔



19۔ دی ہوئی شکل میں $\Delta AHK \sim \Delta ABC$



اگر $AK = 10$ cm، $BC = 3.5$ cm، $HK = 7$ cm ہے تو AC معلوم کیجیے۔

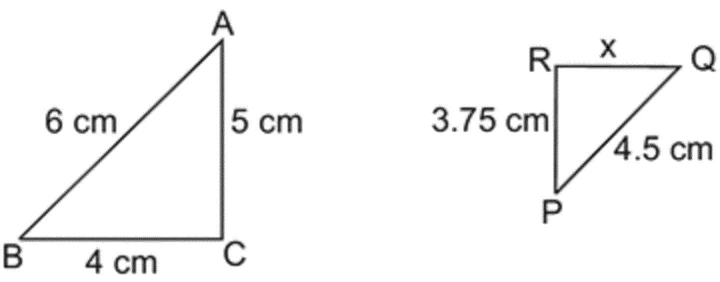
20۔ دیا ہے: $\Delta DEF \sim \Delta RPQ$۔ کیا یہ کہنا صحیح ہے کہ $\angle D = \angle R$ اور $\angle F = \angle P$

21۔ اگر دو مشابہ مثلثوں کے نظیری وسطانیوں میں 5:7 کی نسبت ہے۔ ان کے نظیری اضلاع کی نسبت معلوم کیجیے۔

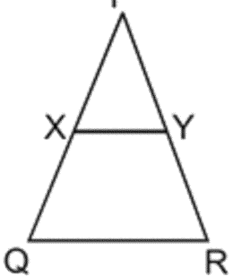
22۔ کسی ایرپورٹ سے ایک ہوائی جہاز 2100 km/h کی رفتار سے مغرب سمت میں جاتا ہے۔ اسی وقت دوسرا ہوائی جہاز 2000 km/h کی رفتار سے جنوب سمت میں جاتا ہے۔ ایک گھنٹے کے بعد دونوں جہازوں کے درمیان کتنا فاصلہ ہوگا؟

23۔ دو مشابہ مثلثوں ABC اور DEF کے رقبے بالترتیب $225\ cm^2$ اور $81\ cm^2$ ہیں۔ اگر مثلث ABC کا سب سے بڑا ضلع 30 cm ہو تو مثلث DEF کا سب سے بڑا ضلع معلوم کیجیے۔

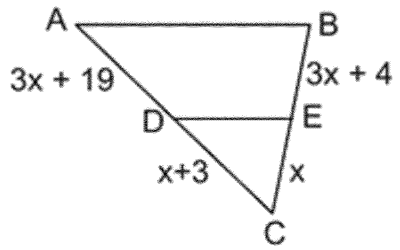
24۔ دی گئی شکل میں اگر $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ہے تو x کی قدر معلوم کیجیے۔



25۔ دی گئی شکل میں $XY \parallel QR$ اور $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ ہے۔ XY:QR معلوم کیجیے۔



26۔ دی گئی شکل میں x کی وہ قدر معلوم کیجیے جس سے DE||AB ہو جائے۔



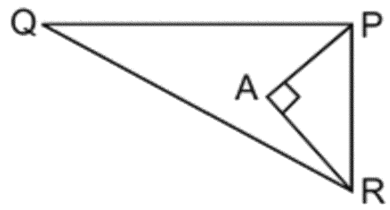
27۔ اگر $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، $BC = 3EF$ اور $ar(\Delta ABC) = 117\ cm^2$ ہے تو $area(\Delta DEF)$ معلوم کیجیے۔

28۔ ΔABC اور ΔDEF دو مشابہ مثلث ہیں۔ اگر $\angle A = 45°$، $\angle F = 56°$ ہو تو $\angle C$ معلوم کیجیے۔

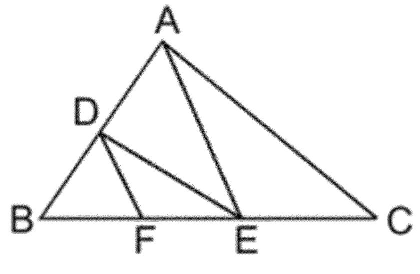
29۔ دو مشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع کی نسبت 2:3 ہے۔ اس کے نظیری ارتفاعات کی نسبت معلوم کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات (Type-I)

30۔ دی گئی شکل میں $PQ = 24\ cm$، $QR = 26\ cm$، $\angle PAR = 90°$، $PA = 6\ cm$ اور $AR = 8\ cm$ ہے۔ $\angle QPR$ معلوم کیجیے۔



31۔ دی گئی شکل میں DE||AC اور DF||AE

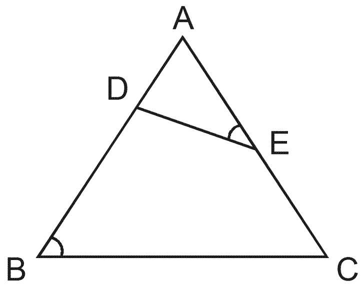


ثابت کیجیے: $\frac{FE}{BF} = \frac{EC}{BE}$

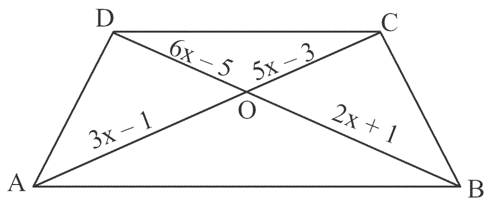
32۔ ΔABC میں $AD \perp BC$ اس طرح ہے کہ $AD^2 = BD \times CD$۔ ثابت کیجیے کہ ΔABC ایک قائم زاوی مثلث ہے

جس میں $\angle A = 90°$ ہے۔

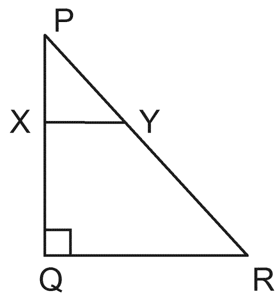
33۔ دی ہوئی شکل میں D اور E مثلث ABC کے اضلاع AB اور CA پر نقاط ہیں نیز $\angle AED = \angle B$ ہے۔ دکھائیے کہ $\Delta ABC \sim \Delta AED$



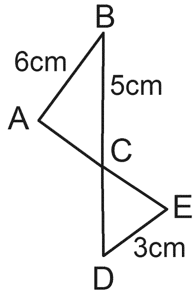
34۔ دی گئی شکل میں AB||DC اور وتر AC اور BD نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ اگر $OA = 3x - 1$، $OB = 2x + 1$، $OC = 5x - 3$ اور $OD = 6x - 5$ ہے تو x کی قدر معلوم کیجیے۔



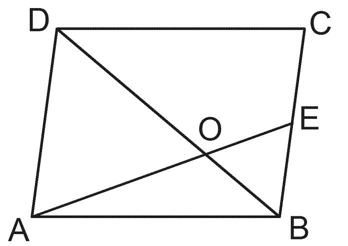
35۔ دی گئی شکل میں ΔPQR ایک قائم زاوی مثلث ہے جس کا $\angle Q = 90°$ اور XY||QR ہے۔ اگر $PQ = 6$ cm، $PY = 4$ cm اور $PX:XQ = 1:2$ ہو تو PR اور QR کی لمبائی معلوم کیجیے۔



36۔ شکل میں AB||DE ہے۔ CD کی لمبائی معلوم کیجیے۔



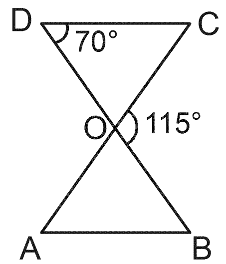
37۔ دی ہوئی شکل میں ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے۔ خط AE قطعہ خط BD کو 1:2 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔ اگر $BE = 1.5$ cm ہے تو BC معلوم کیجیے۔



38۔ دی گئی شکل میں $\Delta ODC \sim \Delta OBA$، $\angle BOC = 115°$ اور $\angle CDO = 70°$ ہے۔ معلوم کیجیے۔

(i $\angle DOC$ (ii $\angle DCO$

(iii $\angle OAB$ (iv $\angle OBA$

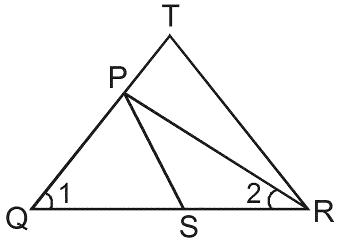


39۔ دو مساوی الاضلاع ΔABC اور ΔPQR کے احاطے بالترتیب 144cm اور 96cm ہیں۔

$ar(\Delta ABC) : ar(\Delta PQR)$ معلوم کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات (Type-II)

40۔ دی گئی شکل میں $\frac{QR}{QS}=\frac{QT}{PR}$ اور $\angle 1=\angle 2$ تو



ثابت کیجیے: $\Delta PQS \sim \Delta TQR$

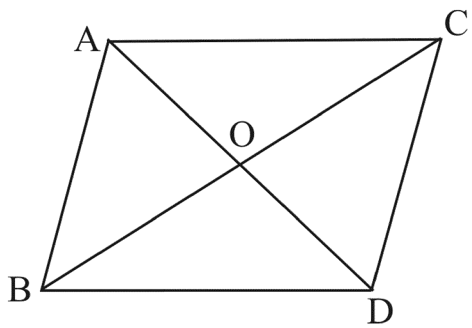
41۔ ΔABC ایک مساوی الاضلاع مثلث ہے جس میں $AD \perp BC$

ثابت کیجیے $3BC^2 = 4AD^2$

42۔ ΔABC میں $\angle ACB = 90^\circ$ اور $CD \perp AB$ ہے۔ ثابت کیجیے: $\frac{BC^2}{AC^2}=\frac{BD}{AD}$

43۔ دی گئی شکل میں ΔABC اور ΔDBC ایک ہی قاعدہ BC پر واقع ہے۔ AD اور BC ایک دوسرے کو O پر کاٹتے ہیں۔

ثابت کیجیے $\frac{\text{area}(\Delta ABC)}{\text{area}(\Delta DBC)}=\frac{AO}{DO}$

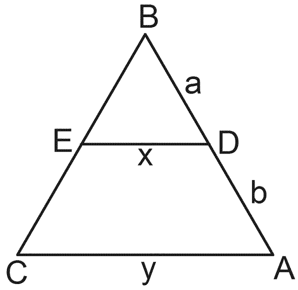


44۔ اگر AD اور PS بالترتیب ΔABC اور ΔPQR کے وسطانیے ہیں جہاں $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ثابت کیجیے: $\frac{AB}{PQ}=\frac{AD}{PS}$

45۔ دی گئی شکل میں DE||AC ہے۔ مندرجہ ذیل میں سے کیا صحیح ہے؟

$x = \frac{a+b}{ay}$ یا $x = \frac{ay}{a+b}$



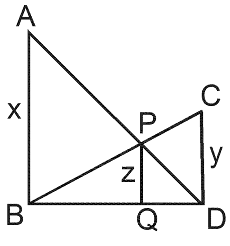
46۔ ثابت کیجیے کہ معین کے ضلعوں کے مربعوں کا حاصل جمع اس کے وتروں کے مربعوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا ہے۔
(CBSE-2019)

47۔ کسی گلی میں 6 میٹر اونچے کھمبے پر ایک بلب لگایا گیا ہے۔ ایک عورت جس کی اونچائی 1.5m ہے اس کے سائے کی لمبائی 3m ہے۔ معلوم کیجیے وہ عورت کھمبے سے کتنے دوری پر ہے۔ (NCERT Exempler)

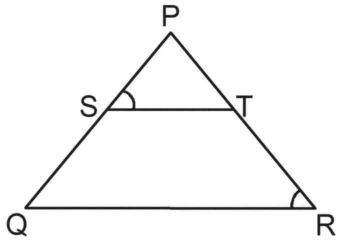
48۔ دو کھمبوں کی اونچائی a میٹر اور b میٹر ہے ان کے درمیان فاصلہ p میٹر ہے۔ ثابت کیجیے کہ ایک کھمبے کے اوپری سرے کو مقابل کھمبے کے نچلے سرے سے ملانے والے خطوں کے قطع کے نقطہ کی اونچائی $\frac{ab}{a+b}$ میٹر ہے۔

49۔ شکل میں AB||PQ||CD ہے۔ اکائی x = AB، اکائی y = CD اور اکائی z = PQ ہو تو ثابت کیجیے:

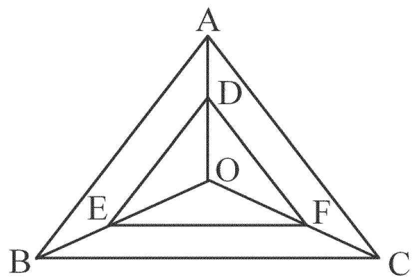
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$



50۔ دی گئی شکل میں $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ اور ∠PST=∠PRQ ہے۔ ثابت کیجیے کہ ΔPQR ایک مساوی الساقین مثلث ہے

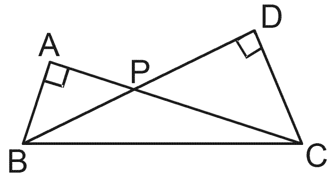


51۔ دی گئی شکل میں نقطہ O کو مثلث کے راسوں سے ملایا گیا ہے۔
نقطہ D جو AO پر واقع ہے سے DE||AB اور نقطہ E جو OB پر واقع ہے سے EF||BC کھینچی گئی
ثابت کیجیے DF||AC



52۔ دو مثلث BAC اور BDC بالترتیب A اور D پر قائم زاوی ہیں۔ ان دونوں مثلثوں کا قاعدہ BC ہے ور دونوں BC کے ایک ہی طرف بنائے گئے ہیں۔ اگر AC اور BD نقطہ P پر قطع کرتے ہیں تو ثابت کیجیے:

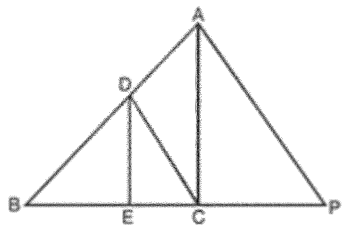
$$AP \times PC = DP \times PB$$



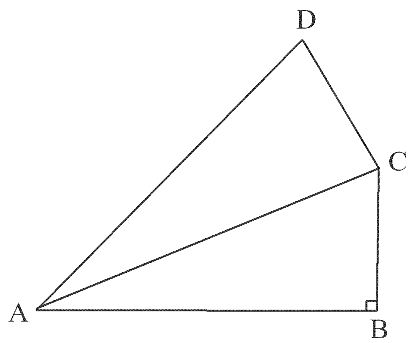
53۔ کسی قائم زاوی مثلث کا وتر 25 cm ہے۔ باقی بچے ہوئے دو اضلاع میں سے بڑا والا ضلع چھوٹے والے ضلع سے 5 cm بڑا ہے۔ باقی دونوں ضلعوں کی لمبائیاں معلوم کیجیے۔

طویل جواب والے سوالات

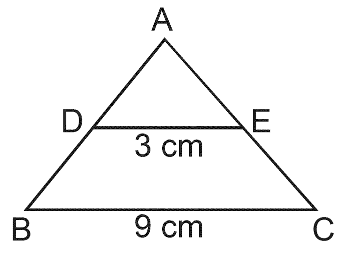
54۔ دی ہوئی شکل میں DE‖AC اور $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ ہے۔ثابت کیجیے کہ DC‖AP ہے۔



55۔ چارضلعی ABCD میں $\angle B = 90°$ اور $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$ ہے۔ثابت کیجیے کہ $\angle ACD = 90°$



56۔ شکل میں $DE \parallel BC$، $DE = 3cm$، $BC = 9cm$ اور $ar(\Delta ADE) = 30\ cm^2$ ہے۔منحرف BCED کا رقبہ معلوم کیجیے۔



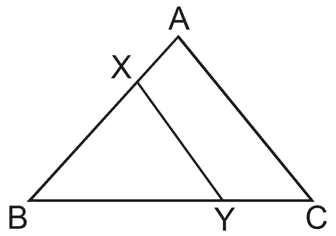
57۔ ΔABC ایک مساوی الاضلاع مثلث ہے۔اس کے ضلع BC پر نقطہ D اس طرح لیا گیا ہے کہ $BD = \frac{1}{3} BC$ ہے۔ ثابت کیجیے کہ $9AD^2 = 7AB^2$ (CBSE-2018)

58۔ ΔPQR میں $PD \perp QR$ اور نقطہ D، QR پر ہے۔ اگر $PQ = a$، $PR = b$، $QD = c$ اور $DR = d$ ہو نیز a، b، c، d مثبت اکائیاں ہیں تو ثابت کیجیے: $(a + b)(a - b) = (c + d)(c - d)$

(CBSE-2010, 2018, 2019)

59۔ ثابت کیجیے دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری اضلاع کے مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔

60۔ دی گئی شکل میں ΔABC میں قطعہ خط XY، AC کے متوازی ہے۔ اگر XY مثلث کو دو مساوی رقبوں والے حصوں میں تقسیم کرتا ہے تو ثابت کیجیے: $\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$



61۔ متوازی الاضلاع ABC کے راس D سے ایک خط کھینچا گیا ہے جو ضلع BA اور BC کو بڑھانے پر بالترتیب E اور F پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کیجیے کہ $\frac{DA}{AE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD}$

62۔ ثابت کیجیے کہ مثلث میں ایک ضلع کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کے حاصل جمع کے مساوی ہو تو پہلے ضلع کے سامنے والا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

63۔ کسی قائم مثلث میں وتر کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کی حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔ ثابت کیجیے۔

64۔ اگر مثلث کے ایک ضلع کے متوازی کوئی خط کھینچا جائے تو وہ باقی دو اضلاع کو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے اور وہ دو اضلاع ایک ہی نسبت میں منقسم ہوتے ہیں۔ ثابت کیجیے۔

جوابات

1۔ (i) مشابہ

(ii) $\frac{AB}{FE} = \frac{BC}{ED}$

(iii) متماثل

(iv) مساوی (برابر)

(v) قائم زاوی

2۔ (i) غلط (ii) غلط (iii) صحیح (iv) صحیح (v) صحیح

3۔ (a)—(iii) AAA مشابہت

(b)—(iv) SSS مشابہت

(c)—(i) SAS مشابہت

4۔ (b) $xy = \frac{1}{3}QR$

5۔ (a) 15 اکائی

6۔ (c) نظیری اضلاع کے مربعوں کی نسبت

7۔ (c) 12cm

8۔ (a) $\frac{1}{P^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

9۔ (b) $25cm^2$

10۔ (d) 90°

11۔ (b) 12cm

12۔ (b) 10cm

13۔ (c) BC. DE = AB. EF

16۔ نہیں کیونکہ $(12)^2 + (16)^2 \neq (18)^2$

17۔ 10cm

18۔ $\Delta KLM \sim \Delta KPN$

$$\frac{x}{a} = \frac{c}{b+c}$$

$$x = \frac{ac}{b+c}$$

19۔

$$\frac{AK}{AC} = \frac{HK}{BC}$$

$$\frac{10}{AC} = \frac{7}{3.5}$$

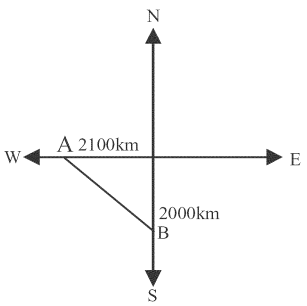
$$AC = 5cm$$

20۔ $\angle D = \angle R$ (صحیح)

$\angle F = \angle P$ (غلط)

21۔ 5:7

22۔



$$AB = \sqrt{(2100)^2 + (2000)^2}$$
$$= 2900\,km$$

23۔ مانا ΔDEF کا سب سے بڑا ضلع x cm ہے۔

$$\frac{225}{81} = \left(\frac{30}{x}\right)^2$$

$$x = 18cm$$

24۔

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$$

$$\frac{6}{4.5} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 3cm$$

25۔
$\Delta pxy \sim \Delta PQR$
$$\frac{PX}{PQ} = \frac{xy}{QR} = 1:3$$

26۔
$$\frac{x+3}{3x+19} = \frac{x}{3x+4}$$
$x = 2$

27۔
$$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta DEF)} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{3EF}{EF}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2$$
$$\frac{117}{ar(\Delta DEF)} = 9$$
$\Rightarrow ar\,\Delta DEF) = 13cm^2$

28۔ $\angle F = \angle C = 56°$

29۔ 2:3

30۔ $PR = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10\,cm$

کیونکہ $QR^2 = PQ^2 + PR^2$ اس لیے $\angle QPR = 90°$

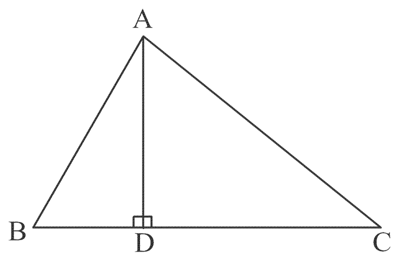
31۔ $DE \parallel AC$ $\quad \frac{AD}{DB} = \frac{EC}{BE}$ ——(1) [B.P.T سے]

$DF \parallel AE$ $\quad \frac{AD}{DB} = \frac{FE}{BF}$ ——(2) [B.P.T سے]

(1) اور (2) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔
$$\frac{EC}{BE} = \frac{FE}{BF}$$

32۔ ΔADC میں $\quad AD^2 = AC^2 - DC^2$ ——(1)

ΔADB میں $\quad AD^2 = AB^2 - BD^2$ ——(2)



(1) اور (2) کو جوڑنے پر

$2AD^2 = AC^2 + AB^2 - DC^2 - BD^2$

$2AD^2 + DC^2 = AC^2 + BB^2$

$2BD \times CD + BD^2 + DC^2 = AC^2 + AB^2$

$(BD+DC)^2 = AC^2 + AB^2$

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

فیثا غورث مسئلہ کے معکوس سے ΔABC ایک قائم زاوی مثلث ہے۔

33۔ $<B = <AED$ (دیا ہے)

$<A=<A$ (مشترک)

$\Delta ABC \sim \Delta AED$ (AA مشابہت کی شرط سے)

34۔ $\frac{3x-1}{5x-3} = \frac{2x-1}{6x-2}$

$x = \frac{1}{2}$ یا 2

$x = \frac{1}{2}$ کو نظر انداز کرنے پر کیونکہ $(5x-3)$ منفی ہوگا

$x = 2$ صحیح حل ہے۔

35۔ $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{YR}$

YR = 8cm

PR = 8+4 = 12cm

$QR = \sqrt{(12)^2 - (6)^2} = 6\sqrt{3}$

36۔ $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ (AA مشابہت)

$\frac{6}{3} = \frac{5}{CD}$

CD = 2.5 cm

37۔ $\Delta BOE \sim \Delta DOA$ [AA مشابہت سے]

$\frac{BO}{DO} = \frac{BE}{DA}$

DA = 3cm

BC = DA = 3cm (متوازی الاضلاع کے مقابل اضلاع برابر ہوتے ہیں)

38۔ (i) 65° (ii) 45° (iii) 45° (iv) 70°

39۔ $\frac{or(\Delta ABC)}{or(\Delta ABC)} = \left(\frac{144}{96}\right)^2 = \frac{9}{4}$

or (ΔABC): or (ΔPQR) = 9:4

40۔ ΔPQR میں

$< 1 = < 2$

$$PR = PQ$$

$$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PQ}$$

$<1 = <1$ (مشترک)

$\Delta PQS \sim \Delta TQR$ (SAS مشابہت)

41۔ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$

$$BD = DC$$

$$BD = \frac{1}{2} BC \text{ --- } (1)$$

قائم ΔADB میں

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$BC^2 = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$3BD^2 = 4AD^2$$

42۔ $\Delta ABC \sim \Delta CBD$

$$BC^2 = AB.\ BD \text{ ——} (1)$$

$$\Delta ABC \sim \Delta ACD$$

$$AC^2 = AB.\ AD \text{ ——} (2)$$

(1) کو (2) سے تقسیم کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$$

43۔ $A\times \perp BC$ اور $DY \perp BC$ کھینچیے۔

$$\frac{or(\Delta ABC)}{or(\Delta DBC)} = \frac{\frac{1}{2} + BC \times AX}{\frac{1}{2} \times BC \times DY} = \frac{AX}{DY} \quad (1)$$

$\Delta A\times O \sim \Delta DYO$ (AA مشابہت سے)

$$\frac{AX}{DY} = \frac{AO}{DO} \quad (2)$$

(1) اور (2) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\frac{or(\Delta ABC)}{or(\Delta DBC)} = \frac{AO}{DO}$$

44۔ کیونکہ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

اس لیے $<B = <Q$

$$\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}QR}=\frac{BD}{QS}$$

ΔABD اور ΔPQS میں

$$\frac{AB}{PQ}=\frac{BD}{QS} \quad <B=<Q$$

$\Delta ABD \sim \Delta PQR$ (SASمشابہت)

اس لیے $\frac{AB}{PQ}=\frac{AD}{QS}$ (C.P.S.T)

45۔ $\Delta BED \sim \Delta BCA$

$$\frac{x}{y}=\frac{a}{a+b}$$

$$x=\frac{ay}{a+b}$$

46۔ قائم ΔAOB میں فیثاغورث مسئلہ سے $AB^2 = OA^2 + OB^2$ ——(1)

قائم ΔBOC میں فیثاغورث مسئلہ سے $BC^2 = OB^2 + OC^2$ ——(2)

قائم ΔCOD میں فیثاغورث مسئلہ سے $CD^2 = OC^2 + OD^2$ ——(3)

قائم ΔDOA میں فیثاغورث مسئلہ سے $DA^2 = OD^2 + OA^2$ ——(4)

(1) (2) (3) اور (4) کو جوڑنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$AB^2+BC^2+CD^2+DA^2 = 2OA^2 + 2OB^2 + 2OC^2 + 2OD^2$$

$$=2\left[\frac{1}{2}AC\right]^2+2\left[\frac{1}{2}BD\right]^2+2\left[\frac{1}{2}AC\right]^2+2\left[\frac{1}{2}BD\right]^1$$

[معین کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔]

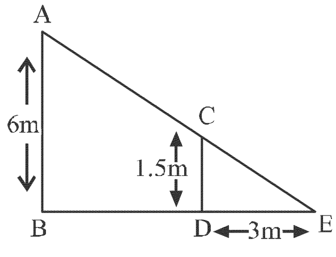
$$=AC^2 + BD^2$$

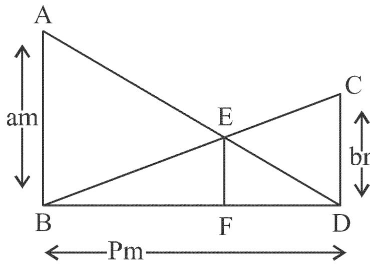
47۔ $\Delta ABE \sim \Delta CDE$ (AAمشابہت)

$$\frac{AB}{CD}=\frac{BE}{DE}$$

$$\frac{6}{1.5}=\frac{3+BD}{3}$$

$BD = 9m$





48۔ ثابت کرنا ہے: $EF=\frac{ab}{a+b}$

حل $AB \parallel EF \parallel DC$

$\Delta EFC \sim \Delta ABC$

$\frac{EF}{AB}=\frac{FC}{BC}$ (1)

$\Delta BFE \sim \Delta BCD$

$\frac{EF}{CD}=\frac{BF}{BC}$ (2)

(1) اور (2) کو جوڑنے پر

$\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=\frac{FC}{BC}+\frac{BF}{BC}$

$EF\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{a}\right]=1$

$EF=\frac{ab}{a+b}$

49۔ Q.48 کی طرح

50۔ $\frac{PS}{SQ}=\frac{PT}{TR}$

B.P.T کے معکوس سے $ST \parallel QR$

$<PQR = <PST$ (متبادل اندرونی زاویے)

لیکن $<PST = <PRQ$

$<PQR = <PRQ$

$PQ = PR$

ΔPQR ایک مساوی الساقین مثلث ہے۔

51۔ ΔOAB میں (1) $\frac{OD}{DA}=\frac{OE}{EB}$ (B.P.T سے)

ΔOBC میں (2) $\frac{OE}{EB}=\frac{OF}{FC}$ (B.P.T سے)

(1) اور (2) سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{OD}{DA} = \frac{OF}{FC}$$

B.P.T کے معکوس سے DF||AC

52۔ $\Delta APB \sim \Delta DPC$ (AA مشابہت سے)

$$\frac{AP}{DP} = \frac{PB}{PC} \quad \text{(C.P.S.T)}$$

$$AP.PC = DP.PB$$

53۔ مانا وتر کے علاوہ قائم زاوی مثلث کے اضلاع x اور $(x+5)$cm ہیں۔

فیثاغورث مسئلہ سے

$$(x)^2 + (x+5)^2 = (25)^2$$

$$x = 15 \text{ یا } -20$$

لیکن ضلع ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اس لیے $x = 15$cm

دونوں اضلاع کی لمبائیاں 15cm اور 20cm ہیں۔

54۔ سوال نمبر 31 کی طرح حل کیجیے۔

55۔ ΔABC میں $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ——(1)

دیا ہے $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$

مساوات (1) سے $AD^2 = AC^2 + CD^2$

فیثاغورث کے معکوس سے $\angle ACD = 90°$

56۔ $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

$$\frac{ar(\Delta ADE)}{ar(\Delta ABC)} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2$$

$$\frac{30}{ar(\Delta ABC)} = \left(\frac{3}{9}\right)^2$$

$$ar(\Delta ABC) = 270 \text{ cm}^2$$

$$ar(BCED) = ar(\Delta ABC) - ar(\Delta ADE)$$

$$= 270 - 30 = 240 cm^2$$

57۔ $AE \perp BC$ کھینچئے

$$\Delta ABE \cong \Delta ACE$$

$$BE = CE \Rightarrow BE = \frac{1}{2} BC$$

قائم ΔAED میں $AE^2 = AD^2 - DE^2$ ——(1)

قائم ΔAEB میں $AE^2 = AB^2 - BE^2$ ——(2)

(1)اور(2) سے

$$AD^2 - DE^2 = AB^2 - BE^2$$

$$AD^2 - (BE - BD)^2 = BC^2 - \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$$

$$AD^2 - \left[\frac{1}{2}BC - \frac{1}{3}BC\right]^2 = BC^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$9AD^2 = 7AB^2$$

58۔ قائم ΔPDQ میں

$PD^2 = a^2 - c^2$ ——(1)

ΔPDR میں $PD^2 = b^2 - d^2$ ——(2)

(1) اور(2) سے

$$a^2 - c^2 = b^2 - d^2$$

$$a^2 - b^2 = c^2 - d^2$$

$$(a-b)(a+b) = (c-d)(c+d)$$

59۔ NCERT کا مسئلہ 6.6

60۔ دیا ہے $ar(ABXY) = ar(AXYC)$

$$ar(\Delta ABC) = ar(\Delta BXY) + ar(AXYC)$$

$$= 2\, ar(\Delta BXY)$$

$$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta BXY)} = \frac{2}{1}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta XBY$$

$$\left(\frac{AB}{XB}\right)^2 = \frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta BXY)}$$

$$\frac{AB}{XB} = \sqrt{2}$$

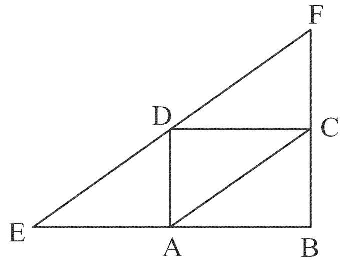
$$\frac{XB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{XB}{AB} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{AB - XB}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

61۔ $\Delta EAD \sim \Delta EBF$



$$\frac{EA}{EB} = \frac{AD}{BF}$$

$$\frac{BF}{BE} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{BF}{BE} = \frac{AD}{AE} = \frac{BF - AD}{BE - AE} = \frac{BF - BC}{BA}$$

$$= \frac{CF}{DC}$$

62۔ NCERT، مسئلہ نمبر 6.9

63۔ NCERT، مسئلہ نمبر 6.8

64۔ NCERT، مسئلہ نمبر 6.1

مشقی جانچ

مثلث

کل نمبر:20 | وقت:1 گھنٹہ

1۔ اگر دو مشابہ مثلثوں کے نظیری اضلاع کی نسبت 8:10 ہے تو ان کے رقبوں کی نسبت 1

2۔ دو مثلثوں ABC اور PQR میں $\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{RP} = \frac{CA}{PQ}$ ہو تو 1

(a) $\Delta PQR \sim \Delta CAB$

(b) $\Delta PQR \sim \Delta ABC$

(c) $\Delta CBA \sim \Delta PQR$

(d) $\Delta BCA \sim \Delta PQR$

3۔ ΔABC ایک مساوی الساقین قائم زاوی مثلث ہے جس میں $\angle C=90°$ تو $AB^2 =$ 1

(a) AC^2 (b) $2AC^2$ (c) $4AC^2$ (d) $3AC^2$

4۔ ΔABC کے قاعدے BC کے متوازی ایک خط DE کھینچا گیا جو AB کو D اور AC کو E پر قطع کرتا ہے۔ 1

اگر $\frac{AB}{BD} = 4$ اور $CE = 2cm$ ہو تو AE کی لمبائی معلوم کیجیے۔

5۔ ایک معین نما کھیت کے وتروں کی لمبائیاں 32m اور 24m ہیں۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔ 2

6۔ ایک آدمی 24m مغرب کی طرف چلتا ہے اس کے بعد 10m شمال کی جانب چلتا ہے وہ شروعاتی مقام سے کتنی دوری پر ہے۔ 2

7۔ بنیادی تناسب مسئلہ کے معکوس کا استعمال کرتے ہوئے ثابت کیجیے کہ مثلث کے دو اضلاع کے وسطی نقطوں کو ملانے والا خط مثلث کے تیسرے ضلع کے متوازی ہوتا ہے۔ 2

8۔ متوازی الاضلاع ABCD کے ضلع AD کو آگے بڑھانے پر نقطہ E ملتا ہے۔ BE ضلع CD کو F پر قطع کرتا ہے۔ 3

دکھایئے کہ $\Delta ABE \sim \Delta CFB$

9۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث ABC میں، $AD \perp BC$ ہے۔ 3

ثابت کیجیے۔ $3AB^2 = 4AD^2$

10۔ بنیادی تناسبیت کا مسئلہ بیان کیجیے اور ثابت بھی کیجیے۔ 4

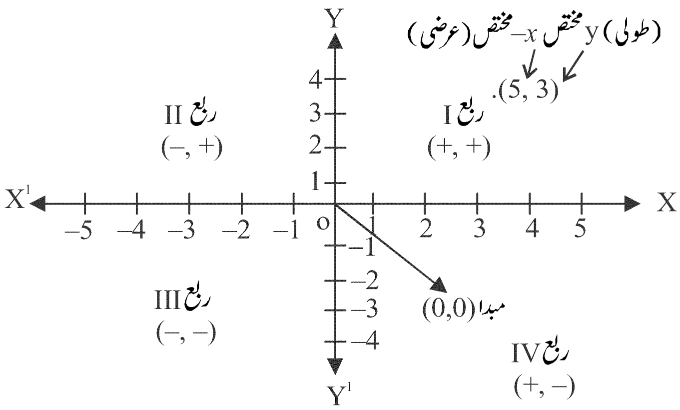
باب 7

مختص جیومیٹری

(Co-ordinate Geometry)

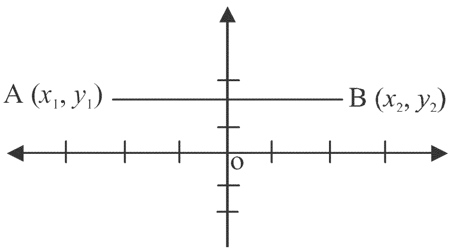
اهم نکات:

جیومیٹری کا وہ نظام جہاں نقطوں کی حالت کو مستوی میں ظاہر کرنے کے لیے عددی جوڑے کا استعمال کیا جاتا ہے۔



فاصلہ فارمولا

← دو نقطوں کے درمیان فاصلہ ناپنا



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

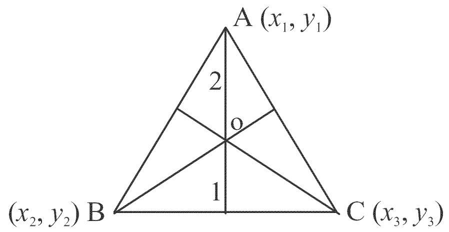
(A اور B کے درمیان فاصلہ)

← نقطہ (x, y) کا مبدا سے فاصلہ = $\sqrt{x^2 + y^2}$

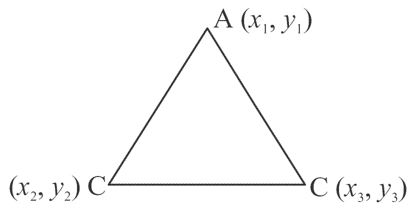
← وسطی نقطہ کے مختصات

دونقطوں $A(x_1, y_1)$ اور $B(x_2, y_2)$ کو ملانے والے خط کے وسطی نقطہ کے مختصات = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

← مثلث کے مرکزی ثقل کے مختصات = $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$



← مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}[x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$



← اگر مثلث کا رقبہ صفر ہو تو نقطے ہم خط ہوتے ہیں۔

مختصر ترین جواب والے سوالات

خالی جگہیں پر کیجیے۔

1۔ کسی نقطہ کا y– محور سے فاصلہ............................کہلاتا ہے۔

2۔ کسی نقطہ کا x– محور فاصلہ............................کہلاتا ہے۔

3۔ نقطہ (5, 0)........................محور پر واقع ہوگا۔

4۔ ایک نقطہ جو y محور پر واقع ہے........................کی شکل کا ہوتا ہے۔

5۔ ax + by + c = 0 کی شکل کی خطی مساوات کو گراف پر ظاہر کرنے پر ایک........................ملتا ہے۔

6۔ نقطہ P (x, y) کا مبدا سے فاصلہ.....................................

7۔ نقطہ P کی y– محور سے دوری 3 اکائی ہے اور یہ x محور پر y– محور کے بائیں طرف واقع ہے۔P کے مختصات ہیں۔

(a) (3, 0) (b) (0, 3) (c) (–3, 0) (d) (0, –3)

8۔ y محور سے نقطہ P (–2, 3) کا فاصلہ ہے۔

(a) 3 اکائی (b) 2 اکائی (c) –2 اکائی (d) $\sqrt{13}$ اکائی

9۔ دو نقطوں کے مختصات (6, 0) اور (0,–8) ہیں۔انکو ملانے والے قطعہ خط کے وسطی نقطہ کے مختصات ہیں۔

(a) (3, 4) (b) (3, –4) (c) (0, 0) (d) (–4, 3)

10۔ اگر نقطوں P (4, 0) اور Q(0,x) کے درمیان کا فاصلہ 5 اکائی ہے تو x کی قدر ہے۔

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

11۔ اس نقطہ کے مختصات معلوم کیجیے جہاں خط $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 7$ ، y محور کو قطع کرتی ہے۔

(a) (a, 0) (b) (0, b) (c) (0, 7b) (d) (2a, o)

12۔ ایک مثلث ABO جس کے راسوں کے مختصات A (4, 0) B (0, –7) 0 (0, 0) ہیں کا رقبہ ہوگا۔

(a) 11 مربعہ اکائی (b) 18 مربع اکائی

(c) 28 مربع اکائی (d) 14 مربع اکائی

13۔ دو نقاط $P\left(\frac{-11}{3}, 5\right)$ اور $Q\left(\frac{-2}{3}, 5\right)$ کے درمیان فاصلہ ہے۔

(a) 6 اکائی (b) 4 اکائی (c) 3 اکائی (d) 2 اکائی

14۔ دو نقاط جن کے مختصات (5cos35°, 0) اور (0, 5cos55°) ہیں ان کے درمیان فاصلہ ہے۔

(a) 10 اکائی (b) 5 اکائی (c) 1 اکائی (d) 2 اکائی

15۔ مثلث ABC کے راس A کے مختصات (–4,2) ہیں۔اور ایک نقطہ D جو BC کا وسطی نقطہ ہے اس کے مختصات (2,5) ہیں۔ΔABC کے مرکزی ثقل کے مختصات ہوں گے۔

(a) (0, 4) (b) $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$ (c) $\left(-2, \frac{7}{3}\right)$ (d) (0, 2)

16۔ دوخطوط $2x+4 = 0$ اور $x-5 = 0$ کے درمیان کا فاصلہ ہے۔

(a) 9 اکائی (b) 1 اکائی (c) 5 اکائی (d) 7 اکائی

17۔ ایک مثلث جس کے راسوں کے مختصات (0,0)، (2,0) اور (0,2) ہیں۔ اس کا احاطہ ہے۔

(a) 4اکائی (b) 6اکائی (c) $6\sqrt{2}$ اکائی (d) $\left(4+2\sqrt{2}\right)$ اکائی

18۔ اگر (9,a)، (b, –4) اور (7, 8) سے بننے والے مثلث کے مرکزی ثقل کے مختصات (6, 8) ہیں تو a اور b کی قدر ہے۔

(a) b = 5, a = 4 (b) a = 5, b = 4

(c) a = 5, b = 2 (d) a = 3, b = 2

19۔ نقطہ P (–4, 2)، نقاط A (–4, 6) اور B(–4, –6) کو ملانے والے قطعہ خط پر واقع ہے۔ (صحیح/غلط)

20۔ نقاط (0,5)، (0, –9) اور (3,6) ہم خط ہیں۔ (صحیح/غلط)

مختصر جواب والے سوالات (Type - I)

21۔ p کی کس قدر کے لیے نقاط (2,1)، (p,–1) اور (–1,3) ہم خط ہیں؟

22۔ مثلث PQR کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے راس P(–5,7)، Q(–4,–5) اور R(4,5) ہیں۔

23۔ ان نقطوں کے مختصات معلوم کیجیے جو (–1,2) اور (–3,4) کو ملانے والے قطعہ خط کو تین برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔

24۔ کسی مثلث کے اضلاع کے وسطی نقاط (3,4)، (4,1) اور (2,0) ہیں۔ مثلث کے راس معلوم کیجیے۔

25۔ x کی قدر معلوم کیجیے اگر نقاط A(4,3) اور B(x ,5) ایک دائرہ پر واقع ہوں جس کا مرکز (2,3) ہے۔

26۔ وہ نسبت معلوم کیجیے جس میں x- محور نقاط (6,4) اور (1,–7) کو ملانے والے قطعہ خط کو تقسیم کرتا ہے۔

27۔ ثابت کیجیے نقاط (–2,3)، (8,3) اور (6,7) کسی قائم زاوی مثلث کے راس ہیں۔

28۔ y– محور پر وہ نقطہ معلوم کیجیے جس کا نقاط (2,–5) اور (–2,3) سے فاصلہ مساوی ہے۔

29۔ وہ نسبت معلوم کیجیے جس میں y- محور نقاط A(5,–6) اور B(–1, –4) کو ملانے والے قطعہ خط کو تقسیم کرتا ہے۔

30۔ اس مثلث کے مرکز ثقل کے مختصات معلوم کیجیے جس کے راس (3,–5)، (–7,4) اور (10,–2) ہیں۔

31۔ x اور y کے درمیان تعلق بتائیے اگر نقطہ (x,y) کا نقاط (7,1) اور (3,5) سے فاصلہ مساوی ہے۔

32۔ وہ نسبت معلوم کیجیے جس میں x- محور نقاط (3–,1) اور (4,5) کو ملانے والے خط کو تقسیم کرتا ہے۔ x- محور پر واقع اس نقطہ کے مختصات بھی معلوم کیجیے۔

33۔ a کی قدر معلوم کیجیے اگر نقاط (3,5) اور (7,1)، نقطہ (a,0) سے مساوی فاصلہ پر واقع ہیں۔

34۔ x اور y کے درمیان تعلق معلوم کیجیے اگر نقطہ $A(x,y)$، (4,6–) اور $C(-2, 3)$ ہم خط ہیں۔

35۔ اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے راسوں کے مختصات (1,–1)، (4,6–) اور (3,–5–) ہیں۔

36۔ نقاط $A(-5,6)$، $B(-4,-2)$ اور $C(7,5)$ سے بننے والے مثلث کی قسم بتائیے۔ (NCERT- Exempler)

37۔ x- محور پر واقع نقطہ کے مختصات معلوم کیجیے جو نقطہ (7,–4) سے $2\sqrt{5}$ اکائی کے فاصلہ پر ہے، اس طرح کے کتنے نقطے ہوں گے۔(NCERT- Exempler)

38۔ نقاط $A(2,-2)$، $B(7,3)$، $C(11,-1)$ اور $D(6,-6)$ کو اسی ترتیب میں لے کر بننے والے چار ضلعی کا نام بتائیے۔

39۔ x محور پر نقطہ Q کے مختصات معلوم کیجیے جو نقاط $A(-2,-5)$ اور $B(2,-4)$ کو ملانے والے قطعہ خط کے عمودی ناصف پر واقع ہے۔ نقطوں A,Q اور B سے بننے والے مثلث کی قسم بتائیں۔

40۔ اگر نقطہ P اور Q نقاط $A(2,-2)$ اور $B(-7,4)$ کو ملانے والے قطعہ خط کو تین مساوی حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ P نقطہ A سے قریب ہے تو P اور Q کے مختصات معلوم کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات(Type-II)

41۔ اگر نقاط $A(2,1)$، $B(5,-8)$ کو ملانے والے قطعہ خط کو نقطہ P اور Q تین مساوی حصوں میں اس طرح تقسیم کرتے ہیں کہ نقطہ P، A کے نزدیک ہے۔ اگر P ایک خط $2x - y + k = 0$ پر بھی واقع ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

42۔ وہ نسبت معلوم کیجیے جس میں خط $x-3y = 0$ نقاط (2,–5–) اور (6,3) کو ملانے والے قطعہ خط کو تقسیم کرتا ہے۔ قاطع نقطہ کے مختصات بھی معلوم کیجیے۔

43۔ نقطہ A، نقاط x(6,−6) اور y(−1,−4) کو ملانے والے قطعہ خط پر اس طرح واقع ہے کہ $\frac{XA}{XY} = \frac{2}{5}$ ہے۔ اگر نقطہ A خط $3x+k(y+1) = 0$ پر بھی واقع ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

44۔ اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے جو نقطوں A(0,−1)، B(2,1) اور C(0,3) سے بننے والے مثلث کے وسطی نقطوں کو ملانے سے حاصل ہوتا ہے۔

45۔ k کی قدر معلوم کیجیے اگر ABC کے راس A(k+1,1) B(4,−3) اور C(7,−k) ہیں اور مثلث کا رقبہ 6 اکائی ہے۔

46۔ نقطہ P، نقاط A(2,1) اور B(5,−8) کو ملانے قطعہ خط کو اس طرح تقسیم کرتا ہے کہ $\frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$ ہے۔ اگر P خط $2x-y+k=0$ پر واقع ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

47۔ x- محور پر واقع ایک نقطہ P، نقاط A(4,5) اور B(1,−3) کو ملانے والے قطعہ خط کو کسی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔ P کے مختصات معلوم کیجیے۔

48۔ قائم زاوی مثلث ABC میں $\angle B=90°$ اور اکائی $AB = \sqrt{34}$ ہے نقطہ B اور C کے مختصات بالترتیب (4,2) اور (−1,y) ہیں۔ اگر مثلث ABC کا رقبہ 17 مربع اکائی ہے تو y کی قدر معلوم کیجیے۔

49۔ اگر A(−3,2)، B(x,y) اور C(1,4) ایک مساوی الساقین مثلث کے راس ہیں اور AB=BC ہے تو $(2x+y)$ کی قدر معلوم کیجیے۔

50۔ اگر نقطہ P(3,4) نقاط A(a+b, b−a) اور B(a−b, a+b) سے مساوی دوری پر ہے تو ثابت کیجیے کہ $3b-4a = 0$

طویل جواب والے سوالات

51۔ A(−5,7), B(−4,−5), C(−1,−6) اور D(4,5) ایک چار ضلعی ABCD کے راس ہیں۔ ABCD کا رقبہ معلوم کیجیے۔

52۔ اگر نقطہ $P(x,y)$ نقاط A(a,o) اور B(o,b) کو ملانے والے قطعہ خط پر واقع ہو تو ثابت کیجیے۔ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

53۔ اگر نقاط P(x,y)، Q(−5,−2) اور R(3,−5) ہم خط ہوں تو ثابت کیجیے کہ $3x+8y+31= 0$

54۔ x اور y کے درمیان تعلق معلوم کیجیے اگر A(x,y)، B(−2,3) اور C(2,1) ایک مساوی الساقین مثلث ہو جس میں AB=AC ہے۔

55۔ ثابت کیجیے کہ نقطہ $(x, \sqrt{1-x^2})$ کا مبدا سے فاصلہ 1 اکائی ہے۔

56۔ اگر نقطہ R(x,y)، نقاط A(a,b) اور B(b,a) کو ملانے والے قطعہ خط پر واقع ہو تو دکھایئے کہ $x+y = a+b$

57۔ اگر نقطے P(a,b)، Q(c,d) اور R(a–c,b–d) ہم خط ہیں تو دکھایئے کہ bc = ad

58۔ اس مثلث کے محیطی مرکز (Circum centre) کے مختصات معلوم کیجیے جس کے راسوں کے مختصات (3,7)، (0,6) اور (–1,5) ہیں۔ محیطی نصف قطر (Circum radius) بھی معلوم کیجیے۔

59۔ مثلث PQR میں Q,P اور R کے مختصات بالترتیب (3,2)، (6,4) اور (9,3) ہیں۔ مرکزی ثقل G کے مختصات معلوم کیجیے ΔPQG اور ΔPRG کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔

60۔ اگر نقاط (5,4) اور (x,y) کا نقطہ (4,5) سے فاصلہ مساوی ہے تو ثابت کیجیے $x^2+y^2-8x-10y+39 = 0$

جوابات اور اشارے

1۔ عرضی مختص

2۔ y– مختص

3۔ x– محور

4۔ (0,y)

5۔ سادہ خط

6۔ $\sqrt{x^2 + x^2}$

7۔ (c) (–3,0)

8۔ (a) 3 اکائی

9۔ (b) (3, –4)

10۔ (b) 3

11۔ (c) (0, 7b)

12۔ (d) 14 مربع اکائی

13۔ (c) 3 اکائی

14۔ (b) 5 اکائی

15۔ (a) (0,4)

16۔ (d) 7 اکائی

17۔ (d) $(4+2\sqrt{2})$ اکائی

18۔ (d) b = 2, a = 20

19۔ غلط

20۔ غلط

21۔ P=3

22۔ 25 مربع اکائی

23۔

AP:PB = 1:2

AQ:QB = 2:1

$P\left(\frac{-1}{3},0\right)$, $Q\left(\frac{-5}{3},2\right)$

24۔ $\frac{y_1+y_2}{2}=4$, $\frac{x_1+x_2}{2}=3$

$y_1+y_2=8$ ، $x_1+x_2=6$

اسی طرح

$y_1+y_3=2$ ، $x_1+x_3=8$

$x_2+x_3=4$, $y_2+y_3=0$

حل کرنے پر

$y_1 = 3$ ، $x_1 = 1$

$y_2 = 5$ ، $x_2 = 5$

$y_3 = -3$ ، $x_3 = 3$

A(1,3) , B(5,5) , C(3,–3)

25۔ $x = 0$

26۔ 4 :7

27۔ فیثاغورث مسئلہ اور فاصلہ فارمولہ استعمال کر کے

28۔ y = 4

29۔ 5:1

30۔ (2,–1)

31۔ $x - y = 2$

32۔ 3:5 $\left(\frac{17}{8}, 0\right)$

33۔ a = 2

34۔ $3x = -2y$

35۔ 28 مربع اکائی

36۔ فاصلہ فارمولا کا استعمال کر کے مختلف الاضلاع مثلث

37۔ $x = 1, x = -15$

دو نقطہ ہوں گے

38۔ معین

39۔ فاصلہ فارمولا اور وسطی نقطہ کا فارمولا

$Q\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$ ، مساوی الساقین مثلث

40۔ $P(-1,0)$, $(-4,2)$

41۔ $P(3,-2)$

$x = 3$ ، $y = -2$ مساوات میں رکھنے پر $k = -8$

42۔ مانا $P(x,y)$ نقطہ ہے اور نسبت m:n ہے۔

تو $x = \frac{6n - 2m}{m + n}$, $y = \frac{3n - 5m}{m + n}$ (1)

خط کی مساوات سے $x = 3y \Rightarrow \frac{x}{y} = 3$

مساوات(1) میں رکھنے پر

m : n = 3 : 13

$P(x,y) = \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

43۔ $\frac{2}{3} = \frac{XA}{AY}$

مانا A(x, y) نقطہ ہے۔

x = 2 , y = –4   A (2, –4)

x = 2 اور y = –4 رکھنے پر

K = 2

44۔ 1 مربع اکائی

45۔ K = 3

46۔ $K = \frac{-17}{4}$

47۔ m : n = 5:3

$P\left(\frac{17}{8}, 0\right)$

48۔ y = 5, y = –1

49۔ 2x+y = 1

50۔ 3a–4b = 0 فاصلہ فارمولا کا استعمال کر کے

51۔ چار ضلعی ABCD کا رقبہ = ΔABC کا رقبہ + ΔADC کا رقبہ

= 72 مربع اکائی

52۔ نسبت فارمولا کی مدد سے حل کیجیے۔

53۔ اگر نقطے ہم خط ہوں تو مثلث کا رقبہ = 0

54۔ فاصلہ فارمولا کی مدد سے

55۔ فاصلہ فارمولا کی مدد سے

56۔ اگر نقطے ہم خط ہوں تو مثلث کا رقبہ = 0

58۔ CA, BC, AB کے وسطی نقطوں کے مختصات معلوم کیجیے۔

DO = OE = OF

(محیطی مرکز) $O(x,y) = \left(1, \frac{13}{2}\right)$

محیطی نصف قطر $AO = \frac{\sqrt{17}}{2}$

59۔ $G(x,y) = (6,3)$

ΔPQG کا رقبہ = $\frac{3}{2}$ مربع اکائی

ΔPRG کا رقبہ = $\frac{3}{3}$ مربع اکائی

60۔ فاصلہ فارمولا کا استعمال کیجیے۔

مشقی جانچ

مختص جیومیٹری

کل نمبر: 20 | وقت: 1 گھنٹہ

1۔ m کی قدر معلوم کیجیے جس سے نقاط $(m,6)$ ، $(3,5)$ اور $\left(\frac{1}{2},\frac{15}{2}\right)$ ہم خط ہوں ۔ 1

2۔ نقاط $A(C,0)$، $B(0,-C)$ کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔ 1

3۔ نقطہ $P(-6,8)$ کا مبدا سے فاصلہ .... ہے۔ 1

4۔ اگر نقطہ $(3,a)$ قطعہ خط $2x-3y=5$ پر واقع ہو تو a کی قدر معلوم کیجیے۔ 1

5۔ P کی کس قدر کے لیے نقاط $(-3,9)$، $(2,P)$ اور $(4,-5)$ ہم خط ہوں گے۔ 2

6۔ اگر نقاط $A(8,6)$ اور $B(x,10)$ کسی دائرہ پر واقع ہوں جس کا مرکز $C(4,6)$ ہو تو x کی قدر معلوم کیجیے۔ 2

7۔ مثلث کا احاطہ معلوم کیجیے جس کے راسوں کے مختصات $(0,4)$، $(0,0)$ اور $(3,0)$ ہیں۔ 2

8۔ دکھایئے کہ نقاط $A(-3,2)$، $B(-5,-5)$، $C(2,-3)$ اور $D(4,4)$ معین کے راس ہیں۔ 3

9۔ وہ نسبت معلوم کیجیے جس میں نقطہ $(2,y)$ نقاط $A(-2,2)$ اور $B(3,7)$ کو ملانے والے قطعہ خط کو تقسیم کرتا ہے۔
y کی قدر بھی معلوم کیجیے۔ 3

10۔ اگر نقطہ P نقطوں $A(-2,-2)$ اور $B(2,-4)$ کو ملانے والے قطعہ خط کو اس طرح تقسیم کرتا ہے کہ
$\frac{AP}{AB}=\frac{3}{7}$ ہے تو P کے مختصات معلوم کیجیے۔ 4

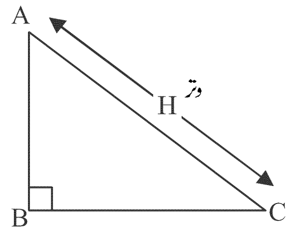
باب 8

ٹرگنومیٹری کا تعارف

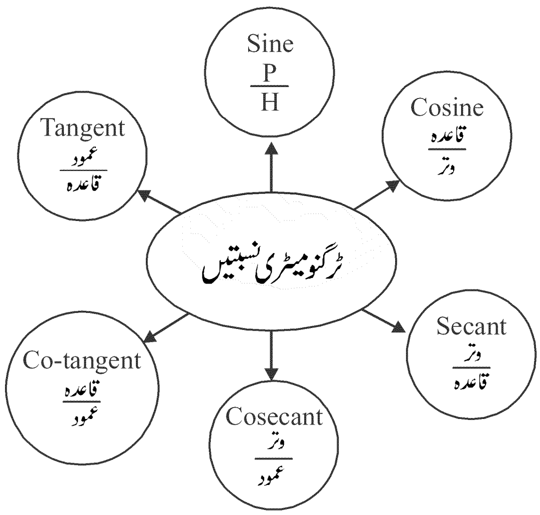
ریاضی کی وہ شاخ جو قائم زاوی مثلثوں سے متعلق جانکاری دیتی ہے۔ٹرگنومیٹری خاص طور پر قائم زاوی مثلثوں کے اضلاع اور زاویوں کے درمیان تعلق سمجھاتی ہے۔

نوٹ: $\angle A$ کے لے BC عمود اور AB قاعدہ ہے۔

$\angle C$ کے لیے AB عمود اور BC قاعدہ ہے۔



ٹرگنومیٹری نسبتیں: کسی قائم زاوی مثلث میں ایک زاویہ حادّہ کے لیے ٹرگنومیٹری نسبتیں مثلث کے زاویے اور اس کے اضلاع کی لمبائیوں کے درمیان تعلق ظاہر کرتے ہیں۔



Mind Trick (یادرکھنے کا طریقہ): Sine، Cosine اور Tangent کا مثلث کے اضلاع سے تعلق یاد کرنے کے لیے مندرجہ جملے کو یاد کرلیں۔

Some People Have Curly Brown Hair Through Proper Brushing

$\sin A = \frac{P}{H}$ $\cos A = \frac{B}{H}$ $\tan A = \frac{P}{B}$

اہم نکات:

1۔ ٹرگنومیٹری نسبتیں: مثلث ABC میں، $\angle B = 90^\circ$، زاویہ A کے لیے:

$\sin A$ = عمود / وتر = بالمقابل ضلع / وتر

$\cos A$ = قاعدہ / وتر = متصل ضلع / وتر

$\tan A$ = عمود / قاعدہ = بالمقابل ضلع / متصل ضلع

$\cot A$ = قاعدہ / عمود = متصل ضلع / بالمقابل ضلع

$\sec A$ = وتر / قاعدہ = وتر / متصل ضلع

$\text{cosec}\, A$ = وتر / عمود = وتر / بالمقابل ضلع

2۔ مقلوب تعلق:

$$\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\,\theta}, \qquad \text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}, \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}, \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

3۔ نسبتی تعلق

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad , \quad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

4۔ تماثلات:

$\cos^2\theta = 1-\sin^2\theta$ اور $\sin^2\theta+\cos^2\theta = 1 \Rightarrow \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ اور $1+\tan^2\theta = \sec^2\theta \Rightarrow \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ اور $1+\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta \Rightarrow \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

.5 کچھ مخصوص زاویوں کی ٹرگنومیٹرک نسبتیں:

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
sin A	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos A	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan A	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	معرف نہیں
cosec A	معرف نہیں	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec A	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	معرف نہیں
cot A	معرف نہیں	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

.6 تتمی زاویوں کے ٹرگنومیٹری تناسب

$$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$$

$$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$$

$$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$$

$$\cot(90° - \theta) = \tan\theta$$

$$\sec(90° - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$$

$$\operatorname{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$$

مختصر ترین جواب والے سوالات

ہدایت: مندرجہ ذیل سوالات میں $0° \leq \theta \leq 90°$

1۔ اگر $\sin\theta = \cos\theta$ ہوتو θ کی قدر معلوم کیجیے۔

2۔ اگر $\tan\theta = \cot(30 + \theta)$ ہوتو θ کی قدر معلوم کیجیے۔

3۔ اگر $\sin\theta = \cos(\theta - 6)$ ہوتو θ کی قدر معلوم کیجیے۔

4۔ اگر $\cos A = \frac{7}{25}$ ہوتو $\tan A + \cot A$ کی قدر معلوم کیجیے۔

5۔ اگر $\tan\theta = \frac{4}{3}$ ہوتو $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

6۔ اگر $3x = \operatorname{cosec}\theta$ اور $\frac{3}{x} = \cot\theta$ ہوتو $3(x^2 - \frac{1}{x^2})$ کی قدر معلوم کیجیے۔

7۔ اگر $x = a\sin\theta$ اور $y = a\cos\theta$ ہوتو $x^2 + y^2$ کی قدر معلوم کیجیے۔

8۔ $\operatorname{cosec}70° - \sec20°$ کی قدر معلوم کیجیے۔

9۔ اگر $5x = \sec\theta$ اور $\frac{5}{x} = \tan\theta$ ہوتو $5(x^2 - \frac{1}{x^2})$ کی قدر معلوم کیجیے۔

10۔ $9\sec^2A - 9\tan^2A$ کی قدر معلوم کیجیے۔

11۔ $\sec\theta$ کو $\cot\theta$ کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

12۔ $\cos\theta\cos(90 - \theta) - \sin\theta\sin(90 - \theta)$ کی قدر معلوم کیجیے۔

13۔ اگر $\sin(20 + \theta) = \cos3\theta$ ہوتو θ کی قدر معلوم کیجیے۔

14۔ $\frac{1+\tan^2\theta}{1+\cot^2\theta}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

15۔ $\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

16۔ دیا ہے $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$، $\frac{Cosec^2\theta - Sec^2\theta}{Cosec^2\theta + Sec^2\theta}$ کی قدر معلوم کیجیے۔ (CBSE-2010)

17۔ اگر $\theta = 45°$ ہو تو $Cosec^2\theta$ کی قدر معلوم کیجیے۔

18۔ اگر $Cos\,\theta = \frac{2}{3}$ تو $2Sec^2\theta + 2\tan^2\theta - 7$ کی قدر معلوم کیجیے۔

19۔ $6\tan^2\theta - 6Sec^2\theta$ کی قدر معلوم کیجیے۔

20۔ $Cosec48° + \tan88°$ کو $0°$ اور $45°$ کے درمیان کے زاویوں کے ٹرگنومیٹری نسبتوں کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

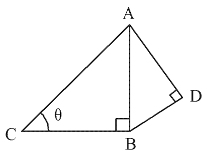
21۔ اگر $5\tan\theta - 4 = 0$ تو $\frac{5\,Sin\theta - 4\,Cos\theta}{5\,Sin\theta + 4\,Cos\theta}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

22۔ اگر A اور B تتمی زاویہ ہیں تو

(a) SinA=SinB (b) CosA=CosB

(c) tanA=tanB (d) SecA=CosecB

23۔ شکل میں اگر AD = 4cm, BD = 3cm اور CB = 12cm ہے تو $Cot\theta =$



(a) $\frac{12}{5}$ (b) $\frac{5}{12}$ (c) $\frac{13}{12}$ (d) $\frac{12}{13}$

24۔ $\tan1°\ \tan2°\ \tan3° \ldots\ldots \tan89°$ کی قدر معلوم کیجیے۔

(a) 1 (b) –1 (c) 0 (d) ان میں سے کوئی نہیں

25۔ اگر θ اور $2\theta - 45°$ زاویہ حادّہ ہیں اور $Sin\theta = Cos\,(2\theta - 45°)$ تو $\tan\theta$ کی قدر ہوگی

(a) 1 (b) –1 (c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-I)

ثابت کیجیے:

26۔ $\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$

27۔ $\sqrt{\dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \tan\theta + \sec\theta$

28۔ اگر $x = p\sec\theta + q\tan\theta$ اور $y = p\tan\theta + q\sec\theta$ ہو تو ثابت کیجیے: $x^2 - y^2 = p^2 - q^2$

29۔ اگر $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ تو دکھایئے کہ $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$

30۔ اگر $\sin(A - B) = \dfrac{1}{2}$ اور $\cos(A + B) = \dfrac{1}{2}$ ہو تو A اور B کی قدر معلوم کیجیے۔

31۔ $\dfrac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sin^2 59^\circ + \sin^2 31^\circ}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

32۔ ثابت کیجیے کہ $\tan 1^\circ \tan 11^\circ \tan 21^\circ \tan 69^\circ \tan 79^\circ \tan 89^\circ = 1$

33۔ اگر $\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20)$ ہے تو A کی قدر معلوم کیجیے۔

34۔ اگر $3\cot A = 4$ ہو تو $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

35۔ اگر $\tan(3x - 15) = 1$ ہو تو x کی قدر معلوم کیجیے۔

36۔ اگر A, B, C مثلث ABC کے اندرونی زاویہ ہے تو ثابت کیجیے کہ

$\text{Cosec}\left(\dfrac{A+B}{2}\right) = \text{Sec}\,\dfrac{C}{2}$ (CBSE-2011)

37۔ ΔABC میں $\angle B = 90^\circ$، $AB = 5\text{cm}$ اور $\angle ACB = 30^\circ$ ہے تو BC اور AC کی قدر معلوم کیجیے۔
(CBSE-2011)

38۔ اگر $\tan(30^\circ+\theta) = \cot\theta$ تو θ کی قدر معلوم کیجیے۔ (CBSE-2011)

39۔ دکھائیے کہ $\frac{1\text{-Sin } 60°}{\text{Cos}60°} = 2 - \sqrt{3}$

40۔ θ کی قدر معلوم کیجیے۔اگر $\frac{\text{Cos}\theta}{1\text{-Sin}\theta} + \frac{\text{Cos}\theta}{1\text{+Sin}\theta} = 4$ (CBSE-2014)

$\theta \leq 90°$

مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-II)

ثابت کیجیے:

41۔ $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$

42۔ $\frac{1}{\sec x - \tan x} - \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sec x + \tan x}$

43۔ $\frac{\tan\theta}{1 - \cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1 - \tan\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta = \sec\theta\,\text{cos}\,ec\theta + 1$

44۔ $(\sin\theta + \text{cosec}\theta)^2 + (\cos\theta + \sec\theta)^2 = 7 + \tan^2\theta + \cot^2\theta$

45۔ $\sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A) = 1$

46۔ اگر $\tan\theta + \sin\theta = m$ اور $\tan\theta - \sin\theta = n$ ہے تو دکھائیے کہ $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

47۔ اگر $\sec\theta = x + \frac{1}{4x}$ ہو تو ثابت کیجیے کہ $\sec\theta + \tan\theta = 2x$ or $\frac{1}{2x}$

48۔ اگر $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$ ہو تو ثابت کیجیے $\cos^2\theta + \cos^4\theta = 1$

49۔ ٹرگنومیٹرک جدول کا استعمال کیے بغیر قدر معلوم کیجیے۔

$\cot\theta\tan(90 - \theta) - \sec(90 - \theta)\text{cosec}\theta + \sin^2 65° + \sin^2 25° + \sqrt{3}\tan 5°\tan 85°$

50۔ ثابت کیجیے: $\frac{\cot(90 - \theta)}{\tan\theta} + \frac{\text{cos}\,ec(90 - \theta)\sin\theta}{\tan(90 - \theta)} = \sec^2\theta$

51۔ قدر معلوم کیجیے:

$\frac{\cos^2 20° + \cos^2 70°}{\sec^2 50° - \cot^2 40°} + 2\,\text{cos}\,ec^2 58° - 2\cot 58°\tan 32° - 4\tan 13°\tan 37°\tan 77°\tan 45°\tan 53°$

52۔ اگر A، B اور C کسی مثلث ABC کے زاویے ہوں تو ثابت کیجیے کہ

$\text{cos}\,ec^2\left(\frac{B + C}{2}\right) - \tan^2\frac{A}{2} = 1$

53۔ قدر معلوم کیجیے:

$\sec^2 10° - \cot^2 80° + \frac{\sin 15°\cos 75° + \cos 15°\sin 75°}{\cos\theta\sin(90 - \theta) + \sin\theta\cos(90 - \theta)}$

54۔ ثابت کیجیے: $\frac{\tan\theta - \cot\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \tan^2\theta - \cot^2\theta$

55۔ اگر $\text{Cos}\theta + \text{Sin}\theta = \sqrt{2}\,\text{Cos}\theta$ ہوتو دکھایئے کہ

$\text{Cos}\theta - \text{Sin}\theta = \sqrt{2}\,\text{Sin}\theta$ (CBSE-2015)

56۔ قدر معلوم کیجیے۔

$4 - \frac{\text{Sin}30°+\tan45°-\text{Cosec}60°}{\text{Sec}30°+\text{Cos}60°+\text{Cot}45°}$ (CBSE-2012)

57۔ ثابت کیجیے۔ $1 - \frac{\text{SinA Sin}(90-A)}{\text{Cot }(90-A)} = \text{Sin}^2A$ (CBSE-2012)

58۔ اگر $a\,\text{Sin}\theta - b\cos\theta = n$ اور $a\cos\theta + b\,\text{Sin}\theta = m$ (CBSE-2001 C)

تو ثابت کیجیے کہ $a^2+b^2 = m^2 + n^2$

59۔ اگر $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ ہے تو ثابت کیجیے کہ (CBSE-2001C)

$a\,Sin\,\theta + b\,Cos\theta = \pm\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$

60۔ ٹرگنومیٹری جدول کا استعمال کیے بغیر قدر معلوم کیجیے۔

$\frac{\text{Sec}^2 54°-\text{Cot}^2 36°}{\text{Cosec}^2 57°-\tan^2 33°} + 2\,\text{Sin}^2 38°\,\text{Sec}^2 52° - \text{Sin}^2 45°$ (CBSE-2005)

طویل جواب والے سوالات

61۔ $\frac{\sec\theta + \tan\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta}$

62۔ $\left(1+\frac{1}{\tan^2\theta}\right)\left(1+\frac{1}{\cot^2\theta}\right) = \frac{1}{\sin^2\theta - \sin^4\theta}$

63۔ $2(\sin^6\theta + \cos^6\theta) - 3(\sin^4\theta + \cos^4\theta) + 1 = 0$

64۔ $(1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A) = \sin A\tan A - \cot A\cos A$

65۔ اگر $\sin\theta + \cos\theta = m$ اور $\sec\theta + \text{cosec}\theta = n$ ہوتو دکھایئے کہ

$n(m^2 - 1) = 2m$

66۔ قدر معلوم کیجیے۔

$$\frac{\cot(90-\theta)\tan\theta-\operatorname{cosec}(90-\theta)\sec\theta}{\sin 12^\circ\cos 15^\circ\sec 78^\circ\operatorname{cosec}75^\circ}+\frac{\cos^2(50+\theta)\tan^2(40-\theta)}{\tan 15^\circ\tan 37^\circ\tan 53^\circ\tan 75^\circ}$$

67۔ ثابت کیجیے:

$$\frac{1}{\text{Cosec }\theta+\text{Cot }\theta}-\frac{1}{\text{Sin }\theta}=\frac{1}{\text{Sin }\theta}-\frac{1}{\text{Cosec }\theta-\text{Cot }\theta}$$

68۔ اگر $\frac{\text{Cos }\alpha}{\text{Cos }\beta}=m$ اور $\frac{\text{Cos }\alpha}{\text{Sin }\beta}=n$ ہوتو ثابت کیجیے۔

$$(m^2+n^2)\text{ Cos}^2\beta=n^2$$

69۔ اگر $\tan\theta+\sin\theta=m$ اور $\tan\theta-\text{Sin}\theta=n$ تو ثابت کیجیے

$$m^2-n^2=4\sqrt{mn}$$

70۔ ثابت کیجیے: $\text{Sec}^2\theta=\frac{\text{Sin}^2\theta-2\text{Sin}^4\theta}{2\text{Cos}^4\theta-\text{Cos}^2\theta}$

71۔ قیمت معلوم کیجیے:

$$\text{Cot }\theta\tan(90^\circ-\theta)-\text{Sec}(90^\circ-\theta)\text{ Cosec }\theta+\tan 12^\circ\tan 60^\circ\tan 78^\circ$$

72۔ قیمت معلوم کیجیے:

$$\frac{\text{Sec}(90^\circ-\theta)\text{Cosec}\theta-\tan(90^\circ-\theta)\text{ Cot}\theta+\text{Cos}^2 25^\circ+\text{Cos}^2 65^\circ}{3\tan 27^\circ\tan 63^\circ}$$

جوابات اور اشارے

.1	$45°$	.2	$30°$
.3	24	.4	$\frac{625}{168}$
.5	7	.6	$\frac{1}{3}$
.7	a	.8	0
.9	$\frac{1}{5}$	.10	9
.11	$\frac{\sqrt{1+\cos^2\theta}}{\cot\theta}$	.12	$0°$
.13	$50°$	.14	$\tan^2\theta$
.15	$\tan\theta$	.16	$\frac{1}{2}$
.17	2	.18	0
.19	-6	.20	$Sec42° + Cot2°$
.21	0	.22	(d)
.23	(a)	.24	(a)
.25	(a)	.26	اشارہ $Sec^2\theta\,(Sec^2\theta - 1)$
.30	$A = 45°$، $B = 15°$	.31	1
.33	$22°$	.34	$\frac{17}{8}$
.35	$20°$	.36	اشارہ $A + B + C = 180°$ $A + B = 180° - C$ $\frac{A+B}{2} = \frac{180-C}{2} = 90\frac{-c}{2}$

$30°$	.38	$BC = 5\sqrt{3}cm$ ، $AC = 10cm$	.37
$\sqrt{3}$	.49	$60°$	.40
2	.52	-1	.51
$\frac{2+2\sqrt{2}}{2}$	.60	$\frac{20+9\sqrt{3}}{4+3\sqrt{3}}$	.56

مشقی جانچ

ٹرگنومیٹری کا تعارف

کل نمبر:20 　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　 وقت:1 گھنٹہ

1۔	اگر $\sin\theta = \frac{4}{5}$ ہوتو $\cos\theta$ کی قدر معلوم کیجیے۔	1
2۔	$\sin(45+\theta) - \cos(45-\theta)$ کی قدر معلوم کیجیے۔	1
3۔	اگر $\text{Cos}9\alpha = \text{Sin}\alpha$ اور $9\alpha \angle 90°$ ہوتو $\tan 5\alpha$ کی قدر	1
	(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 　 (b) $\sqrt{3}$ 　 (c) 1 　 (d) 0	
4۔	اگر $\text{SinA}+\text{Sin}^2\text{A} = 1$ ہوتو $(\text{Cos}^2\text{A} + \text{Cos}^4\text{A})$ کی قدر	1
	(a) 1 　 (b) $\frac{1}{2}$ 　 (c) 2 　 (d) 3	
5۔	اگر $5\tan\theta = 4$ ہوتو $\frac{5\sin\theta - 3\cos\theta}{5\sin\theta + 2\cos\theta}$ کی قدر معلوم کیجیے۔	2
6۔	$\tan35°\tan40°\tan45°\tan50°\tan55°$ کی قدر معلوم کیجیے۔	2
7۔	ثابت کیجیے: $(\text{Sin}\alpha+\cos\alpha)(\tan\alpha + \cot\alpha) = \sec\alpha + \text{cosecA}$	2
8۔	ثابت کیجیے: $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\cos ec\theta$	3
9۔	ثابت کیجیے: $\frac{\cos A}{1-\tan A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} = \sin A + \cos A$	3
10۔	ثابت کیجیے: $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$	4

باب 9

ٹرگنومیٹری کے استعمال

(Applications of Trigonometry)

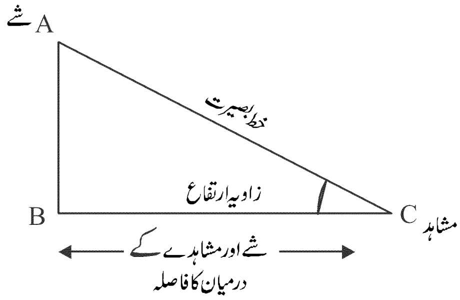
1۔ ٹرگنومیٹری کے استعمال سے چیزوں کی اونچائی اور ان کے درمیان کا فاصلہ بغیر ناپے نکالا جاتا ہے۔

2۔ زاویہ ارتفاع (Angle of Elevation)

مانا AB ایک شے ہے جو مستوی CB پر عمودی کھڑی ہے۔

C پر مشاہد ہے جو A کی طرف دیکھ رہا ہے۔ (AB کے اوپر سرے کو)

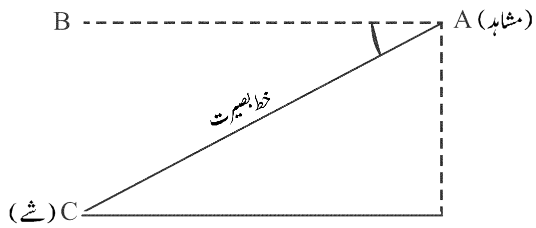
AC کو خط بصیرت کہتے ہیں اور ABC∠ زاویہ ارتفاع ہے۔



3۔ جھکاؤ کا زاویہ (Angle of depression)

مانا A مشاہد ہے جو C (شے) کی طرف دیکھ رہا ہے۔

AC خط بصیرت ہے۔ BAC∠ جھکاؤ کا زاویہ ہے۔



4۔ اگر مشاہد اور شے کے درمیان فاصلہ کم ہوتا ہے (مشاہد شے کی طرف چلتا ہے) تو زاویہ ارتفاع بڑھتا ہے۔ اور اگر مشاہد شے سے دور جاتا ہے۔ تو زاویہ ارتفاع کم ہوتا ہے۔

5۔ عددی طور پر زاویہ ارتفاع اور جھکاؤ کا زاویہ برابر ہوتے ہیں (دونوں کی پیمائش ایک ہی افقی سطح کے متوازی ہوتی ہے)

مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ زمین پر ایک مینار کی پرچھائی کی لمبائی اس کی اونچائی کی $\sqrt{3}$ گنا ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع (CBSE-2012)

(a) 45° (b) 30° (c) 60° (d) 90°

2۔ 16m اور 10m اونچائی والے دو کھمبوں کے اوپری سروں کو l میٹر لمبائی والے تار سے باندھا گیا ہے۔ اگر تار افقی خط کے ساتھ 30° کا زاویہ بناتا ہے۔ تو l =

(a) 26m (b) 16m (c) 12m (d) 10m

3۔ 6m اونچے کھمبے کی زمین پر پرچھائی کی لمبائی $2\sqrt{3}$ m ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع (CBSE-2017)

(a) 30° (b) 60° (c) 45° (d) 90°

4۔ ایک سیڑھی کو دیوار کے ساتھ اس طرح لگایا جاتا ہے کہ وہ افقی سطح کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتی ہے۔
اگر سیڑھی کا نچلا سرا دیوار سے 2.5 میٹر کی دوری پر ہو تو سیڑھی کی لمبائی (CBSE-2016)

(a) 3m (b) 4m (c) 5m (d) 6m

5۔ ایک 30m اونچے ٹاور کے سائے کی لمبائی $10\sqrt{3}m$ ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع (CBSE-2017)

(a) 30° (b) 60° (c) 45° (d) 90°

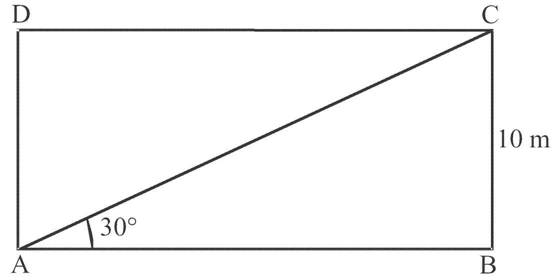
6۔ ایک ٹاور کی اونچائی 50 m ہے۔ اس ٹاور کے سایہ کی لمبائی معلوم کیجیے جب سورج کا زاویہ ارتفاع 45° ہے۔

7۔ ایک 50 m اونچے کھمبے کے سائے کی لمبائی $\frac{50}{\sqrt{3}}m$ ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع معلوم کیجیے۔

8۔ $10\sqrt{3}$ میٹر اونچائی والی ایک مینار کی چوٹی کا زمین پر مینار کے پایہ سے 30 m کے فاصلے پر واقع نقطہ سے زاویہ ارتفاع معلوم کیجیے۔

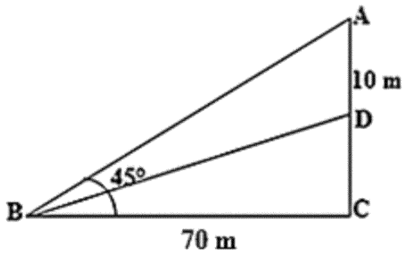
9۔ ایک پتنگ جوافقی سطح سے $50\sqrt{3}$ میٹر کی اونچائی پر اڑ رہی ہے ایسی ڈوری سے بندھی ہے جو افقی سطح سے 60° کے زاویے پر جھکی ہوئی ہے۔ڈور کی لمبائی معلوم کیجیے۔

10۔ شکل میں مستطیل ABCD کا احاطہ معلوم کیجیے۔

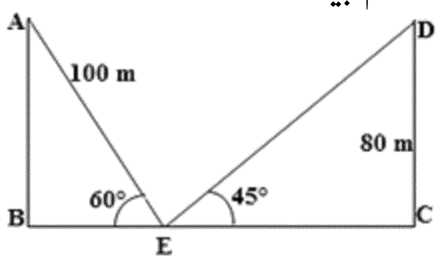


11۔ ایک ستون کے سائے کی لمبائی اس کی اونچائی کا $\sqrt{3}$ گنا ہے۔روشنی کے ذریعہ کا زاویہ ارتفاع معلوم کیجیے۔

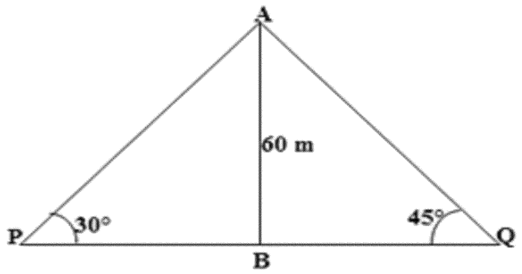
12۔ دی ہوئی شکل میں DC کی قدر معلوم کیجیے۔



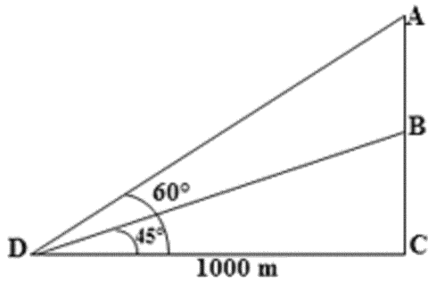
13۔ دی ہوئی شکل میں BC کی قدر معلوم کیجیے۔



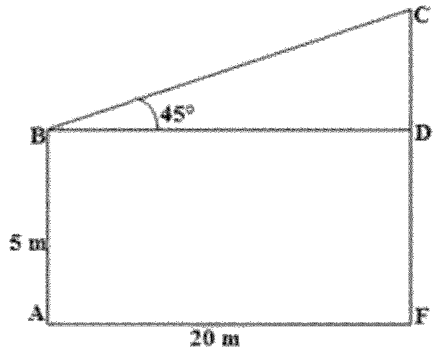
14۔ دی ہوئی شکل میں ٹاور کی مختلف سمتوں میں دو شخص نقطہ P اور Q پر کھڑے ہوئے ہیں۔اگر ٹاور کی اونچائی 60 m ہو تو ان دونوں اشخاص کے درمیان فاصلہ معلوم کیجیے۔



15۔ شکل میں AB کی قدر معلوم کیجیے۔



16۔ شکل میں CF کی قدر معلوم کیجیے۔



17۔ ایک پل سے کشتی کا افقی فاصلہ $25m$ اور پُل کی اونچائی 25 میٹر ہے تو پُل سے کشتی کا زاویہ جھکاؤ معلوم کیجیے۔

صحیح/غلط بتائیے

18۔ اگر کسی مینار کے سائے کی لمبائی بڑھ رہی ہے تو اس کا مطلب ہے کہ سورج کا زاویہ ارتفاع بھی بڑھ رہا ہے۔

19۔ ایک آدمی جہاز کے ڈیک پر کھڑا ہے جو سطح سمندر سے 3 میٹر اونچی ہے۔ وہ ایک بادل اور اس کی شبیہ کو دیکھتا ہے۔ اس حالت میں بادل کا زاویہ ارتفاع اور شبیہ کا جھکاؤ کا زاویہ برابر ہوں گے۔

20۔ ایک مینار کے اوپری سرے کا زاویہ ارتفاع 30° ہے۔ اگر مینار کی اونچائی دوگنی کردی جائے تو زاویہ ارتفاع بھی دوگنا ہوجائیگا۔

مختصر جواب والے سوالات(ٹائپ-I)

21۔ ایک پہاڑ کی چوٹی سے مشرق میں واقع دو پتھروں جن کے درمیان 1 Km کا فاصلہ ہے، کے جھکاؤ کے زاویے بالترتیب 30° اور 45° ہیں۔ پہاڑ کی اونچائی معلوم کیجیے۔

22۔ ایک پتنگ کے دھاگے کی لمبائی 150 m ہے اور یہ سطح زمین کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتی ہے۔ پتنگ کی سطح زمین سے اونچائی معلوم کیجیے۔ (مان لیجیے کہ دھاگے میں کوئی ڈھیل نہیں ہے)

23۔ سطح زمین پر واقع ٹاور کے سائے کی لمبائی اس وقت 10 m زیادہ ہوجاتی ہے جب سورج کا زاویہ ارتفاع 45° سے تبدیل ہوکر 30° ہوجاتا ہے۔ ٹاور کی اونچائی معلوم کیجیے۔

24۔ ایک ہوائی جہاز 200 میٹر کی اونچائی پر اڑتے ہوئے دریا کے مقابل کناروں پر واقع دو نقطوں کے زاویہ جھکاؤ 60° اور 45° دیکھتا ہے۔ دریا کی چوڑائی معلوم کیجیے۔

25۔ زمین پر واقع ایک نقطہ سے مینار کے اوپری سرے کا زاویہ ارتفاع 45° ہے۔ مینار کی طرف 40 m چلنے پر یہ زاویہ 60° ہوجاتا ہے۔ مینار کی اونچائی معلوم کیجیے۔

26۔ ایک درخت کا اوپری حصہ ٹوٹ کر اپنے نچلے حصے سے 25 m کی دوری پر زمین کو چھوتا ہے۔ اگر زمین کے ساتھ اس کا زاویہ 30° ہو تو درخت کی اونچائی معلوم کیجیے۔

27۔ ایک جھنڈا زمین پر لگا ہوا ہے۔ زمین پر 100 m کے فاصلے پر موجود نقطہ سے جھنڈے کے اوپری سرے کا زاویہ ارتفاع 45° ہے۔ جھنڈے کی اونچائی معلوم کیجیے۔

28۔ ایک پتنگ کی ڈوری کی لمبائی 200 m ہے۔ اگر ڈوری زمین کے ساتھ α زاویہ بناتی ہے اور $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ہو تو پتنگ کی اونچائی معلوم کیجیے اگر ڈوری مین کوئی ڈھیل نہیں ہے۔

29۔ ایک ہوائی جہاز 3000 میٹر کی بلندی پر پرواز کرتے ہوئے ایک دوسرے ہوائی جہاز کے اوپر سے ہوکر گزرتا ہے۔ جب وہ دوسرے ہوائی جہاز کے اوپر ہے ٹھیک اسی وقت زمین پر واقع کسی نقطہ سے دونوں ہوائی جہازوں کے بلندی کے زاویے بالترتیب **60°** اور **45°** تھے۔ دونوں جہازوں کے درمیان کا عمودی فاصلہ معلوم کیجیے۔

30۔ ایک مینار کے اوپر 7 m اونچا جھنڈا لگا ہوا ہے۔ زمین پر موجود ایک نقطہ سے جھنڈے اور مینار کے اوپری سروں کے زاویہ ارتفاع بالترتیب 45° اور 30° ہیں۔ مینار کی اونچائی معلوم کیجیے۔

31۔ ایک 7m اونچی عمارت سے ٹاور کی چوٹی کا زاویہ ارتفاع $60°$ اور اس کے پائے کا زاویہ جھکاؤ $30°$ ہے۔ ٹاور کی اونچائی معلوم کیجیے۔

32۔ آنند ایک سرکس کے کھلاڑی کو رسی پر چڑھتے دیکھ رہا ہے جو 20 m لمبی ہے اور ایک انتصابی (عمودی) کھمبے سے بندھی ہے۔ اگر رسی زمین کے ساتھ $30°$ کا زاویہ بناتی ہے تو کھمبے کی اونچائی معلوم کیجیے۔

طویل جواب والے سوالات

33۔ ایک جھیل سے 60 میٹر اونچائی پر واقع کسی نقطہ سے بادل کا زاویہ ارتفاع $30°$ ہے۔ اور اس نقطہ سے جھیل میں موجود بادل کی شبیہ کا زاویہ جھکاؤ $60°$ ہے۔ بادل کی اونچائی معلوم کیجیے۔

34۔ پانی کی سطح سے **10** میٹر اوپر کسی جہاز پر کھڑا ہوا ایک آدمی کسی کھڑی ہوئی چٹان کی چوٹی کی بلندی کا زاویہ **$60°$** اور اس کے پائے کے جھکاؤ کا زاویہ **$30°$** دیکھتا ہے۔ چٹان کا جہاز سے فاصلہ اور کھڑی ہوئی چٹان کی اونچائی معلوم کیجیے۔

35۔ ایک سڑک پر، زمین سے 20 میٹر کی اونچائی پر واقع ایک کھڑکی سے سڑک کے دوسری طرف ایک مکان کی چوٹی اور پائے کا زاویہ ارتفاع اور زاویہ جھکاؤ بالترتیب $60°$ اور $45°$ ہیں۔ دکھائیے کہ مقابل مکان کی اونچائی $60(1+\sqrt{3})$ ہے۔

36۔ زمین پر واقع ایک نقطہ A سے جیٹ جہاز کا زاویہ ارتفاع $60°$ ہے۔ 30 سیکنڈ کی اڑان کے بعد زاویہ ارتفاع $30°$ ہو جاتا ہے۔ اگر جیٹ $3600\sqrt{3}$ میٹر کی اونچائی پر اڑ رہا ہے تو جیٹ کی رفتار کلومیٹر فی گھنٹہ میں معلوم کیجیے۔

37۔ 80 m اونچے پیڑ کے اوپری حصہ پر ایک پرندہ بیٹھا ہے۔ زمین پر واقع کسی نقطہ سے پرندے کا زاویہ ارتفاع $45°$ ہے۔ اگر پرندہ اس نقطہ کی مخالف سمت مین اس طرح اڑے کہ اس کی اونچائی مساوی رہے تو 2 سیکنڈ بعد اسی نقطہ سے پرندہ کا زاویہ ارتفاع $30°$ ہو جاتا ہے۔ پرندے کی رفتار معلوم کیجیے۔

38۔ ٹاور کی چوٹی کا دو نقطوں سے جو ٹاور کے پائے سے ایک ہی خط مستقیم میں بالترتیب 4m اور 9m کے فاصلے پر ہیں، زاویہ ارتفاع تتمی ہیں۔ ٹاور کی اونچائی معلوم کیجیے۔

39۔ ایک لڑکا افقی سطح پر کھڑا ہے اور 100 میٹر کے فاصلہ پر اڑ رہے ایک پرندہ کا زاویہ ارتفاع **$30°$** پاتا ہے۔ 20 میٹر اونچی عمارت کی چھت پر کھڑی ایک لڑکی اسی پرندے کا زاویہ ارتفاع **$45°$** پاتی ہے۔ لڑکا اور لڑکی دونوں پرندے کی مقابل جانب کھڑے ہیں۔ لڑکی سے پرندے کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

40۔ سطح سمندر سے 100 m اونچے ایک لائٹ ہاؤس سے دیکھنے پر لائٹ ہاؤس کی طرف آتے ہوئے ایک جہاز کا زاویہ جھکاؤ

30° سے 60° ہوجاتا ہے۔اس مشاہدہ کے دوران جہاز کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ معلوم کیجیے۔

41۔ 60 میٹر اونچی ایک عمارت کی چوٹی سے لائٹ ہاؤس کی چوٹی اور پائے کے زاویے ارتفاع اور زاویہ جھکاؤ بالترتیب 30° اور 60° ہیں۔معلوم کیجیے:

i) لائٹ ہاؤس اور عمارت کی اونچائی میں فرق

ii) لائٹ ہاؤس اور عمارت کے درمیان فاصلہ

42۔ دو فائر اسٹیشن P اور Q ایک سیدھی سڑک پر واقع ہیں۔ان کے درمیان کا فاصلہ 20 km ہے۔ان اسٹیشنوں کو فون کے ذریعے ایک اطلاع ملتی ہے کہ بلڈنگ B میں آگ لگ گئی ہے۔بلڈنگ B فائر اسٹیشن P سے 60° اور Q سے 45° پر واقع ہے۔معلوم کیجیے:

(i) کس اسٹیشن کو اپنی ٹیم روانہ کرنی چاہیے؟

(ii) اس ٹیم کو بلڈنگ تک پہنچنے میں کتنا فاصلہ طے کرنا پڑے گا؟

43۔ یوم جمہوریہ کے موقع پر ایک 1.2 m لمبی لڑکی زمین سے 88.2 m کی اونچائی پر ایک افقی خط پر اڑ رہے غبارے کو دیکھتی ہے۔اسی وقت لڑکی کی آنکھ سے غبارہ کا زاویہ ارتفاع 60° ہے۔کچھ دیر کے بعد زاویہ ارتفاع کم ہوکر 30° ہوجاتا ہے۔اس وقفہ کے دوران غبارہ کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ معلوم کیجیے۔

44۔ ایک جھیل سے 60 میٹر اونچائی پر واقع کسی نقطہ سے بادل کا زاویہ ارتفاع 30° ہے۔اور اسی نقطہ سے جھیل میں موجود بادل کی شبیہ کا زاویہ جھکاؤ 60° ہے۔بادل کی اونچائی معلوم کیجیے۔ (CBSE-2011C)

45۔ دو برابر اونچائی کے کھمبے ایک 50 میٹر چوڑی سڑک کے دونوں طرف لگے ہیں۔سڑک کے درمیان کسی نقطہ سے دونوں کھمبوں کے اوپری سروں کے زاویہ ارتفاع 60° اور 30° ہیں۔کھمبوں کی اونچائی اور نقطہ کی دونوں کھمبوں سے دوری معلوم کیجیے۔ (CBSE-2011)

46۔ ایک مینار کے اوپری سرے کا زاویہ ارتفاع 30° ہے۔اگر مشاہد مینار کی طرف 20 میٹر چلتا ہے تو زاویہ ارتفاع 15° بڑھ جاتا ہے۔مینار کی اونچائی معلوم کیجیے۔

47۔ ایک 150 میٹر اونچی پہاڑی سے دور جاتی ہوئی ایک ناؤ کو دیکھا جاتا ہے۔2 منٹ میں ناؤ کا زاویہ ارتفاع 60° سے 45° ہوجاتا ہے۔ناؤ کی چال میٹر فی گھنٹہ میں معلوم کیجیے۔ (CBSE-2017)

48۔ ایک 120 میٹر اونچی مینار کے اوپری سرے سے ایک آدمی مینار کے مخالف سمت میں دو کاروں کو دیکھتا ہے۔جو مینار کے نچلے

سرے سے ایک ہی افقی خط پر ہیں۔اور $60°$ اور $45°$ کا جھکاؤ کا زاویہ بنا رہی ہیں۔دونوں کاروں کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔ $\left(\sqrt{3} = 1.732\right)$ (CBSE-2017)

49۔ h میٹر اونچائی والے ایک مینار کے اوپری سرے سے دو اشیاء جو مینار کے نچلے حصّے سے ایک ہی افقی خط پر ہیں کہ جھکاؤ کے زاویے α اور β ہیں۔($\beta>\alpha$) دونوں اشیاء کے درمیان دوری معلوم کیجیے۔ (NCERT Exempler)

50۔ ایک گھر کی کھڑکی زمین سے h میٹر کی اونچائی پر واقع ہے۔کھڑکی سے دیکھنے پر دوسری طرف واقع ایک دوسری عمارت کے اوپری اور نچلے سرے کے زاویہ ارتفاع اور جھکاؤ کا زاویہ بالترتیب α اور β ہیں۔

ثابت کیجیے کہ عمارت کی اونچائی $h(1+\tan\alpha.\ \tan\beta)$ میٹر ہے۔ (NCERT Exempler)

جوابات اور اشارے

.1	(b)	.2	(c)
.3	(b)	.4	(c)
.5	(c)	.6	50 m
.7	60°	.8	30°
.9	100 m	.10	$20(\sqrt{3}+1)$
.11	30°	.12	60 m
.13	130 m	.14	$60\left(\sqrt{3}+1\right)m$
.15	$1000\left(\sqrt{3}-1\right)m$	.16	25 m
.17	45	.18	غلط
.19	غلط	.20	غلط
.21	1.37 m	.22	$75\sqrt{3}$ m

23. 13.65 m

24. 315.8 m

25. 94.8 m

26. 43.3 m

27. 100 m

28. 120 m

29. 1268 m

30. 9.6 m

31. 28 m

32. 10 m

33. 120 m

34. 40m; 17.32 m

36. 864km/hr

37. 29.28 m

38. 6 m

39. $30\sqrt{2}\,m$

40. 115.5 m

41. 20 m 34.64 m

42. 14.64 km Station P

43. $58\sqrt{3}\,m$

44. 120 m

45. اونچائی = 64.95 m، دوری = 112.5 m

46. $10\left(\sqrt{3}+1\right)m$

47. 19.2 m/hr

48. 189.28 m

49. h (cotα –cotβ) m

مشقی جانچ

ٹرگنومیٹری کے کچھ استعمال

کل نمبر: 20 | وقت: 1 گھنٹہ

1۔ 6 میٹر اونچے کھمبے کے سائے کی لمبائی $2\sqrt{3}$ میٹر ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع معلوم کیجیے۔ 1

2۔ ایک ٹاور کی اونچائی 100 m ہے۔ اگر سورج کا زاویہ ارتفاع 30° ہو تو ٹاور کے سائے کی لمبائی معلوم کیجیے۔ 1

3۔ h میٹر اونچے کھمبے کے سائے کی لمبائی $\sqrt{3}\,h$ میٹر ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع ہے۔ 1

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

4۔ ایک 1.5 میٹر اونچائی والا مشاہد 22 میٹر اونچی مینار سے 20.5 میٹر کی دوری پر کھڑا ہے۔ مینار کے اوپری سرے کا زاویہ ارتفاع ہوگا۔ 1

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 0°

5۔ مسطح زمین پر موجود ایک نقطہ سے ٹاور کے نچلے حصہ کا فاصلہ 20 m اور زاویہ ارتفاع 60° ہے۔ ٹاور کی اونچائی معلوم کیجیے۔ 2

6۔ ایک مینار کی اونچائی اور اس کے سائے کی لمبائی کی نسبت $1:\frac{1}{\sqrt{3}}$ ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع معلوم کیجیے۔ 2

7۔ ایک مینار کے اوپری سرے کا زاویہ ارتفاع 30° ہے۔ اگر مینار کی اونچائی تین گنا کر دی جائے تو ثابت کیجیے کہ زاویہ ارتفاع دوگنا ہو جائے گا۔ 2

8۔ دو میناروں کے سرے جنکی اونچائیاں بالترتیب x اور y ہیں۔ ان کے نچلے سروں کو ملانے والے خط کے وسطی نقطہ سے 30° اور 60° کے زاویہ ارتفاع بناتے ہیں۔ $x:y$ معلوم کیجیے۔ 3

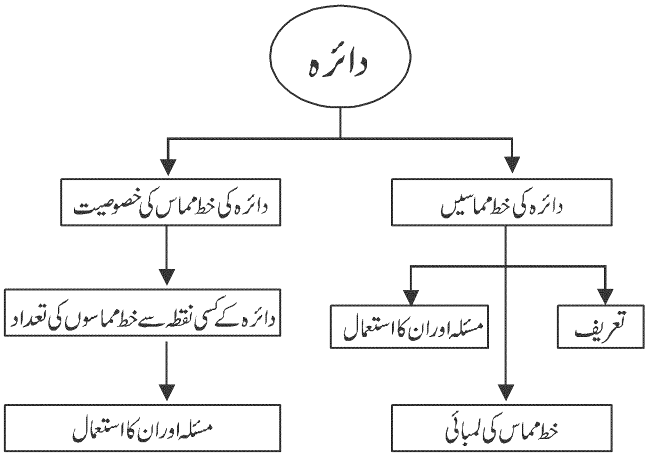
9۔ ایک چٹان کی چوٹی سے 100 m اونچے ٹاور کی چوٹی اور اس کے پائے کے زاویہ ارتفاع 30° اور 45° ہیں۔ چٹان کی اونچائی معلوم کیجیے۔ 3

7۔ پانی کی سطح سے **10** میٹر اوپر کسی جہاز پر کھڑا ہوا ایک آدمی کسی کھڑی ہوئی چٹان کی چوٹی کی بلندی کا زاویہ **60°** اور اس کے پائے کے جھکاؤ کا زاویہ **30°** دیکھتا ہے۔ چٹان کا جہاز سے فاصلہ اور کھڑی ہوئی چٹان کی اونچائی معلوم کیجیے۔ 4

باب 10

دائرے (Circles)

عنوان : کسی دائرہ کی خط مماسیں اور دائرہ کے کسی نقطہ سے خط مماسوں کی تعداد



اهم نکات:

1. دائرہ مستوی میں ایسے نقاط کا مجموعہ ہے جو ایک متعین نقطہ سے مستقل فاصلہ پر واقع ہوں۔ متعین نقطہ کو دائرہ کا مرکز اور مستقل فاصلہ کو نصف قطر کہتے ہیں۔

2. **دائرے کا خط مماس :** کسی دائرے کا خط مماس وہ خط ہے جو دائرے کو صرف ایک نقطے پر قطع (چھوتا ہے) کرتا ہے

3. دائرے کے ایک نقطے پر صرف اور صرف ایک خطِ مماس ہوتا ہے۔

4. دائرہ پر لاتعداد خط مماس بنائے جاسکتے ہیں۔

5. (a) دائرے کا خط مماس نقطہ مماس سے گزرنے والے نصف قطر پر عمود ہوتا ہے۔

   (b) دائرے کے کسی باہری نقطہ سے دائرے پر کھینچے جانے والے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔

6. قاطع خط (Secant):- اگر کوئی خط کسی دائرہ کو دو نقطوں پر قطع کرتا ہے تو وہ قاطع خط کہلاتا ہے۔

7. قاطع خط کی تعداد:- کسی دائرہ پر لاتعداد قاطع خط بنائے جاسکتے ہیں۔

8. دائرہ کے کسی ایک نقطہ سے صرف ایک ہی خط مماس کھینچی جاسکتی ہے۔

9۔ خط مماس، قاطع خط کی ایک خاص قسم ہے۔

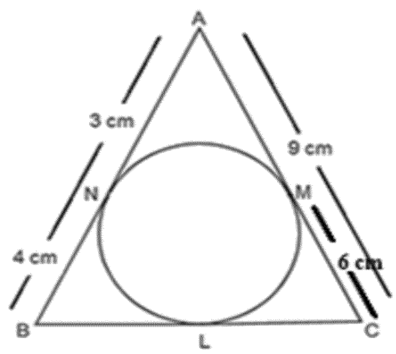
10۔ دائرہ کے اندرونی حصّہ کے کسی نقطہ سے خط مماس نہیں کھینچی جاسکتی ۔

11۔ دائرہ کے اوپر کسی نقطہ سے گذرتی ہوئی صرف ایک ہی خط مماس کھینچی جاسکتی ہے۔

12۔ دائرہ کے کسی باہری نقطہ سے دائرہ پر صرف دو خط مماس کھینچی جاسکتی ہیں۔

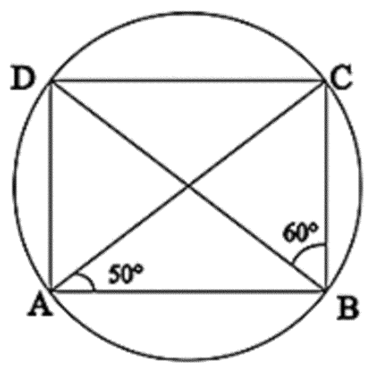
مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ دی گئی شکل میں BC کی لمبائی معلوم کیجیے۔

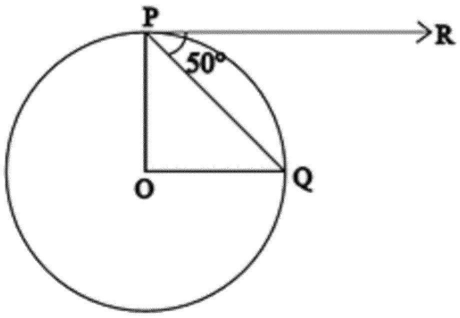


2۔ ایک باہری نقطہ P سے خط مماس کی لمبائی 24 cm اور مرکز سے اس نقطہ کا فاصلہ 25 cm ہے۔ دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

3۔ دی گئی شکل میں ABCD ایک دائری چار ضلعی ہے۔ اگر $\angle BAC = 50^\circ$ اور $\angle DBC = 60^\circ$ ہو تو $\angle BCD$ کی قدر معلوم کیجیے۔



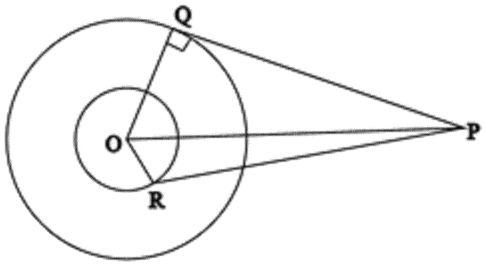
4۔ دی گئی شکل میں O مرکز والے دائرہ کا PQ ایک وتر (chord) اور PR ایک خط مماس ہے۔ اگر $\angle QPR = 50°$ ہے تو $\angle POQ$ کی قدر معلوم کیجیے۔



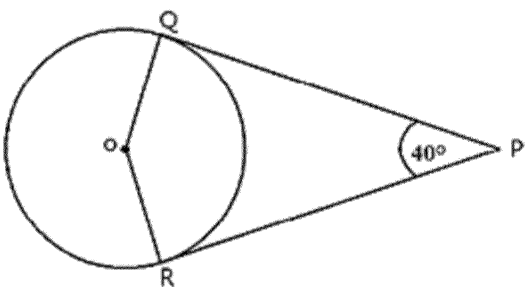
5۔ 3cm نصف قطر والے دائرہ پر دو خطوط مماس اس طرح بنائے گئے ہیں کہ ان کے درمیان کا زاویہ 60° ہے۔ دونوں مماسی خطوط کی لمبائی معلوم کیجیے۔

6۔ دو ہم مرکز دائروں کے نصف قطر 4 cm اور 5 cm ہیں۔ بڑے دائرہ کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے جو چھوٹے دائرہ کا خط مماس ہے۔

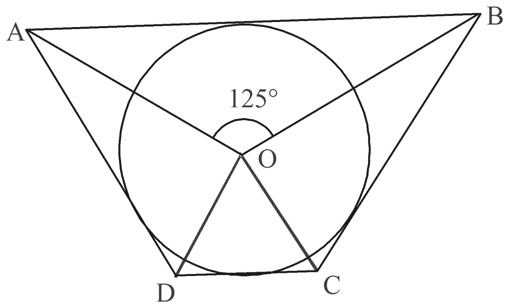
7۔ دی گئی شکل میں PQ باہری دائرہ اور PR اندرونی دائرہ کے خط مماس ہیں۔ اگر PQ = 4cm اور OQ = 3 cm ہو QR= 2 cm ہے تو PR کی لمبائی معلوم کیجیے۔



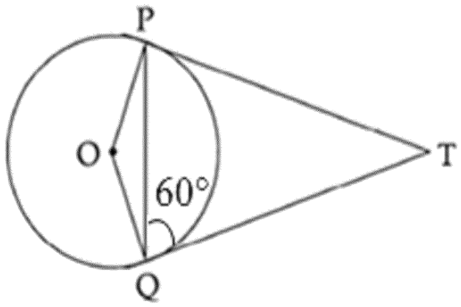
8۔ شکل میں O دائرے کا مرکز ہے۔ PA اور PB دائرے کے خط مماس ہیں۔ $\angle AQB$ کی قدر معلوم کیجیے۔



9۔ دی گئی شکل میں $\angle AOB = 125°$ ہے۔ $\angle COD$ معلوم کیجیے۔



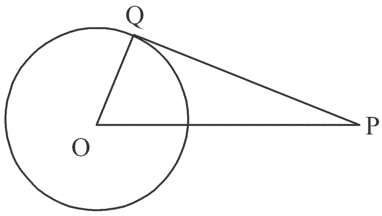
10۔ اگر TP اور TQ باہری نقطہ T سے دائرہ پر بنائے گئے دو خطوط مماس ہیں اور $\angle TQP = 60°$ ہے تو $\angle OPQ$ معلوم کیجیے



11۔ ایک دائرہ کی کتنی خط مماس ہو سکتی ہیں۔ (NCERT)

12۔ کسی دائرہ کی خط مماس اسے......................نقطوں پر قطع کرتی ہے۔

13۔ اگر PQ ایک خط مماس ہے تو $\angle QPO + \angle POQ$ کی قدر بتایئے۔



14۔ 5cm نصف قطر والے ایک دائرہ کے نقطہ P سے خط مماس PQ مرکز O سے جانے والی ایک خط سے نقطہ Q پر اس طرح ملتی ہے کہ $OQ = 12cm$ ہے۔ PQ کی لمبائی ہے۔

(a) 12cm (b) 13cm (c) 8.5cm (d) $\sqrt{119}\,cm$

15۔ ایک دائرہ کی.................متوازی خط مماس ہوسکتی ہیں۔

16۔ دائرہ اوراس کی خط مماس کے مشترک نقطہ کو.............................کہتے ہیں۔

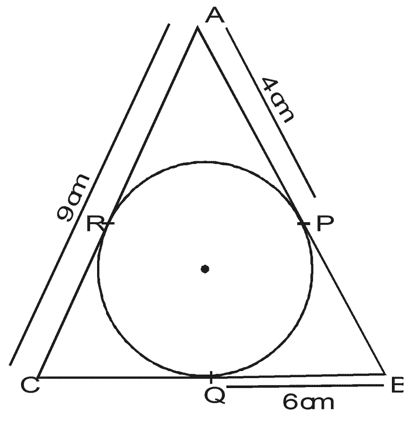
مختصر جواب والے سوالات(ٹائپ-I)

17۔ دو ہم مرکز دائروں کے قطر d_1 اور d_2 ہیں $(d_2 > d_1)$ اور C دائرہ کے وتر کی لمبائی ہے جو دوسرے دائرہ پر خط مماس ہے۔ثابت کیجیے کہ $d_2^2 = C^2 + d_1^2$

18۔ 2.5 cm نصف قطر والے دائرہ پر بیرونی نقطہ P سے خط مماس کی لمبائی 6 cm ہے۔دائرہ کے قریب ترین نقطہ سے نقطہ P کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

19۔ مرکز O والے دائرہ کی بیرونی نقطہ T سے خط مماس TP اور TQ ہیں۔اگر $\angle OPQ = 30°$ ہے تو $\angle TQP$ کی قدر معلوم کیجیے۔

20۔ شکل میں AP = 4cm، BQ = 6cm اور AC = 9cm ہے۔مثلث ABC کا نصف احاطہ معلوم کیجیے۔

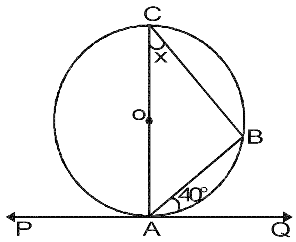


21۔ ایک قائم زاوی مثلث کے اضلاع a، b اور c ہیں۔ان میں سے c مثلث کا وتر ہے۔اس مثلث کے اندرون میں ایک دائرہ بنا ہوا ہے جو مثلث کے سبھی اضلاع کو چھوتا ہے۔ثابت کیجیے کہ دائرہ کا نصف قطر $r = \dfrac{a+b-c}{2}$ ہوگا۔

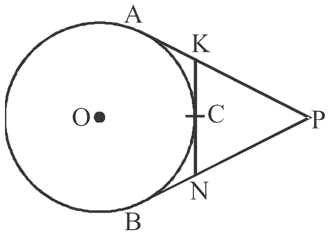
22۔ ثابت کیجیے کہ دائرہ پر کھینچا گیا خط مماس نقطہ مماس سے گزرنے والے نصف قطر پر عمود ہوتا ہے۔

23۔ دو ہم مرکز دائروں میں سے بڑے دائرے کے لیے کھینچا گیا وتر جو چھوٹے دائرہ کو چھوتا ہے، نقطہ مماس پر تنصیف ہوتا ہے۔ثابت کیجیے۔

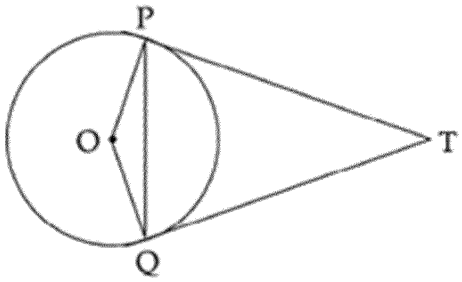
24۔ شکل میں AC مرکز O والے دائرہ کا قطر ہے اور A نقطہ مماس ہے۔ x کی قدر معلوم کیجیے۔



25۔ شکل میں PA اور PB نقطہ P سے خط مماس ہیں۔ ثابت کیجیے کہ KN = AK + BN

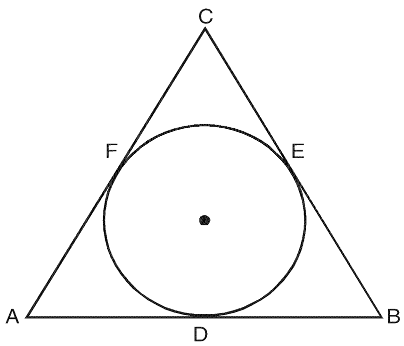


26۔ شکل میں وتر PQ کی لمبائی 6cm اور دائرہ کا نصف قطر 6cm ہے۔ TP اور TQ دائرے کے خط مماس ہیں۔ ∠PTQ کی قدر معلوم کیجیے۔

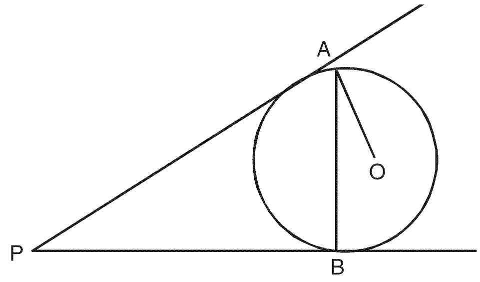


مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-II)

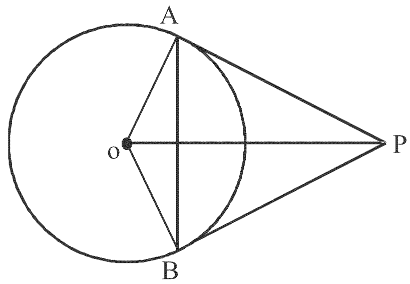
27۔ ایک دائرہ مثلث ABC کے اندر بنایا گیا ہے۔ مثلث کے اضلاع AB = 12cm، BC = 8 cm، AC = 10 cm ہیں۔ AD، BE اور CF معلوم کیجیے۔



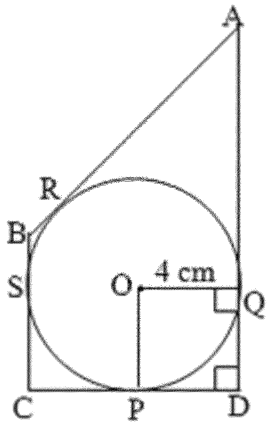
28۔ مندرجہ ذیل شکل میں کسی بیرونی نقطہ P سے مرکز O والے دائرے پر دو خط مماس PA اور PB کھینچے گئے ہیں۔ ثابت کیجیے کہ $\angle APB = 2\ \angle OAB$



29۔ شکل میں OP دائرہ کے قطر کے مساوی ہے جہاں O دائرہ کا مرکز ہے۔ ثابت کیجیے کہ مثلث ABP ایک مساوی الاضلاع مثلث ہے۔

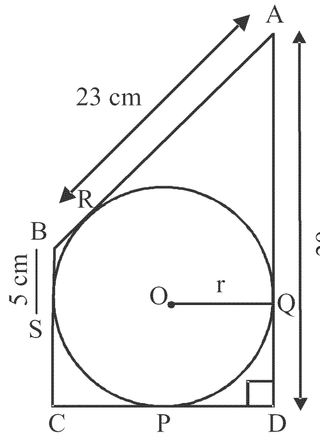


30۔ شکل میں AB =13cm، BC= 7cm، AD =15cm ہے۔ PC کی لمبائی معلوم کیجیے۔

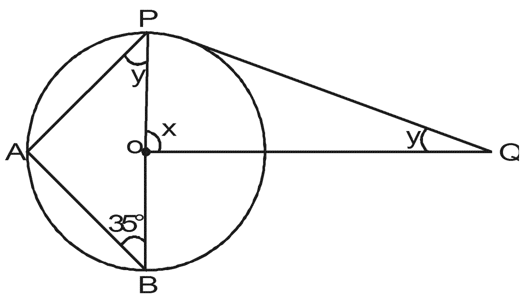


طویل جواب والے سوالات

31۔ شکل میں دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔



32۔ شکل میں PQ دائرہ کا خط مماس اور PB قطر ہے۔ x اور y کی قدر معلوم کیجیے۔



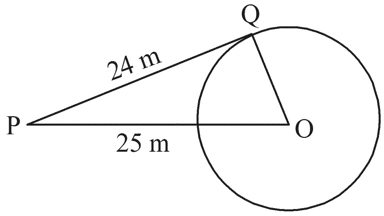
جوابات اور اشارے

1۔ باہری نقطہ سے دائرہ پر کھینچی گئی خط مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔اس لیے

BN = BL, MC = CL

BL + CL = BC = 10cm

2۔ فیثاغورث مسئلہ کے ذریعے



$$PQ = \sqrt{(OP)^2 - (PQ)^2}$$
$$= \sqrt{(25)^2 - (24)^2} = 7cm$$

3۔ ایک ہی قطع میں بنے تمام زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہے۔

DCایک خط قاطع ہےاس لیے $\angle DAC = 60°$

$\angle BCD = 70°$

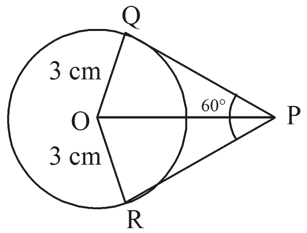
4۔ دائرہ کا خط مماس نقطہ مماس سے گزرنے والے نصف قطر پر عمودی ہوتا ہے۔

اس لیے $\angle RPO = 90°$

$\angle OPQ = \angle OQP = 40°$

$\angle POQ = 100°$

5۔



$\Delta QPO \cong \Delta RPO$

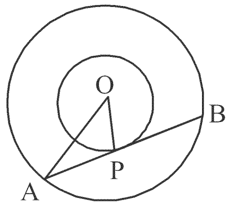
$\Rightarrow \angle QPO = \angle RPO = 30°$

$\angle QPO$ میں

$\angle OQP = 90°$ (خط مماس اور نصف قطر کے درمیان زاویہ: 90° ہوتا ہے)

$$\tan 30° = \frac{OQ}{QP} \Rightarrow QP = 3\sqrt{3}\ cm$$

6۔



ΔAOP میں $\angle P$ قائم زاویہ ہے۔

$OA^2 = (AP)^2+(OP)^2$

$(5)^2 = (AP)^2+(4)^2$

$\Rightarrow AP^2 = 9$

$\Rightarrow AP = 3cm$

$\Rightarrow AB = 6cm$

7۔ ΔPQO میں

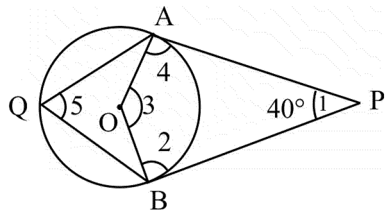
$(4)^2 + (3)^2 = (OP)^2$

$5 = OP$

$(5)^2 = (2)^2 + (PR)^2$

$PR=\sqrt{21}\,cm$

8۔



چارضلعی PBOA میں

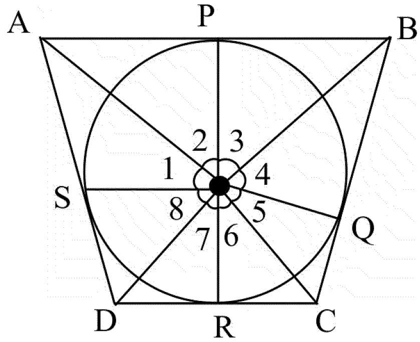
$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4 = 180°$

$\angle 1+\angle 3 = 140°$

تو $\angle 3 = 2\angle 5$

$\angle 5 = 70°$ یا $\angle AQB = 70°$

9۔



$\angle 2 = \angle 1$

$\angle 4 = \angle 3$

$\angle 6 = \angle 5$

$\angle 8 = \angle 7$

متماثل مثلثوں کے نظیری حصّے

$2(\angle 2+\angle 3+\angle 6+\angle 7) = 360°$

$\angle AOB+\angle COD = 180°$

$\angle COD = 55°$

10۔ $\angle OQT = 90°$ (خط مماس اور نصف قطر کے درمیان زاویہ)

11۔ لاتعداد

12۔ ایک

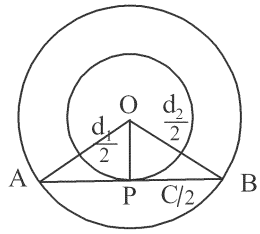
13۔ $90°$ کیونکہ $\angle OQP = 90°$ (خط مماس اور نصف قطر کے درمیان زاویہ قائمہ ہوتا ہے)

14۔ (d) $\sqrt{119}$ cm

15۔ دو

16۔ نقطہ مماس

17۔

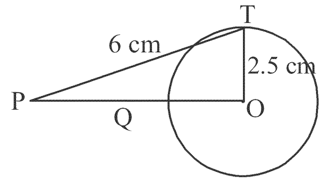


ΔOPB میں

$(OB)^2 = (OP)^2 + (PB)^2$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$d_2^2 = d_1^2 + c^2$



۔18

میں ΔOTP

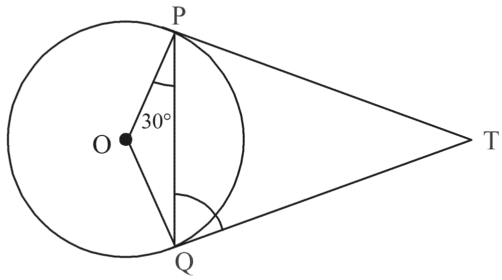
$(OP)^2 = (OT)^2 + (PT)^2$

$= (2.5)^2 + (6)^2$

$(OP)^2 = 42.25$

$OP = \sqrt{42.25} = 6.5cm$

$QP = 6.5 - 2.5 = 4cm$



۔19

میں $\angle OQP = \angle OPQ = 30°$

$\angle OQT = 90°$

$\angle TQP = \angle OQT - \angle OQP$

$= 90° - 30° = 60°$

۔20 $AP = AR = 4cm$

$CR = CQ = 5cm$

$QB = BP = 6cm$

$\frac{1}{2}[AC + AB + BC]$

$\frac{1}{2}[9 + 10 + 11]$

$= 15cm$

21۔ $BF = a - r$

$AF = b - r$

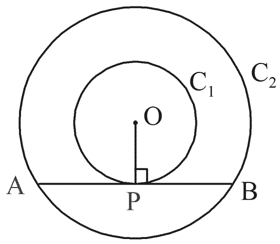
$AB = C = AF + BF$

$C = b - r + a - r$

$$r = \frac{a + b - c}{2}$$

22۔ NCERT مسئلہ نمبر 10.1

23۔



OP کو ملائیے

AB دائرہ C_1 کی خط مماس ہے اور OP نصف قطر ہے۔

$OP \perp AB$

AB دائرہ C_2 کا وتر ہے اور $OP \perp AB$ ہے۔

اس لیے OP وتر AB کا عمودی ناصف ہے۔

$AP = BP$

24۔ $\angle OAB = 50°$

$x + \angle B + \angle OAB = 180°$

$x + 90° + 50° = 180°$

$x = 40°$

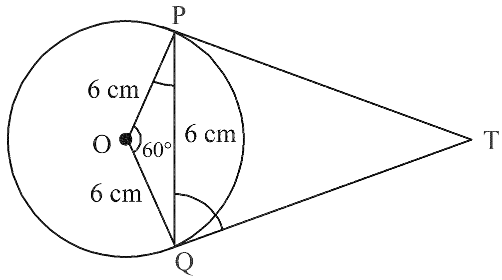
25۔ $AK = KC$ ——(1)

$BN = NC$ ——(2)

$KN = KC + NC$

$= AK + BN$ [(1) اور (2) سے]

26۔



$\angle POQ + \angle PTQ = 180°$

$60° + \angle PTQ = 180°$

$\angle PTQ = 120°$

27۔

$AC = AF + FC = 10cm$ ——(1)

$AB = AD + DB = 12cm$ ——(2)

$BC = BE + CE = 8cm$ ——(3)

$$\begin{bmatrix} BD & = & BE \\ AD & = & AF \\ CF & = & CE \end{bmatrix} \text{——(4)}$$

مساوات(4) کی قدریں مساوات(1)(2)(3) میں رکھنے پر

$AC = AD + FC = 10cm$ ——(5)

$AB = AD + DB = 12cm$ ——(6)

$BC = BD + CF = 8cm$ ——(7)

(5) (6)اور (7) کو جوڑنے پر

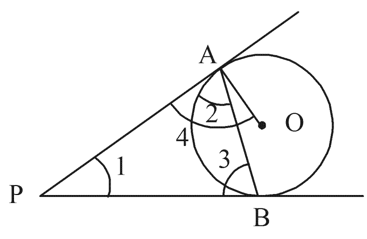
$2(AD + FC + DB) = 30$

$AD + FC + DB = 15$

(1) (2) (3) کا استعمال کرنے پر

$AD = 7cm, BE = 5cm, CF = 3cm$

28۔



$PA = PB$ اس لیے

$$\angle 2 = \angle 3 = \frac{1}{2}(180° - \angle 1)$$

$$\angle 2 = \angle 3 = 90° - \frac{1}{2}\angle 1$$

$\angle 4 = 90°$ (خط مماس اور نصف قطر کے درمیان زاویہ)

$$\angle OAB = \angle 4 - \angle 2$$

$$90° - \left(90° - \frac{1}{2}\angle 1\right)$$

$$\angle OAB = 90° - 90° + \frac{1}{2}\angle 1$$

$$\angle OAB = \frac{1}{2}\angle 1$$

$$\angle OAB = \frac{1}{2}\angle APB$$

$$2\angle OAB = \angle APB$$

29۔ $OP = 2r$

$\Rightarrow OQ = OP = r$

ΔAOP میں $OA \perp AP$ اور OP وتر ہے۔

$OQ = AQ = OA$

(وتر کا وسطی نقطہ راسوں سے برابر دوری پر ہوتا ہے)

OAQ ایک مساوی الاضلاع مثلث ہے۔

$\angle AOQ = 60°$

$\angle OAP = 90° \Rightarrow \angle APO = 30°$

$\angle APB = 2\angle APO = 60°$

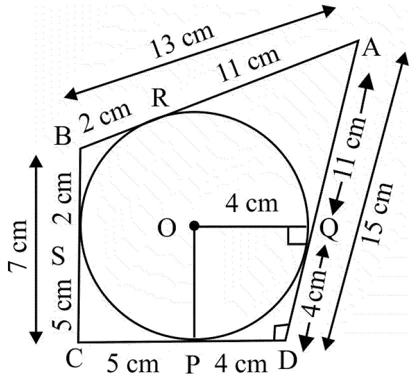
$PA = PB$ (خط مماس)

ΔAPB میں $\angle APB = 60°$

اس لیے $\angle PAB = \angle PBA = 60°$

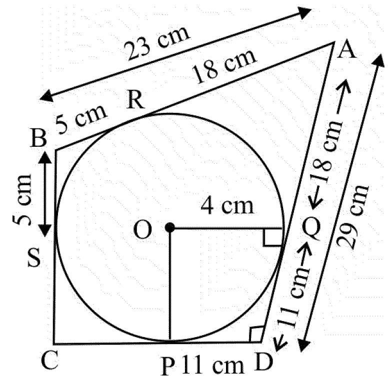
ΔPAB میں تمام زاویہ 60° کے ہیں۔

-30

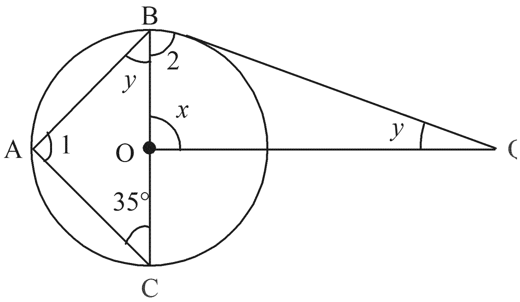


CP = 5cm

-31



-32



$\angle 1 = 90°$ میں ΔABC

(نصف دائرہ میں بنا زاویہ)

$\angle 1 + 35° + y = 180°$

$90° + 35° + y = 180°$

$y = 180 - 125 = 55°$

ΔOBQ میں

$\angle 2 = 90°$ ← (خط مماس اور نصف قطر کے درمیان زاویہ)

$\angle 2 + \angle x + \angle y = 180°$

$90° + \angle x + 55° = 180°$

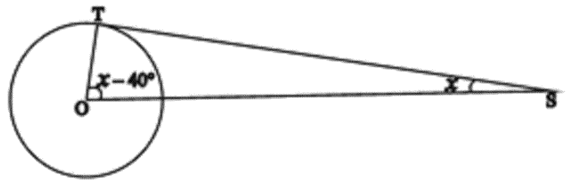
$\angle x = 35°$

مشقی جانچ

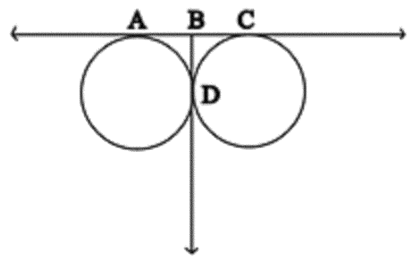
دائرے

کل نمبر:20 | وقت:1 گھنٹہ

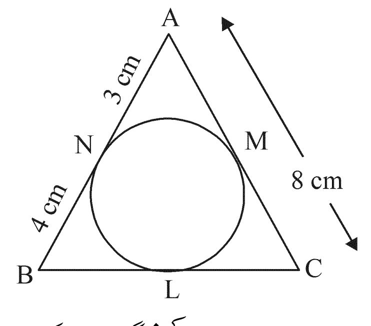
1۔ دی ہوئی شکل میں x کی قدر معلوم کیجیے اگر ST دائرہ خط مماس ہے۔ 1



2۔ دی ہوئی شکل میں اگر AC = 9 cm ہے تو BD کی قدر معلوم کیجیے۔ 1



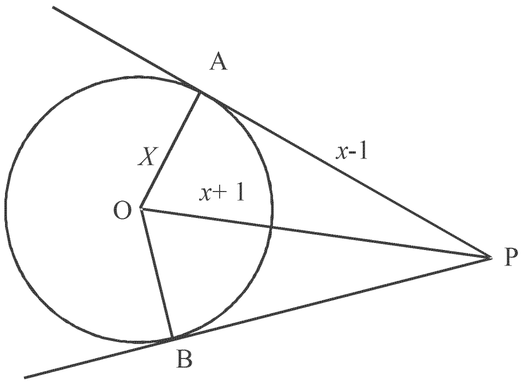
3۔ دی ہوئی شکل میں ΔABC میں ایک دائرہ بنا ہوا ہے ضلع BC کی لمبائی معلوم کیجیے۔ 1



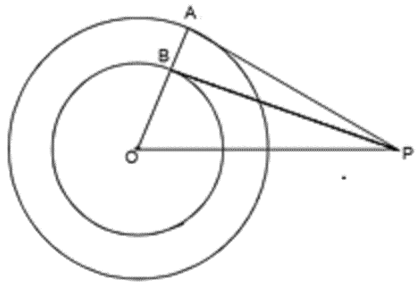
4۔ دائرہ کے کسی باہری نقطہ P سے PA, اور PB دو خط مماس کھینچی گئی ہیں۔ اگر O دائرہ کا مرکز ہے اور $\angle PAB = 50°$ ہو تو $\angle AOB$ کی پیائش معلوم کیجیے۔ 2

5۔ اگر کسی دائرہ کا مرکز O اور نصف قطر a ہے اس دائرہ پر باہری نقطہ P سے دو خط مماسیں کھینچی گئی ہیں۔ دونوں خط مماسوں کے درمیان 60° کا زاویہ ہے تو OP کی لمبائی معلوم کیجیے۔ (All India 2011) 2

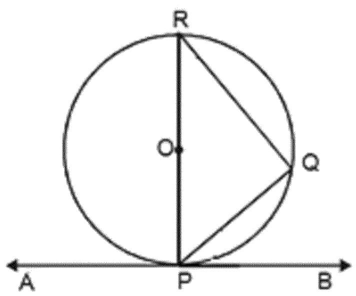
6۔ دی ہوئی شکل میں x کی قدر معلوم کیجیے۔ 2



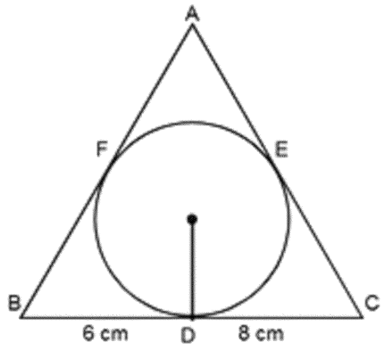
7۔ ہم مرکز دائروں کے نصف قطر 6 cm اور 3 cm ہیں۔ باہری نقطہ P سے PA اور PB دو خط مماس بنائے گئے ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر AP = 10 cm ہو تو BP معلوم کیجیے۔ 2



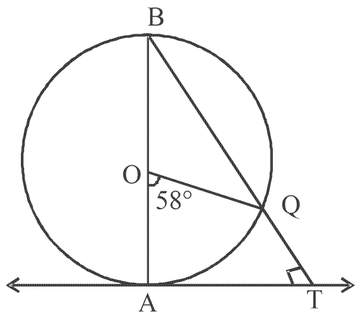
8۔ دی ہوئی شکل میں AB مرکز O والے دائرہ کا خط مماس ہے ثابت کیجیے کہ $\angle BPQ = \angle PRQ$ 3



9۔ دی ہوئی شکل میں 3 cm نصف قطر کا ایک داخلی دائرہ جو کہ مثلث ABC کے اندر اس طرح ہے کہ قطعات خط BD اور DC جو نقطہ مماس D کے ذریعے BC پر اس طرح بنے ہیں کہ ان کی لمبائیاں 8 cm اور 6 cm ہیں۔ اگر $ar(\Delta ABC) = 63\ cm^2$ ہو تو ضلع AB کی لمبائی معلوم کیجیے۔ 3



10۔ O مرکز والے دائرہ کا قطر AB اور AT دائرہ کا خط مماس ہے۔ اگر $\angle AOQ = 58°$ ہے تو $\angle ATQ$ معلوم کیجیے۔ 4



باب 11

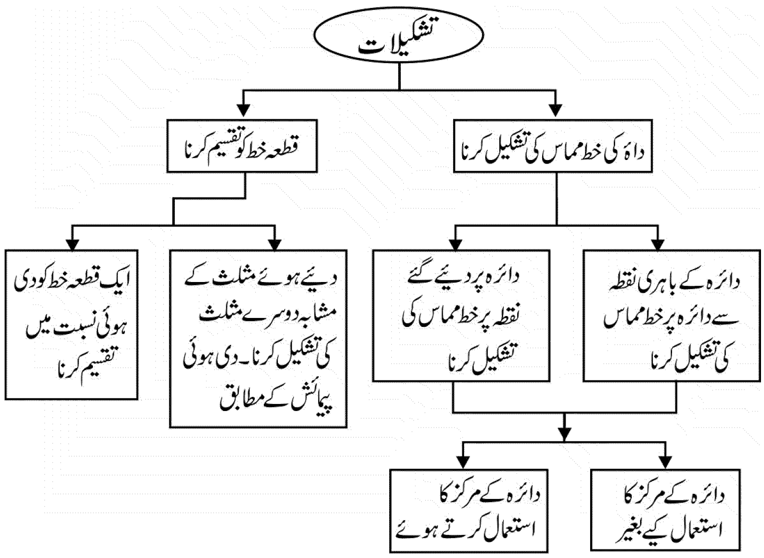
عملِ بناوٹ (تشکیلات)

(Constructions)

عنوان: (1) قطعہ خط کو تقسیم کرنا

(2) ایک مثلث کی تشکیل کرنا

(3) دائرہ کی خط مماسوں کی تشکیل کرنا



اہم نکات :

1. تشکیلات صاف ستھری، واضح اور سوال کے مطابق ہونی چاہئیں۔
2. مشابہ مثلث بناتے وقت ہمیں دی ہوئی پیمائشوں کا خیال رکھنا چاہیے۔
3. عمل کے اقدام صرف وہیں لکھیں جہاں لکھنے کے لیے کہا گیا ہے۔
4. تشکیلات بناتے وقت پرکار اور پیمانہ کا استعمال کریں۔ ایسے زاویے جنھیں پرکار سے نہیں بنایا جا سکتا وہ چاندے کی مدد سے بنائے جا سکتے ہیں۔

5. کسی قطعہ خط کو دی ہوئی نسبت میں تقسیم کرنے کا مطلب ہمیں دیئے ہوئے قطعہ خط پر وہ نقطہ معلوم کرنا ہے جو دیئے ہوئے قطعہ خط کو اس نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔

6. دائرہ کی خط مماس وہ خط ہے جو دائرہ کو کسی ایک نقطہ پر چھوتی ہے۔ اس نقطہ کو نقطہ مماس کہتے ہیں اس نقطہ مماس پر نصف قطر اور خط مماس کے درمیان زاویہ قائمہ بنتا ہے۔

7. دائرہ پر باہری نقطہ سے کھینچی گئی خط مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔

مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ ΔABC کے مشابہ مثلث بنانے کے لیے جس کے اضلاع کی نسبت ΔABC کے نظیری اضلاع کی $\frac{5}{3}$ ہیں۔ ایک شعاع BX اس طرح کھینچتے ہیں کہ CBX∠ زاویہ حادہ ہو۔ نقطہ A، X کی مخالف سمت میں BC کے سامنے ہوتا ہے۔ BX پر کتنے نقطے مساوی فاصلہ پر لگائیں گے؟

2۔ دائرہ پر خط مماس کا جوڑ اس طرح کھینچا جاتا ہے کہ دونوں کے درمیان 30° کا زاویہ ہو۔ دونوں نصف قطر کے درمیان کا زاویہ کتنا ہوگا؟

3۔ ΔABC کے مشابہ مثلث بنانے کے لیے جس کے اضلاع کی نسبت ΔABC کے نظیری اضلاع کی $\frac{2}{5}$ ہیں۔ ایک شعاع BX اس طرح کھینچتے ہیں کہ CBX∠ زاویہ حادہ ہو۔ نقطہ A، X کی مخالف سمت میں BC کے سامنے ہوتا ہے۔ تب نقطوں B_1, B_2, B_3........ کو BX پر برابر برابر دکھایا جاتا ہے۔ کون سے دو نقطے اگلے قدم میں ملائیں جائیں گے؟

4۔ ایک قطعہ خط AB کو 3:7 کی نسبت میں تقسیم کرنے کے لیے AX پر برابر برابر دوری پر کتنے نقطے لگانے پڑیں گے؟

5۔ دائرہ کے اندر موجود نقطہ سے کتنے خط مماس کھینچے جاسکتے ہیں؟

6۔ ایک قطعہ خط AB کو 4:5 میں تقسیم کرنے کے لیے پہلے ایک شعاع AX اس طرح کھینچی جاتی ہے کہ $\angle BAX$ ایک حادہ زاویہ ہو۔ اس کے بعد شعاع AX پر نقطوں ....., A_1, A_2, A_3 کو مساوی فاصلہ پر لیا جاتا ہے شعاع AX پر موجود کس نقطہ کو B سے جوڑا جائے گا۔

7۔ ایک قطعہ خط AB کو 4:5 میں تقسیم کرنے کے لیے شعاعوں AX اور BX پر بالترتیب نقاط ....., A_1, A_2, A_3 اور B_1, B_2, B_3........ کو مساوی فاصلہ پر لیا جاتا ہے۔ کون سے نقاط کو قطعہ خط کو تقسیم کرنے کے لیے ملانا چاہیے۔

8۔ 6cm لمبائی کا ایک قطعہ خط کھینچئے۔ اس پر نقطہ P معلوم کیجیے جو اسے 3:4 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہو۔ (CBSE- 2011)

9۔ AB = 8cm کا ایک قطعہ خط کھینچئے اور اسے اندرونی طور پر 3:2 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔

10۔ 6.5cm لمبائی کا ایک قطعہ خط AB کھینچئے اس پر ایک نقطہ P اس طرح لیجئے کہ $\frac{AP}{AB} = \frac{3}{5}$ ہو (Foreign- 2011)

11۔ جیومیٹریائی طریقہ سے 8.4cm لمبے ایک قطعہ خط کو 5:2 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔ (CBSE-2015)

12۔ کیا یہ ممکن ہے کہ ایک قطعہ خط کو $\frac{1}{\sqrt{5}} : \sqrt{5}$ کی نسبت میں جیومیٹریائی طریقہ سے بانٹا جا سکتا ہے۔

13۔ 7.6cm کا ایک قطعہ خط کھینچئے اور اسے 3:2 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔ (Foreign- 2011)

14۔ صحیح یا غلط بتائیے۔

یہ ممکن ہے کہ کسی قطعہ خط کو جیومیٹریائی طریقہ سے $\frac{1}{\sqrt{3}} : \sqrt{3}$ کی نسبت میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

15۔ کیا یہ ممکن ہے کہ 5cm نصف قطر والے ایک دائرہ کے مرکز سے 4.9cm کی دوری پر واقع ایک نقطہ سے دائرہ پر خط مماسوں کا جوڑا کھینچا جا سکتا ہے۔

16۔ کیا یہ ممکن ہے کہ 4cm نصف قطر اور مرکز O والے کسی دائرہ کے اوپر نقطہ A سے خط مماسوں کا ایک جوڑا کھینچا جا سکتا ہے۔

17۔ کسی دائرہ کے باہری نقطہ سے دائرہ پر کھینچی گئی خط مماسوں کی لمبائیوں کا موازنہ کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات (Type-I)

.18 ایک قطع خط AB = 8 cm کھینچے۔ AB پر نقطہ C اس طرح لیجیے کہ $AC = \frac{1}{3}CB$

.19 ΔABC کی تشکیل کیجیے جس میں BC = 5.5 cm اور ∠B = 60°، AB= 6.5 cm ہیں۔ دیے ہوئے مثلث کے مشابہ ایک دیگر مثلث کی تشکیل کیجیے جس کا ہر ایک ضلع دیے گئے مثلث ABC کے نظیری اضلاع کا $\frac{3}{2}$ ہو۔

.20 مثلث ABC کی تشکیل کیجیے جس میں AB = 7 cm اور CA = 6cm، BC= 5cm ہے۔ اس کے مشابہ ایک مثلث A'BC' بنائیے جس کے اضلاع ΔABC کے نظیری اضلاع کا $\frac{7}{5}$ ہوں

.21 ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع 5 cm، 4 cm اور 7 cm ہیں۔ اس کے مشابہ ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع

دیے گئے مثلث کے نظیری اضلاع کے $\frac{2}{3}$ گنا کے برابر ہوں۔

.22 ایک قائم زاوی مثلث بنائیے جس کے اضلاع (وتر کو چھوڑ کر) 8 cm اور 6 cm ہیں۔ اس کے مشابہ ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع دیے گئے مثلث کے نظیری اضلاع کے $\frac{3}{4}$ کے برابر ہوں۔

.23 مثلث ABC کی تشکیل کیجیے جس میں BC = 8cm، ∠B = 45° اور ∠C = 30° ہے۔ اس کے مشابہ ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع ΔABC کے نظیری اضلاع کا $\frac{3}{4}$ گنا ہوں۔

.24 ایک مثلث ABC بنائیے جس میں AB = 5 cm، ∠B = 60° اور ارتفاع CD = 3 cm ہے۔ ΔAQR~ΔABC بنائیے جس کے اضلاع ΔABC کے نظیری اضلاع کا 1.5 گنا ہیں۔

.25 6 cm نصف قطر والے ایک دائرہ پر خطوط مماس کا جوڑا بنائیے جن کے درمیان کا زاویہ 60° ہو۔

.26 ایک ΔABC کی تشکیل کیجیے جس میں AB = 5 cm، ∠B = 60° اور ارتفاع CD = 3 cm ہے۔ ΔAQR~ΔABC بنائیے جس کے اضلاع ΔABC کے نظیری اضلاع کا 1.5 گنا ہوں۔

.27 ایک مساوی الساقین مثلث ABC کی تشکیل کیجیے جس میں AB = AC اور قاعدہ (اساس) BC = 7cm نیز عمودی زاویہ 120° ہے۔ اس مثلث کے مشابہ ایک دیگر مثلث A'B'C بنائیے جس کے اضلاع دیے گئے مثلث کے نظیری اضلاع کے $\frac{4}{3}$ گنا ہوں۔

.28 3 cm نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ مرکز سے 5 cm کے فاصلے پر ایک نقطہ سے خطوط مماس کا جوڑا بنائیے اور ان کی لمبائیاں معلوم کیجیے۔

.29 O کو مرکز مان کر 4 cm نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ اس کا قطر POQ کھینچیے۔ P یا Q سے دائرہ کے مماسی خطوط بنائیے

.30 دو دائروں کے مرکزوں کے درمیان 9 cm کا فاصلہ ہے۔ اگر دائروں کے نصف قطر 5 cm اور 3 cm ہوں تو دونوں دائروں کے مرکزوں سے دوسرے دائرہ پر مماس کھینچیے۔

.31 نصف قطر 6 cm اور 4 cm والے دو ہم مرکز دائرے بنائیے۔ باہری دائرہ پر کسی نقطہ سے اندرونی دائرہ پر مماس بنائیے۔ ان کی لمبائیاں بھی ناپیے۔

.32 3 cm نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ اس کے ایک بڑھے ہوئے قطر پر دو نقطے P اور Q اس طرح لیجیے کہ وہ اس کے مرکز سے 7 cm کے فاصلے پر ہوں۔ ان دونوں نقطوں سے دائرہ پر مماس کھینچیے۔

.33 ایک قطعہ خط PQ = 10 cm بنائیے PQ پر ایک نقطہ A اس طرح لیجیے کہ $\frac{PA}{PQ} = \frac{2}{5}$ ہو۔ PA اور PQ کی لمبائیاں

معلوم کیجیے۔

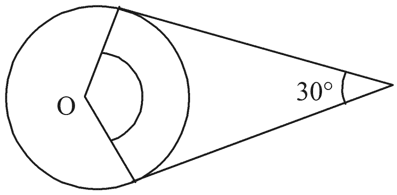
34. ایک مساوی الاضلاع مثلث PQR بنایئے جس کے اضلاع کی لمبائیاں 5 cm ہیں۔ ایک مثلث PQ'R' اس طرح بنایئے کہ $\frac{PQ}{PQ'} = \frac{1}{2}$ ہے۔

35. ایک قطعہ خط کھینچیے جس کی پیمائش 8 cm ہے۔ اسے 5:8 کی نسبت میں تقسیم کیجیے اور دونوں حصوں کی پیمائش کیجیے۔

36. ایک ΔABC تشکیل کیجیے جس میں AB = 7 cm، BC = 7.5 cm، CA = 6.5 cm اس مثلث کے مشابہ ایک دیگر مثلث کی تشکیل کیجیے جس کا ہر ایک ضلع دیئے گئے مثلث ABC کے نظیری اضلاع کا $\frac{3}{2}$ گنا ہو۔

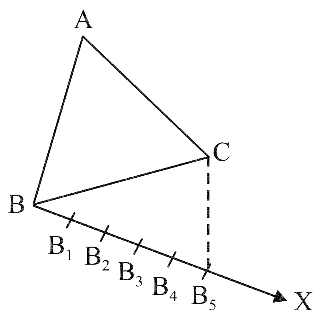
جوابات اور اشارے

1. کیونکہ نسبت $\frac{5}{3}$ ہے اور 5 بڑا اعدد ہے اس لیے جواب 5 ہے۔

2. 

دی گئی شکل میں دکھائے گئے دونوں زاویوں کا جوڑ 180° ہوتا ہے۔ اگر ایک زاویہ 30° کا ہے تو دوسرا زاویہ

180°–30° = 150° ہوگا۔

3. 

B_5 کو c سے

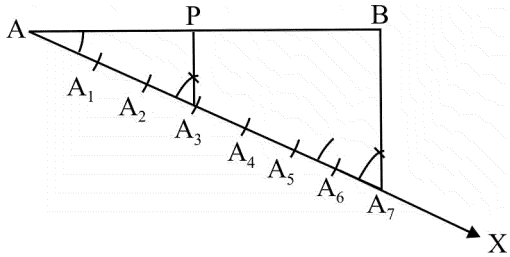
4. 3+7= 10

5. O

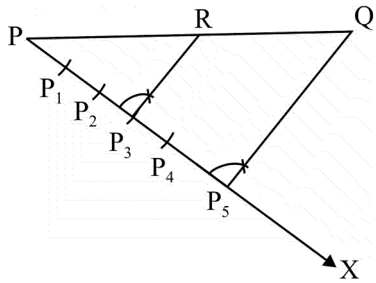
6. سوال نمبر 3 کے مطابق A_9 ہوگا۔

7. A_4 کو B_5 سے

8.



9.



10. NCERT کی مثال نمبر 1 کی مدد سے بنائیے۔

11. سوال نمبر 9 کی مدد سے بنائیے۔

12. ہاں کیونکہ $\frac{1}{\sqrt{5}} : \sqrt{5}$ کو 5:1 بھی لکھا جاسکتا ہے۔

13. صحیح، کیونکہ $\frac{1}{\sqrt{3}} : \sqrt{3}$ کو آسان شکل میں 3:1 بھی لکھا جاسکتا ہے۔

15. نہیں

16. نہیں

17. برابر ہیں۔

سوال نمبر 18 سے 36 تک کے سوالات کو NCERT کی مثالوں اور مشق کے سوالوں کی مدد سے حل کیا جاسکتا ہے۔

مشقی جانچ

تشکیلات

کل نمبر:20 وقت:1 گھنٹہ

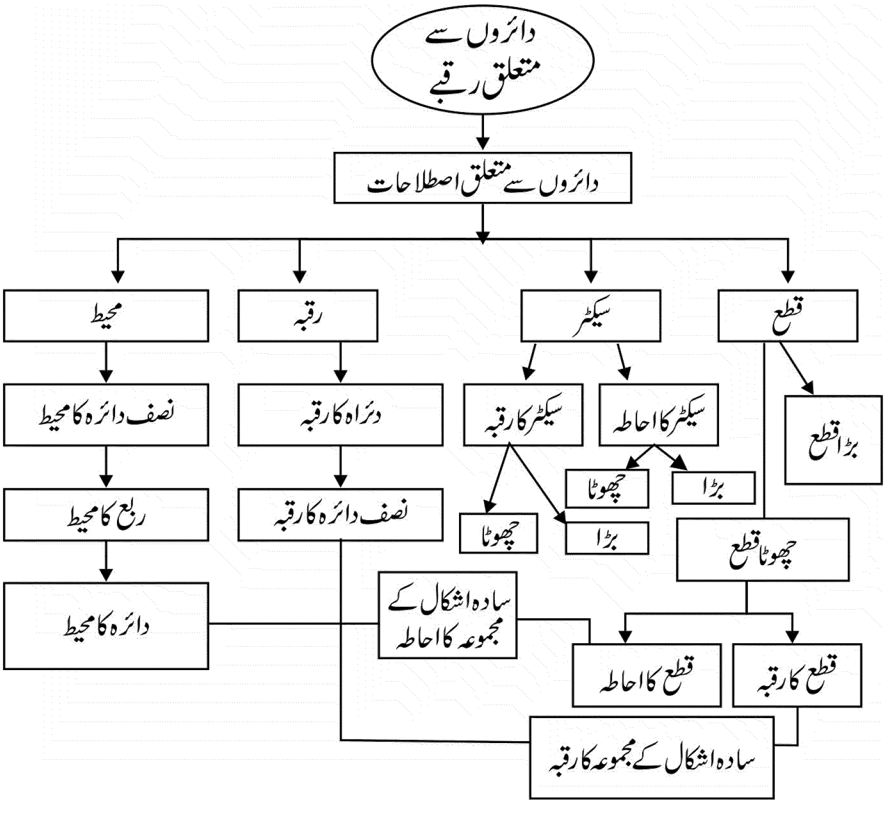
1۔	قطعہ خط AB = 8cm کا عمودی ناصف کھینچیے۔	1
2۔	دیئے ہوئے خط کے متوازی ایک خط کھینچیے۔	1
3۔	4cm قطر والے دائرہ پر کسی نقطہ P سے خط مماس کھینچئے	1
4۔	4cm نصف قطر والے کسی دائرہ کے مرکز سے 6cm کی دوری پر واقع نقطہ T سے دائرہ پر دو خط مماس بنائیے	1
5۔	5cm نصف قطر والے دائرہ پر خط مماس کا جوڑا بنائیے جن کے درمیان 60° کا زاویہ ہو	2
6۔	75° کے زاویہ کا ناصف بنائیے	2
7۔	5.6 cm کا قطعہ خط بنائیے اور اسے 2:3 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔	2
8۔	3.5 cm نصف قطر کا دائرہ بنائیے اس کے مرکز سے 5.5 cm کے فاصلے پر واقع ایک نقطہ P سے دائرہ پر مماسی خطوط کا جوڑا بنائیے۔ ان کی لمبائیاں بھی معلوم کیجیے۔	3
9۔	3 cm نصف قطر کا دائرہ بنائیے اور اس دائرہ پر مماسی خطوط کا جوڑا بنائیے جن کے درمیان کا زاویہ 120° ہو۔	3
10۔	ایک مثلث ABC کی تشکیل کیجیے جس میں AB = 4cm، BC = 5cm اور AC = 7 cm ہے۔ اس کے مشابہ ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع ΔABC کے نظیری اضلاع کا $\frac{5}{7}$ ہوں۔	4

باب 12
دائروں سے متعلق رقبہ

(Areas Related to Circles)

عنوان: دائرہ کا محیط اور رقبہ

سیکٹر کا رقبہ اور قطع کا رقبہ



اھم نکات :

.1 اگر ایک دائرہ کا نصف قطر 'r' ہو تو

(i دائرہ کا محیط = $2\pi r$ یا πd جہاں $d = 2r$ ہے۔

(ii دائرے کا رقبہ = πr^2

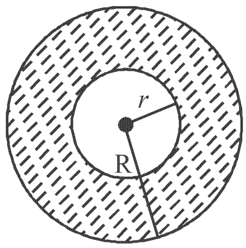
iii) نصف دائرے کا رقبہ = $\frac{1}{2}(\pi r^2)$

iv) دائرہ کے ربع کا رقبہ = $\frac{1}{4}\pi r^2$

2. دو ہم مرکز دائروں کے درمیان کا رقبہ

اگر دو ہم مرکز دائروں کے نصف قطر R اور r ہیں تو

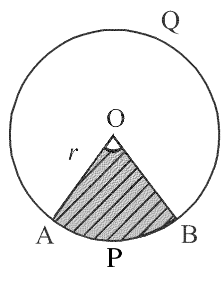
دو دائروں کے درمیان کا رقبہ = $\pi R^2 - \pi r^2$



$$= \pi(R^2 - r^2)$$
$$= \pi(R+r)(R-r)$$

3. سیکٹر اور اس کا رقبہ

i) کسی دائرہ کا وہ حصہ جو دائرے کے دو نصف قطر اور نظیری قوس کے درمیان ہوتا ہے سیکٹر کہلاتا ہے۔ دی گئی شکل میں APB چھوٹا سیکٹر اور AQB بڑا سیکٹر ہے۔



ii) سیکٹر کا رقبہ جس کا مرکزی زاویہ θ ہو = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

iii) زاویہ θ والے سیکٹر کے قوس کی لمبائی = $\frac{\theta}{180°} \times \pi r = \frac{\theta}{360°} \times \pi d$

(iv) چھوٹا سیکٹر دائرہ کے مرکز پر زاویہ حادہ (مان لیجیے θ) بناتا ہے جبکہ بڑا سیکٹر دائرہ کے مرکز پر منفرجہ زاویہ $(360-\theta)$ بناتا ہے۔

(v) دائرہ کے چھوٹے اور بڑے سیکٹروں کے قوسوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع دائرہ کے محیط کے مساوی ہوتا ہے۔

(vi) دائرہ کے چھوٹے اور بڑے سیکٹروں کے رقبوں کا حاصل جمع دائرہ کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے۔

(vii) کسی سیکٹر کا احاطہ اس کے نظیری قوس اور نظیری نصف قطروں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا ہے۔

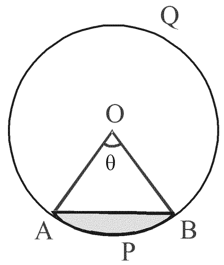
(viii) گھڑی کی منٹ کی سوئی کے ذریعے 60 منٹ میں بنایا گیا زاویہ = 360°

(ix) منٹ کی سوئی کے ذریعے 1 منٹ میں بنا زاویہ = $\left(\frac{360^\circ}{60}\right) = 6^\circ$

4. دائرہ کا قطع

چھوٹے قطع کا رقبہ = سیکٹر کا رقبہ – ΔOAB کا رقبہ

$$= \frac{\pi r^2\theta}{360^\circ} - \frac{1}{2}r^2\sin\theta \quad \text{یا} \quad \frac{\theta}{360}\times\pi r^2 - r^2 \, Sin\frac{\theta}{2}\, Cos\frac{\theta}{2}$$



5. بڑے قطع کا رقبہ = πr^2 – چھوٹے قطع کا رقبہ

مختصر ترین جواب والے سوالات

1- اگر ایک نصف دائری چاندے کا قطر 14 cm ہو تو اس کا محیط معلوم کیجیے۔

2- اگر کسی دائرہ کا محیط اور رقبہ ایک دوسرے کے مساوی ہوں تو اس دائرہ کا قطر معلوم کیجیے۔

3- a ضلع والے مربع کے اندرون میں بنے دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (دائرہ اس مربع کے تمام اضلاع کو چھوتا ہے)

4- دائرہ کے اس سیکٹر کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا نصف قطر r اور نظیری قوس کی لمبائی l ہو۔

5- ایک پہیے کا نصف قطر 0.25 m ہے۔ پہیے کے ذریعے 11 km کا فاصلہ طے کرنے میں لگائے گئے چکروں کی تعداد معلوم کیجیے۔

6۔ اگرایک دائرہ کا رقبہ $616\ cm^2$ ہو تو اس کا محیط معلوم کیجیے۔

7۔ ایک 6 cm ضلع والے مربع کے اندر بنے دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

8۔ دو دائروں کے نصف قطر بالترتیب 7 cm اور 24 cm ہیں۔ اس دائرہ کا قطر معلوم کیجیے جس کا رقبہ ان دونوں دائروں کے رقبوں کے حاصل جمع کے مساوی ہے۔

9۔ ایک تار کو موڑ کر 35 cm نصف قطر والا ایک دائرہ بنایا گیا ہے۔ اگر تار کو مربع کی شکل میں موڑ دیا جائے تو اس مربع کا رقبہ معلوم کیجیے۔

10۔ ایک دائرہ کا نصف قطر 6 *cm* اور ایک قوس کی لمبائی 3π ***cm*** ہے۔ اس کے ذریعے مرکز پر بنائے گئے زاویے کی قیمت معلوم کیجیے۔

11۔ اس دائرہ کے سیکٹر کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولا لکھیے جو مرکز پر زاویہ θ بناتا ہے اور اس کا نصف قطر r ہے۔

12۔ اگر دو دائروں کے محیط کی نسبت 2:3 ہو تو ان کے رقبوں کی نسبت کیا ہوگی؟

13۔ اگر ایک دائرہ کا محیط اور نصف قطر کا فرق 37 cm ہو تو دائرہ کا محیط معلوم کیجیے۔

14۔ اگر کسی دائرہ کا قطر 40% بڑھا دیا جائے تو اس کے رقبہ میں کتنے فیصد کا اضافہ ہوگا؟

15۔ ایک گھڑی کی گھنٹے کی سوئی کی لمبائی 6 cm ہے۔ صبح 11:20 سے 11:55 تک گھنٹے کی سوئی کے ذریعے طے کیا گیا رقبہ معلوم کیجیے۔

16۔ اس دائرہ کا قطر معلوم کیجیے جس کا رقبہ 24cm اور 7cm نصف قطر والے دو دائروں کے رقبوں کے حاصل جمع کے مساوی ہے۔ (NCERT-Exempler)

17۔ اس دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے جو 6cm ضلع والے مربع کے اندر بنایا گیا ہے۔

18۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کی لمبائی 14cm ہے۔ ایک منٹ میں سوئی کے ذریعے طے کیا گیا رقبہ معلوم کیجیے۔

19۔ اگر کسی دائرہ کا محیط اور رقبہ ایک دوسرے کے مساوی ہوں تو اس دائرہ کا نصف قطر

(a) 2 اکائی (b) π اکائی (c) 14 اکائی (d) 7 اکائی

20۔ نصف قطر *r* والے دائرہ کا محیط........................

21۔ نصف قطر *r* والے دائرہ کا رقبہ........................

22۔ نصف قطر *r* اور مرکزی زاویہ θ والے سیکٹر کی قوس کی لمبائی........................

23۔ نصف قطر *r* اور زاویہ θ والے دائرہ کے سیکٹر کا رقبہ........................

24۔ .... ۔ سیکٹر کا رقبہ = قطع کا رقبہ

مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-I)

25۔ دائرہ کے ربع کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا محیط 22 cm ہے۔

26۔ 10 cm نصف قطر والے دائرہ کے کسی قوس کی لمبائی 5πcm ہو تو اس قوس کے ذریعے مرکز پر بنائے گئے زاویہ کی قدر معلوم کیجیے۔

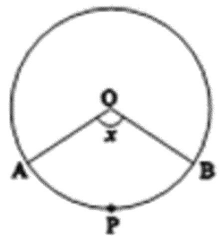
27۔ اگر ایک مربع کسی دائرہ کے اندر ہو تو دائرہ اور مربع کے رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

28۔ اگر کسی نصف دائرہ کا محیط 18 cm ہو تو اس کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

29۔ اگر ایک دائرہ کا محیط کسی مربع کے احاطہ کے مساوی ہو تو ان کے رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

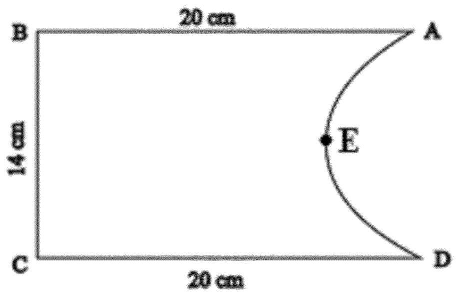
30۔ اگر ایک دائرہ کا قطر اور ایک مساوی ضلعی مثلث کے ضلع کی لمبائی مساوی ہو تو ان کے رقبوں کی نسبت کیا ہوگی؟

31۔ دی ہوئی شکل میں O دائرہ کا مرکز ہے۔ اگر سیکٹر OAPB کا رقبہ دائرہ کے رقبہ کا $\frac{5}{18}$ ہو تو x کی قدر معلوم کیجیے۔

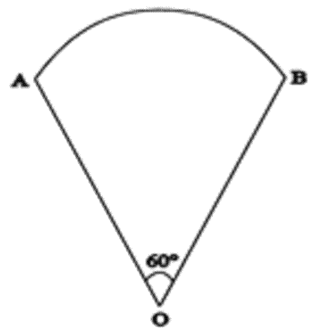


32۔ دی ہوئی شکل میں AED ایک نصف دائرہ ہے اور ABCD ایک مستطیل ہے۔ شکل کا احاطہ معلوم کیجیے۔

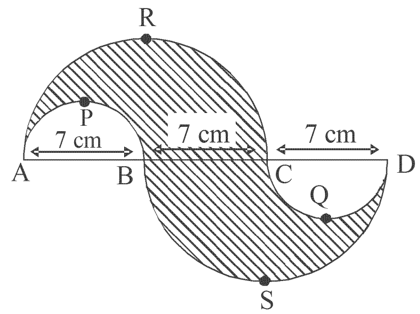
(CBSE-2015)



33۔ دی گئی شکل میں نصف قطر 10.5 cm والے دائرہ کا سیکٹر دیا ہوا ہے۔ اس سیکٹر کا احاطہ معلوم کیجیے۔



34۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

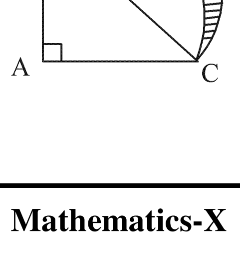


مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-II)

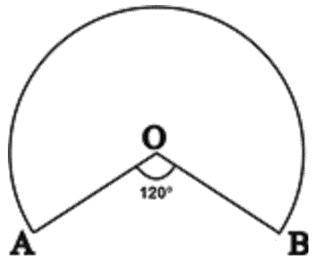
35۔ 36 cm نصف قطر والے ایک دائرہ کے سیکٹر کا رقبہ 54π cm² ہے۔ نظیری قوس کی لمبائی معلوم کیجیے۔

36۔ گھڑی کی منٹ والی سوئی کی لمبائی 5 cm ہے۔ سوئی کے ذریعہ 6:05 am سے 6:40 am تک طے کیا گیا رقبہ معلوم کیجیے

37۔ دی ہوئی شکل میں ABDC دائرہ کا ایک ربع ہے۔ جس کا نصف قطر 28cm ہے۔ BC کو قطر مان کر ایک نصف دائرہ BEC بنایا گیا ہے سایہ دار حصّہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے)



38۔ دی گئی شکل میں OAPB نصف قطر 3.5 cm والے دائرہ کا سیکٹر ہے اور $\angle AOB = 120^\circ$ ہے۔ OAPBO کا احاطہ معلوم کیجیے۔



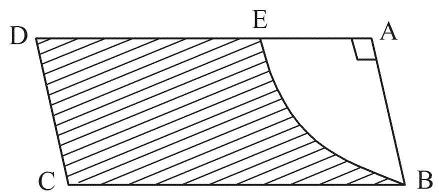
39۔ 1500 m نصف قطر والے ایک دائرہ نما پرک کے چاروں طرف 2 m چوڑائی والا فٹ پاتھ 20 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے بنایا گیا ہے۔ فٹ پاتھ کو بنانے میں کل کتنا خرچ آئے گا؟ ($\pi = 3.14$ لیجیے)

40۔ ایک لڑکا سائیکل اس طرح چلا رہا ہے کہ سائیکل کے پہیے فی منٹ 140 چکر لگاتے ہیں۔ اگر پہیے کا قطر 60 cm ہو تو سائیکل کی رفتار معلوم کیجیے۔

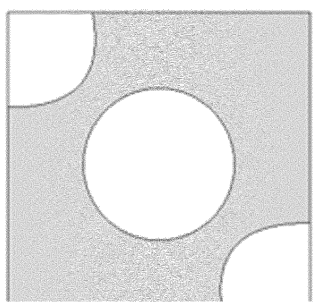
41۔ 4cm نصف قطر اور 30° زاویہ والے چھوٹے سیکٹر AOB اور بڑے سیکٹر AOB کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$ لیجیے)

42۔ نصف قطر r والے نصف دائرہ میں بنے بڑے سے بڑے مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (NCERT-Exempler)

43۔ دی ہوئی شکل میں منحرف ABCD کا رقبہ $24.5cm^2$ ہے۔ $AD \parallel BC$، $DAB = 90^\circ$، $AD = 10cm$ اور $BC = 4cm$ اگر ABE دائرہ کا ربع ہے تو سایہ دار حصّہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے)

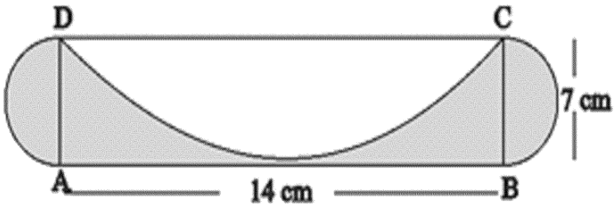


44۔ ایک 8 cm ضلع والے مربع کے دو مقابل کناروں سے 1.4 cm نصف قطر والے دو ربع کاٹے گئے ہیں۔ مربع کے بیچ میں 4.2 cm قطر کا ایک دائرہ بھی کاٹا گیا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



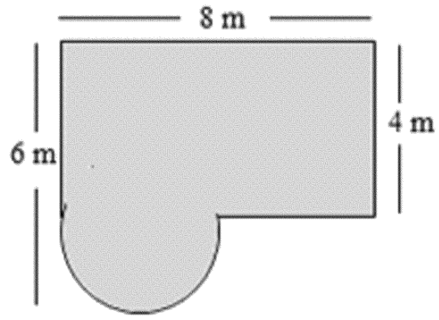
45۔ ایک °100 زاویہ والا سیکٹر دائرہ میں سے کاٹا گیا ہے جس کا رقبہ $70.65\ cm^2$ ہے۔ دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔ ($\pi=3.14$ لیجیے)

46۔ دی گئی شکل میں ABCD ایک مستطیل ہے جس میں AB = 14 cm، BC = 7 cm ہے۔ DC، BC اور AD کو قطر مان کر تین نصف دائرے بنائے گئے ہیں۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



47۔ ایک مربع نما پانی کی ٹنکی کے قاعدہ کا ہر ایک ضلع 40 m ہے۔ اس کے چاروں طرف چار نصف دائری گھاس کے میدان ہیں۔ 1.25 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے میدانوں کی گھاس کٹوانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

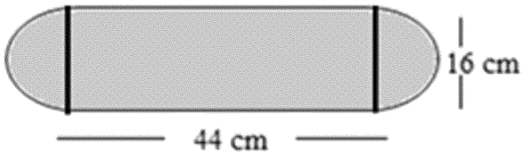
48۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (NCERT-Exempler)



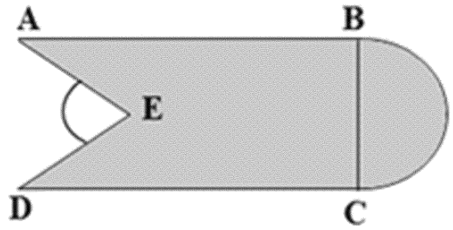
49۔ 28 cm نصف قطر والے دائرہ کا وتر اس کے مرکز پر °45 کا زاویہ بناتا ہے۔ وتر کے ذریعے کاٹے گیے چھوٹے قطع کا رقبہ معلوم کیجیے۔

50۔ ایک تار کو موڑ کر کسی دائرہ کے مرکز پر °45 کا زاویہ بنانے والی قوس کی شکل دی جاسکتی ہے۔ اگر تار کی لمبائی 11 cm ہے تو دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

51۔ دی گئی شکل میں سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (NCERT-Exempler)

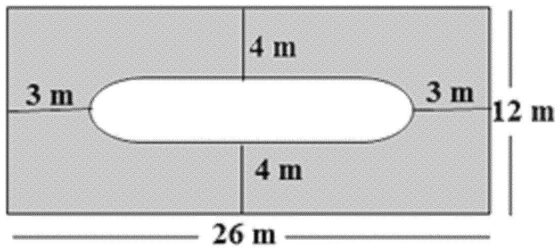


52۔ دی گئی شکل میں کل رقبہ مربع سینٹی میٹر میں معلوم کیجیے۔



53۔ اگر ایک دائرہ کا محیط اس کے قطر سے 16.8 cm زیادہ ہوتو دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

54۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (NCERT-Exempler)



طویل جواب والے سوالات

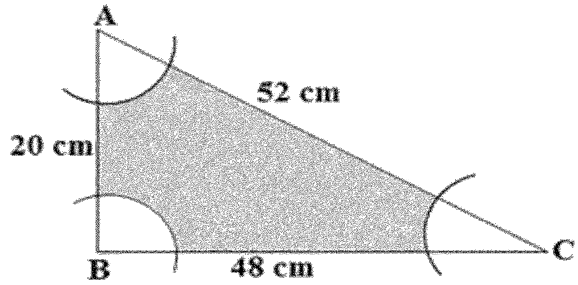
55۔ دو دائرے ایک دوسرے کو باہر سے چھوتے ہیں۔ اگر ان کے رقبوں کا حاصل جمع 130π cm² ہے اور ان کے مرکزوں کے درمیان 14 cm کا فاصلہ ہوتو ان دائروں کے نصف قطر معلوم کیجیے۔

56۔ تین دائرے جن کے نصف قطر 7 cm ہیں اس طرح کھینچے گئے ہیں کہ ہر ایک دائرہ باقی دو دائروں کو چھوتا ہے۔ تینوں دائروں کے درمیان والے حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (All India-2010)

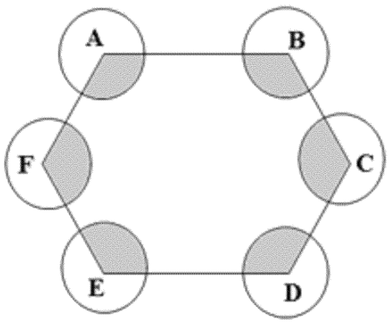
57۔ ایک دائرہ نما پہیہ کا رقبہ 6.16 m² ہے۔ پہیے کو 572 m کا فاصلہ طے کرنے کے لیے کل کتنے چکر لگانے ہوں گے؟

58۔ ایک معین کے تمام راس دائرہ کے اوپر ہیں۔ اگر دائرہ کا رقبہ 2464 m² ہے تو معین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

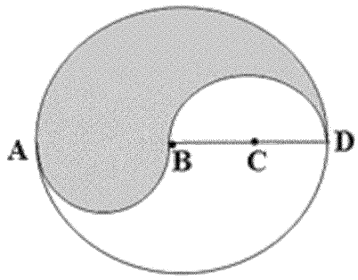
59۔ ABC کے راسوں A، B اور C کو مرکز مان کر تین سیکٹر بنائے گئے ہین جن کے نصف قطر 6 cm ہیں۔ اگر AB = 20 cm، BC = 48 cm اور CA = 52 cm ہوتو سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



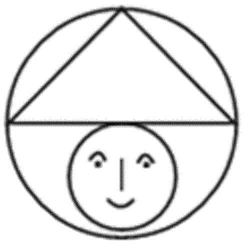
60۔ دی گئی شکل میں ABCDEF ایک منظّم چھ ضلعی ہے جس کے راسوں کو مرکز مان کر نصف قطر r والے دائرے بنائے گئے ہیں۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



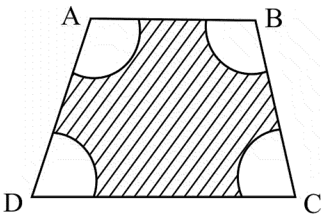
61۔ 6 cm نصف قطر والے دائرہ کا قطعہ ABCD اس طرح ہے کہ AB =BC =CD شکل کے مطابق AB اور BD کو قطر مان کر نصف دائرے کھینچے گئے ہیں۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



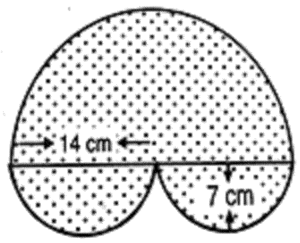
62۔ سڑک پر ایک غریب فن کار بچوں کے لیے ایک مزاحیہ کارٹون بناتا ہے اور اپنی زندگی گزارنے کے لیے کچھ کماتا ہے۔ ایک بار اس نے ایک مزاحیہ چہرہ بنایا جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس میں اس نے ایک بڑے دائرہ کے اندر ایک چھوٹا دائرہ بنایا۔ بڑے دائرہ کا نصف قطر 130 cm اور چھوٹے دائرہ کا 20 cm ہے۔ اس شکل میں ٹوپی کے لیے کتنا رقبہ دیا گیا ہے۔



63۔ دی گئی شکل میں ABCD ایک منحرف ہے جہاں AB||DC، AB = 18cm، DC = 32cm، AB اور DC کے درمیان فاصلہ 14cm ہے۔ A،B،C اور D کو مرکز مان کر 7cm کی قوس لگائی جائیں تو سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



64۔ دی ہوئی شکل میں سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



جوابات اور اشارے

1۔ $\pi r + d = \frac{22}{7} \times 7 + 14 = 36cm$

2۔ $2\pi r = \pi r^2 \Leftarrow r = 2$ اکائی

3۔ مربع کا ضلع = دائرہ کا قطر

$2r = a$

$r = \frac{a}{2}$

دائرہ کا رقبہ $= \pi \times \frac{a^2}{4} = \frac{\pi a^2}{4}$

4۔ $l = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$ ، رقبہ $= \frac{\theta}{360°} \times \pi r^2 = \frac{l \times \pi r^2}{2\pi r} = \frac{lr}{2}$ مربع اکائی

5۔ $\frac{\text{دوری}}{\text{محیط}} = \frac{11 \times 1000 \times 7 \times 100}{2 \times 22 \times 25} = 7000$

6۔ $\pi r^2 = 616 \Leftarrow r = 14cm$

محیط $= 2\pi r = 88cm$

7۔ مربع کا ضلع = دائرہ کا قطر

$r = 3cm$

رقبہ $= \pi r^2 = \pi(3)^2 \quad 9\pi cm^2$

8۔ $\pi R^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 \Leftarrow R = 25cm$ قطر $= 50$ cm

9۔ $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 35 = 220cm$

مربع کا ضلع $= \frac{220}{4} = 55cm$

مربع کا رقبہ = $55 \times 55 = 3025\text{cm}^2$

10۔ $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r = l \Leftarrow \frac{\theta}{360} \times 2\pi \times 6 = 3\pi$ $\quad \theta = 90°$

11۔ $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

12۔ $\frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{2}{3} \Leftarrow r_1 = \frac{2}{3} r_2$

رقبوں کی نسبت $= \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{\left(\frac{2}{3} r_2\right)^2}{r_2^2} = \frac{\frac{4}{9} r_2^2}{r_2^2} = 4:9$

13۔ $2\pi r - r = 37$

$r = 7$

$2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44\text{cm}$

14۔ $\frac{\pi d_1}{\pi d_2} = \frac{100}{140} \Rightarrow \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{5}{7}$

رقبوں کی نسبت $= \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{25}{49}$

15۔ (11:20 سے 11:55 تک = 35 منٹ، $\theta = 210°$) $\frac{210 \times 22 \times 6 \times 6}{360 \times 7} = 66\text{cm}^2$

16۔ $\pi R^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 \Rightarrow R = 25$

17۔ دائرہ کا قطر = مربع کا ضلع = 3cm

دائرہ کا رقبہ = $\pi r^2 = 9\pi\text{cm}^2$

18۔ $10.27\ \text{cm}^2$

19۔ 2 اکائی

20۔ $2\pi r$

21۔ πs^2

22۔ $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

23۔ $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

24۔ نظیری مثلث کا رقبہ

25۔ $2\pi r = 22$

$r = \frac{7}{2}$

دائرہ کے ربع کا رقبہ $= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{22 \times 7 \times 7}{7 \times 4 \times 2 \times 2} = 9.625\text{cm}^2$

26۔ $l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$5\pi = \frac{\theta}{360} \times 2\pi \times 10$

$\theta = 90°$

27۔ اگر مربع کا ضلع 1 اکائی ہو تو فیثا غورث مسئلہ سے

قطر یا وتر $= \sqrt{2}$ اکائی

مربع کا رقبہ $= 1 \times 1 = 1$ مربع اکائی

دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2 = \pi \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2}$

$\frac{22}{7 \times 2} = \frac{11}{7}$

دائرہ کا رقبہ: مربع کا رقبہ $= 11:7$

28۔ $\pi r + 2r = 18$

$r(\pi + 2) = 18$

$$r\left(\frac{22}{7}+2\right)=18$$

$$r=\frac{7}{2} \text{ یا } 3.5\text{cm}$$

29۔ $\frac{\text{دائرہ کا محیط}}{\text{مربع کا احاطہ}} = \frac{2\pi r}{4}$ یا اکائی $2\pi r = 4$

$$r=\frac{7}{11} \text{ اکائی}$$

$$\frac{\pi r^2}{1}=\frac{22}{7}\times\frac{7}{11}\times\frac{7}{11} = \frac{14}{11}$$

$$= 14:11$$

30۔ مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

دائرہ کا رقبہ $= \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2$

نسبت $= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\pi\frac{a^2}{4}} = \sqrt{3}:\pi$

31۔ $\frac{\theta}{360}\pi r^2 = \pi r^2\times\frac{5}{18}$

$$\theta = 100°$$

32۔ $20\text{ cm} + 14\text{ cm} + 20\text{ cm} + \pi r$

$$20+14+20+\frac{22}{7}\times 7$$

$$= 76\text{cm}$$

33۔ قوس کی لمبائی $= \frac{\theta}{360}\times 2\pi r = \frac{60\times2\times22\times105}{360\times7\times10} = 11\text{cm}$

احاطہ $10.5 + 10.5 + 11 = 32\text{cm}$

34۔ سایہ دار حصّہ کا احاطہ = نصف دائروں کا محیط

$$ARC + APB + BSD + CQD \; =$$

$$\pi\,(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) =$$

$$\frac{22}{7} \times 21 = \frac{22}{7}\left[7 + \frac{7}{2} + 7 + \frac{7}{2}\right] \; =$$

$$66\text{cm} =$$

35۔ $$54\pi = \frac{\theta \times \pi \times 36 \times 36}{360^\circ}$$

$$\theta = 15^\circ$$

لمبائی $= \dfrac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$$\frac{15}{360} \times 2 \times \pi \times 36 =$$

$$3\pi =$$

36۔ رقبہ $= \dfrac{\theta}{360} \times r^2 = \dfrac{210 \times 22 \times 5 \times 5}{360 \times 7} = \dfrac{1650}{36}$

$$45\frac{5}{6}\text{cm}^2$$

37۔ $AC = 28\text{cm}$، $BC = 28\sqrt{2}$ cm (فیثاغورث مسئلہ سے)

نصف قطر $= 14\sqrt{2}$ cm

سایہ دار حصّہ کا رقبہ = قطع کا رقبہ — نصف دائرہ کا رقبہ

$$\frac{1}{2}\pi(14\sqrt{2})^2 - \left[\frac{90}{360} \times \pi\,(28)^2 + \frac{1}{2} \times 28 \times 28\right] =$$

$$392 \text{ cm}^2 =$$

38۔ لمبائی = $\frac{240\times 2\times 22\times 35}{360\times 7\times 10}$ = 14.6cm

OAPBO کی لمبائی = 14.6 + 3.5 + 3.5

= 21.6cm

39۔ فٹ پاتھ کا رقبہ = $\pi\,(r_1^2 - r_2^2)$

فٹ پاتھ بنانے کا خرچ = $\pi[(1502)^2 - (1500)^2]\times 20$

$= 3.14\,[(1502)^2 - (1500)^2]\times 20$

= ₹ 377051.2

40۔ سائیکل کے پہیے کا محیط = $2\pi r$

$= 2\times\frac{22}{7}\times 30$

= 188.57cm

سائیکل کی رفتار = $\frac{18857\times 140\times 60}{100\times 100000}$

= 15.84 km/hr

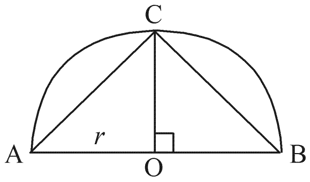
41۔ چھوٹے سیکٹر کا رقبہ = $\frac{\theta}{360}\times\pi r^2$

$= \frac{30}{360}\times 3.14\times 4\times 4$

$= 4.18\text{cm}^2$

بڑے سیکٹر کا رقبہ = $\frac{30}{360}\times 3.14\times 4\times 4$

$= 46.1\text{cm}^2$



42۔ مثلث کا رقبہ = اونچائی × قاعدہ × $\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} AB\times OC$

$\frac{1}{2}2r \times r =$

= r^2 مربع کی اکائی

43۔ مانا AB = hcm

منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2}(AD + BC) \times AB$

$\frac{1}{2}(10 + 4) \times h = 24.5$

h = 3.5cm

ربع ABE کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times \pi \times (3.5)^2$

$9.625\ cm^2 =$

سایہ دار حصہ کا رقبہ = 24.5 – 9.625

$14.875cm^2 =$

44۔ سایہ دار حصّہ کا رقبہ = (دو ربع کا رقبہ) – دائرہ کا رقبہ – مربع کا رقبہ

$= 64 - \frac{22}{7} \times \frac{42 \times 42}{10 \times 10} - \frac{14 \times 14 \times 1}{10 \times 10}$

$64 - 55.44 - 3.08 =$

$5.48cm^2$

45۔ $\frac{70.65}{100} = \frac{100 \times 314 \times r^2}{360 \times 100}$

$r^2 = \frac{7065 \times 360}{100 \times 314}$

$r = 9cm$

46۔ سایہ دار حصہ کا رقبہ = قطر DC والا نصف دائرہ – مستطیل کا رقبہ + دائرہ کا رقبہ

$$\pi r^2 + \left[AB \times BC - \frac{\pi\left(\frac{DC}{2}\right)^2}{2}\right] =$$

$$\frac{22}{7} \times (3.5)^2 + \left[98 - \frac{22 \times 7 \times 7}{7 \times 2}\right] =$$

$$38.5 + [98 - 77] =$$

$$59.5\text{cm}^2 =$$

47۔ 4نصف دائروں کا مطلب 2 دائرے

2دائروں کا رقبہ= $2\pi r^2$

$$2 \times 3.14 \times 20 \times 20 =$$

$$2512 =$$

قیمت $= 2512 \times 1.25$

$$₹\ 3140 =$$

48۔ شکل دوبارہ بنا کر اسے جانے پہچانے اشکال میں بانٹیے

سایہ دار حصّہ کا رقبہ = مستطیل کا رقبہ + نصف دائرہ کا رقبہ

$$\frac{1}{2}\pi r^2 + l \times b =$$

$$\frac{1}{2} \times \pi \times 2 \times 2 + 8 \times 4 =$$

$$(32 + 2\pi)\text{cm}^2 =$$

49۔ قطع کا رقبہ = مثلث کا رقبہ — سیکٹر کا رقبہ

$$\frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 - \frac{441}{4}\sqrt{3} =$$

$$\left(462 - \frac{441}{4}\sqrt{3}\right) =$$

$$\frac{21}{4}\left(88-21\sqrt{3}\right)\text{ cm}^2$$

50۔ $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ = لمبائی

$$\frac{45}{360}\,\frac{2\times 22\times r}{7}=11$$

$$r = 14\text{cm}$$

51۔ پھولوں کی کیاری میں دو نصف دائرے اور ایک مستطیل نما شکل ہے۔

$l \times b + \pi r^2$ = رقبہ

$$(44 \times 16 + \pi \times 8 \times 8) =$$

$$(704 + 64\pi)\text{ cm}^2 =$$

52۔ سایہ دار حصّہ کا رقبہ = مثلث کا رقبہ — نصف دائرہ کا رقبہ + مستطیل کا رقبہ

$$20 \times 15 + 28.12\,\pi - \frac{1}{2}\times 12\times 9 =$$

$$300 + 88.39 - 54 =$$

$$334.39\text{cm}^2 =$$

53۔ $2\pi r = 2r + 16.8$

$$2\times\frac{22}{7}r-2r=\frac{168}{10}$$

$$2r\left(\frac{22}{7}-1\right)=\frac{168}{10}$$

$$2r\left(\frac{15}{7}\right)=\frac{168}{10}\text{ or }\frac{168\times 7}{10\times 2\times 15}=3.92\text{cm}$$

54۔ سایہ دار حصے کا رقبہ = [مستطیل کا رقبہ + دو نصف دائروں کا رقبہ] - بڑے مستطیل کا رقبہ

$$L\times B-\left[2\frac{\pi r^2}{2}+l\times b\right]=$$

$= 26 \times 12 - [\pi \times 2 \times 2 + 16 \times 4]$

$= (248 - \pi 4)\text{cm}^2$

55۔ $\pi r_1^2 + \pi r_2^2 = 130\pi \Rightarrow r_1^2 + r_2^2 = 130$ —(1)

$r_1 + r_2 = 14$ —(2)

مساوات(2) میں سے r_1 کی قدر رکھنے پر

$2r_2^2 - 28r_2 + 66 = 0$

$r_2^2 - 14r_2 + 33 = 0$

$r_1 = 3\text{cm}$ اور $r_2 = 11\text{cm}$

$r_1 = 11\text{cm}$ اور $r_2 = 3\text{cm}$

56۔ سایہ دار حصّے کا رقبہ = 3 سیکٹروں کا رقبہ — مثلث کا رقبہ

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14 \times 14 - \frac{3 \times 60}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= (49\sqrt{3} - 77)\text{ cm}^2$

57۔ $\pi r^2 = \frac{616}{100} \Rightarrow r^2 = 1.96 \Rightarrow 1.4\text{m}$

محیط $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 = 8.8\text{ m}$

چکروں کی تعداد $= \frac{572}{8.8} = 65$

58۔ $\pi r^2 = 2464$

$r = 28\text{cm} \quad d = 2 \times 28 = 56\text{cm}$

معین کا رقبہ $= \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \times 56 \times 56$

$= 1568\text{cm}^2$

59۔ سایہ دار حصے کا رقبہ = 3 سیکٹروں کا رقبہ — مثلث کا رقبہ

$$= \frac{1}{2} \times 48 \times 20 - \frac{\pi r^2}{360}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$= 480 - \frac{22 \times 6 \times 6}{7 \times 360}(180°)$$

$$= 480 - 56.57 = 423.43\text{cm}^2$$

60۔ $2\pi r^2$ (2 دائروں کے رقبہ کے مساوی)

61۔ محیط $= \frac{2\pi r_1}{2} + \frac{2\pi r_2}{2} + \frac{2\pi r_3}{2}$

$$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times \frac{6}{2} + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{4}{2} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{2}{2}\right]$$

$$= 2 \times \frac{22}{7}\left[3 + 2 + 1\right] = \frac{264}{7}$$

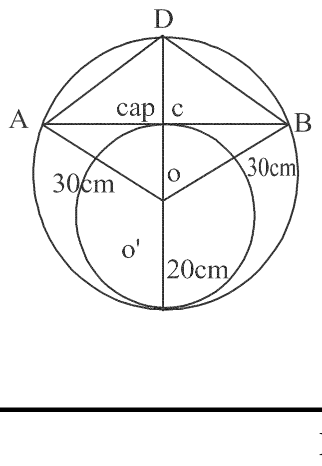
$$= 37.71\text{cm}$$

رقبہ $= \frac{1}{2}\pi r_1^2 - \frac{1}{2}\pi r_2^2 + \frac{1}{2}\pi r_3^2$

$$= \frac{22 \times 6 \times 6}{7 \times 2} - \frac{22 \times 4 \times 4}{7 \times 2} + \frac{22 \times 2 \times 2}{7 \times 2}$$

$$= \frac{22}{7}(18 - 18 + 2)$$

$$= 31.71\text{cm}^2$$



62۔ بڑے دائرہ کا نصف قطر = 30cm (مرکز O)

چھوٹے دائرہ کا نصف قطر = 20cm (مرکز O)

نصف قطروں کا فرق = 20 – 30 10cm

AB چھوٹے دائرہ کی خط مماس ہے۔

O'C نصف قطر ہے۔ OD⊥AB

$\angle OCA = 90° = \angle OCB$

ΔOCA میں فیثا غورث کے مسئلہ کے مطابق

$AC = 20\sqrt{2}$ cm

$AC = CB$

$AB = AC + CB$

$AB = AC + AC = 2AC$

$AB = 2 \times 20\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$ cm

$CD =$ بڑے دائرہ کا نصف قطر $- OC$

$= 30 - 10 = 20$

ٹوپی کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times AB \times CD$

$= \frac{1}{2} \times 40\sqrt{2} \times 20$

$= 400\sqrt{2}\ cm^2$

63۔ منحرف کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times h\,(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times 14\,(18+32) = \frac{1}{2} \times 14\,(50) = 350\ cm^2$

چار سیکٹروں کا رقبہ $= \frac{\pi r^2}{360} \times (\angle A + \angle B + \angle C + \angle D)$

$= \frac{\pi \times 7 \times 7}{360} \times 360$

$= 49\pi cm^2$

سایہ دار حصے کا رقبہ = چار سیکٹروں کا رقبہ — منحرف کا رقبہ

$(350 - 49\pi)cm^2$

64۔ سایہ دار حصے کا رقبہ $= \frac{1}{2}\pi r_1^2 + \frac{1}{2}\pi r_2^2 + \frac{1}{2}\pi r_3^2$

$\pi\left(\frac{17 \times 17}{7} + \frac{10 \times 10}{2} + \frac{7 \times 7}{2}\right)$

$= 688.28cm^2$

مشقی جانچ

دائروں سے متعلق رقبے

کل نمبر:20 | وقت:1 گھنٹہ

1۔ اگر دو دائروں کے محیط مساوی ہوں تو ان کے رقبوں کی نسبت کیا ہوگی؟ 1

2۔ اگر چاندے کا قطر 21 cm ہو تو اس کا محیط معلوم کیجیے۔ 1

3۔ نصف قطر P والے دائرہ کا رقبہ.......................ہوگا۔ 1

4۔ اگر کسی دائرہ کا محیط اور رقبہ مساوی ہوں تو دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔ 1

(a) 2 اکائی (b) π اکائی (c) 4 اکائی (d) 7 اکائی

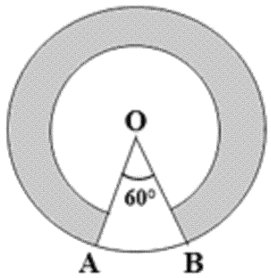
5۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کی لمبائی 14cm ہے۔منٹ کی سوئی کے ذریعے 8 منٹ میں طے کیا گیا رقبہ معلوم کیجیے۔ 2

6۔ ایک دائرہ کا محیط 22cm ہو تو دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ 2

7۔ ایک دائرہ کے ربع کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کا محیط 44 cm ہے۔ 2

8۔ ایک گھوڑے کو کسی میدان میں 2.8 m لمبی رسی کے ذریعے ایک کھمبے سے باندھا گیا ہے۔گھوڑے کے ذریعے کھائی جانے والی گھاس کا رقبہ معلوم کیجیے۔ 3

9۔ دی گئی شکل میں OA = 42cm، OC = 21cm اور AOB = 60°> ہے۔سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ 3



10۔ 10 cm نصف قطر والے ایک دائرہ کا وتر AB دائرہ کے مرکز پر زاویہ قائمہ بناتا ہے۔چھوٹے اور بڑے قطع کا رقبہ معلوم کیجیے۔ 4

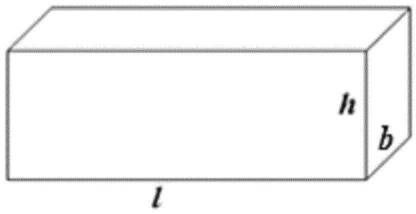
باب13

سطحی رقبہ اور حجم

(Surface Areas and Volumes)

اہم نکات :

1. **کعب نما**(Cuboid): تین جہتی شکلیں جیسے کتاب، ماچس کا ڈبہ، الماری وغیرہ کعب نما کہلاتے ہیں۔



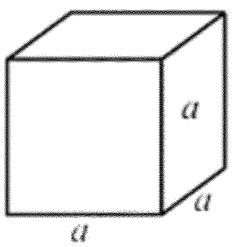
مانا لمبائی = l ، چوڑائی = b اور اونچائی = h ہو تو

حجم = $l \times b \times h$

خمیدہ سطح کا رقبہ = $2h(l + b)$

کل سطحی رقبہ = $2(lb + bh + hl)$

2. **مکعب**(Cube): تین جہتی شکلیں جیسے پانسہ، برف کے مکعب وغیرہ کو مکعب کہتے ہیں۔



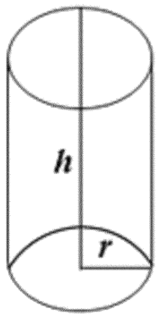
مکعب میں لمبائی = چوڑائی = اونچائی = a

حجم = a^3

خمیدہ سطح کا رقبہ = $4a^2$

کل سطحی رقبہ = $6a^2$

3. (a) **استوانہ**(Cylinder): تین جہتی اشکال جیسے دائرہ نما کھمبے، دائرہ نما پانی کے پائپ، سڑک ہموار کرنے کا رولر وغیرہ کو استوانہ کہتے ہیں۔



حجم = $\pi r^2 h$

خمیدہ سطح کا رقبہ = $2\pi r h$

کل سطحی رقبہ = $2\pi r (r + h)$

r = نصف قطر اور h = اونچائی

(b) **کھوکھلا استوانہ:**

باہری نصف قطر = R

اندرونی نصف قطر = r

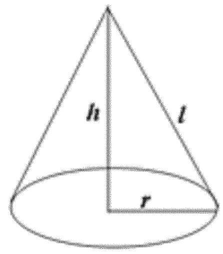
اونچائی = h

حجم = $\pi(R^2 - r^2)h$

خمیدہ سطح کا رقبہ = $2\pi(R + r)h$

کل سطحی رقبہ = $2\pi(R + r)\, h + 2\pi(R^2 - r^2)$

4. **مخروط**(Cone): تین جہتی اشکال جیسے ٹینٹ، آئس کریم کے کون، جوکر کی ٹوپی وغیرہ کو مخروط کہتے ہیں۔



قاعدہ کا نصف قطر = r

اونچائی = h

ترچھی اونچائی = $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

حجم = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

خمیدہ سطح کا رقبہ = $\pi r l$

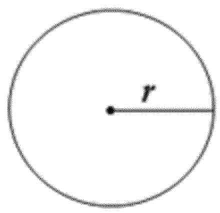
کل سطحی رقبہ = $\pi r (r + l)$

یاد رکھیے:

اگر ایک مخروط اور استوانہ کے قاعدہ کے نصف قطر مساوی ہوں اور دونوں کی اونچائیاں بھی مساوی ہوں تو

استوانہ کا حجم = مخروط کا حجم × 3

5. (a) **کرّہ** (Sphere): تین جہتی اشکال جیسے کرکٹ کی گیند، فٹ بال وغیرہ کو کرہ کہتے ہیں۔

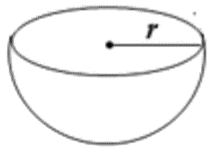


مانا نصف قطر = r

حجم = $\frac{4}{3}\pi r^3$

سطحی رقبہ = $4\pi r^2$

(b) **نصف کرّہ** (Hemisphere):

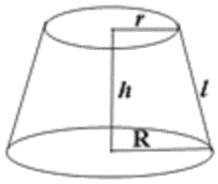


جِسم = $\frac{2}{3}\pi r^3$

خمیدہ سطح کا رقبہ = $2\pi r^2$

کل سطحی رقبہ = $3\pi r^2$

.6 **فرسٹم** (Frustum): جب ایک مخروط کو اس کے قاعدے کے متوازی کاٹا جاتا ہے تو اس کے کٹے ہوئے حصے سے قاعدے تک کے حصے کو فرسٹم کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر ترکی ٹوپی



مانا

قاعدہ کا نصف قطر = R

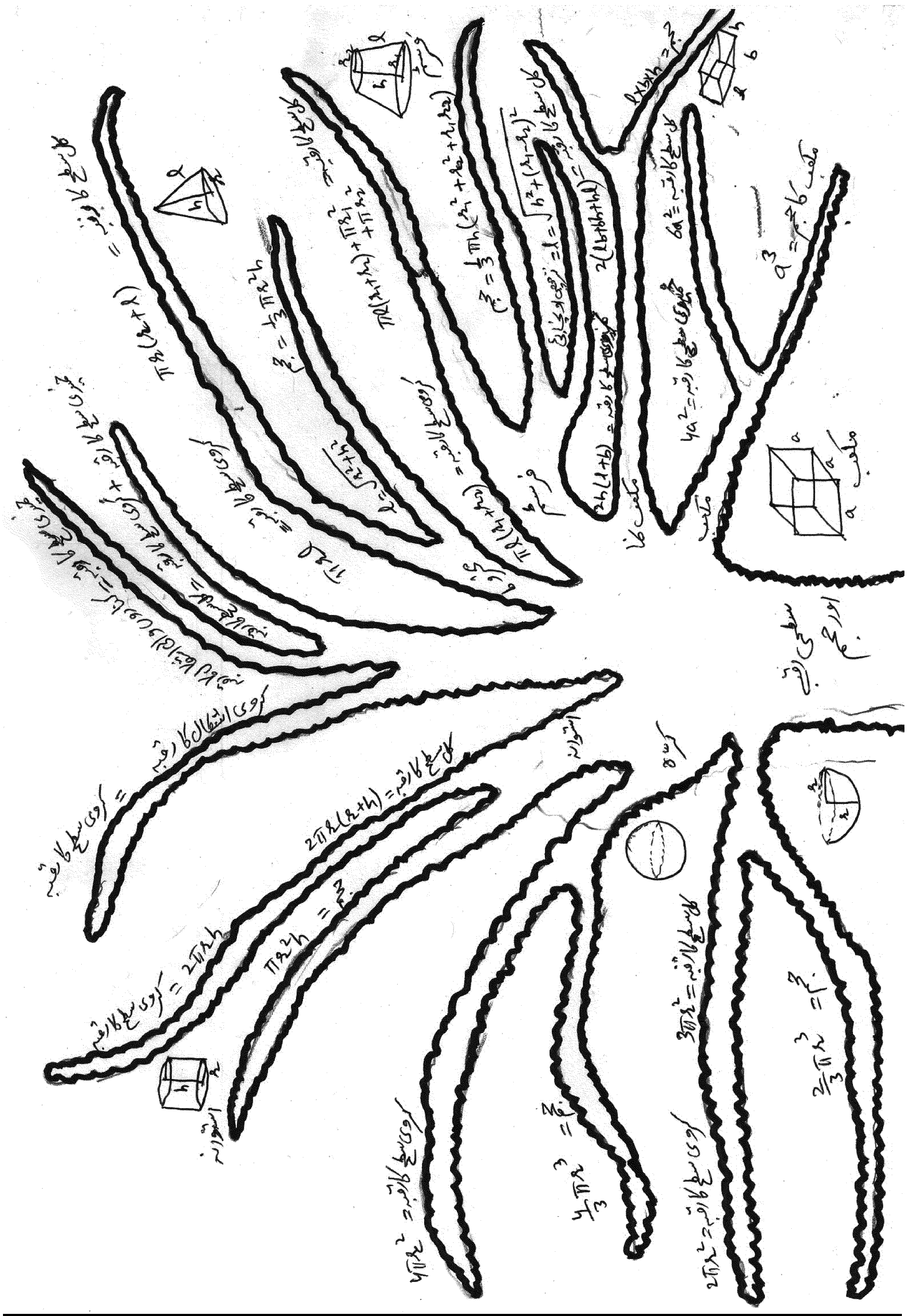
اوپری نصف قطر = r

اونچائی = h، $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$

جِسم = $\frac{1}{3}\pi h(r^2 + R^2 + Rr)$

خمیدہ سطح کا رقبہ = $\pi l(R + r)$

کل سطحی رقبہ = $\pi l(R + r) + \pi(R^2 + r^2)$



1۔ کالم I کو کالم II سے ملایئے:

کالم I	کالم II
(a) کرّہ کا سطحی رقبہ	$2\pi r h$ (i)
(b) مخروط کا کل سطحی رقبہ	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (ii)
(c) کعب نما کا حجم	$2\pi r(r+h)$ (iii)
(d) نصف کرّہ کا حجم	$\frac{1}{3}\pi h(r^2+R^2+rR)$ (iv)
(e) مخروط کی کروی سطح کا رقبہ	$\pi r(r+l)$ (v)
(f) نصف کرّہ کا کل سطحی رقبہ	$l \times b \times h$ (vi)
(g) استوانہ کا کروی سطح کا رقبہ	$\frac{2}{3}\pi r^2$ (vii)
(h) مخروط کا حجم	$\pi r l$ (viii)
(i) استوانہ کا کل سطح کا رقبہ	$3\pi r^2$ (ix)
(j) فرسٹم کا حجم	$4\pi r^2$ (x)

2۔ خالی جگہیں پر کیجیے۔

(i) $a \times a \times b$ العباد والے کعب نما کا کل سطحی رقبہ.......................ہوگا۔

(ii) نصف قطر r اور اونچائی 2r والے استوانہ کا حجم.................ہوگا۔

(iii) نصف قطر r اور اونچائی h والے استوانہ کا کل سطحی رقبہ.......................ہے۔

(iv) نصف قطر r اور اونچائی h والے مخروط کا کروی سطح کا رقبہ.......................ہے۔

(v) اگر ایک مخروط کی اونچائی اس کے قطر کے مساوی ہو تو مخروط کا حجم.......................ہوگا۔

(vi) نصف قطر r والے نصف کرہ کا کل سطحی رقبہ.......................ہے۔

(vii) باہری نصف قطر R، اور اندرونی نصف قطر r اور اونچائی h والے کھوکھلے استوانہ کا خمیدی سطح کا رقبہ ....ہے۔

(viii) اگر کسی کرہ کا نصف قطر دوگنا ہو جائے تو اس کا حجم اصل کرہ کے حجم سے.......................گنا ہو جائے گا۔

(ix) اگر کسی کرہ کا نصف قطر آدھا ہو جائے تو اس کا حجم اصل کرہ کے حجم سے.................گنا ہو جائے گا۔

3۔ مندرجہ ذیل میں صحیح/غلط بتایئے۔

(i) دو مساوی نصف قطر r والے ٹھوس کرّوں کو انکے قاعدہ کے ساتھ ملا کر جوڑ دیا گیا ہے۔اس مجموعہ کا کل سطحی رقبہ $6\pi r^2$ ہے۔

(ii) نصف قطر r اور اونچائی h والے استوانہ کو اسی اونچائی اور نصف قطر والے استوانہ کے اوپر رکھ دیا جاتا ہے۔ اس طرح بنی شکل کا کل سطحی رقبہ $4\pi rh+4\pi r^2$ ہوگا۔

(iii) نصف قطر r اور اونچائی h والے ایک مخروط کو اسی نصف قطر اور اونچائی والے ٹھوس استوانہ کے اوپر رکھ دیا جاتا ہے۔اس طرح بنی شکل کا کل سطحی رقبہ $\pi r\left[\sqrt{r^2+h^2}+3r+2h\right]$ ہے۔

(iv) ضلع a والے ایک مکعب کی شکل کے ڈبّے میں ایک ٹھوس گیند پوری پوری رکھی جا سکتی ہے۔گیند کا حجم $\frac{4}{3}\pi a^3$ ہے۔

(v) مخروط کے فرسٹم کا حجم $\frac{1}{3}\pi h(r_1^2+r_2^2+r_1r_2)$ ہوتا ہے۔ جہاں h فرسٹم کی اونچائی ہے اور r_1, r_2 سِروں کے نصف قطر ہیں۔

4۔ r نصف قطر والے ٹھوس نصف کرّہ کا کل سطحی رقبہ ہے۔

(A) πr^2 (B) $2\pi r^2$ (C) $3\pi r^2$ (D) $4\pi r^2$

5۔ ایک کرّہ کا حجم اور کل سطحی رقبہ مساوی ہوں تو کرّہ کا نصف قطر ہے۔

(A) 0 اکائی (B) 1 اکائی (C) 2 اکائی (D) 3 اکائی

6۔ مساوی نصف قطر والے اور مساوی اونچائی والے ایک استوانہ، ایک مخروط اور ایک نصف کرّہ کے حجموں کی نسبت ہے۔

(A) 1:2:3 (B) 2:1:3 (C) 3:1:2 (D) 3:2:1

7۔ نصف قطر r والے ایک ٹھوس کرّہ کو پگھلا کر r اونچائی والا ایک ٹھوس مخروط بنایا گیا ہے۔مخروط کا نصف قطر ہے۔

(A) $2r$ (B) r (C) $4r$ (D) $3r$

8۔ 6cm، 8cm اور 10cm قطر والے تین ٹھوس کرّوں کو پگھلا کر ایک ٹھوس کرّہ بنایا گیا ہے۔نئے کرّہ کا قطر ہے۔

12cm (D) 18cm (C) 4.5cm (B) 16cm (A)

9۔ ایک فرسٹم جو کہ 40cm اونچا ہے اس کے سروں کے نصف قطر 38cm اور 8cm ہیں۔ فرسٹم کی ترچھی اونچائی ہے۔

$4\sqrt{2}$ cm (D) 60.96cm (C) $10\sqrt{7}cm$ (B) 50cm (A)

10۔ اندرونی اور باہری قطر بالترتیب 4cm اور 8cm والے ایک دھات کے کرّہ نما کھول کو پگھلا کر 8cm قطر کے ایک مخروط میں تبدیل کیا گیا ہے۔ اس مخروط کی اونچائی ہے۔

18cm (D) 15cm (C) 14cm (B) 12cm (A)

11۔ العباد 49cm×33cm×24cm کے کعب نما لوہے کے کسی ٹکڑے کو پگھلا کر ایک ٹھوس کرّہ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ کرّہ کا نصف قطر ہے۔

19cm (D) 25cm (C) 23cm (B) 21cm (A)

12۔ بیڈمنٹن کھیلنے میں استعمال کی جانے والی چڑی (Shuttle cock) کی شکل مندرجہ ذیل میں سے کس کا مجموعہ ہے۔
(NCERT-Exempler)

(A) ایک استوانہ اور ایک کرّہ

(B) ایک استوانہ اور ایک نصف کرّہ

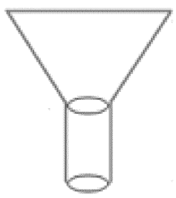
(C) ایک کرّہ اور ایک مخروط

(D) فرسٹم اور ایک نصف کرّہ

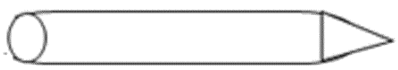
13۔ ترچھی اونچائی 45cm والی ایک بالٹی کے اوپری سرے اور نچلے سرے کے نصف قطر بالترتیب 28cm اور 7cm ہیں۔ اس بالٹی کا کروی سطح کا رقبہ ہے۔ (NERT-Exempler)

4953cm² (D) 4952cm² (C) 4951cm² (B) 4950cm² (A)

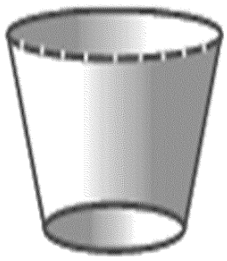
14۔ قیف (Funnel) کن دو جیومیٹریائی اشکال کا مجموعہ ہے؟



15۔ ایک استوانی پنسل کو ایک شارپنر سے چھلی ہوئی ہے، کن دو جیومیٹریائی اشکال کا مجموعہ ہے؟



16۔ دی گئی گلاس کی شکل کس تین جہتی دو جیومیٹریائی شکل سی محسوس ہوتی ہے؟



17۔ گلی ڈنڈا کے کھیل میں استعمال ہونے والی گلی کن کن جیومیٹریائی اشکال کا مجموعہ ہے؟

18۔ ایک ٹھوس شکل کو دوسری ٹھوس شکل میں تبدیل کرنے پر نئی ٹھوس شکل کے حجم پر کیا فرق پڑے گا؟

19۔ کسی مخروط کے قاعدے کے متوازی کاٹنے پر حاصل ہونے والے فرسٹم کا اوپری حصہ کس شکل کا ہوتا ہے؟

20۔ 7 cm نصف قطر والے ٹھوس نصف کرہ کا حجم معلوم کیجیے۔

21۔ دو کروں کے حجموں کی نسبت 125 : 64 ہے۔ ان کے سطحی رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

22۔ ایک استوانہ اور مخروط کے قاعدہ کے نصف قطر مساوی ہیں نیز ان کی اونچائیاں بھی مساوی ہیں۔ استوانہ کے حجم کی مخروط کے حجم سے نسبت معلوم کیجیے۔

23۔ r نصف قطر والے ایک کرہ کو پگھلا کر ایک ٹھوس مخروط بنایا گیا جس کی اونچائی r ہے۔ مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

24۔ ایک مکعب کا حجم $1331\ cm^3$ ہے۔ اس کے کنارے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-I)

25۔ ایک ٹھوس مکعب نما جس کے ابعاد $16\ cm \times 12\ cm \times 10\ cm$ ہیں، میں سے 2 cm کنارے والے کتنے مکعب بنائے جاسکتے ہیں۔

26۔ $729\ cm^3$ حجم والے کعب میں سے زیادہ سے زیادہ کتنی اونچائی والا مخروط کاٹا جاسکتا ہے؟

27۔ $64\ cm^3$ حجم والے دو مکعب کو ملا کر یک مکعب نما بنایا جاتا ہے۔ اس مکعب نما کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

28۔ 2 cm قطر اور 16 cm اونچائی والے ایک ٹھوس استوانہ کو پگھلا کر مساوی سائز کے 12 کرے بنائے گئے ہیں۔ ہر ایک کرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

29۔ ایک بالٹی کے دوسروں کے قطر 44 cm اور 24 cm ہیں۔ بالٹی کی اونچائی 35 cm ہے۔ بالٹی کا حجم معلوم کیجیے۔

مختصر جواب والے سوالات (ٹائپ-II)

30۔ ایک بالٹی فرسٹم کی شکل کی ہے جو 28.490 لیٹر پانی سے مکمل طور پر بھری ہوئی ہے۔ اس کے اوپری اور نچلے سروں کے نصف قطر بالترتیب 28 cm اور 21 cm ہیں۔ بالٹی کی اونچائی معلوم کیجیے۔

31۔ ایک ہی دھات سے بنے تین مکعبوں کے کناروں کی نسبت 3:4:5 ہے۔ ان تینوں کو پگھلا کر ایک بڑا مکعب بنایا گیا ہے جس کا وتر $12\sqrt{3}$ cm ہے۔ تینوں مکعبوں کے کناروں کی لمبائی معلوم کیجیے۔

32۔ 10.5 cm نصف قطر والی استوانی ٹینک کی گہرائی معلوم کیجیے اگر اس کا حجم 15 cm × 11 cm × 10.5 cm والے مکعب نما کے حجم کے مساوی ہے۔

33۔ 8 cm نصف قطر اور 12 cm اونچائی کے ایک مخروط کو اس کے قاعدے کے متوازی اونچائی کے وسطی نقطہ سے دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ دونوں حصوں کے حجموں کی نسبت معلوم کیجیے۔

34۔ ایک پٹرول ٹینک درمیان سے 28 cm قطر اور 24 cm لمبائی والے استوانہ کی شکل میں ہے۔ اس کے دونوں سروں پر 28 cm قطر اور 9 cm کی لمبائی کے مخروط جڑے ہیں۔ اس پٹرول ٹینک کا حجم معلوم کیجیے۔

35۔ 6 میٹر چوڑی اور 1.5 میٹر گہری ایک نہر میں پانی 10 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے بہہ رہا ہے۔ 30 منٹ میں یہ نہر کتنے رقبہ کی سینچائی کر پائے گی۔ جبکہ سینچائی کے لیے 8cm گہرے پانی کی ضرورت ہوتی ہے۔ (NERT, CBSE- 2019)

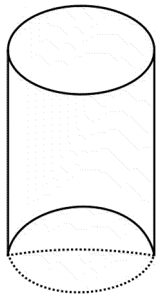
36۔ ایک ٹھوس استوانہ کی شکل کا ہے۔ جس کے دونوں سرے نصف کری ہیں۔ ٹھوس کی کل لمبائی 20cm ہے استوانہ کا قطر 7cm ہے۔ ٹھوس کا کل حجم معلوم کیجیے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ (CBSE-2019)

37۔ ایک ہی دھات کے کرّوں کا وزن 1kg اور 7kg ہے۔ چھوٹے کرہ کا نصف قطر 3cm ہے۔ دونوں کروں کو پگھلا کر ایک بڑا کرہ بنایا گیا۔ نئے کرّہ کا قطر معلوم کیجیے۔ (CBSE-2019)

38۔ ماڈل بنانے والی مٹی سے بنے ایک مخروط کی اونچائی 24cm اور اس کا نصف قطر 6cm ہے۔ ایک بچہ اس کی شکل بدل کر اسے ایک کرہ میں تبدیل کر دیتا ہے۔ اس کرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے اس کرہ کا سطحی رقبہ بھی معلوم کیجیے۔ (NERT, CBSE- 2019)

39۔ ایک کسان اپنے کھیت میں بنی 10m قطر والی اور 2m گہری ایک استوانہ نما ٹنکی کو اندرونی قطر 20cm والے ایک پائپ کے ذریعے ایک نہر سے جوڑتا ہے۔ اگر پائپ میں پانی 3 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے بہہ رہا ہے تو کتنی دیر میں ٹنکی پوری بھر جائے گی۔ (NCERT)

40۔ ایک جوس بیچنے والا اپنے گراہکوں کو شکل میں دکھائے گیے گلاسوں میں جوس دیتا ہے۔ استوانہ نما گلاس کا اندرونی قطر 5cm تھا لیکن گلاس کے قاعدہ میں ایک کرہ تھا جس سے گلاس کی گنجائش کم ہو جاتی تھی۔ اگر گلاس کی اونچائی 10cm تھی تو گلاس کی واضح اور اصلی گنجائش معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14)$ (NERT, CBSE- 2019, 2009)



41۔ ایک لڑکی ریت سے بھری ایک استوانہ نما بالٹی جس کا نصف قطر 18cm اور اونچائی 32cm ہے کو فرش پر اس طرح خالی کرتی ہے کہ ریت کا مخروط بنتا ہے۔ اگر اس مخروط کی اونچائی 24cm ہے تو اس کی ترچھی اونچائی (اعشاریہ کے ایک مقام) معلوم کیجیے۔

42۔ 14cm قطر والے ایک پائپ میں سے پانی 5 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے بہہ کر ایک مستطیل نما قاعدہ والی ٹنکی میں گر رہا ہے جس کی لمبائی 50m اور چوڑائی 44m ہے۔ کتنے وقت میں ٹنکی میں پانی کی سطح 7cm اونچی ہو جائے گی۔ ($\pi = \frac{22}{7}$ کا استعمال کیجیے)

43۔ ایک مستطیل نما میدان کی لمبائی 20m اور چوڑائی 14m ہے۔ 10m میٹر گہرا اور 7m قطر والا ایک کنواں میدان کے ایک کونے میں کھودا جاتا ہے۔ کھدائی سے نکلنے والی مٹی کو میدان کے باقی حصہ پر برابر برابر پھیلا دیا جاتا ہے۔ معلوم کیجیے میدان کی اونچائی کتنی بڑھ جائے گی۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

44۔ فرسٹم کی شکل کی اوپر سے کھلی ہوئی ایک بالٹی کا حجم $12308.8cm^3$ ہے اس کے اوپری اور نچلے سروں کے نصف قطر بالترتیب 20cm اور 12cm ہیں۔ بالٹی کی اونچائی اور اس کو بنانے میں لگی دھات کی چادر کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi=3.14$ لیجیے۔)

45۔ لوہے کے ایک ٹھوس کھمبے میں 220cm اونچائی کے استوانہ جس کا قطر 24cm ہے اس کے اوپر 60cm اونچائی کا ایک دوسرا استوانہ جس کا نصف قطر 8cm ہے لگایا گیا ہے۔ اس کھمبے کا وزن معلوم کیجیے جبکہ دیا گیا ہے $1cm^3$ لوہے کا وزن تقریباً 8 گرام ہے۔ ($\pi=3.14$ لیجیے)

46۔ 6cm نصف قطر اور 15cm اونچائی والے ایک استوانہ کی شکل کا برتن آئس کریم سے پورا بھرا ہوا ہے۔ اس آئس کریم کو 10 بچوں میں بانٹنے کے لیے برابر۔ برابر مخروطوں میں بھرا جانا ہے جن کا اوپری سرا نصف کرہ کی شکل کا ہے۔ اگر مخروطی حصہ کی اونچائی اس کے نصف قطر کی 4 گنا ہو تو آئس کریم والے مخروط کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

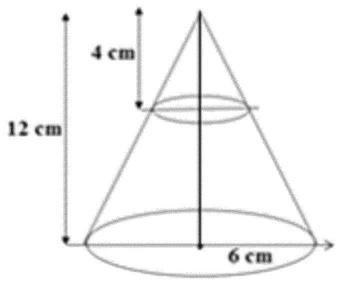
47۔ دھات کی چادر سے بنا اوپر سے کھلا ایک برتن فرسٹم کی شکل کا ہے۔ جس کی اونچائی 16cm ہے اور نچلے اور اوپری سروں کے نصف قطر بالترتیب 8cm اور 20cm ہیں اس میں پوری طرح سے بھرے جا سکنے والا ₹50 فی لیٹر والے دودھ کی قیمت معلوم کیجیے۔ اس برتن کو بنانے میں استعمال ہونے والی دھات کی چادر کی قیمت معلوم کیجیے جب کہ اس کی در ₹10 فی $100cm^2$ ہے۔ ($\pi=3.14$ لیجیے) (NCERT)

48۔ ایک دھات کی اوپر سے کھلی ہوئی بالٹی فرسٹم کی شکل کی ہے۔ اگر اس کے اوپری اور نچلے سروں کے قطر بالترتیب 45cm اور 25cm ہیں اور بالٹی کی اونچائی 24cm ہے تو اس بالٹی کو بنانے میں استعمال ہونے والی چادر کا رقبہ معلوم کیجیے یہ بھی معلوم کیجیے اس میں کتنا پانی آ سکتا ہے۔ $\pi = \frac{22}{7}$ کا استعمال کیجیے۔ (NCERT)

طویل جواب والے سوالات

49۔ دی گئی شکل میں 12 cm اونچائی کا ایک ٹھوس مخروط دیا گیا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر 6 cm ہے۔ اس کے اوپری حصے سے 4 cm اونچائی والا ایک مخروط قاعدہ کے متوازی کاٹا گیا ہے۔ باقی بچے ہوئے ٹھوس کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

($\pi = \frac{22}{7}$ اور $\sqrt{5} = 2.236$ لیجیے)



50۔ ایک ٹھوس لکڑی کا کھلونا نصف کرہ کی شکل میں ہے جس کے اوپر مساوی نصف قطر والا ایک مخروط رکھا ہوا ہے۔ نصف کرہ کا نصف قطر 3.5 cm ہے اور اس کھلونے کو بنانے میں استعمال کی گئی لکڑی کا حجم $166\frac{5}{6}\ cm^3$ ہے۔ کھلونے کی اونچائی معلوم کیجیے۔ کھلونے کے نصف کروی حصہ پر 10 روپے فی مربع سینٹی میٹر کی شرح سے رنگ کرانے کا خرچ بھی معلوم کیجیے۔

51۔ دی گئی شکل دھات کے ایک ٹھوس مکعب نما کی ہے۔ جس کے ابعاد $15\ cm \times 10\ cm \times 5\ cm$ ہیں۔ اس میں سے 7 cm قطر والا ایک استوانہ کاٹ کر نکال دیا گیا ہے۔ باقی بچے ہوئے ٹھوس کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے)

52۔ ایک ٹھوس کھلونا استوانہ نما ہے جس کا ایک سرا نصف کرہ اور دوسرا سرا مخروط نما ہے۔ اس کا قطر 4.2 سم ہے۔ استوانہ نما اور مخروط نما حصہ کی اونچائی بالترتیب 12cm اور 7cm ہے کھلونے کا حجم معلوم کیجیے۔

53۔ ایک ٹینٹ 3 میٹر کی اونچائی تک استوانہ نما اور اس کے اوپر مخروط نما ہے۔ ٹینٹ کی کل اونچائی 13.5 میٹر ہے اور قاعدہ کا نصف قطر 14 میٹر ہے۔ 80 روپے مربع میٹر کی در سے ٹینٹ کو بنانے میں لگے کپڑے کی کل قیمت معلوم کیجیے۔

54۔ ایک $22m \times 20m$ کی چھت سے بارش کا پانی ایک استوانہ نما برتن جس کا قاعدہ کا قطر 2m اور اونچائی 3.5m میں ڈالا گیا۔ اگر پانی سے برتن مکمل بھر جائے تو بتایئے کہ کتنی سینٹی میٹر بارش ہوئی؟

55۔ ایک 14cm لمبے کھوکھلے استوانہ کے باہری اور اندرونی کروی سطحوں کے رقبوں کا فرق $88cm^2$ ہے۔ اگر استوانہ کو بنانے میں لگی دھات کا حجم $176cm^3$ ہو تو استوانہ کا باہری اور اندرونی قطر معلوم کیجیے۔

جوابات

1۔	(a)	←	(x)	$4\pi r^2$
	(b)	←	(v)	$\pi r(r + l)$
	(c)	←	(vi)	$l \times b \times h$
	(d)	←	(vii)	$\frac{2}{3}\pi r^3$
	(e)	←	(viii)	πrl
	(f)	←	(ix)	$3\pi r^2$
	(g)	←	(i)	$2\pi rh$
	(h)	←	(ii)	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
	(i)	←	(iii)	$2\pi r(r + h)$
	(j)	←	(iv)	$\frac{1}{3}\pi h(r^2 + R^2 + rR)$

2۔	(i)	$2a^2 + 4ab$
	(ii)	$2\pi r^3$
	(iii)	$2\pi r(r + h)$
	(iv)	$\pi r\sqrt{r^2 + h^2}$
	(v)	$\frac{2}{3}\pi r^3$
	(vi)	$3\pi r^2$
	(vii)	$2\pi r(R + r)$
	(viii)	8
	(ix)	$\frac{1}{8}$

3۔	(i)	غلط
	(ii)	غلط
	(iii)	غلط

(iv) غلط

(v) صحیح

4۔ (C) $3\pi r^2$

5۔ (D) 3 اکائی

6۔ (C) 3 : 1 : 2

7۔ (A) $2r$

8۔ (D) 12cm

9۔ (A) 50cm

10۔ (B) 14cm

11۔ (A) 21cm

12۔ (D) فرسٹم اور نصف کرّہ

13۔ (A) $4950cm^2$

14۔ استوانہ اور فرسٹم

15۔ استوانہ اور مخروط

16۔ فرسٹم

17۔ استوانہ اور سروں پر مخروط

18۔ کوئی فرق نہیں ہوگا

19۔ دائرہ

20۔ $462cm^2$

21۔ 16 :25

22۔ 3 : 1

23۔ $2r$

24۔ 11cm

25۔ مکعب کی تعداد $= \dfrac{16 \times 12 \times 10}{2 \times 2 \times 2} = 240$

26۔ مکعب کا ضلع $= \sqrt[3]{729} = 9cm$

سب سے بڑے مخروط کی اونچائی = 9cm

۔27 مکعب کا ضلع $= \sqrt[3]{64} = 4\text{cm}$

نئے مکعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 8cm، 4cm اور 4cm ہیں۔

مکعب نما کل سطحی رقبہ $= 2[8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8]$

$= 160\text{cm}^2$

۔28 12 ٹھوس کرّوں کا حجم = ٹھوس استوانہ کا حجم

$12 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi(1)^2 \times 16$

$r^3 = 1$

$r = 1\text{cm}$

۔29 بالٹی کا حجم $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 35\,[(22)^2 + (12)^2 + 22 \times 12]$

$= 32706\frac{2}{3}\ \text{cm}^3$

۔30 بالٹی کا حجم $= 28490\ \text{cm}^3$

$28490 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times h\,[(28)^2 + (21)^2 + 28 \times 21]$

$h = 15\text{cm}$

۔31 مانا تینوں مکعب کے ضلع بالترتیب $3x$ cm، $4x$ cm اور $5x$ cm ہیں۔

نئے مکعب کا حجم = تینوں مکعبوں کے حجم کا حاصل جمع

$(\text{ضلع})^3 = (3x)^3 + (4x)^3 + (5x)^3$

$(\text{ضلع})^3 = 216x^3$

ضلع $= 6x$ cm

بڑے مکعب کا وتر $= 12\sqrt{3}$ cm

$\sqrt{3} \times 6x = 12\sqrt{3}$

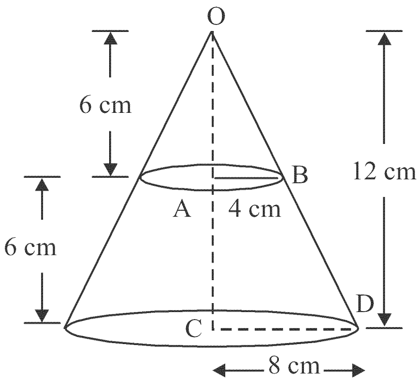
$x = 2\text{cm}$

اس لیے تینوں مکعبوں کے اضلاع بالترتیب 6cm، 8cm اور 10cm ہوں گے۔

۔32 استوانہ نما ٹنکی کا حجم = مستطیل نما ٹنکی کا حجم

$\frac{22}{7} \times (10.5)^2 \times h = 15 \times 11 \times 10.5$

$h = 5\text{cm}$



۔33
$\Delta OAB \sim \Delta ODC$

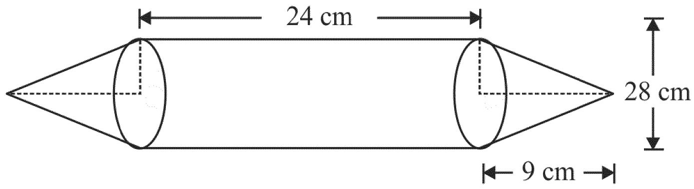
$\frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OC}$

$AB = 4cm$

$$\frac{\text{مخروط نما حصہ کا حجم}}{\text{فرسٹم والے حصہ کا حجم}} = \frac{\frac{1}{3}\pi(4)^2 \times 6}{\frac{1}{3}\pi \times 6[(8)^2 + (4)^2 + 8 \times 4]} = \frac{1}{7}$$

نسبت 7 : 1 یا 1 : 7 ہے۔

۔34 ٹینک کا حجم = استوانہ نما حصّہ کا حجم + 2 × مخروط نما حصہ کا حجم

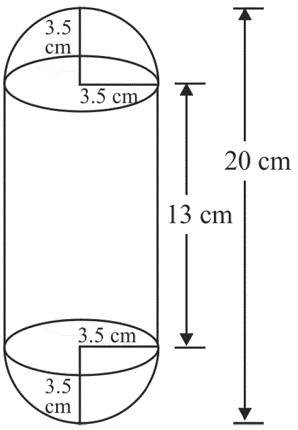


$= 18480\ cm^3$

۔35 30 منٹ میں نہر کے پانی کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ = 5000m

30 منٹ میں بہہ جانے والے پانی کا حجم = $6 \times 1.5 \times 5000 = 45000m^3$

سینچائی کیا گیا رقبہ = $\frac{6 \times 1.5 \times 5000}{0.08} = 562500\ m^2$



۔36 استوانہ کی اونچائی = $20 - 3.5 - 3.5 = 13cm$

ٹھوس کا حجم = استوانہ نما حصہ کا حجم + 2 × نصف کرّی حصہ کا حجم

$$= 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{22}{7}(3.5)^3 + \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 3$$

$$= 680\frac{1}{6}\ cm^3$$

37۔ پہلے کرّہ کا نصف قطر = 3cm

مانا دھات کا حجم d کلوگرام فی cm^3 ہے۔

$$\frac{4}{3}\pi(3)^3 \times d = 1 \text{——}(1)$$

مانا دوسرے کرّہ کا نصف قطر r ہے۔

$$\frac{4}{3}\pi(r)^3 \times d = 7 \text{——}(2)$$

(1) اور (2) سے

$$r^3 = 7\,(3)^3$$

مانا نئے کرّہ کا نصف قطر R ہے

سوال کے مطابق $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3$

$$R^3 = (3)^3 + 7\,(3)^3$$

$$R^3 = (3)^3\,[1+7] = (3)^3\,[8]$$

$$R = 6cm$$

نئے کرّہ کا قطر = 2×6 = 12cm

38۔ کرہ کا حجم = مخروط کا حجم

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi(6)^2 \times 24$$

$$r = 6cm$$

کرہ کا سطحی رقبہ $= 4\pi\,(6)^2 = 144cm^2$

39۔ ٹنکی بھرنے کا وقت =

$$\frac{\text{استوانی ٹنکی کا حجم}}{\text{1 گھنٹے میں بہہ جانے والے پانی کا حجم}}$$

$$= \frac{\pi(50)^2 \times 2}{\pi\left(\frac{1}{10}\right)^2 \times 3000}$$

= 100 منٹ = 1 گھنٹہ 40 منٹ

40۔ واضح گنجائش $= 10 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 3.14 = 196.25\ cm^3$

اصلی گنجائش = نصف کری حصہ کا حجم ـــــ استوانہ نما حصہ کا حجم

$$= 196.25 - \frac{2}{3} \times 3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

$= 163.54 cm^3$

41۔ استوانہ نما بالٹی کا حجم = مخروط نما ڈھیر کا حجم

$$\pi(18)^2 \times 32 = \frac{1}{3}\pi r^2 \times 24$$

$r = 36cm$

ترچھی اونچائی $= \sqrt{(36)^2 + (24)^2} = 43.2cm$

42۔ ٹنکی میں بڑھے ہوئے پانی کا حجم $= 50 \times 44 \times \frac{7}{100} = 154\ m^3$

1 گھنٹہ میں بہے پانی کا حجم $= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{100}\right)^2 \times 5000 = 77 m^3$

لیا گیا وقت $= \frac{154}{77} = 2$ گھنٹہ

43۔ بڑھی ہوئی اونچائی = $\frac{\text{کھودی گئی مٹی کا حجم}}{\text{باقی بچے ہوئے حصہ کا رقبہ}}$

$$= \frac{\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 10}{\left[22 \times 14 - \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right]} = 1.5m$$

44۔ بالٹی کا حجم = $12308.8 cm^3$

$$\frac{1}{3}\times 3.14\times h\,[(20)^2+(12)^2+20\times 12]=12308.8$$

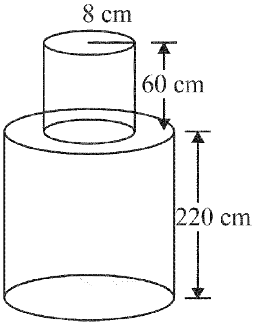
$$h = 15cm$$

$$l=\sqrt{(15)^2+(20-12)^2}=\sqrt{225+64}=\sqrt{289}$$

$$l = 17cm$$

دھات کی چادر کا رقبہ = $3.14\times 17\times(20+12)+3.14\times(12)^2$

$= 216.32 cm^2$



45۔ ٹھوس کھمبے کا حجم = $3.14\times(12)^2\times 220+3.14\times(8)^2\times 60$

$= 111532.8\ cm^3$

کھمبے کا وزن = $111532.8\times\frac{8}{1000}$ kg

$= 892.2624$ kg

46۔ مانا مخروط نما حصہ کا نصف قطر r cm ہے۔

اس لیے مخروط نما حصہ کی اونچائی $4r$ cm ہوگی

سوال کے مطابق

استوانہ نما برتن کا حجم = 10 × آئس کریم کے مخروطوں کا حجم

$$10\times\left[\frac{1}{3}\pi r^2\times 4r+\frac{2}{3}\pi r^3\right]=\pi(6)^2\times 15$$

$$r = 3cm$$

47۔ برتن کا حجم = $\frac{3.14\times 16}{3}[(20)^2+(8)^2+20\times 8]$

$= 10450\ cm^3 = 10.45$ لیٹر

دودھ کی قیمت = $10.45\times 50 =$ ₹ 522.50

ترچھی اونچائی $= \sqrt{(16)^2 + (20-8)^2} =$ 20 cm

برتن کا سطحی رقبہ $= 3.14 \times 20\,(20+8) + 3.14 \times (8)^2$

$= 1959.36\ \text{cm}^2$

دھات کی چادر کی قیمت $= \dfrac{10}{100} \times 1959.36 =$ ₹ 195.94

48۔ ترچھی اونچائی $= \sqrt{(24)^2 + \left(\dfrac{45}{2} - \dfrac{25}{2}\right)^2} =$ 26 cm

بالٹی کا سطحی رقبہ $= \dfrac{22}{7} \times 26 \times \left(\dfrac{45}{2} + \dfrac{25}{2}\right) + \dfrac{22}{7} \times \dfrac{25}{2} \times \dfrac{25}{2}$

$= 3351.07\ \text{cm}^3$ (تقریباً)

بالٹی کا حجم $= \dfrac{1}{3} \times \dfrac{22}{7} \times 24 \times \left[\left(\dfrac{45}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{25}{2}\right)^2 + \dfrac{45}{2} \times \dfrac{25}{2}\right]$

$= 23728.57\ \text{cm}^3$ (تقریباً)

49۔ فرسٹم کے نصف قطر 6 cm اور 2 cm ہیں

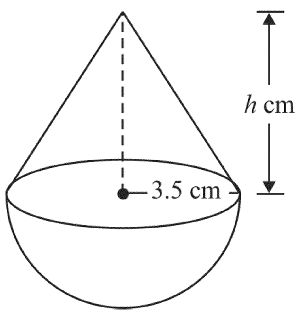
فرسٹم کی اونچائی $= 12 - 4 =$ 8cm

ترچھی اونچائی $= \sqrt{(8)^2 + (6-2)^2} = 4\sqrt{5}$ cm

فرسٹم کا کل سطحی رقبہ $= \dfrac{22}{7} \times 4 \times 2.236 \times [6+2] + \dfrac{22}{7} \times (6)^2 + \dfrac{22}{7} \times (2)^2$

$= 350.592\ \text{cm}^2$ (تقریباً)

50۔ کھلونے کا حجم $= \dfrac{1001}{6}\ \text{cm}^3$



$\dfrac{2}{3} \times \dfrac{22}{7} \times \left(\dfrac{7}{2}\right)^3 + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{22}{7} \times \left(\dfrac{7}{2}\right)^2 \times h = \dfrac{1001}{6}$

h = 6 cm

کھلونے کے نصف کرّی حصّہ کا رقبہ = $2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= 77$ cm²

رنگ کرانے کا خرچ $= 77 \times 10 = 770$ ₹

51۔ باقی بچے ٹھوس کا سطحی رقبہ =

2 دائروں کا رقبہ ۔ استوانہ کا کروی سطح کا رقبہ + مکعب نما بلاک کا سطحی رقبہ

$= 2(15 \times 10 + 10 \times 5 + 15 \times 5) + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 5 - 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= 583$ cm²

52۔ کھلونے کا حجم = استوانہ نما حصہ کا حجم + نصف کری حصہ کا حجم + مخروط نما حصّہ کا حجم

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2 \times 7 + \frac{22}{7} \times (2.1)^2 \times 12$

$= 218.064$ cm³

53۔ ترچھی اونچائی $= \sqrt{(14)^2 + (10.5)^2} = 17.5$ cm

ٹینٹ کا سطحی رقبہ $= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 14 + \frac{22}{7} \times 14 \times 17.5 = 1034$ m²

کپڑے کی قیمت $= 1034 \times 80 = 82720$ ₹

54۔ کل بارش = $\frac{\text{استوانہ نما برتن کا حجم}}{\text{چھت کا رقبہ}}$ = $\frac{\frac{22}{7} \times (1)^2 \times 3.5}{22 \times 20}$

$= \frac{1}{40}$ m $= 2.5$ cm

55۔ مانا کھو کھلے استوانہ کا اندرونی اور باہری نصف قطر بالترتیب r اور R ہیں۔

باہری اور اندرونی کروی سطحوں کے رقبوں کا فرق $= 88$ cm²

$2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times [R - r] = 88$

$$1 = R - r \quad \text{—— (1)}$$

کھوکھلے استوانہ کا حجم = $176\ cm^3$

$$176 = \frac{22}{7} \times 14 \times [R^2 - r^2]$$

$$4 = R^2 - r^2$$

$$4 = (R + r)(R - r)$$

$$4 = R + r \quad \text{—— (2)}$$

مساوات (1) اور (2) کو حل کرنے پر

$r = 1.5$ cm , $R = 2.5$ cm

اس لیے باہری اور اندرونی قطر بالترتیب 5 cm اور 3 cm ہیں۔

مشقی جانچ

سطحی رقبے اور حجم

کل نمبر: 20 | وقت: 1 گھنٹہ

1۔ r نصف قطر والے نصف کرّہ کا کل سطحی رقبہ...................... ہے۔ 1

2۔ ایک مخروط کو اس کے اساس (Base) کے متوازی کاٹنے پر کونسی دو جیومیٹریائی اشکال حاصل ہوتی ہیں؟ 1

(A) ایک استوانہ اور ایک مخروط (B) ایک مخروط اور ایک نصف کرّہ

(C) ایک کرّہ اور ایک مخروط (D) ایک مخروط اور ایک فرسٹم

3۔ 4.2 cm ضلع والے ایک مکعب میں سے کاٹے جا سکنے والے بڑے سے بڑے مخروط کا نصف قطر 1

(A) 4.2 cm (B) 2.1 cm (C) 8.4 cm (D) 1.05 cm

4۔ مکعب کا حجم $1000\ cm^3$ ہے۔ مکعب کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔ 1

5۔ ایک فرسٹم جو 45 cm اونچا ہے۔ اس کے سروں کے نصف قطر 28 cm اور 7 cm ہیں۔ اس کا حجم معلوم کیجیے۔ 2

6۔ 10.5 cm نصف قطر کے ایک ٹھوس کرّہ کو پگھلا کر چھوٹے مخروط بنائے گئے ہیں۔ جن میں سے ہر ایک کا نصف قطر 3.5 cm اور اونچائی 3 cm ہے۔ اس طرح بنے مخروطوں کی تعداد معلوم کیجے۔ 2

7۔ ایک مکعب اور ایک کرّہ کا کل سطحی رقبہ مساوی ہیں۔ کرّہ اور مکعب کے حجموں کی نسبت معلوم کیجیے۔ 2

8۔ ایک برتن الٹے مخروط کی شکل کا ہے جس کی اونچائی 8 cm اور کھلے ہوئے اوپری سرے کا نصف قطر 5 cm ہے۔ مخروط کو پانی سے بھر دیا جاتا ہے۔ اس میں کچھ کنچے ڈالنے پر جنکا نصف قطر 0.5 cm ہے۔ برتن کا ایک چوتھائی پانی باہر آجاتا ہے برتن میں ڈالے گئے کنچوں کی تعداد معلوم کیجیے۔ 3

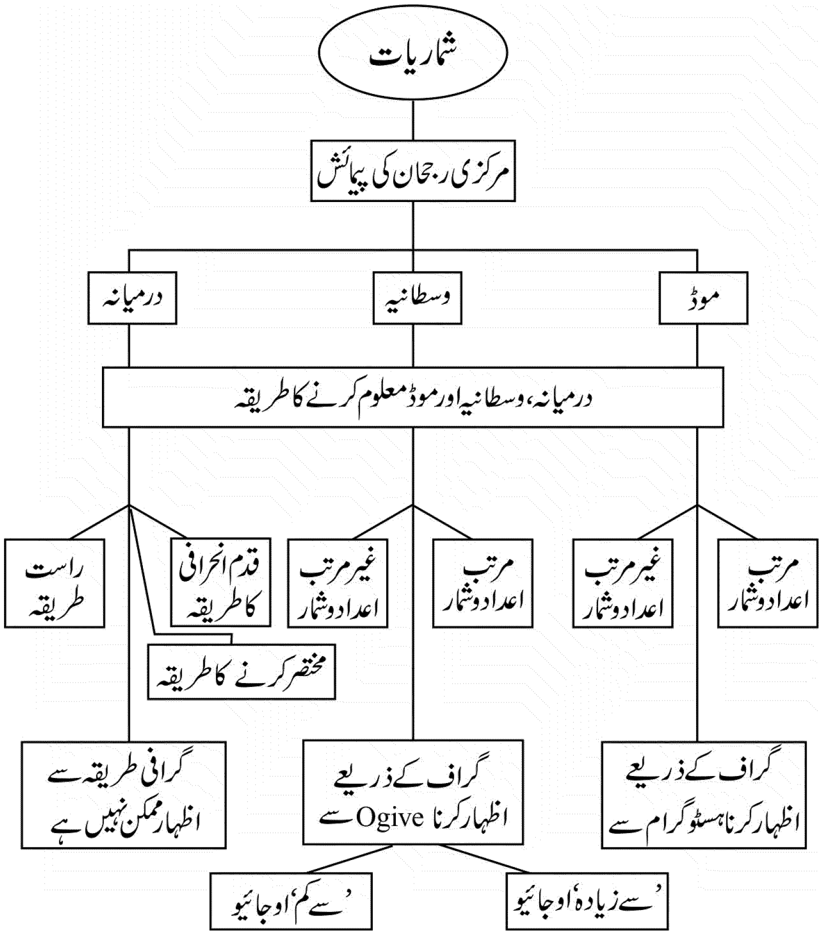
9۔ بڑے سے بڑے ابعاد والے ایک مخروط کو 9 cm کنارے والے ٹھوس مکعب میں سے کاٹا گیا ہے۔ بچے ہوئے ٹھوس کا حجم معلوم کیجیے۔ 3

۔10 ایک اسپتال میں استعمال کیا گیا پانی 2 میٹر قطر اور 5 میٹر اونچائی والے ایک استوانہ نما ٹینک میں جمع ہوتا ہے۔ 4
ری سائیکلنگ (Recycling) کے بعد اس پانی کو اسپتال کے ایک پارک جس کی لمبائی 25m اور چوڑائی 20m ہے اس کی سینچائی کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اگر ٹینک مکمل بھرا ہوا ہو تو اس سے پارک میں سینچائی کے لیے ٹھہرے پانی کی اونچائی کیا ہوگی؟

باب14

شماریات(Statistics)

اہم نکات:



1۔ درمیانہ (Mean) $\overline{x}$

(a) غیر مرتب اعداد و شمار کے لیے

$$\overline{x} = \frac{x_1\ x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

$$\overline{x} = \frac{\text{مشاہدوں کا حاصل جمع}}{\text{مشاہدوں کی تعداد}}$$

(b) مرتب اعداد وشمار کے لیے

(i) اگر تحسیب چھوٹی (آسان) ہوں تو ہم راست طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\bar{x} = \frac{\sum fi\, xi}{\sum fi}$$

(ii) اگر تحسیب مشکل ہو (مشاہدے بڑے ہوں) تو ہم Assumed mean/ short cut کا طریقہ یا قدم انحرافی (Step Deviation Method) کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

Assumed Mean Method/ Short cut کا طریقہ

$$\boxed{\bar{x} = a + \frac{\sum fidi}{\sum fi}}$$

a ← مانا گیا درمیانہ

$xi - a = di$

قدم انحرافی کا طریقہ (Step Deviation Method)

$$\boxed{\bar{x} = a + \frac{\Sigma fidi}{\Sigma fi} \times h}$$

$ui = \frac{di}{h}$ ، h ← کلاس کا سائز

2۔ وسطانیہ (Median)

(a) غیر مرتب اعداد و شمار کے لیے سب سے پہلے اعداد کو بڑھتی ہوئی یا گھٹتی ہوئی ترتیب میں لگائیں اس کے بعد اعداد کی تعداد (n) معلوم کریں،

اگر n ایک طاق عدد ہے تو وسطانیہ = $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ مشاہدہ

اگر n ایک جفت عدد ہے تو وسطانیہ = $\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{th} \text{ مشاہدہ} + \left(\frac{n}{2}+1\right)^{th} \text{ مشاہدہ}}{2}$

(b) مرتب اعداد وشمار کے لیے

$$\boxed{\text{وسطانیہ} = l + \frac{\left(\frac{n}{2} - c.f\right)}{f} \times h}$$

3۔ موڈ(Mode) مرتب اعداد و شمار کے لیے

$$\text{موڈ} = l + \frac{(fi - fo)}{(2fi - fo - f_2)} \times h$$

غیر مرتب اعداد و شمار کے لیے موڈ وہ مشاہدہ ہے جو سب سے زیادہ بار آئے۔

نوٹ:

(1) درمیانہ، وسطانیہ اور موڈ کے درمیان تعلق

موڈ = 3(وسطانیہ) − 2(درمیانہ)

(2) اگر کلاس وقفہ لگا تار نہ ہو تو انہیں لگا تار بنانے کے لیے وقفہ کی نچلی حد میں سے وقفوں کے درمیان کے فرق کا نصف گھٹاتے ہیں اور اوپری حد میں وقفوں کے درمیان کے فرق کا نصف جوڑ دیتے ہیں۔

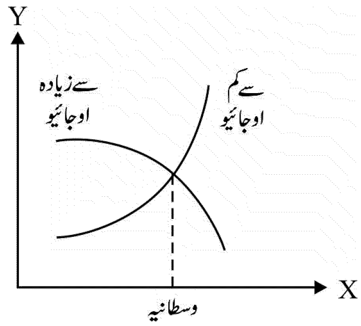
(3) xi = کلاس مارک = $\frac{\text{وقفہ کی اوپری حد + وقفہ کی نچلی حد}}{2}$

(4) h = کلاس سائز = نچلی حد — اوپری حد

(5) موڈ کلاس = جس وقفہ کا تعداد سب سے زیادہ ہو۔

(6) وسطانیہ کلاس= وہ وقفہ جس کی مجموعی تعداد (c.f) $\frac{n}{2}$ سے بڑی یا تقریباً آس پاس ہو۔

(7) کسی وقفہ کا وسطانیہ اس نقطہ کا x- محور ہوتا ہے جو سے کم اور سے زیادہ قسم کے اوجائیو کے نقطہ تقاطع ہوتا ہے۔



(8) اگر $x_1, x_2, x_3 \cdots\cdots xn$ کا درمیانہ $\overline{x}$ ہو تو

(a) $kx_1, kx_2, kx_3 \cdots\cdots kxn$ کا درمیانہ $K\overline{x}$ ہوگا۔

(b) $\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k}, \frac{x_3}{k}, \cdots\cdots \frac{xn}{k}$ کا درمیانہ $\frac{\overline{x}}{k}$ ہوگا۔

(c) x_1+k, x_2+k, x_3+k .... $xn+k$ کا درمیانہ $\overline{x}+k$ ہوگا۔

(d) x_1-k, x_2-k, x_3-k .... $xn-k$ کا درمیانہ $\overline{x}-k$ ہوگا۔

9۔ اگر n_1 مشاہدوں کا درمیانہ $\overline{x}_1$ ہو اور n_2 مشاہدوں کا درمیانہ $\overline{x}_2$ ہو تو انکا

مشترکہ درمیانہ $= \dfrac{n_1\,\overline{x}_1 + n_2\,\overline{x}_2}{n_1+n_2}$

10۔ $\Sigma xi = n\,\overline{x}$

11۔ دیئے ہوئے اعداد و شمار کی وسعت = سب سے چھوٹا مشاہدہ – سب سے بڑا مشاہدہ

12۔ موڈ کا گراف پر اظہار ہسٹوگرام سے کیا جاتا ہے

مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ پہلے 12 مفرد اعداد کا درمیانہ معلوم کیجیے۔

2۔ 20 اعداد کا درمیانہ 18 ہے۔ اگر ہر ایک عدد میں 2 جمع کر دیا جائے تو نیا درمیانہ معلوم کیجیے۔

3۔ 5 مشاہدات 3,5,7,x,11 کا درمیانہ 7 ہے۔ x کی قدر معلوم کیجیے۔

4۔ پہلے 10 فطری اعداد کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

5۔ x کی قدر معلوم کیجیے اگر دیے گئے مشاہدات کا وسطانیہ 27.5 ہے۔

24,25,26,x+2,x+3,30,33,37

6۔ مشاہدات 5,7,8,5,7,6,9,5,10,6 کا موڈ معلوم کیجیے۔

7۔ مشاہدات کا درمیانہ اور موڈ بالترتیب 24 اور 12 ہے۔ وسطانیہ معلوم کیجیے۔

8۔ کلاس 19.5 – 29.5 کا کلاس مارک معلوم کیجیے۔

9۔ ایک سے زیادہ انتخاب والے سوالات

(i) اگر کسی تعددی جدول کے کلاس وقفہ 10–1، 20–11، 30–21 .... ,60–51 ہوں تو کلاس سائز

(a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 5.5

(ii) اگر کسی تعددی جدول کے وقفہ 10–1 ، 20–11، 30–21 .... ,60–51 ہوں تو وقفہ 30–21 کی اوپری حد

(a) 21 (b) 30 (c) 30.5 (d) 20.5

(iii) مندرجہ ذیل تعددی جدول میں وسطانیہ وقفہ کی اوپری حد

کلاس	0 – 5	6 – 11	12 – 17	18 – 23	24 – 29
تعدد	13	10	15	8	11

(a) 17 (b) 17.5 (c) 18 (d) 18.5

(iv) کسی فیکٹری کے مزدوروں کی یومیہ آمدنی مندرجہ ذیل ہیں۔

یومیہ آمدنی (روپیوں میں)	121 – 126	127 – 132	133 – 138	139 – 144	145– 150
مزدوروں کی تعداد	5	27	20	18	12

موڈل کلاس کی نچلی حد

(a) ₹127 (b) ₹126 (c) ₹126.5 (d) ₹133

(v) مندرجہ ذیل جدول کے لیے

کلاس	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25
تعدد	10	15	12	20	9

وسطانیہ کلاس اور موڈل کلاس کی نچلی حدوں کا حاصل جمع

(a) 15 (b) 25 (c) 30 (d) 35

10۔ خالی جگہیں پر کیجیے۔

(a) موڈ = ... × 2 – ....×3

(b) اوجائیو کا استعمال.................. نکالنے میں کیا جاتا ہے۔

(c) اگر سے کم اور سے زیادہ اوجائیو کا نقطہ تقاطع (20.5, 30.7) ہو تو وسطانیہ.................. ہوگا۔

(d) کسی تعددی جدول کا موڈ گراف پر.................. کی مدد سے معلوم کیا جاتا ہے۔

(e) اگر موڈ 8 ہو اور درمیانہ بھی 8 ہو تو وسطانیہ.............ہوگا۔

(f) مرکزی رجحان کی پیائش جس کو گراف کی مدد سے حاصل نہیں کیا جاسکتا..................ہے۔

(g) کسی لگا تار تعددی جدول کے کلاس مارک 22, 30, 38, 46, 54, 62 ہو تو کلاس مارک 46 کا کلاس وقفہ ....ہوگا۔

(h) مجموعی تعددی جدول کی تشکیل..................معلوم کرنے میں مدد گار ثابت ہوتی ہے۔

(i) قدم انحرافی طریقہ سے درمیانہ معلوم کرنے کا فارمولا........................

(j) مرتب اعداد وشمار سے وسطانیہ معلوم کرنے کا فارمولا.............................

(k) مرتب اعداد وشمار سے موڈ معلوم کرنے کا فارمولا.............................

(l) مشاہدات 225 ,125 ,130 ,160 ,185 ,170 ,103 کی وسعت..................ہے

(m) کلاس مارک $= \frac{1}{2}$(......................+......................)

(n) پہلے 10 مفرد اعداد کا وسطانیہ........................ہے۔

(o) Assumed mean طریقہ سے درمیانہ نکالنے کا فارمولہ..................................

مختصر جواب والے سوالات (Type-I)

11۔ 11 مشاہدات کا درمیانہ 50 ہے۔ ابتدائی 6 مشاہدات کا درمیانہ 49 اور آخری 6 مشاہدات کا درمیانہ 52 ہے۔ چھٹا مشاہدہ معلوم کیجیے۔

12۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ معلوم کیجیے۔

x	12	16	20	24	28	32
f	5	7	8	5	3	2

13۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

x	10	12	14	16	18	20
f	3	5	6	4	4	3

14۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا موڈ معلوم کیجیے۔

کلاس	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
تعدد	2	7	8	10	8	5

15۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کے لیے ''سے کم'' اوجائیو بنائیے۔

طلبا کی تعداد	نمبر
0	20 سے کم
4	30 سے کم
16	40 سے کم
30	50 سے کم
46	60 سے کم
66	70 سے کم
82	80 سے کم
92	90 سے کم
100	100 سے کم

16۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کو ''سے کم'' مجموعی تعدد والے بٹاؤ میں تبدیل کیجیے۔

نمبر	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
طلبا کی تعداد	7	9	6	8	10

17۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا موڈ معلوم کیجیے۔

50-55	45-50	40-45	35-40	30-35	25-30	کلاس وقفہ
14	38	42	50	34	25	تعدد

18۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔ (CBSE- 2011)

x	10	20	30	40	50
f	2	3	2	3	1

19۔ کسی تعددی جدول کا درمیانہ ($\overline{x}$) 45 ہے۔ اگر $\Sigma fi = 20$ ہو تو $\Sigma fixi$ معلوم کیجیے۔ (CBSE- 2011)

مختصر جواب والے سوالات (Type -II)

20۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ 54 ہے۔ p کی قدر معلوم کیجیے۔

کلاس	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
تعدد	7	p	10	9	13

21۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
تعدد	5	3	10	6	4	2

22۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ 24 ہے۔ نامعلوم تعدد x کی قدر معلوم کیجیے۔

عمر (برسوں میں)	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
افراد کی تعداد	5	25	x	18	7

23۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

نمبر	10 سے کم	20 سے کم	30 سے کم	40 سے کم	50 سے کم	60 سے کم
طلبا کی تعداد	0	12	20	28	33	40

24۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کے لیے ”سے زیادہ“ اوجائیو بنائیے۔

وزن (Kg میں)	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60
طلبا کی تعداد	2	4	10	15	6	3

زیادہ وزن کس طرح نقصان دہ ہوتا ہے؟

25۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کے لیے موڈ معلوم کیجیے۔

اونچائی (cm میں)	30 سے زیادہ	40 سے زیادہ	50 سے زیادہ	60 سے زیادہ	70 سے زیادہ	80 سے زیادہ
پودوں کی تعداد	34	30	27	19	8	2

26۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کسی امتحان میں 100 طلباء کے ذریعے حاصل کیے گئے نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔

حاصل کئے گئے نمبر	30 – 3	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65
طلباء کی تعداد	14	16	28	23	18	8	3

نمبروں کا درمیانہ معلوم کیجیے۔ (CBSE- 2019)

27۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ ایک محلّے کے بچوں کے جیب خرچ کو ظاہر کرتا ہے۔ درمیانہ جیب خرچ 18 روپے ہے۔ نامعلوم تعدد k معلوم کیجیے۔ (CBSE-2018)

یومیہ جیب خرچ (روپیوں میں)	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
بچوں کی تعداد	3	6	9	13	K	5	4

28۔ مندرجہ ذیل تعددی جدول کا موڈ معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
طلباء کی تعداد	15	18	21	29	17

اوپر دیئے گئے جدول کا درمیانہ 53 ہے۔ وسطانیہ بھی معلوم کیجیے۔

طویل جواب والے سوالات

29۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ 53 ہے۔ f_1 اور f_2 کی قدر معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	کل
تعدد	15	f_1	21	f_2	17	100

30۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ 28.5 ہے۔ x اور y کی قدر معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	کل
تعدد	5	8	x	15	y	5	60

31۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ 35 ہے۔ a اور b کی قدر معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	کل
تعدد	10	20	a	40	b	25	15	170

32۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ، وسطانیہ اور موڈ معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	11 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	31 – 35	36 – 40	41 – 45	46 – 50
تعدد	2	3	6	7	14	12	4	2

33۔ کسی شہر میں 60 دنوں میں ہوئی بارش کے ریکارڈ کو مندرجہ ذیل بٹاؤ جدول میں دکھایا گیا ہے۔

بارش (cm میں)	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
دنوں کی تعداد	16	10	8	15	5	6

i) ''سے زیادہ'' اوجائیو کا استعمال کر کے بارش کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

34۔ قدم انحراف (Step Deviation) طریقہ کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ معلوم کیجیے۔

یومیہ خرچ	100 – 150	150 – 200	200 – 250	250 – 300	300 – 350
گھروں کی تعداد	4	5	12	2	2

35۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کسی اسکول کے 100 طلبا کے ذریعے حاصل کیے گئے نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔

طلبا کی تعداد	نمبر
4	0 – 5
6	5 – 10
10	10 – 15
10	15 – 20
25	20 – 25
22	25 – 30
18	30 – 35
5	35 – 40

اس بٹاؤ کے لیے ''سے کم'' اور ''سے زیادہ'' اوجائیو بنائیے اور اس کی مدد سے وسطانیہ معلوم کیجیے۔

36۔ ذیل میں 30 فیکٹریوں کے سالانہ منافع کو دکھایا گیا ہے۔ دونوں قسم کے اوجائیو بنایئے اور اس کی مدد سے وسطانیہ معلوم کیجیے۔

منافع (لاکھوں میں)	فیکٹریوں کی تعداد
5 لاکھ یا اس سے زیادہ	30
10 لاکھ یا اس سے زیادہ	28
15 لاکھ یا اس سے زیادہ	16
20 لاکھ یا اس سے زیادہ	14
25 لاکھ یا اس سے زیادہ	10
30 لاکھ یا اس سے زیادہ	7
35 لاکھ یا اس سے زیادہ	3

37۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کو 'سے کم قسم' کے بٹاؤ میں تبدیل کیجیے اور اس کا اوجائیو بھی بنایئے۔ (CBSE-2018)

کلاس وقفہ	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
تعدد	7	5	8	10	6	6	8

38۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ 65.6 ہے۔ نامعلوم تعدد f_1 اور f_2 معلوم کیجیے۔ (CBSE-2017)

کلاس وقفہ	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90	90 – 110	110 – 130	کل
تعدد	5	8	f_1	20	f_2	2	50

جوابات اوراشارے

.1 16.4

.2 20

.3 9

.4 3

.5 $x = 25$

.6 5

.7 وسطانیہ= 20

.8 24.5

.9 (i) (b) پہلے کلاس وقفوں کو لگاتار بتائیے

(ii) C

(iii) C

(iv) C (زیادہ سے زیادہ تعدد 27 ہے)

(v) b (موڈل کلاس = 20 – 15)

(وسطانیہ کلاس = 15 – 10)

.10 (a) درمیانیہ× 2 – وسطانیہ × 3

(b) وسطانیہ

(c) 20.5

(d) ہسٹوگرام

(e) 8

(f) درمیانہ

(g) 50 – 42 ← (دو لگاتار مشاہدوں کے درمیان فرق 8 ہے۔ نچلی حد کے لیے $\frac{8}{2} = 4$ گھٹائیں)
اوپری حد کے لیے $\frac{8}{2} = 4$ جوڑیئے)

(h) وسطانیہ

(i) $\overline{x} = a + \frac{\Sigma fiui}{\Sigma fi} \times h$

(j) $\text{وسطانیہ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - C.f}{f} \right) \times h$

(k) $\text{موڈ} = l + \left[\frac{f_{1-fo}}{2f_1 - fo - f_2} \right] \times h$

(l) وسعت = 152 = 255 – 103

(m) $\frac{1}{2}$ (نچلی حد+اوپری حد)

(o) $\overline{x} = a + \frac{\Sigma fidi}{\Sigma fi}$

.11 56

.12 20

.13 14.8

.14 12.89

.16

نمبر	طلبا کی تعداد
10 سے کم	7
20 سے کم	16
30 سے کم	22
40 سے کم	30
50 سے کم	40

.17

کلاس وقفہ	تعدد	
25 – 30	25	
30 – 35	34	
35 – 40	50	موڈل کلاس
40 – 45	42	
45 – 50	38	
50 – 55	14	

موڈ = $l = \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)} \times h$

= $35 + \frac{(50 - 34)}{(100 - 34 - 42)} \times 5$

= $35 + \frac{80}{24}$

= 38.33

.18

xi	fi	Cfi
10	2	2
20	3	5
30	2	7
40	3	10
50	1	11
کل	11	

N = 11(طاق)

وسطانیہ = $\left(\frac{11+1}{2}\right)^{th}$ مشاہدہ

= 6^{th} مشاہدہ

= 30

.19 $\overline{x} = \frac{\Sigma fixi}{\Sigma fi}$

$45 = \frac{\Sigma fixi}{\Sigma fi}$

$\Sigma fixi = 900$

.20 11

.21 27

.22 10

.23 30

.25 63.75 cm

.26

نمبر	xi	di	ui	fi	fiui
30 – 35	32.5	– 15	– 3	14	– 42
35 – 40	37.5	– 10	– 2	16	– 32
40 – 45	42.5	– 5	– 1	28	– 28
45 – 50	47.5	0	0	23	0
50 – 55	52.5	5	1	18	18
55 – 60	57.5	10	2	8	16
60 – 65	62.5	15	3	3	9
			کل	11	$\Sigma fiui = -59$

– 102

43

$$\overline{x} = a + \frac{\Sigma fiui}{\Sigma fi} \times h$$

$$= 47.5 - \frac{59}{110} \times 5$$

$$= 47.5 - 2.68$$

$$= 44.82$$

.27 سوال نمبر 26 کی طرح جدول بنائیں۔

$$\overline{x} = a + \frac{\Sigma fiui}{\Sigma fi} \times h$$

$$18 = 18 + \frac{(k-8)}{40+k}2$$

$$2k - 16 = 0$$

$$k = 8$$

.28 موڈ $= l + \left[\frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)}\right] \times h$

$$= 60 + \left[\frac{(29-21)}{(2 \times 29 - 21 - 17)}\right] \times 20$$

موڈ = 68

موڈ = 3 × وسطانیہ – 2 × درمیانہ

68 = 3 × وسطانیہ – 2 × 53

$$\text{وسطانیہ} = \frac{68 \times 106}{3}$$

وسطانیہ = 58

.29 $f_1 = 18$, $f_2 = 29$

.30 $x = 20$, y = 7

.31 a = 35 , b = 25

.32 درمیانہ = 32.4 ،وسطانیہ = 33 ، موڈ = 34.39

.33 درمیانہ = 25 cm

.34 درمیانہ = 211 روپے

.35 وسطانیہ = 24

.36 وسطانیہ = 17.5 لاکھ روپے۔

.37

سے کم	f	C. f
40 سے کم	7	7
50 سے کم	5	12
60 سے کم	8	20
70 سے کم	10	30
80 سے کم	6	36
90 سے کم	6	42
100 سے کم	8	50

نقطوں (40, 7) ، (50, 12)، (60, 20)، (70, 30)، (80, 36)، (90, 42)، (100, 50)
کو گراف پر دکھائیں اور ان کو ملا کر اوجائیو بنائیں۔

.38

کلاس وقفہ	*fi*	*xi*	*fixi*
10 – 30	5	20	100
30 – 50	8	40	320
50 – 70	f_1	60	$60f_1$
70 – 90	20	80	1600
90 – 110	f2	100	$100f_2$
110 – 130	2	120	240
	$35 + f_1 + f_2$		$2260+60f_1$ $+100f_2$

$$35 + f_1 + f_2 = 50 \Rightarrow \; f_1 + f_2 = 15 \text{ —— } (1)$$

$$\overline{x} = \frac{\Sigma fixi}{\Sigma fi}$$

$$65.6 = \frac{2260 + 60\, f_1 + 100\, f_2}{50}$$

$$3\,f_1 + 5\,f_2 = 51 \text{ —— } (2)$$

مساوات (1)اور(2) کوحل کرنے پر

$$f_2 = 3, \qquad f_1 = 12$$

مشقی جانچ

شماریات

کل نمبر:20 | وقت:1 گھنٹہ

1۔ وقفہ $a - b$ کا کلاس مارک کیا ہے؟ 1

2۔ 11 اور 21 کے درمیان تمام جفت اعداد کا درمیانہ معلوم کیجیے۔ 1

3۔ اوجائیو کا استعمال مندرجہ ذیل میں سے کیا نکالنے میں کیا جاتا ہے۔ 1

(a) وسعت (b) درمیانہ (c) موڈ (d) وسطانیہ

4۔ درمیانہ کو گراف کی مدد سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ (صحیح/غلط) 1

5۔ 50 مشاہدات کا درمیانہ 20 ہے۔ اگر ہر مشاہدہ کو 3 سے ضرب کر دیا جائے تو نیا درمیانہ کیا ہوگا؟ 2

6۔ 10 مشاہدات کا درمیانہ 15.3 ہے۔ اگر دو مشاہدات 6 اور 9 کو بالترتیب 8 اور 14 سے بدل دیا جائے تو نیا درمیانہ معلوم کیجیے۔ 2

7۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کے لیے موڈل کلاس بتائیے۔ 2

وقفہ	1 – 4	5 – 8	9 – 12	13 – 16	17 – 20	21 –24
تعدد	8	9	1	12	8	9

8۔ درمیانہ معلوم کیجیے۔ 3

نمبر	20 سے کم	40 سے کم	60 سے کم	80 سے کم	100 سے کم
طلباء کی تعداد	4	10	28	36	50

9۔ نامعلوم تعدد x کی قدر معلوم کیجیے اگر موڈ 58 ہے۔ 3

عمر (سالوں میں)	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
مریضوں کی تعداد	5	13	x	20	18	19

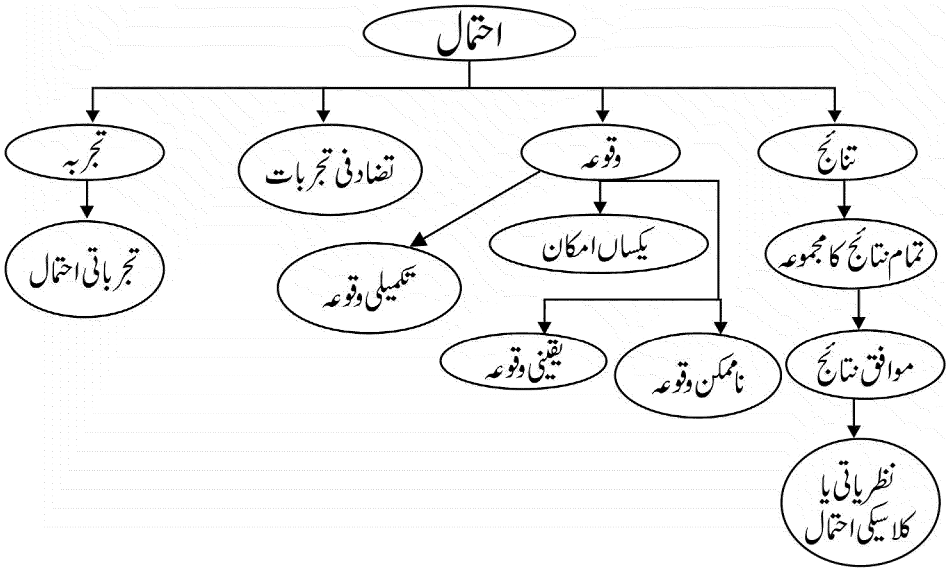
10۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ 57.6 ہے اور تعدد کا حاصل جمع 50 ہے۔ f_1 اور f_2 کی قدر معلوم کیجیے۔ 4

وقفہ	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
تعدد	7	f_1	12	f_2	8	5

باب 15

احتمال

(PROBABILITY)



یاد رکھنے والی باتیں :

1۔ کسی وقوعہ کے ہونے کے امکان کی پیمائش احتمال ہوتی ہے۔

2۔ کسی وقوعہ E کے ہونے کا احتمال = $\dfrac{\text{وقوعہ E کے موافق نتائج کی تعداد}}{\text{تجربہ کے تمام ممکنہ نتائج کی تعداد}}$

3۔ $0 \le P(E) \le 1$

4۔ اگر $P(E) = 0$ ہوتو E ناممکن وقوعہ ہوتا ہے۔

5۔ اگر $P(E) = 1$ ہوتو E یقینی وقوعہ ہوتا ہے۔

6۔ اگر E کوئی وقوعہ ہے تو E نہیں ($\overline{E}$) تکمیلی وقوعہ کہلاتا ہے۔

7۔ $P(E) + P(\overline{E}) = 1 \quad \Rightarrow \quad P(\overline{E}) = 1 - P(E)$

8۔ کسی وقوعہ کا احتمال منفی نہیں ہوتا۔

9۔ تمام نتائج کا مجموعہ (Sample space)۔ کسی تجربہ کے تمام ممکنہ نتائج کے مجموعہ کو کہتے ہیں۔

کچھ وقوعوں کے نتائج

1۔ جب ایک سکّہ اچھالا جاتا ہے تو نتائج = H, T

2۔ جب دو سکّے اچھالے جائیں گے تو کل نتائج = HH, HT, TH, TT

3۔ جب تین سکّے اچھالے جائیں گے تو کل نتائج = HHH, HHT, HTH, HTT, TTT, TTH, THT, THH

4۔ جب چار سکّے اچھالے جائیں گے تو کل نتائج = HHHH, TTTT, HTTT, THTT, TTHT, TTTH, HHTT, TTHH, HTHT, THTH, HTTH, THHT, THHH, HTHH, HHTH, HHHT

H ← میم (ہیڈ) T– حرف (ٹیل)

سکّے

ایک سکّہ ← 2 نتائج

دو سکّے ← $2 \times 2 = 4$ نتائج

تین سکّے ← $2\times2\times2 = 8$ نتائج

چار سکّے ← $2\times2\times2\times2 = 16$ نتائج

1۔ جب ایک پانسہ پھینکا جائے تو کل نتائج = 1, 2, 3, 4, 5, 6

2۔ جب دو پانسے پھینکے جائیں تو کل نتائج = $6 \times 6 = 36$

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4),
(2, 5), (2, 6) (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6) (4, 1), (4, 2),
(4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

3۔ جب تین پانسے پھینکے جائیں تو کل نتائج = $6 \times 6 \times 6 = 216$

تاش کے پتّے 52

26 کالے کارڈ — 26 لال کارڈ

گروپ

حکم (13) — چڑی (13) — اینٹ (13) — پان (13)

ہر ایک گروپ میں ایک اِکّا، ایک بادشاہ، ایک بیگم، ایک غلام، ایک ایک 10 ,9 ,8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ہوتے ہیں۔

12 تصویر والے (Face Cards) پتّے ہوتے ہیں۔ 4 بادشاہ، 4 بیگم اور 4 غلام 40 بنا تصویر والے پتّے ہوتے ہیں۔

مختصر ترین جواب والے سوالات

1۔ خالی جگہیں پر کیجیے۔

(a) کسی وقوعہ کا احتمال برابر یا زیادہ ہوتا ہے.................... سے اور کم یا برابر ہوتا ہے................. سے۔

(b) کسی ناممکن وقوعہ کا احتمال...................... ہوتا ہے۔

(c) ایک ایسا وقوعہ جس کا ہونا یقینی ہو اس کا احتمال................ ہوتا ہے۔ ایسے وقوعہ کو................. کہتے ہیں۔

(d) کسی تجربہ کے تمام ممکنہ وقوعوں کے احتمال کا حاصل جمع................. ہوتا ہے۔

(e) وقوعہ E کا احتمال + وقوعہ نہیں E کا احتمال = ...

(f) اگر کسی کھیل کو جیتنے کا احتمال $\frac{4}{9}$ ہے تو اس کو ہارنے کا احتمال....................... ہوگا۔

(g) اگر ایک سکّہ کو دو بار اچھالا جائے تو تمام ممکنہ نتائج................. ہوں گے۔

(h) اگر ایک پانسے کو دو بار اچھالا جائے تو تمام ممکنہ نتائج...................... ہوں گے۔

2۔ صحیح/غلط بتائیے۔

(a) کسی وقوعہ کا احتمال منفی ہوسکتا ہے۔

(b) کسی وقوعہ کا احتمال ایک سے زیادہ ہوسکتا ہے۔

3۔ ایک سے زیادہ انتخاب والے سوالات

(a) مندرجہ ذیل میں سے کونسا وقوعہ کا احتمال نہیں ہوسکتا۔ (NCERT)

(A) 0.7 (B) $\frac{2}{3}$ (C) -1.5 (D) 15%

(b) مندرجہ ذیل میں سے کونسا وقوعہ کا احتمال ہوسکتا ہے۔ (NCERT-Exempler)

(A) -0.04 (B) 1.004 (C) $\frac{18}{23}$ (D) $\frac{8}{7}$

(c) ایک وقوعہ کے ہونے کے امکان نہیں ہے۔ اس کا احتمال کس کے زیادہ قریب ہوگا۔ (NCERT-Exempler)

(A) 0.0001 (B) 1.001 (C) 0.01 (D) 0.1

(d) ایک ہندسہ کے مفرد اعداد میں سے ایک چنا گیا۔ جفت عدد چننے کا احتمال

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{2}{5}$

(e) جب ایک پانسہ کو پھینکا جاتا ہے تو تین سے چھوٹا طاق عدد آنے کا احتمال

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

(*f*) ریشمی کے پاس ایک پانسہ ہے۔ جس کے چھ چہروں پر مندرجہ ذیل حروف لکھے ہوئے ہیں۔

A	B	C	D	A	C

اگر وہ پانسہ کو ایک بار اچھالتی ہے۔ تو حروف C آنے کا احتمال

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

(g) اچھی طرح پھینٹی گئی 52 پتّوں کی تاش کی گڈی میں سے ایک پتہ نکالا گیا۔ وقوعہ E: نکالا گیا پتہ تصویر والا پتہ نہیں ہے۔ وقوعہ E کے لیے موافق نتائج کی تعداد

(A) 51 (B) 40 (C) 36 (D) 12

4۔ (i) اگر کسی وقوعہ کا احتمال P ہے تو اس کے تکمیلی وقوعہ (Complementary event) کا احتمال

(A) $p - 1$ (B) p (C) $1 - P$ (D) $1 - \frac{1}{p}$

(ii) کسی خاندان میں 3 بچے ہیں۔ کم سے کم ایک لڑکا ہونے کا احتمال

(A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$

(iii) اعداد 1, 2, 3, ..., 15 میں سے بلا منصوبہ ایک عدد چنا گیا اس عدد کے 4 کا صنعف ہونے کا احتمال

(A) $\frac{4}{15}$ (B) $\frac{2}{15}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$

(iv) ایک غیر لیپ سال میں 53 پیر ہونے کا احتمال

(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$

(v) ایک تھیلے میں 6 لال اور 5 نیلی گیندیں ہیں۔ اگر تھیلے میں سے ایک گیند نکالی جائے تو اس گیند کے نیلے ہونے کا احتمال

(A) $\frac{2}{11}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{5}{11}$ (D) $\frac{6}{11}$

(vi) لفظ MATHEMATICS میں سے ایک حروفِ تہجی چنا گیا۔ علّت (Vowel) آنے کا احتمال

(A) $\frac{6}{11}$ (B) $\frac{5}{11}$ (C) $\frac{3}{11}$ (D) $\frac{4}{11}$

مختصر جواب والے سوالات

5۔ ایک تاش کی گڈی کے 52 پتوں میں سے ایک پتہ نکالا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ وہ پتہ نہ تو اکا ہے اور نہ ہی بادشاہ۔

6۔ ایک باکس میں 250 بلب رکھے ہوئے ہیں جن میں سے 35 بلب ناقص ہیں۔ اگر باکس میں سے ایک بلب نکالا جائے تو احتمال معلوم کیجیے کہ وہ بلب ناقص نہیں ہے۔

7۔ کسی وقوعہ کے نتائج 3:4 ہیں۔ اس وقوعہ کے ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

8۔ اگر عدد 29 کو اعداد 29، 25، 16، 9، 4، 1 میں سے ہٹا دیا جائے تو مفرد عدد حاصل ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

9۔ تاش کی گڈی میں سے ایک پتا نکالا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ نکالا گیا پتا تصویر والا ہے۔

10۔ ایک لاٹری میں 1000 ٹکٹ ہیں جن میں سے 5 میں انعامات نکلیں گے۔ اگر کوئی شخص ایک ٹکٹ خریدتا ہے تو اس کے انعام جیتنے کا احتمال معلوم کیجیے۔

11۔ تاش کی گڈی میں سے ایک پتا نکالا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ نکالا گیا پتا کالا ہے۔

12۔ ایک پانسہ کو ایک مرتبہ اچھالا گیا۔ کامل مربع حاصل ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

13۔ دو پانسوں کو ایک ساتھ پھینکا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ ان دونوں پانسوں پر آنے والے اعداد کا حاصل جمع 10 یا 10 سے زیادہ ہوگا۔

14۔ اعداد 33,34,35,........,1,2,3 میں سے 7 کا ضعف حاصل ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

15۔ تاش کی گڈی کے 52 پتوں میں سے بلا منصوبہ ایک پتہ نکالا جاتا ہے۔ احتمال معلوم کیجیے کہ وہ پتہ نہ تو لال رنگ کا ہو نہ ہی بیگم ہو۔ (CBSE-2016)

16۔ دو مختلف پانسوں کو ایک ساتھ اچھالا جاتا ہے۔ احتمال معلوم کیجیے۔ (CBSE-2016)

(a) دونوں پانسوں پر ایک ہی عدد آئے۔

(b) دونوں پانسوں پر آئے اعداد کا حاصل جمع 10 ہو۔

17۔ ایک باکس میں 12 گیندیں ہیں ان میں سے کچھ لال اور کچھ نیلی ہیں اگر باکس میں 6 لال گیندیں ڈال دی جائیں تو لال گیند کا احتمال پہلے کے مقابلے دوگنا ہو جاتا ہے۔ باکس میں لال گیندوں کی تعداد معلوم کیجیے۔ (CBSE-2018)

18۔ ایک سے 100 تک کے اعداد میں سے بلا منصوبہ ایک عدد چنا گیا احتمال معلوم کیجیے۔ (CBSE-2018)

(i) عدد 8 سے تقسیم ہو جائے۔

(ii) عدد 8 سے تقسیم نہ ہو۔

19۔ تین مختلف سکّوں کو ایک ساتھ اچھالا گیا احتمال معلوم کیجیے۔

(i) صرف دو میم (Head) آئیں

(ii) کم سے کم دو میم (Head) آئیں۔

20۔ کارڈس میں جن پر اعداد 50 ,......., 5 ,4 ,3 لکھے ہوئے ہیں ان کو ایک باکس میں ڈالا گیا اور اچھی طرح ملا دیا گیا۔ اب اس باکس میں سے ایک کارڈ منصوبہ نکالا گیا احتمال معلوم کیجیے کہ کارڈ پر لکھا ہوا عدد کامل مربع عدد ہو۔
(CBSE-2016)

مختصر جواب والے سوالات (Type-II)

21۔ اعداد 4 ,3 ,2 ,1 میں سے بلا منصوبہ ایک عدد x چنا گیا پھر اعداد 16 اور 9 ,4 ,1 میں سے بلا منصوبہ ایک عدد y چنا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ x اور y کا حاصل ضرب 16 سے کم ہو۔ (CBSE-2016)

22۔ دو مختلف پانسوں کو ایک ساتھ پھینکا گیا احتمال معلوم کیجیے کہ

(a) دونوں پانسوں پر مفرد اعداد آئیں۔

(b) دونوں پانسوں پر آئے اعداد کا حاصل جمع 9 یا 11 ہو۔

23۔ ایک تھیلے میں 15 سفید اور کچھ کالی گیندیں ہیں۔ اگر کالی گیند نکالنے کا احتمال سفید گیند کے احتمال کا تین گنا ہوں تو تھیلے میں کتنی کالی گیندیں ہوں گی؟ (CBSE-2016)

24۔ دو پانسوں کو ایک ساتھ اچھالا جاتا ہے۔

(a) پانسوں پر آئے اعداد کا حاسل ضرب 12 ہو احتمال معلوم کیجیے۔

(b) اعداد کا حاصل جمع زیادہ سے زیادہ 5 ہو۔ احتمال معلوم کیجیے۔

25۔ ایک تھیلے میں کچھ کارڈز ہیں جن پر ایک سے 100 تک کے اعداد لکھے ہوئے ہیں۔ اگر بلا منصوبہ ایک کارڈ نکالا جائے احتمال معلوم کیجیے کہ کارڈ پر آیا ہوا عدد

(i) 9 سے تقسیم ہوتا ہوا اور ایک کامل مربع عدد ہو۔

(ii) 80 سے بڑا مفرد عدد ہو۔

26۔ ایک لاٹری میں 10 ٹکٹ پر انعام اور 25 خالی ہیں۔ انعام جیتنے کا احتمال معلوم کیجیے اس وقوعہ کے لیے $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ کی بھی تصدیق کیجیے۔

27۔ کسی کھیل کے جیتنے کا احتمال $\frac{x}{12}$ ہے۔ اگر اس کے ہارنے کا احتمال $\frac{1}{3}$ ہو تو x کی قدر معلوم کیجیے۔

طویل جواب والے سوالات

28۔ کارڈس جن پر اعداد 3,4,5,.......,50 لکھے ہوئے ہیں کو ایک باکس میں ڈالا گیا اور اچھی طرح ملا دیا گیا۔ اب اس باکس میں سے ایک کارڈ بلا منصوبہ طور پر نکالا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ کارڈ پر لکھا ہوا عدد

i) 7 سے تقسیم ہو

ii) کامل مربع ہو

29۔ ایک تھیلے میں 5 سفید گیندیں، 7 لال گیندیں، 4 کالی گیندیں اور 2 نیلی گیندیں ہیں۔ اگر اس تھیلے میں سے ایک گیند نکالی جائے تو احتمال معلوم کیجیے کہ گیند

(i) سفید یا نیلی ہو (ii) لال یا کالی ہو

(iii) سفید نہیں ہو (iv) نہ سفید ہو نہ ہی کالی

30۔ تاش کے 52 پتوں میں سے اینٹ کا بادشاہ، بیگم اور غلام کو ہٹا دیا جاتا ہے اور باقی پتوں کو اچھی طرح پھینٹا جاتا ہے۔ اب ان میں سے ایک کارڈ نکالا جاتا ہے۔ احتمال معلوم کیجیے کہ وہ پتا۔

(i) اینٹ کا ہے (ii) غلام ہے

31۔ 400 انڈوں میں سے ایک خراب انڈا نکلنے کا احتمال 0.035 ہے۔ خراب انڈوں کی تعداد معلوم کیجیے۔ ایک صحیح انڈا نکالنے کا احتمال بھی معلوم کیجیے۔

32۔ کسی میلے میں ایک کھیل کے اسٹال پر کچھ پرچیاں رکھی ہیں جن پر 11,9,9,9,7,7,7,5,3,3 لکھا ہے۔ ایک شخص اس وقت جیتے گا اگر اس کی پرچی پر ان اعداد کا درمیانہ لکھا ہو۔ اس کھیل میں اس شخص کے ہار جانے کا احتمال کیا ہوگا؟

33۔ ایک ڈبے میں 90 ڈسک ہیں جن پر 1 سے 90 تک اعداد درج ہیں۔ ایک ڈسک کو بلا منصوبہ طور پر نکالا جاتا ہے۔ احتمال معلوم کیجیے کہ ڈسک کے اوپر درج عدد

(i) ایک دو ہندسی عدد ہے (ii) ایک کامل مربع ہے (iii) 5 سے تقسیم ہو جاتا ہے

34۔ 52 پتوں کی اچھی طرح پھینٹی گئی گڈی سے ایک پتہ بلا منصوبہ طور پر نکالا گیا ہے۔ احتمال معلوم کیجیے کہ نکالا گیا پتہ

(a) حکم یا اکّا ہے (b) لال بادشاہ ہے

(c) نہ تو بادشاہ ہے اور نہ ہی بیگم (d) یا تو بادشاہ ہے یا بیگم

35۔ 52 پتوں کی اچھی طرح پھینٹی گئی گڈی سے ایک پتہ بلا منصوبہ طور پر نکالا گیا ہے۔ احتمال معلوم کیجیے کہ نکالا گیا پتہ

(i) تصویر والا ہے

(ii) لال تصویر والا ہے

(iii) کالی تصویر والا ہے

36۔ رمیش کو 24000 روپے تہوار کے موقع پر بونس کی شکل میں حاصل ہوئے۔ اس نے 5000 روپے مندر میں، 12000 روپے اپنی بیوی کو، 2000 روپے اپنے نوکر کو اور باقی رقم اپنی بیٹی کو دے دی۔

(i) بیوی کو حاصل ہونے والی رقم کا احتمال معلوم کیجیے۔

(ii) نوکر کو حاصل ہونے والی رقم کا احتمال معلوم کیجیے۔

(iii) بیٹی کو حاصل ہونے والی رقم کا احتمال معلوم کیجیے۔

(iv) اس سوال میں رمیش کی کن قدروں کو ظاہر کیا گیا ہے؟

37۔ ایک ہاسٹل میں 240 طلبا رہتے ہیں۔ ان میں سے 50% صبح کے وقت یوگا کلاس میں جاتے ہیں، 25% جم کلب اور 15% ٹہلنے جاتے ہیں۔ باقی طلبا لافنگ کلب سے وابستہ ہیں۔ لافنگ کلب سے وابستہ طلبا کا احتمال معلوم کیجیے۔

38۔ ایک باکس میں کچھ کارڈز ہیں جن پر 11 سے 23 تک اعداد لکھے ہوئے ہیں۔ اس باکس میں بلا منصوبہ ایک کارڈ نکالا گیا احتمال معلوم کیجیے۔ اس پر عدد (CBSE-2018)

(i) کامل مربع ہو

(ii) 7 کا ضعف ہو

39۔ ایک پانسہ کو دو بار اچھالا گیا احتمال معلوم کیجیے۔ (CBSE-2019)

(i) کم سے کم ایک پانسہ پر 5 آئے

(ii) 5 ایک بار بھی نہیں آئے

40۔ ایک باکس میں کچھ کارڈز ہیں جن پر اعداد 49 ,..... ,5 ,3 ,1 لکھے ہوئے ہیں۔ باکس میں سے بلا منصوبہ ایک کارڈ نکالا گیا احتمال معلوم کیجیے کہ اس پر لکھا ہوا عدد (CBSE-2017)

(i) 3 سے تقسیم ہو۔

(ii) ایک مرکب عدد ہو۔

(iii) کامل مربع نہیں ہو۔

(iv) 3 اور 5 کا ضعف ہو۔

41۔ 52 پتّوں کی تاش کی گڈّی میں سے لال رنگ کی بیگمیں اور کالے رنگ کے غلام ہٹا دیئے گئے باقی پتّوں میں سے بلا منصوبہ ایک پتہ نکالا گیا احتمال معلوم کیجیے کہ یہ پتہّ (CBSE-2015)

(i) چڑی کا ہو یا اِکّا ہو۔

(ii) کالے رنگ کا بادشاہ ہو۔

(iii) نہ تو غلام ہو اور نہ ہی بادشاہ ہو۔

(iv) بادشاہ یا بیگم ہو۔

42۔ ایک باکس میں 100 لال رنگ کے 200 پیلے رنگ کے اور 50 نیلے رنگ کے کارڈز ہیں۔ اس باکس میں سے بلا منصوبہ ایک کارڈز نکالا گیا احتمال معلوم کیجیے کہ یہ کارڈ (CBSE-2012)

(a) نیلے رنگ کا ہے۔

(b) پیلا نہیں ہے۔

(c) نہ تو پیلا ہے نہ ہی نیلا ہے۔

جوابات

1۔ (a) $\underline{0}$ اور $\underline{1}$

(b) 0

(c) 1، یقینی وقوعہ

(d) 1

(e) 1

(f) $\frac{5}{9}$

(g) 4

(h) 36

2 (a) غلط کیونکہ $0 \le P(E) \le 1$

(b) غلط کیونکہ $0 \le P(E) \le 1$

3۔ (a) C

(b) C

(c) A

(d) B (مفرد اعداد 2, 3, 5, 7)

(e) A

(f) A (احتمال = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$)

(g) B (تصویر والے پتے = 12، باقی پتے = 40)

4۔ (i) C $(P(E) + P(\overline{E}) = 1)$

(ii) A [bbb, bbg, bgb, gbb, ggg, ggb, gbg, bgg]

(iii) C (احتمال = $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$)

(iv) A (کل ہفتہ = 52 ،باقی دن = 1)

(v) C

(vi) D (علت A, A, E, I)

5۔ کل = 52

اِکّے = 4

بادشاہ = 4

P (نہ اِکّا ہو نہ بادشاہ ہو) $= \frac{44}{52} = \frac{11}{13}$

6۔ P (نقص والا نہ ہو) $= 1 - \frac{35}{250} = \frac{43}{50}$

7۔ کل = 4 + 3 = 7

P (ہونے کے امکان) $= \frac{4}{7}$

8۔ P (مفرد عدد) = 0

9۔ تصویر والے پتّے = 12

P (تصویر والا پتّہ) $= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

10۔ P (جیتنے کے امکان) $= \frac{5}{1000} = 0.005$

11۔ کالے رنگ کے کارڈ = 26

احتمال $= \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

12۔ کامل مربع – 1, 4

P (کامل مربع) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

13۔ کل نتائج = 6 × 6 = 36

موافق نتائج = (6, 6), (6, 5), (5, 6), (6, 4), (5, 5), (4, 6)

P (اعداد کا جوڑ 10 یا اس سے زیادہ ہے) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

14۔ 7 کے ضعف = 7, 14, 21, 28, 35

P (7 کے ضعف) = $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

15۔ لال رنگ کے پتوں کی تعداد = 26 (دو لال بیگم شامل ہیں)

باقی بیگموں کی تعداد = 2 – 4 = 2

جو پتے نہ تو لال ہیں نہ بیگم ہیں = (2 + 26) – 52 = 24

احتمال $\frac{24}{52} = \frac{6}{13}$

16۔ (i) ایک جیسے اعداد والے نتائج = (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

احتمال = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ii) حاصل جمع 10 والے نتائج = (6, 4), (5, 5), (4, 6)

احتمال = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

17۔ $\frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right)$

$x = 3$

18۔ کل نتائج = 98 (ایک اور 100 کے درمیان)

(i) 8 سے تقسیم ہونے والے اعداد = 8, 16, 24, ... 96

موافق نتائج = 12

$$\text{احتمال} = \frac{12}{98} = \frac{6}{49}$$

(ii) P (8 سے تقسیم نہ ہو) $= 1 - \frac{6}{49} = \frac{43}{49}$

19۔ کل نتائج = $\begin{bmatrix} \text{HHH, HHT, HTH, HTT} \\ \text{TTT, THT, TTH, THH} \end{bmatrix}$

(i) P (Head 2) = $\frac{3}{8}$

(ii) P (کم سے کم Head2) = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

20۔ کل کارڈز = 1 + 3 − 50 = 48

کامل مربع اعداد = 4, 9, 16, 25, 36, 49

P (کامل مربع عدد) = $\frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

21۔ کل نتائج = (1, 1), (1, 4), (1, 9), (1, 16)

(2, 1), (2, 4), (2, 9), (2, 16)

(3, 1), (3, 4), (3, 9), (3, 16)

(4, 1), (4, 4), (4, 9), (4, 16)

موافق نتائج جن میں $xy<16$

(4, 1), (3, 4), (3, 1), (2, 4), (2, 1), (1, 9), (1, 4), (1, 1)

$$\text{احتمال} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

22۔ کل نتائج = 36

(a) موافق نتائج = (3, 5), (3, 3), (3, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 3), (2, 2), (5, 5), (5, 3), (5, 2)

$$\text{احتمال} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(b) موافق نتائج = (6, 5), (5, 6), (6, 3), (5, 4), (4, 5), (3, 6)

احتمال = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

-23 $\frac{x}{15+x} = 3 \times \frac{15}{15+x}$

$x = 45$

کالی گیندوں کی تعداد 45 ہے۔

-24 کل نتائج = 6 × 6 = 36

(a) موافق نتائج = (6, 2), (3, 4), (4, 3), (2, 6)

احتمال = $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(b) موافق نتائج۔ (جوڑ ≤ 5)

(4, 1), (3, 2), (3, 1) (2, 3) (2, 2), (2, 1), (1, 4) (1, 3) (1, 2) (1, 1)

احتمال = $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

-25 کل اعداد = 100

(i) 9 سے تقسیم ہونے والے کامل مربع اعداد = 9, 36, 81

احتمال = $\frac{3}{100} = 0.03$

(ii) 80 سے بڑے مفرد اعداد = 83, 89, 97

احتمال = $\frac{3}{100} = 0.03$

-26 کل ٹکٹ = 35

$P(E) = P$(انعام) $= \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$

$P(\bar{E}) = P$(انعام نہیں) $= \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$

$$P(E) + P(\bar{E}) = \frac{2}{7} + \frac{5}{7}$$

$$= \frac{7}{7} = 1$$

27۔ P (جیت) $+ P$ (ہار) $= 1$

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{x}{12}$$

$$x = 8$$

28۔ کل کارڈز $= 50 - 3 + 1 = 48$

(i) 7 سے تقسیم ہونے والے اعداد $= 41 = 49, 42, 35, 28, 21, 14, 7$

احتمال $= \frac{7}{48}$

(ii) دو ہندسوں کے اعدد $-$ 10, 11, 12, ..., 50

موافق نتائج کی تعداد $= 50 - 10 + 1$

$= 41$

احتمال $= \frac{41}{48}$

29۔ (i) $\frac{7}{18} = \frac{5+2}{18}$

(ii) $\frac{11}{18} = \frac{7+4}{18}$

(iii) $\frac{13}{18} = \frac{7+4+2}{18}$

(iv) $\frac{1}{2} = \frac{9}{18} = \frac{7+2}{18}$

30۔ باقی کارڈز $= 52 - 3 = 49$

(i) باقی اینٹ کے پتّے $= 13 - 3 = 10$

احتمال $= \frac{10}{49}$

(ii) P (غلام) = $\frac{3}{49}$

31۔ کل انڈے = 400

P (ناقص انڈے) = 0.035

$$0.035 = \frac{x}{400}$$

$$x = 400 \times 0.035$$

$$x = 14$$

P (بنا نقص والے انڈے) = $1 - 0.035 = 0.965$

32۔ درمیانہ = $\frac{3+3+5+7+7+7+9+9+9+11}{10} = \frac{70}{10} = 10$

P (شکست) = $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

33۔ کل اعداد = 90

(i) دو ہندسوں کے اعداد - 10, 11, 12, ..., 90

احتمال = $\frac{81}{90} = \frac{9}{10}$

(ii) کامل مربع اعداد- 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81

احتمال = $\frac{9}{90} = \frac{1}{10}$

(iii) 5 سے تقسیم ہونے والے اعداد 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90

احتمال = $\frac{18}{90} = \frac{1}{5}$

34۔ (i) P (حکم یا اکا) = $\frac{13+3}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

(ii) P (لال بادشاہ) = $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(iii) P (نہ بادشاہ ہو نہ بیگم ہو) = $1-\frac{8}{52}=1-\frac{2}{13}=\frac{11}{13}$

(iv) P (بادشاہ ہو یا بیگم ہو) = $\frac{8}{52}=\frac{2}{13}$

35۔ (i) $\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$

(ii) $\frac{6}{52}=\frac{3}{26}$

(iii) $\frac{6}{52}=\frac{3}{26}$

36۔ (i) P (بیوی کا حصّہ) = $\frac{12000}{24000}=\frac{1}{2}$

(ii) P (نوکر کا حصّہ) = $\frac{2000}{24000}=\frac{1}{12}$

(iii) P (بیٹی کا حصّہ) = $\frac{5000}{24000}=\frac{5}{24}$

37۔ 10% طلباء نے لافنگ کلب میں شرکت کی۔

P (لافنگ کلب میں شمولیت حاصل کرنے والے طلباء) = $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

38۔ کل کارڈز = 113 = 123 − 11 + 1

(i) کامل مربع اعداد = 121, 100, 81, 64, 49, 36, 25, 16

P(کامل مربع عدد) = $\frac{8}{113}$

(ii) 7 کے ضعف ۔ 119, 112, 105, 98, 91, 84, 77, 70, 63, 56, 49, 42, 35, 28, 21, 14

P (7 کے ضعف) = $\frac{16}{113}$

39۔ کل نتائج = 36 = 6 × 6

(i) P (5 کم سے کم ایک بار آئے) = $\frac{11}{36}$ = $\begin{bmatrix}(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5), \\ (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6)\end{bmatrix}$

(ii) P(5 ایک بار بھی نہ آئے) = $1-\frac{11}{36}=\frac{25}{36}$

40۔ کل نتائج = 25

(i) 3 سے تقسیم ہونے والے اعداد – 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45

احتمال = $\frac{8}{25}$

(ii) مرکب اعداد ۔ 9, 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39, 45, 49

احتمال = $\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$

(iii) P (کامل مربع عدد نہ ہو) = P (کامل مربع عدد) – 1 [کامل مربع اعداد - 1, 9, 25, 49]

$= 1-\frac{4}{25}$

$= \frac{21}{25}$

(iv) 3 اور 5 کے ضعف – 15, 45

P (3 اور 5 کا ضعف ہو) = $\frac{2}{25}$

41۔ (i) $\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$

(ii) $\frac{2}{52}=\frac{1}{26}$

(iii) $1-\frac{8}{52}=\frac{44}{52}=\frac{11}{13}$

(iv) $\frac{8}{52}=\frac{2}{13}$

42۔ (i) P (نیلا کارڈ) = $\frac{50}{350}=\frac{1}{7}$

(ii) P (پیلا کارڈ نہیں) = $\frac{150}{350}=\frac{3}{7}$

(iii) P (نہ ہی پیلا اور نہ ہی نیلا) = $\frac{100}{350}=\frac{2}{7}$

مشقی جانچ

احتمال

کل نمبر:20 وقت:1 گھنٹہ

1۔ ایک پانسہ کو ایک مرتبہ اچھالا گیا۔ طاق عدد آنے کا احتمال معلوم کیجیے۔ 1

2۔ ایک تھیلے میں 4 لال اور 6 کالی گیندیں ہیں۔ تھیلے میں سے ایک گیند نکالی گئی۔ کالی گیند حاصل ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔ 1

3۔ لفظ PROBABILITY میں سے ایک حرف تہجی چنا گیا وہ حرف ایک علت ہوگا اس کا احتمال .... ہے۔ 1

4۔ 900 سیبوں میں سے خراب سیب آنے کا احتمال 0.18 ہے۔ خراب سیبوں کی تعداد .... ہے۔ 1

5۔ ایک سال میں 53 اتوار ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔ 2

6۔ تاش کی گڈّی میں سے ایک پتّہ نکالا گیا لال تصویر والا پتّہ ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔ 2

7۔ ایک سکّہ کو دو بار اچھالا۔ کم سے کم ایک Tail آنے کا احتمال معلوم کیجیے۔ 2

8۔ ایک باکس میں 5 لال 4 ہرے اور 7 سفید کنچے رکھے ہوئے ہیں۔ ایک کنچا بلا منصوبہ نکالا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ نکالا گیا کنچا 3

(i) سفید نہیں ہے۔ (ii) نہ لال ہے اور نہ ہی سفید

9۔ ایک پانسہ ایک مرتبہ اچھالا گیا احتمال معلوم کیجیے حاصل ہونے والا عدد 3

(i) ایک مفرد جفت عدد ہے۔ (ii) ایک کامل مربع عدد ہے۔

10۔ ایک ڈبے میں کارڈس رکھے ہوئے ہیں جن پر اعداد 1,3,5,7,.....,35 لکھے ہوئے ہیں۔ اگر ایک کارڈ نکالا جائے تو احتمال معلوم کیجیے کہ نکالے گئے کارڈ پر عدد

(i) 15 سے چھوٹا مفرد عدد ہے

(ii) 3 اور 5 دونوں سے تقسیم ہو جاتا ہے

مشقی سوالنامہ-I (بنیادی)

ریاضی-X

کل نمبر: 80 وقت:3 گھنٹے

عام ھدایات:

1۔ سبھی سوالات حل کرنا لازمی ہے۔

2۔ سوال نامے میں کل 40 سوالات ہیں جو چار سیکشن A، B، C اور D میں منقسم ہیں۔

3۔ سیکشن A میں کل 20 سوال ہیں جو تمام ایک نمبر کے ہیں۔ سیکشن B میں 6 سوال ہیں جو تمام 2 نمبر کے ہیں۔ سیکشن C میں 3 نمبر کے 8 سوال ہیں۔ سیکشن D میں 6 سوال ہیں جو تمام 4 نمبر کے ہیں۔

4۔ کیلکولیٹر کا استعمال ممنوع ہے۔

سیکشن-A

1۔ اگر p اور q دو ہم مفرد اعداد ہیں تو p^2 اور q^2............ ہیں

2۔ اگر $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، $BC = 3cm$, $EF = 4cm$ اور $ar(\Delta ABC) = 54cm^2$ ہے تو $ar(\Delta DEF) =$ .... ہے۔

3۔ اگر $5\tan\theta - 4 = 0$ ہے تو $\dfrac{5\sin\theta - 4\cos\theta}{5\sin\theta + 4\cos\theta}$ کی قدر معلوم کیجیے۔

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{6}$

4۔ ایک پانسہ کو ایک بار پھینکا جاتا ہے ایک مفرد عدد آنے کا احتمال ہے۔

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{6}$

5۔ اگر مساوات $x^2 + 4x + k = 0$ کے جذر حقیقی اور مختلف ہوں تو

(A) $k < 4$ (B) $k > 4$ (C) $k \geq 4$ (D) $k \leq 4$

6۔ اگر ایک دائرہ کا محیط اور اس کا رقبہ عددی طور پر مساوی ہوں تو دائرہ کا قطر ہے۔

(A) $\frac{\pi}{2}$ اکائی (B) 2πاکائی (C) 2اکائی (D) 4اکائی

7۔ حسابی تصاعد(AP): $\sqrt{7}, \sqrt{28}, \sqrt{63}...$ کا اگلا رکن ہے۔

(A) $\sqrt{70}$ (B) $\sqrt{84}$ (C) $\sqrt{97}$ (D) $\sqrt{112}$

8۔ نقاط $(a \cos\theta + b \sin\theta, 0)$ اور $(0, a \sin\theta - b \cos\theta)$ کے درمیان فاصلہ ہے۔

(A) $a^2 + b^2$ (B) $a + b$

(C) $a^2 - b^2$ (D) $\sqrt{a^2 + b^2}$

9۔ اگر ایک دو درجی کثیر رکنی $f(x)$، کسی ایک درجی کثیر رکنی کا مربع ہو تو اس کے جذر مساوی ہوتے ہیں (صحیح/غلط)

10۔ دائرہ پر واقع ایک نقطہ سے لاتعداد خط مماس کھینچی جا سکتی ہیں۔ (صحیح/غلط)

11۔ P کی کسی قدر کے لیے کثیر رکنی $x^2 - 2x - (7p + 3)$ کا ایک جذر (-4) ہے؟

12۔ مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کے جوڑے کے حل کی تعداد کتنی ہے۔

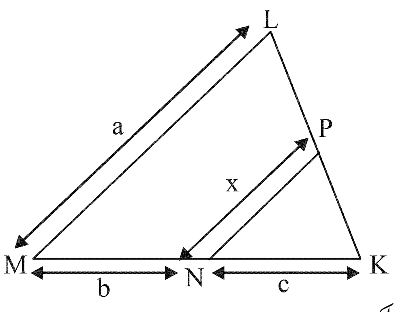
$$x + 2y - 8 = 0$$

$$2x + 4y = 16$$

13۔ راس (0, 4)، (0, 2) اور (3, 0) والے مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

14۔ اگر متوازی الاضلاع ABCD کے تین راس A (1, 2)، B (4,3) اور (0, 0) ہیں تو D کے مختصات معلوم کیجیے۔

15۔ دی ہوئی شکل میں PN||LM ہے۔ x کو c, b, a کی شکل میں ظاہر کیجیے جہاں b, a اور c بالترتیب MN, LM اور NK کی لمبائی ہیں۔



16۔ بنیادی تناسب کے مسئلہ کا بیان لکھیے۔

17۔ ایک غیر لیپ سال میں 53 پیر ہونے کا احتمال معلوم کیجیے؟

18۔ اگر ایک ٹھوس نصف کرّہ کا کل سطحی رقبہ 462cm^2 ہے تو اس کا قطر معلوم کیجیے۔

19۔ ایک کھمبا زمین پر $2\sqrt{3}$ لمبا سایہ بناتا ہے اگر اس وقت سورج کا زاویہ ارتفاع $60°$ ہو کھمبے کی اونچائی معلوم کیجیے؟

20۔ اگر کسی وقوعہ E کے لیے $P(E) = \frac{3}{7}$ ہوتو P(E نہیں) کی قدر کیا ہوگی؟

سیکشن-B

21۔ اگر $\sqrt{2}$ ایک غیر ناطق عدد ہے تو ثابت کیجیے کہ $(5 + 3\sqrt{2})$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

22۔ k کی کس قدر کے لیے مساواتوں $12x + ky = 2,\quad kx + 3y = 1$ کا کوئی حل نہیں ہے۔

23۔ ایک گھڑی کی منت کی سوئی کی لمبائی 14 cm ہے۔سوئی کے ذریعے 5 منٹ میں بنایا گیا رقبہ معلوم کیجیے۔

24۔ دو مکعب جن میں سے ہر ایک کا حجم $27m^3$ ہے۔ان کے کناروں کو ملا کر ایک مکعب نما بنایا جاتا ہے۔اس معکب نما کا سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

25۔ کسی امتحان میں 140 طلباء کے ذریعے حاصل نمبروں کو مندرجہ ذیل تعددی جدول میں ظاہر کیا گیا ہے۔

نمبر	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
طلباء کی تعداد	20	45	80	55	40

موڈ معلوم کیجیے۔

26۔ ایک سے 100 کے درمیان ایک صحیح عدد چنا گیا اس کا احتمال معلوم کیجیے کہ چنا گیا عدد

(i) 8 سے تقسیم ہو۔

(ii) 8 سے تقسیم نہ ہو۔

سیکشن-C

27۔ مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے 180, 252 اور 324 کا HCF معلوم کیجیے۔

28۔ اگر کثیر رکنی $2x^4 - 9x^4 + 5x^2 + 3x - 1$ کے دو صفر $(2 + \sqrt{3})$ اور $(2 - \sqrt{3})$ ہوں تو کثیر رکنی کے تمام صفر معلوم کیجیے۔

29۔ x کے لیے حل کیجیے۔

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{2}{3}\,; x \neq 1, 2, 3$$

30۔ کسی AP کا نواں رکن، دوسرے رکن کے سات گنا کے مساوی ہے اور بارہواں رکن، تیسرے رکن کے پانچ گنا سے 2 زیادہ ہے۔ پہلا رکن اور مشترک فرق معلوم کیجیے۔

31۔ ثابت کیجیے کہ قائم زاوی مثلث میں وتر کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

32۔ مرکز O والے دائرہ پر باہری نقطہ T سے دو خط مماس TP اور TQ کھینچی گئی ہیں۔

ثابت کیجیے کہ $\angle PTQ = 2\angle OPQ$ ہے۔

33۔ ثابت کیجیے $(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)^2 = \dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

34۔ ΔABC میں $\angle B = 90°$، $BC = 5$ cm اور $AC - AB = 1$ cm ہے۔ sin C اور cos C کی قدریں معلوم کیجیے۔

سیکشن-D

34۔ مندرجہ ذیل مساواتوں کے گراف کھینچئے اور مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

$x - y = 5 \;;\; x + y = 5$

(i) گراف سے مساواتوں کو حل کیجیے۔

(ii) ان خطوں اور y- محور سے بنے مثلث نما حصّہ کو شیڈ کیجیے۔

36۔ اگر A اور B بالترتیب $(-2, -2)$ اور $(2, -4)$ ہوں تو نقطہ P کے مختصات معلوم کیجیے جب کہ $AP = \frac{3}{7}$ AB ہو اور نقطہ P، قطعہ خط AB پر واقع ہو۔

37۔ ایک ΔABC بنائیے جس میں $BC = 7$ cm، $\angle B = 60°$ اور $AB = 6$ cm ہو ΔABC کے مشابہ ایک مثلث اور بنائیے جس کے نظیری اضلاع ABC کے اضلاع کے $\frac{3}{4}$ گنا ہوں۔

38۔ سطح سمندر سے 100 میٹر اونچے لائٹ ہاؤس کے اوپری سرے سے دیکھنے پر دو جہازوں کے زاویہ جھکاؤ 30° اور 45° ہیں۔ اگر دونوں جہاز لائٹ ہاؤس کے ایک ہی طرف ہوں تو دونوں جہازوں کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔ ($\sqrt{3}=1.732$ کا استعمال کیجیے)۔

39۔ ایک کھوکھلا کرّہ جس کا اندرونی اور باہری قطر بالترتیب 4cm اور 8cm ہیں کو پگھلا کر 8cm قطر والے ایک مخروط میں بدلا جاتا ہے۔ مخروط کی اونچائی اور ترچھی اونچائی معلوم کیجیے۔

40۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ اور وسطانیہ معلوم کیجیے۔

وقفہ	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
تعدد	3	6	9	13	18	5	4

جوابات

1۔ مفرد — 2۔ $96cm^2$

3۔ 0 (C) — 4۔ $\frac{1}{2}$ (C)

5۔ $k < 4$ (A) — 6۔ 4 اکائی (D)

7۔ $\sqrt{112}$ (D) — 8۔ $\sqrt{a^2 + b^2}$

9۔ صحیح — 10۔ غلط

11۔ $(-4)^2 - 2(-4) - (7p + 3) = 0$

$P = 3$

12۔ کیونکہ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ اس لیے دیئے گئے خطی مساواتوں کے لامحدود حل ہونگے۔

13۔ رقبہ $= \frac{1}{2}[0(2-0) + 0(0-4) + 3(4-0)] = 6$

= 6 مربع اکائی

14۔ مانا D کے مختصات (x, y) ہیں۔

AC کے وسطی نقطہ کے مختصات = BD کے وسطی نقطہ کے مختصات

$$\left(\frac{1+0}{2}, \frac{2+0}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{3+y}{2}\right)$$

$x = -3, y = -1$

اس لیے D کے مختصات (1-, 3-) ہیں۔

15۔ $\Delta KLM \sim \Delta KPN$ (AA مشابہت)

$$\frac{LM}{PN} = \frac{KM}{KN} \Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{b+c}{c}$$

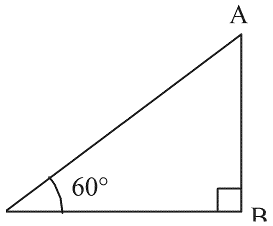
$$x = \frac{ac}{b+c}$$

16۔ صحیح

17۔ P(53 پیر) = $\frac{1}{7}$

18۔ $3\pi r^2 = 462 \Rightarrow r = 7$ cm

قطر = 14cm



19۔ AB ایک کھمبا ہے اور BC اس کا سایہ ہے

ΔABC میں $\frac{AB}{BC} = \tan 60°$

$AB = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6m$

20۔ P(E نہیں) $= 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

21۔ مانا $5 + 3\sqrt{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔ اسے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$5 + 3\sqrt{2} = \frac{a}{b}$; $b \neq 0$ ، a اور b ہم مفرد اعداد ہیں۔

$$\sqrt{2} = \frac{a - 5b}{3b}$$

$\frac{a - 5b}{3b}$ ایک ناطق عدد ہے اس لیے $\sqrt{2}$ بھی ایک ناطق عدد ہوگا۔

لیکن $\sqrt{2}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

اس لیے $5 + 3\sqrt{2}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

22۔ کوئی بھی حل نہیں ہوگا اگر $\frac{k}{12} = \frac{3}{k} \neq \frac{1}{2}$

$k = \pm 6 , \ k \neq 6$

$\therefore \ k = -6$

23۔ منٹ کی سوئی کے ذریعے 5 منٹ میں بنایا گیا زاویہ $= 5 \times 6 = 30°$

5 منٹ میں طے کیا گیا رقبہ $= \frac{30°}{360°} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 51\frac{1}{3}$ مربع سینٹی میٹر

24۔ مکعب کا کنارہ $= \sqrt[3]{27} = 3cm$

مکعب نما کی لمبائی $= 3 + 3 = 6$

مکعب نما کی چوڑائی $= 3cm$

مکعب نما کی اونچائی $= 3cm$

مکعب نما کا سطحی رقبہ $= 2(6 \times 3 + 3 \times 3 + 3 \times 6) = 90$ مربع سینٹی میٹر

25۔ موڈل کلاس = 20 – 30

$$\text{موڈ} = 20 + \frac{40-24}{2\times 40 - 24 - 36}\times 10 = 28$$

26۔ ایک اور 100 کے درمیان اعداد = 98

(i) P(8 سے تقسیم ہوگا) = $\frac{12}{98} = \frac{6}{49}$

(ii) P(8 سے تقسیم نہیں ہوگا) = $1 - \frac{6}{49} = \frac{43}{49}$

27۔ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

$324 = 2^2 \times 3^4$

HCF (180, 252, 324) = $2^2 \times 3^2 = 36$

28۔ $p(x) = 2x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 3x - 1$

$(2+\sqrt{3})$ اور $(2-\sqrt{3})$، $P(x)$ کے صفر ہیں۔

$x-(2+\sqrt{3})$ اور $x-(2-\sqrt{3})$، $P(x)$ کے جز وضربی ہیں۔

$$[x-(2+\sqrt{3})][x-(2-\sqrt{3})] = x^2 - 4x + 1$$

$p(x)$ کا جز وضربی ہوگا۔

$P(x) = (x^2 - 4x + 1)(2x^2 - x - 1)$

$[x-(2+\sqrt{3})][x-(2-\sqrt{3})](2x+1)(x-1)$

$P(x)$ کے تمام صفر $1, \frac{-1}{2}$، $(2+\sqrt{3})$ اور $(2-\sqrt{3})$ ہیں۔

29۔ $$\frac{1}{x-2}\left[\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-3}\right] = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{x-2}\times\frac{2(x-2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{2}{3}$$

$x^2 - 4x + 3 = 3$

$x^2 - 4x = 0$

$x = 4$ یا $x = 0$

30۔ $a_9 = 7a_2$

$a + 8d = 7(a + d)$

$d = ba$ ——(1)

$a_{12} = 5a_3 + 2$

$a + 11d = 5(a+2d) + 2$

$4a - d + 2 = 0$ ——(1)

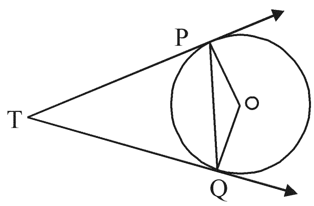
(1) اور (2) سے

$d = 6$ ، $a = 1$

31۔ فیثاغورث کے مسئلہ کا حل

32۔ OP، OQ اور PQ کو ملائیے

مانا $\angle PTQ = x$ ہے۔



ΔPTQ میں $\angle TQP + \angle TPQ + \angle PTQ = 180°$

$\angle TQP + \angle TPQ = 180° - x$ —— (1)

$TP = TQ$ (باہری نقطہ سے کھینچی گئی خط مماسیں)

$\angle TQP = \angle TPQ$ —— (2)

(1) اور (2) سے

$\angle TPQ = 90° - \frac{x}{2}$ —— (3)

لیکن $\angle OPT = 90°$

$\angle OPQ + \angle TPQ = 90°$

$\angle OPQ = \frac{x}{2}$ (مساوات (3) سے)

$2\angle OPQ = \angle PTQ$

33۔ $LHS = (\cot\theta - \csc\theta)^2$

$$= \left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{1}{\sin\theta}\right)^2$$

$$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$$

$$= \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = \text{RHS}$$

34۔ دیا ہے۔ $AC - AB = 1$ —— (1)

ΔABC میں

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 - AB^2 = (5)^2$$

$$(AC - AB)(AC + AB) = 25$$

$$AC + AB = 25 \text{ —— } (2)$$

(1) اور (2) کو حل کرنے پر $AB = 12$ cm, $AC = 13$ cm

$$\sin C = \frac{12}{13}, \cos C = \frac{5}{13}$$

35۔ صحیح گراف بنانے پر اس کا حل (5,0) ہے۔ مشترک حصّہ کو شیڈ کیجیے۔

36۔ D — (4, 0)

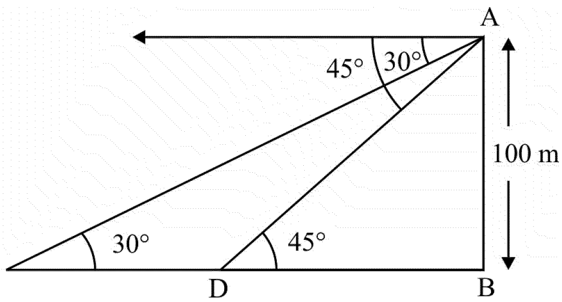
ΔABD کا رقبہ $= \frac{1}{2}\ [4(-2-0) + 3(0+6) + 4(-6+2)] = 3$

ΔACD کا رقبہ $= \frac{1}{2}\ [4(2-0) + 5(0+6) + 4(-6-2)] = 3$

ΔABD کا رقبہ $=$ ΔACD کا رقبہ

37۔ صحیح تشکیل کیجیے۔

38۔ ΔABD میں $\tan 45° = \frac{AB}{BD}$



$$BD = 100\text{m}$$

ΔABC میں $\tan 30° = \frac{AB}{BC}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{CD+100}$$

$$CD = 100\ (1.732-1)$$

$$CD = 73.2\text{m}$$

دونوں جہازوں کے درمیان فاصلہ 73.2m ہے۔

39۔ مانا مخروط کی اونچائی h ہے۔

مخروط کا حجم = کھوکھلے کرّہ کا حجم

$$\frac{4}{3}\pi(4^3 - 2^3) = \frac{1}{3}\pi(4)^2 h$$

$$h = 14 \text{ cm}$$

$$l = \sqrt{(4)^2 + (14)^2} = 2\sqrt{53} \text{ cm}$$

40۔

C.f.	$f_i x_i$	x_i	f_i	کلاس وقفہ
3	36	12	3	11 – 13
9	94	14	6	13 – 15
18	144	16	9	15 – 17
31	234	18	13	17 – 19
49	360	20	18	19 – 21
54	110	22	5	21 – 23
58	96	24	4	23 – 25
	$\Sigma fixi = 1064$		$\Sigma fi = 58$	

درمیانہ $\bar{x}$ = $18 = \frac{1064}{58}$

وسطانیہ = $l + \left[\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right] \times h$

= $17 + \frac{(29-18)}{13} \times 2$

= 18.69(تقریباً)

مشقی سوالنامہ -2 (بنیادی)

ریاضی-X

کل نمبر 80　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　وقت: 3 گھنٹے

عام ھدایات:

1۔ سبھی سوالات حل کرنا لازمی ہے۔

2۔ سوال نامے میں کل 40 سوالات ہیں جو چار سیکشن A، B، C اور D میں منقسم ہیں۔

3۔ سیکشن A میں کل 20 سوال ہیں جو تمام ایک نمبر کے ہیں۔ سیکشن B میں 6 سوال ہیں جو تمام 2 نمبر کے ہیں۔ سیکشن C میں 8 سوال ہیں جو تمام 3 نمبر کے ہیں۔ سیکشن D میں 6 سوال ہیں جو تمام 4 نمبر کے ہیں۔

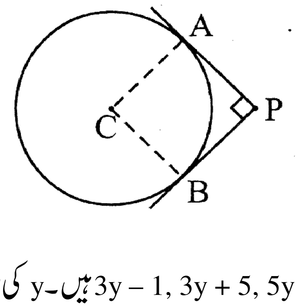
4۔ کیلکو لیٹر کا استعمال ممنوع ہے۔

سیکشن–A

1۔ حساب کے بنیادی مسئلہ کا استعمال کرتے ہوئے 96 اور 360 کا LCM معلوم کیجیے۔

2۔ ایک قطعہ خط کی لمبائی 5cm ہے۔ اگر اس کے ایک سرے کے مختصات (2,2) اور دوسرے سرے کے مختصات $(-1,x)$ ہوں تو x کی قدر معلوم کیجیے۔

3۔ دی ہوئی شکل میں، مرکز C اور نصف قطر 4cm والے دائرہ کے باہری نقطہ p سے دائرے پر PA اور PB دو خط مماس کھینچی گئی ہیں۔ اگر $PA \perp PB$ ہو تو دونوں خط مماس کی لمبائی معلوم کیجیے۔

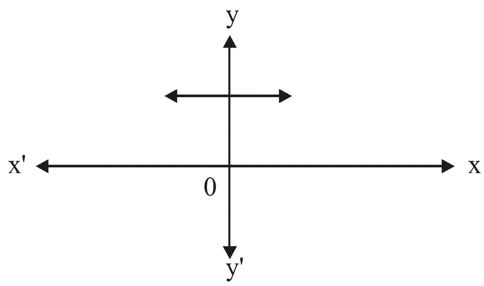


4۔ کسی AP کے پہلے تین ارکان $3y - 1, 3y + 5, 5y + 1$ ہیں۔ y کی قدر معلوم کیجیے۔

5۔ ایک پالسنہ کو ایک بار اچھالا گیا۔ 4 سے بڑا عدد آنے کا احتمال معلوم کیجیے۔

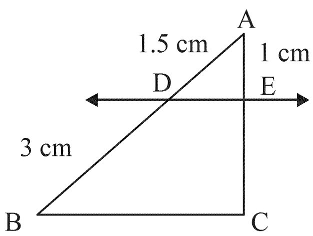
6۔ نصف قطر r والے ٹھوس کرّہ کو پگھلا کر اونچائی r والا ایک ٹھوس مخروط بنایا گیا ہے۔ مخروط کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

7۔ دی ہوئی شکل میں $y = p(x)$ کا گراف دیا گیا ہے۔ $p(x)$ کے صفر ہوں گے۔



(a) ایک (b) تین (c) کوئی نہیں (d) دو

8۔ دی ہوئی شکل میں DE||BC ہو تو EC کی قدر ہے۔



(a) 1 cm (b) 2 cm (c) 1.5 cm (d) 3 cm

9۔ اگر کسی نقطہ Q سے دائرہ پر خط مماس کی لمبائی 24 cm ہے اور نقطہ Q کی دائرہ کے مرکز سے فاصلہ 25 cm ہے تو دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔

(a) 7 cm (b) 12 cm (c) 15 cm (d) 24.5 cm

10۔ 15 میٹر اونچے ٹاور کے نچلے سرے سے 15 میٹر دوری پر ایک نقطہ سے ٹاور کے اوپری سرے کا زاویہ ارتفاع ہوگا۔

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

11۔ کسی دائرہ کے محیط اور قطر کے درمیان 30cm کا فرق ہے دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔

(a) 5 cm (b) 7.7 cm (c) 7 cm (d) 6 cm

12۔ کسی وقوعہ کے ہونے کا احتمال + کسی وقوعہ کے نہیں ہونے کا احتمال = ...

13۔ قوت دو والے کثیر رکنی کو کہتے ہیں .... کثیر رکنی۔

14۔ خط $x - y = 8$، $y-$ محور کو نقطہ $(0,-8)$ پر کاٹتی ہے۔ (صحیح/غلط)

15۔ دیئے گئے خطی مساواتوں کے جوڑے کے لامحدود حل ہوں گے۔ (صحیح/غلط)

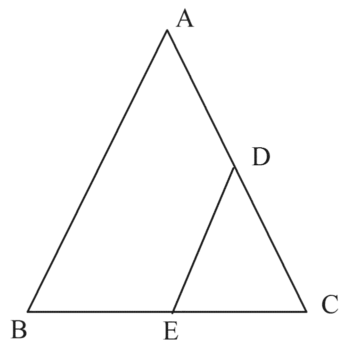
$x + 2y - 8 = 0$

$2x + 4y = 16$

16۔ $3 \cot^2 60° + \sec^2 45° =$.......................

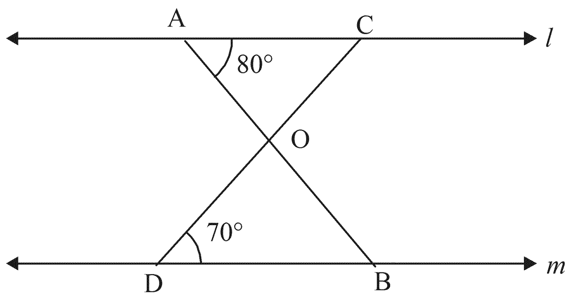
17۔ کارڈ جن پر عدد 3, 4, 5, ..., 50 لکھے ہوئے ہیں۔ ان کو ایک ڈبّے میں ڈال کر اچھی طرح ملایا جاتا ہے اور ایک کارڈ نکالا جاتا ہے۔ احتمال معلوم کیجیے کہ نکالے گئے کارڈ پر کامل مربع عدد آئے۔

18۔ دی گئی شکل میں ΔABC میں $DE \parallel AB$۔ اگر $AD = 2x$، $DC = x + 3$، $BE = 2x - 1$ اور $CE = x$ ہو تو x کی قدر معلوم کیجیے۔



19۔ دی گئی شکل میں، $l \parallel m$، $\angle OAC = 80°$، $\angle ODB = 70°$ ہے

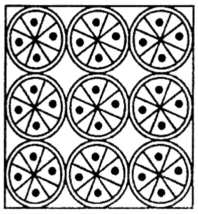
کیا $\Delta OCA \sim \Delta OBD$؟



20۔ دو درجی مساوات $kx^2 - 14x + 8 = 0$ میں k کی قدر معلوم کیجیے۔ اگر اس کا ایک جذر دوسرے جذر کا چھ گنا ہو۔

سیکشن-B

21۔ ایک مربع نما رومال پر 7cm نصف قطر والے 9 دائرہ نما ڈیزائن بنائے گئے ہیں۔ رومال کے باقی بچے ہوئے حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



22۔ $\sqrt{2}$ اور $\sqrt{3}$ کے درمیان ایک ناطق عدد معلوم کیجیے۔

23۔ k کی کس قدر کے لیے نیچے دیئے گئے مساواتوں کے جوڑے کا کوئی حل نہیں ہے۔

$$(3k + 1)\,x + 3y = 2$$

$$(k^2 + 1)\,x + (k - 2)y = 5$$

24۔ ایک استوانہ نما برتن جس کا قطر 12cm اور اونچائی 15cm ہے آئس کریم سے بھرا ہوا ہے۔ اس آئس کریم کو 10 بچوں میں مساوی تقسیم کرنا ہے اگر آئس کریم کے برتن کا اوپری حصہ نصف کرہ کا ہو اور نچلا حصّہ مخروط نما جس کی اونچائی اس کے اساس کے قطر کی دوگنی ہو تو مخروط کا قطر معلوم کیجیے۔

25۔ مندرجہ ذیل تعددی جدول کا درمیانہ معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
تعداد	1	2	2	6	7	2

26۔ کارڈ جن پر ایک سے 151 تک نمبر لکھے ہوئے ہیں۔ ان کو ایک ڈبے میں رکھ کر اچھی طرح ملا دیا گیا۔ اس کے بعد ڈبے میں سے ایک کارڈ نکالا گیا۔ احتمال معلوم کیجیے کہ نکالے گئے کارڈ پر لکھا ہوا عدد

(i) 75 سے چھوٹا مفرد عدد ہو

(ii) ایک طاق عدد ہو

سیکشن-C

27۔ $(\cos^2 20° + \cos^2 70°) + \dfrac{\cot 25°}{\tan 65°} + \cot 5° \cot 10° \cot 60° \cot 80° \cot 85°$

28۔ ΔPQR میں P زاویہ قائمہ ہے، QT اور RS اس کے وسطانیے ہیں۔ ثابت کیجیے کہ

$$4(QT^2 + RS^2) = 5QR^2$$

29۔ اگر کثیر رکنی $P(x) = 2x^2 + 11x + 5$ کے صفر α اور β ہیں تو $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}-2\alpha\beta$ کی قدر معلوم کیجیے۔

30۔ ثابت کیجیے

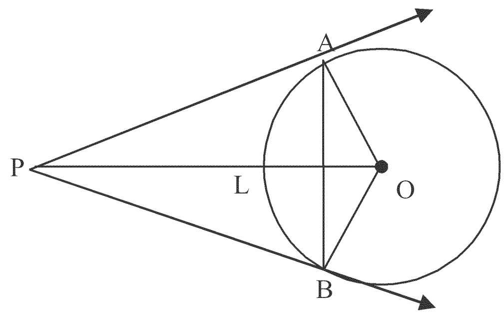
$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\tan\theta}{1+\cos\theta} = \cos\theta \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$$

31۔ مساوات $\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x-7}=\frac{11}{30}\, x \neq -4, 7$ کے جذر معلوم کیجیے۔

32۔ دکھایئے کہ n , $n+2$, $n+4$ میں سے ایک اور صرف ایک ہی 3 سے تقسیم ہوتا ہے۔ جہاں n ایک مثبت صحیح عدد ہے۔

33۔ کسی حسابی تصاعد (A.P) کے پہلے 6 رکنوں کا حاصل جمع 42 ہے۔ اس کے دسویں رکن اور تیسویں رکن کی نسبت 3 : 1 ہے۔ AP کا پہلا اور تیرہواں رکن معلوم کیجیے۔

34۔ دی گئی شکل میں AB دائرہ کا وتر ہے۔ O دائرہ کا مرکز اور AB = 16cm ہے۔ دائرہ کا نصف قطر 10cm ہے۔ دائرہ کے خط مماس A اور B سے نقطہ P پر کاٹتی ہیں۔ PA کی لمبائی معلوم کیجیے۔



سیکشن–D

35۔ کسی ہائی وے پر مقام A اور B ایک دوسرے سے 100 کلومیٹر کے فاصلے پر ہیں۔ ایک ہی وقت پر ایک کار مقام A سے اور دوسری کار مقام B سے روانہ ہوتی ہیں۔ اگر کاریں ایک ہی سمت میں مختلف رفتاروں سے چلتی ہیں تو وہ 5 گھنٹے بعد ملتی ہیں۔ اگر کاریں ایک دوسرے کی طرف چلتی ہیں تو وہ ایک گھنٹے میں ملتی ہیں۔ دونوں کاروں کی رفتار معلوم کیجیے۔

36۔ وہ نسبت معلوم کیجیے جس میں خط $3x + y - 9 = 0$ نقاط A (1,3) اور B(2, 7) کو ملانے والے خط کو تقسیم کرتا ہے۔

37۔ ایک بلڈنگ کے اوپری سرے کا ٹاور کے نچلے سرے سے زاویہ ارتفاع 30° ہے۔ ٹاور کے اوپری سری کا بلڈنگ کے نچلے سرے سے زاویہ ارتفاع 60° ہے۔ اگر ٹاور 60 میٹر اونچا ہے تو بلڈنگ کی اونچائی معلوم کیجیے۔

38۔ اچانک آئی باڑھ سے نمٹنے کے لیے کچھ سماجی تنظیموں نے سرکار سے 100 خیمہ لگانے کی درخواست کی ساتھ ہی کل قیمت کا 50% دینے کے لیے بھی کہا۔ اگر خیموں کا نچلا حصہ استوانہ نما ہو جسکا قطر 4.2m اور اونچائی 4m ہو جبکہ اوپری حصہ مخروط نما جس کا قطر 4.2m اور اونچائی 2.8m ہو تو بتایئے تنظیم کو کل کتنے روپے چکانے ہوں گے اگر کپڑے کی قیمت 100 روپے فی مربع میٹر ہو۔

39۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کسی فیکٹری کے 50 مزدوروں کی یومیہ آمدنی کو ظاہر کرتا ہے۔

یومیہ آمدنی (روپیوں میں)	200-250	250-300	300-350	350-400	400-450	450-500
مزدوروں کی تعداد	10	5	11	8	6	10

بٹاؤ کو 'سے کم' مجموعی تعدد والے بٹاؤ میں تبدیل کیجیے اس کا اوجائیو بھی بنایئے اور یومیہ آمدنی کا وسطانیہ بھی معلوم کیجیے۔

30۔ 5cm نصف قطر کا ایک دائرہ بنایئے۔ مرکز سے 8cm دور کسی نقطہ سے دائرہ پر خط مماس کو جوڑا بنایئے۔ دونوں خط مماسوں کی لمبائی کی پیائش بھی کیجیے۔

جوابات

1۔ 1440

2۔ $x = -2$ ، $x = 6$

3۔ PA = PB = 4cm

4۔ y = 5

5۔ $\frac{1}{3}$

6۔ $2r$

7۔ کوئی نہیں

8۔ (b) 2cm

9۔ (a) 7cm

10۔ (b) 45°

11۔ (c) 7cm

12۔ 1

13۔ دو درجی

14۔ صحیح

15۔ صحیح

16۔ 3

17۔ $\frac{1}{8}$

18۔ $\frac{3}{5}$

19۔ ہاں

20۔ K = 3

21۔ باقی حصہ کا رقبہ = 378cm²

22۔ $\sqrt{2}$ اور $\sqrt{3}$ کے درمیان ناطق عدد 1.5 ہے۔

23۔ -1

24۔ 6cm

25۔ درمیانہ = 18

26۔ (i) $\frac{7}{50}$ (ii) $\frac{1}{2}$

27۔ $\frac{6+\sqrt{3}}{3}$

29۔ $\frac{-36}{5}$

30۔ $x = 1$, $x = 2$

33۔ پہلا رکن = 2 ، $a_{13} = -26$

34۔ $\frac{40}{3}$ cm

35۔ کاروں کی رفتار بالترتیب 60 کلومیٹر فی گھنٹہ اور 40 کلومیٹر فی گھنٹہ

36۔ نسبت = 3 : 4 داخلی طور پر

37۔ بلڈنگ کی اونچائی = 20 میٹر

38۔ ₹3, 79, 500

39۔ (گراف سے) ₹ 345

40۔ خط مماسوں کی لمبائی $\sqrt{39}$ cm

مشقی سوالنامہ CBSE 2020 (معیاری)
ریاضی-X

وقت: 3 گھنٹے　　　　　　　　　　　　　　　　کل نمبر 80

عام ھدایات:

1۔ سبھی سوالات حل کرنا لازمی ہے۔

2۔ سوال نامے میں کل 40 سوالات ہیں جو چار سیکشن A، B، C اور D میں منقسم ہیں۔

3۔ سیکشن A میں کل 20 سوال ہیں جو م تمام ایک نمبر کے ہیں۔ سیکشن B میں 6 سوال ہیں جو تمام 2 نمبر کے ہیں۔ سیکشن C میں 8 سوال ہیں جو تمام 3 نمبر کے ہیں۔ سیکشن D میں 6 سوال ہیں جو تمام 4 نمبر کے ہیں۔

4۔ کیلکو لیٹر کا استعمال ممنوع ہے۔

سیکشن-A

1۔ دو اعداد کا LCM 1200 ہے۔ مندرجہ ذیل میں سے کونسا عدد انکا HCF نہیں ہوسکتا۔

(a) 4　(b) 5　(c) 6　(d) 3

2۔ ایک تعددی بٹاؤ کا وسطانیہ گراف کی مدد سے کس سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

(a) ہسٹوگرام　(b) تعدد منحنی

(c) تعدد کثیر الاضلاع　(d) اوجائیو

3۔ اگر x, $x+3$, $x+6$, $x+9$ اور $x+2$ کا حسابی اوسط 10 ہے تو x کی قدر

(a) 1　(b) 2　(c) 6　(d) 4

4۔ دو پانسے پھینکے گئے احتمال معلوم کیجیے کہ دونوں پانسوں کے اوپر آنے والے اعداد کا حاصل ضرب 6 ہو

(a) $\frac{1}{3}$　(b) $\frac{1}{6}$　(c) $\frac{1}{9}$　(d) $\frac{2}{3}$

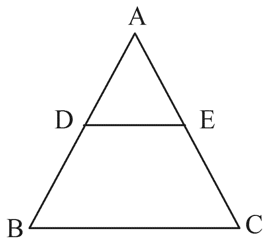
5۔ ایک استوانہ، ایک مخروط اور ایک نصف کرّہ کی اونچائی اور نصف قطر مساوی ہیں ان کو حجموں کی نسبت ہوگی

(a) 3:1:2　(b) 1:2:3　(c) 3:2:1　(d) 1:3:2

6۔ دومساوی الساقین مثلثوں کے زاویے مساوی ہیں ان کے رقبوں کی نسبت 16:25 ہے۔ان کی نظیری اونچائیوں کی نسبت ہوگی۔

(a) 4:5 (b) 5:4 (c) 3:2 (d) 5:7

7۔ دی ہوئی شکل میں DE||BC اور $BD = \frac{1}{2}AD$ ہے۔اگر BC = 4.5cm ہے تو DE کی قدر معلوم کیجیے۔



8۔ اگر دوہم مرکز دائروں کے نصف قطر بالترتیب 4cm اور 5cm ہیں تو ایک دائرہ کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے جو دوسرے دائرہ کی خط مماس ہے۔

9۔ اگر ایک دائرہ کے قطر کو 40% بڑھادیا جائے تو معلوم کیجیے اس کا رقبہ کتنے فی صد بڑھ جائیگا۔

10۔ دودرجی مساوات $3\sqrt{3}x^2 + 10x + \sqrt{3} = 0$ کا ممیّز (D) معلوم کیجیے۔

11۔ حسابی تصاعد .... $\frac{1}{m}, \frac{1+m}{m}, \frac{1+2m}{m}$ کا nواں رکن معلوم کیجیے۔

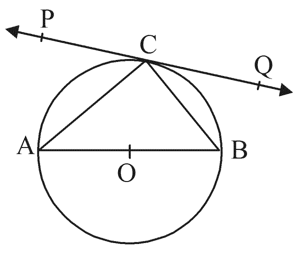
12۔ اگر (x +a) کثیر رکنی $2x^2 + 2ax + 5x + 10$ کا ایک جزو ضربی ہے تو a کی قدر معلوم کیجیے۔

13۔ ایک خط $3x - 2y = 6$ اور y– محور کے نقطہ تقاطع کے مختصات معلوم کیجیے۔

14۔ y– محور پر اس نقطہ کے مختصات معلوم کیجیے جو نقطہ (5 ,2–) سے قریب تر ہے۔

15۔ ایک مینار کی اونچائی اور اس کے سایہ کی لمبائی کی نسبت $1 : \sqrt{3}$ ہے۔سورج کا زاویہ ارتفاع معلوم کیجیے۔

16۔ دی گئی شکل میں PQ مرکز O والے دائرہ کی خط مماس ہے۔جس کا مماسی نقطہ C ہے۔اگر AB دائرہ کا قطر ہے اور $\angle CAB = 30°$ تو $\angle PCA$ معلوم کیجیے۔



17۔ اگر ایک دو درجی کثیر رکنی $f(x)$ کو خطی جزو ضربی (مختلف) میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ تو $f(x)$ کے حقیقی اور غیر مساوی صفروں کی تعداد................ ہے۔

18۔ نقاط $A(\sin\theta - \cos\theta, 0)$ اور $B(0, \sin\theta + \cos\theta)$ کے درمیان فاصلہ...................... ہے۔

19۔ دو مشابہ مثلثوں کے اضلاع کی نسبت 4:9 ہے۔ ان کے رقبوں کی نسبت................ ہے۔

20۔ اگر $\tan A = \frac{5}{12}$، تو $(\text{Cos}A - \text{Sin}A)\text{Cosec}A$ کی قدر................ ہے۔

سیکشن–B

21۔ دو مختلف پانسوں کو ایک بار اچھالنے پر مندرجہ ذیل احتمال بتائیے۔

(i) ہر ایک پانسہ پر مفرد عدد حاصل ہو۔

(ii) دونوں پانسوں پر حاصل ہونے والے اعداد کا حاصل جمع 9 یا 11 ہو۔

22۔ ایک نصف کرّی ٹینک کا نصف قطر 3m ہے۔ جو پانی سے بھرا ہوا ہے۔ یہ ٹینک $3\frac{4}{7}$ لیٹر فی سیکنڈ کی در سے ایک پائپ کے ذریعے خالی کیا جاتا ہے ٹینک کو آدھا خالی کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

23۔ ایک ڈبّے میں کچھ کارڈز رکھے گئے جن پر اعداد 13, 14, 15, ..., 60 لکھے ہوئے ہیں۔ ان کارڈز کو اچھی طرح ملایا گیا اور پھر ایک کارڈ نکالا گیا احتمال معلوم کیجیے کہ کارڈ پر آنے والا عدد

(i) 5 سے تقسیم ہو

(ii) ایک کامل مربع عدد ہو۔

24۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کی لمبائی 5cm ہے۔ صبح 6:05 سے 6:40 بجے تک سوئی کے ذریعے طے کیا گیا رقبہ معلوم کیجیے۔

25۔ x اور y کے لیے حل کیجیے۔

$$\frac{4}{x} + 5y = 7; \quad \frac{3}{x} + 4y = 5$$

26۔ دکھائیے کہ کوئی بھی مثبت طاق عدد $6m + 1$، $6m + 3$ یا $6m + 5$ کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ جہاں m ایک مثبت صحیح عدد ہے۔

سیکشن–C

27۔ ثابت کیجیے کہ $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

28۔ اگر $x = p \sec \theta + q \tan \theta$ اور $y = p \tan \theta + q \sec \theta$ ہیں تو ثابت کیجیے کہ

$$x^2 - y^2 = p^2 - q^2$$

29۔ ایک 5cm نصف قطر والے دائرہ کے مرکز O سے 13cm کی دوری پر نقطہ A واقع ہے۔ AP اور AQ، P اور Q نقطوں پر دائرہ کی خط مماسیں ہیں۔ اگر چھوٹے قوس PQ پر واقع ایک نقطہ R پر ایک خط مماس اس طرح کھینچی جائے کہ وہ AP اور AQ کو بالترتیب B اور C پر کاٹے تو ΔABC کا احاطہ معلوم کیجیے۔

30۔ قدر معلوم کیجیے۔

$$\cot \theta \tan (90° - \theta) - \sec (90° - \theta) \operatorname{cosec} \theta + \sin^2 65° + \sin^2 25° + \sqrt{3} \tan 5° \tan 45° \tan 85°$$

31۔ اگر α اور β کثیر رکنی $6y^2 - 7y + 2$ کے دو صفر ہیں تو وہ دو درجی کثیر رکنی معلوم کیجیے جس کے صفر $\frac{1}{\alpha}$ اور $\frac{1}{\beta}$ ہوں۔

32۔ وہ فطری عدد معلوم کیجیے جس کے مربع میں سے 10 کم کرنے پر حاصل عدد اس فطری عدد سے 8 زیادہ عدد کے 5 گنا کے مساوی ہو جائے۔

33۔ ثابت کیجیے کہ ایک قائم زاوی مثلث کے وتر پر بنے نصف دائرہ کا رقبہ اس کے باقی دو اضلاع پر بنے نصف دائروں کے رقبوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوگا۔

34۔ ایک AP میں 45 رکن ہیں۔ اس کے تین وسطی ارکان کا حاصل جمع 546 اور آخری تین ارکانوں کا حاصل جمع 1050 ہے۔ AP معلوم کیجیے۔

سیکشن–D

35۔ ایک چائے کے سیٹ کو 5% نقصان اور لیموں کے سیٹ کو 15% نفع پر بیچنے پر ایک دوکاندار کو 7 روپے کا منافع ہوتا ہے۔ اگر وہ چائے کے سیت کو 5% نفع پر اور لیموں کے سیٹ کو 10% نفع پر بیچتا ہے تو اس کو 13 روپے کا منافع ہوتا ہے۔ چائے کے سیٹ اور لیموں کے سیٹ کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔

36۔ نقطہ P، نقاط A(2,1) اور B(5,–8) کو جوڑنے والے قطعہ خط کو اس طرح تقسیم کرتا ہے کہ $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$۔ اگر P خط $2x - y + k = 0$ پر واقع ہے تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

37۔ ایک مساوی الساقین مثلث کی تشکیل کیجیے جس میں $AB = AC$ 6cm اور $BC = 5cm$ ہو۔ ایک اور مثلث PQR کی تشکیل کیجیے جو ΔABC کے مشابہ ہو جس میں $PQ = 8cm$ ہے۔ تشکیل کی توثیق بھی کیجیے۔ (Verify)

38۔ ایک جھیل سے 60 میٹر اونچائی پر واقع کسی نقطہ سے بادل کا زاویہ ارتفاع $30°$ ہے اور اس نقطہ سے جھیل میں موجود بادل کی شبیہ کا زاویہ جھکاؤ $60°$ ہے۔ بادل کی اونچائی معلوم کیجیے۔

39۔ ایک 14cm قطر والے پائپ سے ہو کر 15 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے پانی ایک مستطیل نما تالاب جس کی لمبائی 50m اور چوڑائی 44m ہے میں گر رہا ہے۔ تالاب میں 21cm کی اونچائی حاصل کرنے میں پانی کتنا وقت لے گا؟

40۔ مندرجہ ذیل تعددی بٹاؤ کا وسطانیہ 525 ہے۔ تو x اور y کی قدریں معلوم کیجیے اگر تعددوں کا حاصل جمع 100 ہے۔

وقفہ	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-100	کل
تعدد	2	5	x	12	17	20	y	9	7	4	100

جوابات

1۔ (a) 4

2۔ (d) اوجائیو

3۔ (d) 4

4۔ $\frac{1}{6}$

5۔ (a) 3 : 1 : 2

6۔ (a) 4 : 5

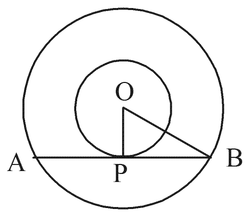
7۔ AD : AB = 1 : 3

$\Delta ADE \sim \Delta ABC$

$$\frac{DE}{4.5} = \frac{1}{3} \Rightarrow DE = 1.5 \text{ cm}$$

8۔ ΔOPB

$$PB = \sqrt{(5)^2 - (4)^2} = 3\text{cm}$$



$$AB = 2 \times PB = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

9۔ مانا دائرہ کا قطر d ہے۔

دائرہ کا رقبہ = $\frac{\pi d^2}{4}$ مربع اکائی

40% بڑھنے پر دائرہ کا قطر = d + 40% of d = $\frac{14}{10}$ d اکائی

بڑھے ہوئے دائرہ کا رقبہ = $\frac{196\pi d^2}{400}$

رقبہ میں اضافہ % = $\frac{\frac{96\pi d^2}{400}}{\frac{\pi d^2}{4}} \times 100$ = 96 %

10۔ $D = (10)^2 - 4 \times 3\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= 100 - 36 = 64$

11۔ $d = 1,\ a = \frac{1}{m}$

$a_n = \frac{1}{m} + (n-1) \times 1 = \frac{1 + m(n-1)}{m}$

12۔ $2(-a)^2 + 2a(-a) + 5(-a) + 10 = 0$

$a = 2$

13۔ $3(0) - 2y = 6$

$y = -3$

مشترک نقطہ (0, – 3) ہے۔

14۔ (0, 5)

15۔ $\tan\theta = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \theta = 60°$

16۔ OC کو ملایئے

$OA = OC$

$\Rightarrow \angle OCA = \angle OAC = 30°$

$\angle PCO = 90°$

$\angle PCA + \angle OCA = 90°$

$\angle PCA = 60°$

17۔ 2

18۔ اکائی $\sqrt{(\sin\theta - \cos\theta)^2 + (\sin\theta + \cos\theta)^2} = \sqrt{2}$

19۔ 16 : 81

20۔ $(\cos A - \sin A) \times \frac{1}{\sin A} = \cot A - 1 = \frac{12}{5} - 1 = \frac{7}{5}$

21۔ (i) $\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$

(ii) $\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$

22۔ وقت = $\frac{\text{آدھے ٹینک کا حجم}}{\text{1 سیکنڈ میں بہے پانی کا حجم}} = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}}{\frac{25}{7000}} = 16\frac{1}{2}$ منٹ

23۔ (i) $\frac{5}{24} = \frac{10}{48}$

(ii) $\frac{1}{12} = \frac{4}{48}$

24۔ 35 منٹ میں سوئی کے ذریعے بنایا گیا زاویہ = $\frac{35}{60} \times 360° = 210°$

رقبہ = $5 \times 5 \times \frac{22}{27} \times \frac{210}{360} = 45\frac{5}{6}$ مربع سینٹی میٹر

25۔ مانا $a = \frac{1}{x}$ ہے۔

$4a + 5y = 7$ اور $3a + 4y = 5$

ان مساواتوں کو حل کرنے پر

$a = 3$ اور $y = -1$

$x = \frac{1}{3}$ اور $y = -1$

26۔ $LHS = x^2 - y^2$

$= (p \sec\theta + q \tan\theta)^2 - (p \tan\theta + q \sec\theta)^2$

$= p^2 \sec^2\theta + q^2 \tan^2\theta + 2pq \sec\theta \tan\theta - p^2 \tan^2\theta - q^2 \sec^2\theta - 2pq \tan\theta \sec\theta$

$= p^2(\sec^2\theta - \tan^2\theta) + q^2(\tan^2\theta - \sec^2\theta)$

$p^2 \times 1 + q^2 \times (-1)$

$= p^2 - q^2 = RHS$

29۔ $OP \perp AP$

$\angle OPA = 90°$

ΔOPA میں

$OA^2 = OP^2 + PA^2$

$\Rightarrow (13)^2 = (5)^2 + (PA)^2$

$\Rightarrow PA = 12$ cm

ΔOPA کا احاطہ $= AB + BC + CA$

$= AB + BR + RC + CA$

$= AB + BP + CQ + CA$

$= AP + AQ$

$= 2AP$

$= 2 \times 12$

$= 24$ cm

30۔ $\cot\theta \cot\theta - \text{cosec}\,\theta\, \text{cosec}\,\theta + (\sin^2 65° + \cos^2 65°) + \sqrt{3}\, \tan 5° \tan 45° \cot 5°$

$\cot^2\theta - \text{cosec}^2\theta + 1 + \sqrt{3} \times 1 \times 1$

$= -1 + 1 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$

31۔ $\alpha + \beta = \frac{7}{6}$ اور $\alpha\beta = \frac{2}{6}$

جذروں کا حاصل جمع $= \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{7}{2}$

جذروں کا حاصل ضرب $= \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{6}{2}$

کثیر رکنی $k\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{6}{2}\right)$ ہے۔

$k = 2$ رکھنے پر $x^2 - 7x + 6$

32۔ مانا عدد x ہے۔

سوال کے مطابق $x^2 - 10 = 5(x + 8)$

$x2 - 5x - 50 = 0$

$(x - 10)(x + 5) = 0$

$x = 10$ یا $x = -5$

فطری عدد مثبت ہوتے ہیں۔ اس لیے عدد $= 10$ ہے۔

33۔ قطر AB والے نصف دائرہ کا رقبہ + قطر BC والے نصف دائرہ کا رقبہ

$$= \frac{\pi}{2}\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2}\left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(\frac{AB^2 + BC^2}{4}\right)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(\frac{AC^2}{4}\right)$$

= AC قطر والے نصف دائرہ کا رقبہ

34۔ $a_{22} + a_{23} + a_{24} = 546$

$a + 22d = 182$ —— (1)

$a_{43} + a_{44} + a_{45} = 1050$

$a + 43d = 350$ —— (2)

(1) اور (2) سے $a = 6$, $d = 8$

AP 6, 14, 20, ... ہوگی

35۔ مانا چائے کے سیٹ کی اصل قیمت x روپے ہے۔

مانا لیموں کے سیٹ کی اصل قیمت y روپے ہے۔

سوال کے مطابق $\frac{-5}{100}x + \frac{15}{100}y = 7$

$$\Rightarrow \quad -x + 3y = 140 \text{ ——(1)}$$

$$\frac{5}{100}x + \frac{10}{100}y = 13$$

$$\Rightarrow \quad x + 2y = 260 \text{ ——(2)}$$

(1) اور (2) کو حل کرنے پر

روپے $x = 100$، روپے $y = 80$

36۔ $P(3, -2)$

$2(3) - (-2) + k = 0$

$\Rightarrow \quad k = -8$

$AP = \sqrt{(3-2)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{10}$ اکائی

38۔ ΔADE میں

$$\frac{H-60}{y} = \tan 30° \text{ —— } (1)$$

ΔADF میں

$$\frac{H+60}{y} = \tan 60° \text{ —— } (2)$$

(1) اور (2) سے

$$H - 60 = \frac{2 \times 60 \tan 30°}{\tan 60° - \tan 30°}$$

$$H = 120 \text{ m}$$

39۔ وقت = $\dfrac{\text{21cm اونچائی تک پانی کا حجم}}{\text{1 گھنٹے میں بہا پانی}}$

$$= \frac{50 \times 44 \times \frac{21}{100}}{\frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times 15000} = 2$$ گھنٹے

40۔

وقفہ	تعدد	C.f
0 – 100	2	2
100 – 200	5	7
200 – 300	x	$7 + x$
300 – 400	12	$19 + x$
400 – 500	17	$36 + x$
500 – 600	20	$56 + x$
600 – 700	y	$56 + x + y$
700 – 800	9	$65 + x + y$
800 – 900	7	$72 + x + y$
900 – 1000	4	$76 + x + y$
کل	100	

$$76 + x + y = 100$$

$$x + y = 24 \text{ —— } (1)$$

$$525 = 500 + \left[\frac{50-(36+x)}{20}\right] \times 100$$

$$x = 9$$

مساوات(1) سے

$$y = 15$$

مشقی سوالنامہ -1 (معیاری)

ریاضی-X

کل نمبر: 80 وقت: 3 گھنٹے

عام ہدایات:

1۔ سبھی سوالات حل کرنا لازمی ہے۔

2۔ سوال نامے میں کل 40 سوالات ہیں جو چار سیکشن A، B، C اور D میں منقسم ہیں۔

3۔ سیکشن A میں کل 20 سوال ہیں جو تمام ایک نمبر کے ہیں۔ سیکشن B میں 6 سوال ہیں جو تمام 2 نمبر کے ہیں۔ سیکشن C میں 8 سوال ہیں جو تمام 3 نمبر کے ہیں۔ سیکشن D میں 6 سوال ہیں جو تمام 4 نمبر کے ہیں۔

4۔ کیلکو لیٹر کا استعمال ممنوع ہے۔

سیکشن-A

1۔ اگر n ایک فطری عدد ہو تو $9^{2n} - 4^{2n}$ ہمیشہ کس سے تقسیم ہوگا۔

(A) 5 (B) 13 (C) 5 اور 13 سے (D) ان میں سے کوئی نہیں

2۔ اگر مندرجہ ذیل بٹاؤ کا درمیانہ 2.6 ہو تو y کی قدر معلوم کیجیے۔

x	1	2	3	4	5
y	4	5	y	1	2

(A) 3 (B) 8 (C) 13 (D) 24

3۔ اگر کسی دائرہ کے محیط اور نصف قطر کا فرق 37cm ہو تو دائرہ کا محیط کیا ہوگا۔

$\pi = \frac{22}{7}$ کا استعمال کیجیے۔

(A) 154cm (B) 44cm (C) 14cm (D) 7cm

4۔ مساواتوں $ax + by = c$ اور $lx + my = n$ کا

(A) ایک حل ہوگا (B) کوئی حل نہیں ہوگا

(C) لاتعداد حل ہوں گے (D) حل ہو بھی سکتا ہے نہیں بھی ہو سکتا ہے۔

5۔ اگر دودرجی مساوات $x^2 - kx + 4 = 0$ کے جذر مساوی ہوں تو k کی قدر

(A) 4, –4 (B) 16 (C) –4 (D) 4

6۔ کسی بڑھتی ہوئی AP کے تین لگاتار رکنوں کا حاصل جمع 51 ہے۔ ان میں سے پہلے اور تیسرے رکنوں کا حاصل ضرب 273 ہے۔ تیسرا رکن ہے۔

(A) 13 (B) 9 (C) 21 (D) 17

7۔ اگر $(k + 1) = \sec^2 \theta (1 + \sin \theta) (1 - \sin \theta)$ ہو تو k کی قدر معلوم کیجیے۔

8۔ $(\text{cosec}\, \theta + \cot \theta) = x$ ہو تو $\text{cosec}\, \theta - \cot \theta$ معلوم کیجیے۔

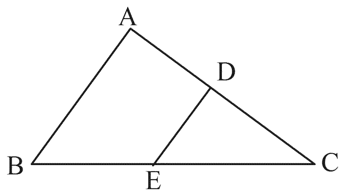
9۔ ایک 6cm اونچے کھمبے کے سایہ کی لمبائی $2\sqrt{3}$ ہے۔ سورج کا زاویہ ارتفاع معلوم کیجیے۔

10۔ ایک پانسہ کو اچھالنے پر دو ممکنہ نتائج ہیں۔ طاق عدد اور جفت عدد اس لیے طاق عدد کا احتمال $\frac{1}{2}$ ہے۔ (صحیح/غلط)

11۔ ایک ڈرائیور کار چلانی شروع کرتا ہے۔ کار چلے گی یا نہیں چلے گی۔ یہ ایک مساوی احتمال والا وقوعہ ہے۔ (صحیح/غلط)

12۔ ایک ساوی الاضلاع مثلث کے وسطانیہ کی لمبائی $\sqrt{3}$ ہے۔ مثلث کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

13۔ دی ہوئی شکل میں ABC کے اضلاع CA اور CB پر بالترتیب نقطے D اور E اس طرح لیے گئے ہیں کہ DE||AB،
$AD = 2x$، $DC = x + 3$، $BE = 2x - 1$، $CE = x$، x کی قدر معلوم کیجیے۔



14۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع 8 سینٹی میٹر ہے اس کے ارتفاع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

15۔ ایک P(2,4)، Q(0,3)، R(3,6) اور S(a,b) ایک متوازی الاضلاع کے راس ہیں تو a + b کی قدر .... ہوگی

16۔ k کی قدر معلوم کیجیے اگر نقطہ P(2,4) کا نقاط A(5,k) اور B(k,7) سے فاصلہ مساوی ہوں۔

17۔ دو خط مماسوں کے درمیان کا زاویہ 60° ہے اور دائرہ کا نصف قطر $\sqrt{3}$cm ہے۔ خط مماسوں کی لمبائی معلوم کیجیے۔

18۔ اگر دو درجی کثیر رکنی $ax^2 - 5x + c$ کے صفروں کا حاصل جمع اور حاصل ضرب 10 ہو تو a اور c کی قدر معلوم کیجیے۔

19۔ اگر دو درجی کثیر رکنی $2x^2 + 5x + 1$ کے صفر α اور β ہوں تو ایک دو درجی کثیر رکنی بناؤ جس کے صفر 2α اور 2β ہوں

20۔ دو ہم مرکزی دائروں کے نصف قطر 4cm اور 5cm ہیں۔ بڑے دائرہ کے اس وتر کی لمبائی معلوم کیجیے جو چھوٹے دائرہ کی خط مماس ہے۔

سیکشن–D

21۔ ثابت کیجیے کہ $(\sqrt{5} - 3)$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

22۔ x اور y کے لیے حل کیجیے۔

$$\frac{4}{x} + 5y = 7$$

$$\frac{3}{x} + 4y = 5$$

23۔ ایک ٹھوس مکعب نما کے ابعاد $10 \times 4.4\text{ m} \times 2.6\text{ m}$ ہیں۔ اسے پگھلا کر کھوکھلے پائپ میں ڈھالا جاتا ہے جس کا اندرونی نصف قطر 30cm ہے۔ اور موٹائی 5cm ہے۔ پائپ کی لمبائی معلوم کیجیے۔

24۔ دیئے گئے بٹاؤ میں P اور q کی قدر معلوم کیجیے۔ وسطانیہ وقفہ اور موڈل وقفہ بھی معلوم کیجیے۔

کلاس وقفہ	تعدد	مجموعی تعدد
100 – 200	11	11
200 – 300	12	p
300 – 400	10	33
400 – 500	q	46
500 – 600	20	66
600 – 700	14	80

25۔ اگر $7\sin^2\theta + 4\cos^2\theta = 4$ ہو تو $\tan\theta$ کی قدر معلوم کیجیے۔

26۔ ایک ڈبّے میں کچھ کارڈز ہیں جن پر اعداد 13, 14, 15, ..., 60 لکھے ہوئے ہیں۔ اس ڈبّے میں سے ایک کارڈ نکالا جاتا ہے احتمال معلوم کیجیے کہ کارڈ پر لکھا ہوا عدد

(i) 2 یا 3 سے تقسیم ہوتا ہے۔

(ii) ایک مفرد عدد ہے۔

سیکشن–C

27۔ ثابت کیجیے کہ کسی مثبت صحیح عدد کے مکعب کو ہم $9m$، $9m+1$ یا $9m + 8$ کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں جہاں m ایک صحیح عدد ہے۔

28۔ کثیر رکنی $2x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 15x - 12$ کے تمام صفر معلوم کیجیے اگر اس کے دو صفر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ اور $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ ہیں۔

29۔ x کے لیے حل کیجیے۔

$$\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-2}{x+2}=4-\frac{2x+3}{x-2} \quad x \neq 1, -2, 2$$

30۔ ثابت کیجیے کہ دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت اس کے نظیری اضلاع کے مربعوں کے نسبت کے مساوی ہوتی ہے۔

31۔ 9cm نصف قطر والے ایک دائرہ میں ایک مساوی الساقین مثلث ABC بنایا گیا ہے۔ جس میں AB = AC = 6 ہے۔ مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

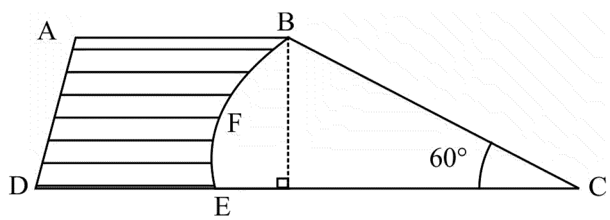
32۔ ایک A.P میں 50 ارکان ہیں۔ اس کے پہلے دس ارکان کا حاصل جمع 210 ہے۔ اور اس کے آخری 15 ارکانوں کا حاصل جمع 2565 ہے۔ AP معلوم کیجیے۔

33۔ قیمت معلوم کیجیے۔

$$\left(\frac{3\tan 41^\circ}{\cot 49^\circ}\right)^2-\left(\frac{\sin 35^\circ \sec 55^\circ}{\tan 10^\circ \tan 20^\circ \tan 60^\circ \tan 70^\circ \tan 80^\circ}\right)^2$$

34۔ دی گئی شکل میں ABCD ایک منحرف ہے جس میں AB||DC اور $\angle BCD = 60^\circ$ ہے۔ اگر BFEC کسی دائرہ جس کا مرکز C ہے اس کا سیکٹر ہے اور AB = BC = 7cm، DE = 4cm ہو تو سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

$$\left(\sqrt{3}=1.732,\ \pi=\frac{22}{7}\right)$$



سیکشن-D

35۔ ایک جھیل سے 60 میٹر اونچائی پر واقع کسی نقطہ سے بادل کا زاویہ ارتفاع 30° ہے اور اسی نقطہ سے جھیل میں موجود بادل کی شبیہ کا زاویہ جھکاؤ 60° ہے۔ بادل کی اونچائی معلوم کیجیے۔

36۔ ایک مخروط کی اونچائی 30cm ہے اس کے اساس کے متوازی اوپری حصہ میں سے ایک چھوٹا مخروط کاٹا جاتا ہے۔ اگر اس مخروط کا حجم دیئے ہوئے مخروط کے حجم کا $\frac{1}{27}$ ہو تو معلوم کیجیے اساس سے کتنی اونچائی پر مخروط کو کاٹا گیا ہے۔

37۔ ایک ΔABC کی تشکیل کیجیے جس میں ضلع $BC = 7cm$، $\angle B = 45°$، $\angle A = 105°$ ہے ایک اور مثلث کی تشکیل کیجیے جس کے اضلاع دیئے ہوئے مثلث کے نظیری اضلاع کے $\frac{4}{3}$ گنا ہوں۔

38۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ کسی جماعت کے 100 طلباء کے نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔

نمبر	طلباء کی تعداد
0 – 5	4
5 – 10	6
10 – 15	10
15 – 20	10
20 – 25	25
25 – 30	22
30 – 35	18
35 – 40	5

ان کے لیے 'سے کم' اور 'سے زیادہ' قسم کے اوجائیو بنائیے اور گراف کی ہی مدد سے وسطانیہ بھی معلوم کیجیے۔

39۔ ایک موٹر بوٹ جس کی ٹھہرے ہوئے پانی میں چال 18 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے، 24 کلومیٹر کا فاصلہ ایک ہی مقام تک بہاؤ کے خلاف چلنے میں ایک گھنٹہ زیادہ لیتی ہے بہ نسبت بہاؤ کے ساتھ چلنے میں۔ بہاؤ کی چال معلوم کیجیے۔

40۔ k کی وہ قدر معلوم کیجیے جس کے لیے نقاط $(K, K-7)$، $(3k-1, k-2)$ اور $(k-1, -k-2)$ ہم خط ہوں۔

جوابات

۔1 (c) کیونکہ $a^{2n} - b^{2n}$، (a + b) اور (a − b) دونوں سے تقسیم ہو جاتا ہے۔

۔2 (B)

۔3 (B)

۔4 (A)

۔5 (A)

۔6 (C)

۔7 0

۔8 $\frac{1}{x}$

۔9 60°

۔10 صحیح A = {1, 3, 5} ، B = {2, 4, 6} ، $P(A) = \frac{1}{2} = P(B)$

۔11 غلط

12 $a \neq -2, a = 2$

۔13 $\frac{3}{5}$

۔14 $4\sqrt{3}$cm

۔15 $a + b = 12$

۔16 $K = 3$

۔17 3 cm

۔18 $C = 5, a = \frac{1}{2}$

۔19 $x^2 + 5x + 1 = 0$

۔20 6cm

۔22 $x = \frac{1}{3}, y = -1$

۔23 112m

24۔ $P = 11 + 12 = 23$، $q = 13$

وسطانیہ وقفہ = $400 - 500$

موڈل وقفہ = $500 - 600$

25۔ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

26۔ (i) $\frac{2}{3} = \frac{32}{48}$

(ii) $\frac{1}{4} = \frac{12}{48}$

27۔ اقلیدس کے تقسیمی معاونہ سے حل کیجیے۔

28۔ 4, 1

29۔ $x = -5, x = \frac{6}{5}$

30۔ NCERT میں مسئلہ 6.6

31۔ $8\sqrt{2}$ cm²

32۔ $S_{10} = 210$

$S_{50} - S_{35} = 2565$

$d = 4, a = 3$

A.P ....3, 7, 11, ہے۔

33۔ $\frac{26}{3}$

34۔ 28.89 cm²

35۔ h = 120 m

36۔ h = 20 cm

38۔ اوجائیو بنائیے۔ گراف سے وسطانیہ = 24 (تقریباً)

39۔ 6 کلومیٹر فی گھنٹہ

40۔ K = 0, 3

نوٹ:

نوٹ:

نوٹ: