

शिक्षण पुस्तक

गणित (कक्षा 6-8)



State Council for Educational Research and Training
Varun Marg, Defence Colony, New Delhi-110024



उप मुख्यमंत्री
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार



बीते दिनों आए नेशनल एचीवमेंट सर्वे (NAS) की रिपोर्ट, और दिल्ली सरकार की वार्षिक बेसलाइन परीक्षाएं एक कड़वी सच्चाई की तरफ इशारा करती हैं। इन सभी के माध्यम से हमें पता चलता है कि दिल्ली नगरपालिका के प्राथमिक विद्यालयों व दिल्ली सरकार के माध्यमिक विद्यालयों में पढ़ने वाले बहुत से बच्चे अपनी कक्षा-स्तरीय पाठ्यपुस्तकों को पढ़ने में भी सक्षम नहीं हैं।

पिछले तीन वर्षों में, दिल्ली सरकार ने ऐसे कई तरह के कदम उठाए, जिनसे कक्षा 6-8 के बच्चों की शिक्षा के स्तर में सुधार आया। इस पहल से हमें कई अच्छे परिणाम भी मिले, परन्तु हमने यह भी जाना कि हम सभी बच्चों को उनके शिक्षा स्तर तक लाने में पूरी तरह सफल तभी हो सकते हैं जब हम प्राथमिक कक्षाओं से ही बच्चों की शिक्षा पर ध्यान दें।

सरकारी स्कूलों में पढ़ रहे हर बच्चे को सफल होने का हर प्रकार से मौका मिलना चाहिए। 'कोई भी बच्चा पीछे न छूटे', यह सुनिश्चित करना 'मिशन बुनियाद' का प्रयास है। बच्चों में पढ़ने की क्षमता व मूलभूत (बेसिक) गणित की समस्याओं को हल करने की क्षमता अति महत्वपूर्ण है। इन्ही क्षमताओं के आधार पर आगे की कक्षाओं में शिक्षक अन्य सभी विषयों को सिखा सकते हैं।

यह शिक्षण पुस्तिका मिशन बुनियाद को मूल रूप से कक्षा में स्थापित कराने का सबसे महत्वपूर्ण अंग है। आशा करता हूँ कि आप सभी इस पुस्तिका का उपयुक्त इस्तेमाल करेंगे।

शिक्षित राष्ट्र समर्थ राष्ट्र

शुभकामनाओं सहित,

मनीष सिसोदिया

प्रस्तावना

बच्चों का स्वभाव जिज्ञासु होता है। वे अपने परिवेश में आस—पास की चीज़ों को गिनकर, अनुमान लगाकर, मापकर, आकृतियों में पैटर्न आदि को पहचान कर कुछ न कुछ सीखते रहते हैं। हमें उनकी इसी जिज्ञासु प्रवृत्ति को आधार बनाकर उनकी मदद करनी चाहिए ताकि उनकी गणितीय समझ और पक्की हो सके।

अक्सर यह देखा जाता है कि पाँचवीं कक्षा में चले जाने के बावजूद अधिकतर बच्चे साधारण गणित की क्रियाएँ, जैसे – जोड़, घटाव, गुणा और भाग करने में कठिनाई महसूस करते हैं। हमने बच्चों में गणित के इन्हीं आधारों को मज़बूती प्रदान करने की पहल की है। इन बच्चों के साथ सीखने—सिखाने का कार्य किस प्रकार किया जाए ताकि कम समय में वे इन आधारभूत दक्षताओं को बड़ी सहजता और आत्मविश्वास के साथ प्राप्त कर लें, पर विशेष ध्यान देने की ज़रूरत है।

कक्षा में गणितीय अवधारणाओं की समझ विकसित करने के लिए बच्चों से ज़्यादा से ज़्यादा बातचीत करें, जिससे उनकी झिझक दूर हो और वे किसी भी विषय पर आत्मविश्वास के साथ बोल सकें। इस सन्दर्भ में बच्चों से बातचीत के दौरान उनके हर एक जवाब पर तर्क ज़रूर पूछें। बच्चों को तर्क के साथ उत्तर देने के लिए प्रोत्साहित करें ताकि उनका मनोबल बढ़े और तर्क—वितर्क करने की क्षमता विकसित हो।

संख्याओं की संकल्पना की समझ के लिए उनके अनुभवों को परिवेश से जोड़कर साझा करें ताकि ठोस वस्तुओं की सहायता से बच्चे मूर्त से अमूर्त संख्याओं के स्वरूप को समझने में सहजता महसूस करें। उनमें संख्या पहचान के साथ—साथ संख्या की ध्वनि, चिन्ह, मात्रा और उनके सम्बंध का बोध हो सके। संख्या प्रणाली की यह अवधारणा जोड़ और घटाव की बुनियादी समझ में समायोजन लाता है। इसके बाद बच्चे संक्रियाओं के दूसरे बड़े हिस्सों को सीखते हैं और गणित की अमूर्त अवधारणा को संख्या प्रणाली से जोड़ कर समझ पाते हैं।

हमें बच्चों की आधारभूत क्षमताओं, जैसे—सुनना, बोलना, पढ़ना, करना और लिखना को मज़बूती देने की ज़रूरत है। बच्चे जो सुन रहे हैं उसके बारे में बोलें, जो बोल रहे हैं उसे खुद करें, जो कर रहे हैं उसे लिखें और जो लिख रहे हैं उसे पढ़ें। इन सभी क्रियाओं के क्रम में ज़रूरत के अनुसार बदलाव किया जा सकता है लेकिन किसी भी गतिविधि को करने में ये सारी क्रियाएँ होनी ज़रूरी हैं। इन सभी क्रियाओं को एक साथ करने का एक विशेष नाम दिया है—‘कमाल’ (CAMaL - Combined Activities for Maximized Learning) अर्थात् अधिकतम सीखने के लिए संयुक्त गतिविधियाँ। ‘कमाल’ के अन्तर्गत हम आसान से मुश्किल, मूर्त से अमूर्त, सरल से जटिल और परिचित से अपरिचित की तरफ़ अग्रसर होते हैं। इस तरह से मूर्त चीज़ों की सहायता से जब किसी अवधारणा की समझ बच्चों में हो जाती है तो वे मूर्त चीज़ों को त्याग कर अमूर्त अवधारणाओं की बात करने लगते हैं। ‘कमाल’ का सबसे महत्वपूर्ण बात है — बच्चों की काबलियत पर विश्वास रखें, उन्हें अवसर दें और स्वयं सीखने का आनन्द लेने दें।

स्तरानुसार समूह बनाने के तरीके : गणित

→ घटाव से शुरू करें

घटाव: 2 अंकों का हासिल के साथ

बच्चे से घटाव के 2 सवाल हल करवाने हैं। बच्चे को घटाव के सवाल दिखाएँ। बच्चे को पहले कोई एक सवाल स्वयं चुनने दें। यदि वह नहीं चुनता है, तो आप एक सवाल चुनें। बच्चे से सवाल में दी गई संख्याएँ पूछें और फिर बच्चे को घटाव का चिन्ह पहचानने को कहें। यदि बच्चा संख्याएँ और विन्ह दोनों को पहचान लेता है, तो उसे सवाल घर सर्वेक्षण प्रपत्र के पीछे लिखने एवं हल करने को कहें। देखें कि क्या वह उस सवाल का सही उत्तर देता है।

यदि बच्चा घटाव का पहला सवाल गलत करे तब भी उसे दूसरा सवाल दें और ऊपर बताई गई प्रक्रिया से हल करवाएँ। यदि बच्चा का दूसरा सवाल सही है, तो उसे पहले सवाल को दोबारा हल करने की कोशिश करने दें।

यदि बच्चा जल्दबाजी में सवाल हल करने में कोई मामूली सी गलती करे, तो उसे वही सवाल दोबारा हल करने को कहें।

यदि बच्चा दोनों घटाव के सवाल सही हल नहीं कर पाता है, तो उसे संख्याएँ 10-99 पहचानने को कहें।
यदि वह घटाव का एक भी सवाल गलत करे तब भी उसे संख्याएँ 10-99 पहचानने को कहें।

यदि बच्चा दोनों घटाव के सवाल सही करता है, तो उसे भाग का एक सवाल हल करने को दें।

संख्या पहचान (10-99)

बच्चे को संख्याओं की सूची में से कोई 5 संख्याएँ पहचानने को कहें। बच्चे को स्वयं संख्या चुनने दें। यदि वह नहीं चुनता है, तो आप उसे कोई 5 संख्याएँ पहचानने को कहें।
यदि वह 5 संख्याओं में से कम से कम 4 को सही पहचानता है, तो उसे 'संख्या पहचान (10-99 तक) स्तर' पर चिन्हित करें।

यदि बच्चा 'संख्या पहचान (10-99 तक) स्तर' पर नहीं है (5 में से कम से कम 4 संख्याएँ सही नहीं पहचानता), तो उसे 1-9 अंक पहचानने को कहें।

अंक पहचान (1-9)

बच्चे को अंकों की सूची में से कोई 5 अंक पहचानने को कहें। बच्चे को स्वयं अंक चुनने दें। यदि वह नहीं चुनता है, तो आप उसे कोई 5 अंक पहचानने को कहें।

यदि वह 5 अंकों में से कम से कम 4 अंक सही पहचानता है, तो उसे 'अंक पहचान (1-9 तक) स्तर' पर चिन्हित करें।

यदि बच्चा 'अंक पहचान 1-9 तक स्तर' पर नहीं है (5 में से कम से कम 4 अंक सही नहीं पहचानता), तो उसे 'प्रारंभिक स्तर' पर चिन्हित करें।

भाग: 2 अंकों का 1 अंक से

बच्चे से भाग का 1 सवाल करवाना है। बच्चे को भाग के सवाल दिखाएँ। वह कोई एक सवाल स्वयं चुन सकता है। यदि वह नहीं चुनता है, तो आप एक सवाल चुनें। उसे सवाल लिखने और हल करने को कहें। देखें वह क्या करता है। यदि वह सवाल सही कर पाता है, तो उसे 'भाग स्तर' पर चिन्हित करें।

नोट: भागफल व शेषफल दोनों सही होने चाहिए।

यदि बच्चा जल्दबाजी में सवाल हल करने में कोई मामूली सी गलती करे, तो उसे वही सवाल दोबारा हल करने को कहें।

यदि वह भाग का सवाल सही हल नहीं कर पाता है, तो उसे 'घटाव स्तर' पर चिन्हित करें।

गणित की जीवा SAMPLE (1)			
अंक पहचान 1-9	संख्या पहचान 10-99	घटाव	भाग
1 4	51 83 37 65 55 26 91 43 36 27	$\begin{array}{r} 46 \\ - 29 \\ \hline 17 \end{array}$ $\begin{array}{r} 47 \\ - 28 \\ \hline 19 \end{array}$ $\begin{array}{r} 92 \\ - 76 \\ \hline 16 \end{array}$ $\begin{array}{r} 52 \\ - 14 \\ \hline 38 \end{array}$	$\begin{array}{r} 63 \\ - 39 \\ \hline 24 \end{array}$ $\begin{array}{r} 45 \\ - 17 \\ \hline 28 \end{array}$ $\begin{array}{r} 84 \\ - 57 \\ \hline 27 \end{array}$ $\begin{array}{r} 66 \\ - 48 \\ \hline 18 \end{array}$
7 3			7) 87 (
6 9			6) 82 (
5 2			8) 98 (
			4) 51 (

इन से जीवा के लिए उपलब्ध होते हैं। इन से जीवा के लिए उपलब्ध होते हैं। इन से जीवा के लिए उपलब्ध होते हैं। इन से जीवा के लिए उपलब्ध होते हैं।

सर्वेक्षण प्रपत्र पर बच्चे का सबसे उच्चतम स्तर चिन्हित करें।

नोट : कक्षा चलाने के दौरान बच्चों की प्रगति के अनुसार उन्हें अगले समूह में शामिल करें।

मूल्यांकन प्रपत्र

भाग-१

नव निष्ठा

गणित

लक्षित समूह

प्रारंभिक स्तर, अंक पहचान (1–9), संख्या पहचान (10–99) स्तर के बच्चे।

उद्देश्य

इस कार्यक्रम के अन्त तक सभी बच्चे:

- 100 तक की संख्याओं को स्थानीय मान के साथ पहचान सकें और उनमें तुलना कर पाएँ।
- दो अंकों वाली संख्याओं के साथ जोड़ और घटाव के हासिल वाले शाब्दिक सवालों को हल कर सकें।
- दो अंकों वाली संख्याओं में एक अंक वाली संख्याओं से गुणा और भाग के शाब्दिक सवालों को हल कर सकें।
- आकृतियों को बराबर भागों में बाँट सकें।

बच्चों के साथ रोज़ाना की जाने वाली गतिविधियाँ

गणित संबंधित बातचीत	15 मिनट	• गणित संबंधित बातचीत, संक्रिया, संख्या, मापन, अनुमान इत्यादि।
संख्या संबंधित गतिविधियाँ	25 मिनट	• संख्या चार्ट वाचन। • बंडल-तीली (स्ट्रॉ) की क्रियाएँ।
शाब्दिक सवालों पर बातचीत एवं औपचारिक रूप से गणितीय संक्रियाएँ हल करना	30 मिनट	<ul style="list-style-type: none"> • जोड़-घटाव • पहाड़ा • गुणा—भाग <div style="border: 1px solid red; border-radius: 50%; padding: 5px; display: inline-block;"> मौखिक : कोई दो संक्रियाएँ लिखित : कोई एक संक्रिया </div>
अन्य दक्षताओं की गतिविधियाँ	20 मिनट	<ul style="list-style-type: none"> • मापन एवं अनुमान • आकृतियों से परिचय • आकृतियों को बराबर भागों में बाँटना

छेत्र अनुसार अनुच्छेद

बच्चों को सीखने—सिखाने का काम उनके स्तर के अनुसार (teaching at right level) किये जाने हैं। इन बच्चों के साथ हमारी कक्षा का संचालन कैसा हो, इस पर ध्यान देने की ज़रूरत है ताकि **सभी स्तरों के बच्चों में प्रगति हो सके।** इस उद्देश्य की प्राप्ति के लिए गणित की कक्षा में कोई भी गतिविधि स्तर के अनुसार पहले बड़े समूह में की जाएगी फिर उसे छोटे-छोटे समूहों में और स्वयं करने के लिए दी जाएगी। **कक्षा की शुरुआत गणित संबंधित बातचीत से होगी।**

नोट :

- शुरुआती दिनों में मौखिक शाब्दिक सवाल के अन्तर्गत एक समय में कोई दो संक्रियाएँ—जोड़ और घटाव या गुणा और भाग के सवाल कराएँ। लिखित शाब्दिक सवाल के अन्तर्गत जोड़, घटाव, गुणा और भाग में से एक समय में कोई एक संक्रिया के साथ कार्य करें। बाद के दिनों में कई संक्रियाओं के साथ कार्य किए जा सकते हैं।
- आवश्यकतानुसार संख्याओं, संक्रियाओं और अन्य दक्षताओं से संबंधित खेल भी कराएँ। ध्यान रखें कि जब जिस विषय—वस्तु पर काम कर रहे हैं उसी से संबंधित खेल कराएँ।

गणित संबंधित बातचीत

हम जब बच्चों से गणित संबंधित बातचीत करते हैं तो धीरे—धीरे उनकी झिझक दूर होने लगती है। वे अपनी बातों को खुलकर सभी के सामने रखने लगते हैं और उनका तर्क भी देते हैं। वे अपने दैनिक जीवन के अनुभवों को गणित से जोड़कर गणित का आनन्द लेने लगते हैं। बड़े समूह में जब उनसे गणित संबंधित बातचीत की जाती है तो सभी बच्चे उसमें बढ़—चढ़ कर हिस्सा लेते हैं। वे अलग — अलग सन्दर्भों के बारे में बात करते हैं और अपना जवाब भी अलग — अलग तरीके से देते हैं। साथ ही, अपने — अपने उत्तर की पुष्टि के लिए तर्क भी देते हैं। ऐसा करने से बच्चों में गणितीय सोच का विकास होने लगता है।

यहाँ नीचे गणित संबंधित बातचीत के कुछ उदाहरण दिए गए हैं। आप इसके अलावा दैनिक जीवन से जुड़े और भी कई उदाहरण कक्षा में इस्तेमाल कर सकते हैं।

- आपके स्कूल में कुल कितनी खिड़कियाँ हैं?
- आपकी कक्षा में कुल कितने बच्चे हैं, आपने यह कैसे पता लगाया?
- एक कमरे की लम्बाई आपके हाथ से लगभग कितने हाथ होंगी? आपने यह कैसे अंदाज़ा लगाया?
- आपकी माँ जब घर में खाना पकाती हैं तो उन्हें कैसे पता चलता है कि कितना खाना बनाए कि वह बर्बाद न हो?
- आपको अपने पिताजी के लिए नई कमीज़ सिलवानी है, इसके लिए आप क्या — क्या करेंगे?
- दैनिक जीवन में किस — किस माध्यम से किसी चीज़ को मापा जाता है?
- आप जब मेला देखने जाते हैं तो गणितीय दृष्टिकोण से आपको उसमें गणित की कौन — कौन सी बातें दिखाई देती हैं?
- क्रिकेट के खेल में आपको क्या — क्या गणित दिखता है?
- आपके यहाँ दूधवाले आते हैं और दूध देते हैं, उसमें आपको गणित की कौन — कौन सी बातें दिखती हैं?
- इस बार छुट्टियों में आपको अपनी नानी के घर, बस से जाना है। बताएँ, इस यात्रा में कौन—कौन सा गणित छिपा हुआ है?
- आप अपने दैनिक जीवन में आकृतियाँ कहाँ — कहाँ देखते हैं और कौन—कौन सी आकृतियाँ देखते हैं? क्या ये आकृतियाँ भी गणित से जुड़ी हुई हैं?
- आप 100 रुपये लेकर बाज़ार जाते हैं, आपको कोई चार चीज़ें ख़रीदनी हैं और 25 रुपये वापस भी लाने हैं। बताएँ, आप कौन—कौन सी चीज़ें और कितने — कितने रुपये में ख़रीदेंगे?

संख्या चार्ट वाचन

सुनो :

- सबसे पहले शिक्षक बड़े समूह में स्पष्ट उच्चारण के साथ संख्या चार्ट पढ़कर सुनाएँ। बच्चे सिर्फ़ देखें और सुनें। पीछे-पीछे दोहराएँ नहीं।

पढ़ो :

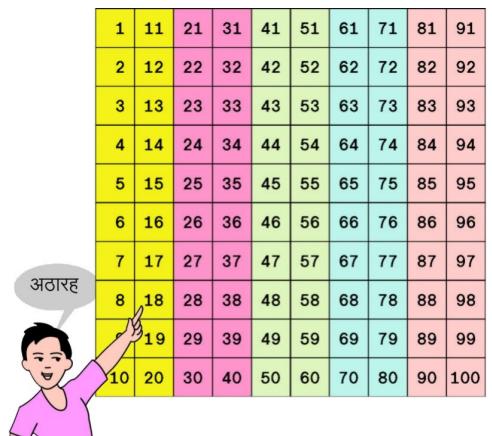
- संख्या चार्ट की कुछ इकाइयों पढ़ने के बाद शिक्षक उन इकाइयों को पुनः पढ़कर सुनाएँ। इस बार बच्चे अपने—अपने गिनती कार्ड पर अँगुली फिसलाएँ।
 - ‘अब मेरे जैसा कौन पढ़ेगा?’ ऐसा कहकर प्रतिदिन अलग—अलग 3–4 बच्चों को पढ़ने का मौका दें और पढ़ने के बाद उन्हें शाब्दाशी भी दें।

कृष्ण :

- 3–4 बच्चों के छोटे–छोटे समूह बनाकर प्रत्येक समूह में एक–एक संख्या कार्ड देकर उपरोक्त गतिविधि का अभ्यास करने को कहें।

शिक्षक ध्यान दें ।

- शिक्षक सबसे पहले किसी संख्या के नीचे अँगुली रखें और स्पष्ट उच्चारण और आवाज़ के साथ पढ़ें ताकि सभी बच्चों को सुनाई दे। इसी प्रकार आगे की संख्याओं को भी पढ़ें।
 - 1 से 100 तक की संख्याओं से परिचय सहजता से होने के लिए **क्रमशः** 1 से 20, 1 से 40, 1 से 60, 1 से 80 तथा 1 से 100 के समूह बनाकर संख्या चार्ट वाचन कराएँ।
 - संख्या चार्ट वाचन बारी—बारी, अलग—अलग तरीके से कराएँ, जैसे—ऊपर से नीचे, नीचे से ऊपर, बाएँ से दाएँ, दाएँ से बाएँ, तिरछी गिनती, बीच—बीच से गिनती, ज़िग्ज़ैग गिनती इत्यादि। इसी प्रकार संख्याओं से परिचय हो जाने के बाद संख्या चार्ट में अलग—अलग पैटर्न ढूँढने के लिए कहें।
 - अलग—अलग तरीके से संख्या वाचन करते समय बच्चों को शुरुआत में दिक्कतें हो सकती हैं, आप जल्दबाज़ी न करें, बच्चों को बार—बार मौका दें।
 - संख्या चार्ट ऐसी जगह लगाएँ कि सभी बच्चे उसे स्पष्ट रूप से देख सकें और अँगुली रखकर पढ़ सकें।



तिरछी गिनती										
					बाएँ से दाँह		दाँह से बाएँ			
ऊपर से नीचे	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

0-9 तक के अंकों के लिए तीली (स्ट्रॉ) से क्रियाएँ

0 से 9 तक के अंकों की पहचान कराने के लिए निम्न तरीके से गतिविधि कराएँ।

सुनो :

- ◻ शिक्षक जिस अंक की पहचान करवाने वाले हैं उससे संबंधित 4-5 वाक्यों की एक कहानी सुनाएँ।

माँ ने आज मुझे 2 रुपये दिए।
उससे मैंने 2 चॉकलेट ख़रीदी।
स्कूल में अपने 2 मित्रों को बुलाया।
उन्हें वे दोनों चॉकलेट दे दी।

बोलो :

- ◻ जिस अंक से संबंधित कहानी सुनाई है, उसके बारे में पूछें कि अपने आस-पास उतनी संख्या में क्या-क्या दिखता है?
जैसे—यहाँ इस कक्षा में क्या-क्या दो चीज़ें हैं?



करो :

- ◻ जिस अंक के बारे में बात की है उतनी तीलियाँ बच्चों को गिनकर दिखाएँ। फिर 2-3 बच्चों को उसी तरह से गिनकर बताने को कहें।
- ◻ अब अंक कार्ड द्वारा उस अंक के संकेत चिन्ह से परिचित कराएँ।



पढ़ो :

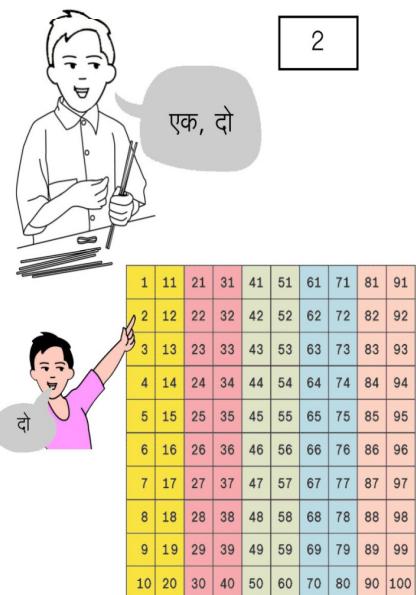
- ◻ बच्चों से कहें, अब इस अंक को संख्या चार्ट में पढ़ें।

लिखो :

- ◻ जो अंक संख्या चार्ट में पढ़ा है उसे अपनी-अपनी कॉपी में लिखें।

शून्य की पहचान—इस प्रकार कराएँ :

- ◻ शून्य की पहचान कराने के लिए 9 तीलियाँ लें। बच्चों से पूछें कि मेरे पास कितनी तीलियाँ हैं? बच्चों के जवाब आने के बाद शिक्षक सभी तीलियाँ ज़मीन पर रख कर चर्चा करें। अब मेरे पास कितनी तीलियाँ हैं? **कुछ नहीं** मतलब शून्य (0)। इस प्रकार शून्य की अवधारणा पर बच्चों से बातचीत करें।
- ◻ आस-पास की चीज़ों के बारे में पूछें जो चीज़ें वहाँ नहीं हैं।
जैसे—यहाँ फ्रिज़ कितने हैं? यहाँ टी.वी. कितने हैं? यहाँ रेडियो कितने हैं? इत्यादि।
- ◻ अंक कार्ड में **शून्य** (0) को दिखाएँ और सभी बच्चों को अपनी-अपनी कॉपी में लिखने को कहें।



नोट : संख्या पहचान और जोड़-घटाव की गतिविधियाँ, तीली (स्ट्रॉ) की सहायता से की जाएगी।

बंडल-तीली (स्ट्रॉ) से क्रियाएँ

शिक्षक पहले मुट्ठी भर तीलियाँ उठाएँ और उन्हें गिनकर दिखाएँ। फिर बच्चों को एक नियम बताएँ कि जैसे ही 10 तीलियाँ इकट्ठी हो जाएँ तो उसे रबर बैण्ड लगाकर बंडल बनाना है।

शिक्षक बच्चों को बताएँ कि अब हम एक नियम बनाते हैं, 10 तीलियों को एक साथ बाँधने से 1 बंडल बनता है।

अतः 1 बंडल = 10 तीलियाँ।

- बच्ची हुई तीलियों का भी अगर बंडल बनता है तो बंडल बनाकर दिखाएँ। अगर बंडल नहीं बनता है तो बच्चों से पूछें कि बंडल क्यों नहीं बना?
- जितनी तीलियाँ उठाई थीं उनका बंडल बनाने के बाद बच्चों से पूछें कि इसमें कितने बंडल और कितनी तीलियाँ हैं?
- अब बंडल-तीली का फ्रेम बनाकर बंडल के घर में बंडल और तीली के घर में तीली रखें और उसकी संख्या भी लिखें।
- 3-4 बच्चों के छोटे-छोटे समूह बनाकर प्रत्येक समूह को बहुत सारी तीलियाँ, रबर बैण्ड और एक संख्या कार्ड दें और उपरोक्त तरीके से गतिविधि करने को कहें।



दहाई		इकाई	
बंडल	तीली	बंडल	तीली
3	4	3	4
$30 + 4 = 34$			

तुलना

- दो बच्चों को बुलाकर एक बच्चे को 34 तीलियाँ तथा दूसरे बच्चे को 25 तीलियाँ उठाने को कहें।
- दोनों बच्चों से बारी-बारी पूछें कि आपके पास कितने बंडल और कितनी तीलियाँ हैं?
- दोनों बच्चों को बंडल-तीली द्वारा बनी हुई अपनी-अपनी संख्या अगल-बगल में लिखने को कहें।
- बच्चों से पूछें, "किसकी संख्या बड़ी है? वही संख्या क्यों बड़ी है?" उसका तर्क भी देने को कहें और उस पर चर्चा भी करें।
- यदि बंडल की संख्या समान हो तो तीलियों की तुलना तीलियों से करके दिखाएँ।
- यदि तीलियों की संख्या समान हो तो बंडल की तुलना बंडल से करके दिखाएँ।
- यदि बंडल तीली दोनों समान हो तो बंडल की तुलना बंडल से तथा तीलियों की तुलना तीलियों से करके दिखाएँ।

जैसे— 34 बड़ा है 25 से या $34 > 25$

नोट : तीली को इकाई और बंडल को दहाई कहने के बारे में भी बताएँ।



बंडल-तीली (स्ट्रॉ) से जोड़

- सबसे पहले जोड़ तथा घटाव के 2–3 शाब्दिक सवाल बच्चों से मौखिक पूछें। हर एक सवाल पर बच्चों से बातचीत करें और पूछें कि चीजें बढ़ रही हैं या घट रही हैं? चीजें बढ़ने पर हम कौन–सी गणितीय क्रिया करते हैं और कम होने पर कौन–सी?
- अब शिक्षक जोड़ के एक शाब्दिक सवाल बोलते हुए ब्लैक बोर्ड पर लिखें और उस शाब्दिक सवाल पर बच्चों से बातचीत करें तथा उनकी मदद से सवाल हल करें।
- शिक्षक, ज़मीन या फ़र्श पर बंडल–तीली का फ़्रेम बनाकर राजू और निशा (कक्षा के दो बच्चे) को बुलाएँ और बंडल–तीली की सहायता से सवाल हल करें।

नियम: 10 तीलियों का एक बंडल होता है।

- राजू के पास 26 आम है इसलिए उसके बदले में राजू 26 तीलियाँ गिनकर निकाले।
- अब बच्चों से बातचीत करें कि क्या 26 में बंडल बनेगा? इसके बाद बंडल को बंडल के घर में तथा तीली को तीली के घर में रखने को कहें और उसकी संख्या लिखें।
- इसी प्रकार निशा 15 तीलियाँ गिनकर निकाले और उसका बंडल बना ले। बंडल को बंडल के घर में तथा तीली को तीली के घर में रखें और उसकी संख्या लिखें।

नियम: जोड़ और घटाव का सवाल हल करने के लिए हमेशा तीलियों से शुरू करते हैं। जोड़ चिन्ह की पहचान भी कराएँ और बाईं ओर चिन्ह लगाएँ।

- अब निशा अपनी सभी तीलियाँ राजू को देगी यानी 6 तीलियों में 5 तीलियाँ मिलाने पर 11 तीलियाँ हुईं जिससे बने 1 बंडल और 1 तीली को ऊपर बंडल के मेहमान घर में रखने को कहें तथा तीली को तीली के घर में रखें और संख्या 1 लिखें।
- अब 2 बंडल में 1 बंडल और 1 मेहमान बंडल को जोड़ने से 4 बंडल हुए। अतः राजू के पास 4 बंडल और 1 तीली हो गए। बच्चों से पूछें, 4 बंडल 1 तीली मतलब कितना?

अब शिक्षक अँगुली रखकर इस प्रकार पढ़कर दिखाएँ— 26 में 15 मिलाया तो 41 हुआ।

प्राप्त उत्तर को सवाल में रखकर पढ़ें और एक वाक्य में उत्तर लिखें— अब राजू के पास 41 आम हो गए।

नोट : पहले साधारण जोड़ कराएँ।

राजू के पास 26 आम है। निशा ने उसे 15 आम और दे दिए तो बताएँ कि राजू के पास अब कितने आम हो गए?



बंडल	तीली
2	6
1	5

छब्बीस!



बंडल	तीली
2	6
1	5

+



बंडल	तीली
2	6
1	5

सात,
आठ, नौ, दस,
ग्यारह



बंडल	तीली
1	
2	6
1	5
	1

ग्यारह में एक
बंडल और एक
तीली



बंडल	तीली
1	
2	6
1	5
4	1

चार बंडल
एक तीली।



बंडल-तीली (स्ट्रॉ) से घटाव

- सबसे पहले जोड़ तथा घटाव के 2-3 शाब्दिक सवाल बच्चों से मौखिक पूछें। हर एक सवाल पर बच्चों से बातचीत करें और पूछें कि चीजें बढ़ रही हैं या घट रही हैं? चीजें बढ़ने पर हम कौन-सी गणितीय क्रिया करते हैं और कम होने पर कौन-सी?
- अब शिक्षक घटाव के एक शाब्दिक सवाल बोलते हुए ब्लैक बोर्ड पर लिखें और उस शाब्दिक सवाल पर बच्चों से बातचीत करें तथा उनकी मदद से सवाल हल करें।
- शिक्षक, ज़मीन या फर्श पर बंडल-तीली का फ्रेम बनाकर सूरज और नीलम को बुलाएँ और बंडल-तीली की सहायता से सवाल हल करें।

नियम: 10 तीलियों का एक बंडल होता है।

- सूरज के पास 32 कंचे हैं इसलिए उसके बदले में सूरज 32 तीलियाँ गिनकर निकाले।
- अब बच्चों से बातचीत करें कि क्या 32 में बंडल बनेगा? इसके बाद बंडल को बंडल के घर में तथा तीली को तीली के घर में रखने को कहें और उसकी संख्या लिखें।
- नीलम को 13 तीलियाँ सूरज से लेना है इसलिए 13 में कितने बंडल और कितनी तीलियाँ होगी? उसकी संख्या बंडल-तीली के घर में लिखें।

नियम: जोड़ और घटाव का सवाल हल करने के लिए हमेशा तीलियों से शुरू करते हैं। घटाव चिन्ह की पहचान कराएँ और बाईं ओर चिन्ह लगाएँ।

- पहले 2 तीली में से 3 तीली कम करेंगे। 2 तीली में से 3 तीली नहीं दे सकते हैं। इसलिए बंडल के घर से एक बंडल ले लेंगे और जैसे ही 1 बंडल तीली के घर में आएगा, वह तीलियों में बदल जाएगा। साथ ही 3 बंडल में से 1 बंडल ले लेने पर बंडल के घर में 2 बंडल रह जाएगा।

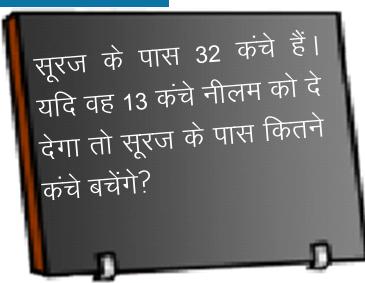
नियम: बंडल जब तीली के घर में जाएगा तो वह तीलियों में बदल जाएगा।

- अब तीली के घर में कुल 12 तीली में से 3 तीली कम करने पर 9 तीली बची और 2 बंडल में से 1 बंडल कम करने पर 1 बंडल बचा यानी सूरज के पास 1 बंडल और 9 तीली बचे।

अब शिक्षक अँगुली रखकर इस प्रकार पढ़ें— 32 में 13 घटाने पर 19 बचा।

प्राप्त उत्तर को सवाल में रखकर पढ़ें और एक वाक्य में उत्तर लिखें— अब सूरज के पास 19 कंचे बचे।

नोट : पहले साधारण घटाव कराएँ।



बंडल	तीली
3	2
1	3



बंडल	तीली
3	2
1	3



बंडल	तीली
3	2
1	3

क्या सूरज, सलीम को 3 तीलियाँ दे पाएगा?

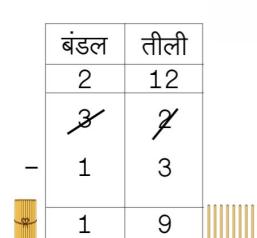


बंडल	तीली
2	12
1	3

तीली के घर में नीचे इन तीलियों को रखो और 9 लिखो।



बंडल	तीली
2	12
1	3
1	9



गुणा की अवधारणा

1. तीलियों द्वारा

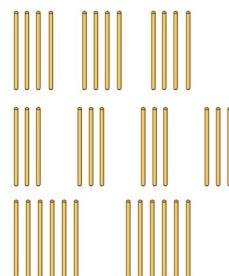
- 5–6 बच्चों के छोटे–छोटे समूह बनाएँ और प्रत्येक समूह को 12–12 तीलियाँ दें।
- प्रत्येक समूह तीलियों को कुछ समूहों में सजाने के लिए कहें। लेकिन, शर्त यह है कि प्रत्येक समूह में तीलियों की संख्या समान हो।
- प्रत्येक समूह से पूछें, कितने समूह बने और प्रत्येक समूह में कितनी तीलियाँ हैं?
- अब शिक्षक बताएँ कि किसी समूह में कोई चीज़ जितनी संख्या में रहती है और जितनी बार रहती है उस सम्बंध को गुणा (x) द्वारा दर्शाया जाता है, जैसे –
 4 के समूह में 3 बार, 3 के समूह में 4 बार
 6 के समूह में 2 बार
- शून्य वाली संख्या के साथ गुणा करने के कई उदाहरण लें और उसमें पैटर्न देखने की बात करें। फिर निष्कर्ष निकालें, शून्य वाली संख्या के साथ गुणा करने में शून्य को छोड़कर सभी संख्याओं को गुणा करते हैं और जो गुणनफल आता है उसे लिखकर उन संख्याओं की दाईं तरफ जितने शून्य होते हैं सभी को एक साथ गिनकर उतने शून्य रख देते हैं।
 जैसे – $20 \times 3 = 60$, $200 \times 3 = 600$, $340 \times 20 = 6800$

2. सीढ़ी पद्धति द्वारा पहाड़े की समझ

- दो का पहाड़ा 3 बार बोलना है इसलिए 2 खड़ी लाइन पर 3 पड़ी लाइन खींचें और सभी कटान बिन्दुओं को गिनें।
- बच्चों को इसी तरह से अलग–अलग पहाड़े तैयार करने को कहें, जैसे—3 के पहाड़े, 4 के पहाड़े आदि।

3. पहाड़ा चार्ट वाचन

- शिक्षक कोई भी एक पहाड़ा अँगुली रखकर स्पष्ट उच्चारण के साथ पढ़ें।
- शिक्षक कहें **अब मेरे जैसा कौन पढ़ेगा।** 2–3 बच्चों को व्यक्तिगत रूप से पहाड़े वाचन करने का मौका दें।
- 5–6 बच्चों के छोटे–छोटे समूह बनाकर प्रत्येक समूह को उपरोक्त तरीके से पहाड़े वाचन करने को कहें।

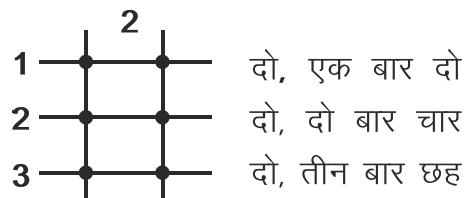


$$= 4 \times 3$$

$$= 3 \times 4$$

$$= 6 \times 2$$

2
2 का पहाड़ा तैयार करना है इसलिए दो खड़ी लाइनें निकालें।



पहाड़ों का मज्जा

X	1 एक	2 दो	3 तीन	4 चार	5 पाँच	6 छह	7 सात	8 आठ	9 नौ	10 दस
1 (एकम)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 (दोनों)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3 (तिर्या)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4 (चारों)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5 (पाँचों)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6 (छठों)	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7 (सत्तरों)	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8 (अठे)	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9 (नौरों)	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10 (दहों)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

भाग की अवधारणा

- 5–6 बच्चों के छोटे–छोटे समूह बनाएँ और प्रत्येक समूह को 18–18 तीलियाँ दें।



तीन लोगों में बराबर बाँटा तो हर एक को 6–6 तीलियाँ मिलें।

- प्रत्येक समूह से कहें, आप लोगों को इन तीलियों को कुछ लोगों में बराबर–बराबर बाँटने हैं।

.....

- प्रत्येक समूह से पूछें, आपने कितने लोगों में बाँटा और प्रत्येक को कितनी तीलियाँ मिलीं?

- अब शिक्षक बताएँ, लोगों या समूहों में बराबर–बराबर बाँटने के सम्बन्ध को भाग (÷) द्वारा दर्शाया जाता है।



दो लोगों में बराबर बाँटा तो हर एक को 9–9 तीलियाँ मिलें।

जैसे – 18 को 3 लोगों में बराबर–बराबर बाँटना | $18 \div 3 = 6$



चह लोगों में बराबर बाँटा तो हर एक को 3–3 तीलियाँ मिलें।

18 को 2 लोगों में बराबर–बराबर बाँटना | $18 \div 2 = 9$

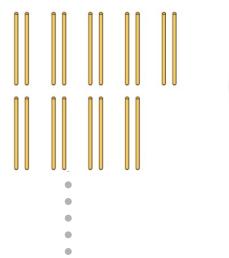
18 को 6 लोगों में बराबर–बराबर बाँटना | $18 \div 6 = 3$

18 को 9 लोगों में बराबर–बराबर बाँटना | $18 \div 9 = 2$



शिक्षक ध्यान दें

- बराबर–बराबर बाँटने में आप ऐसे भी बताएँ जिसमें कुछ शेष बच जाता है, जैसे – $18 \div 7$ में प्रत्येक समूह के हिस्से में 2 आता है और शेष 4 बच जाता है।



नौ लोगों में बराबर बाँटा तो हर एक को 2–2 तीलियाँ मिलें।



सात लोगों में बराबर बाँटा तो हर एक को 2–2 तीली मिलें और मेरे पास 4 तीलियाँ शेष बच गईं।

अन्य दक्षताओं की गतिविधियाँ

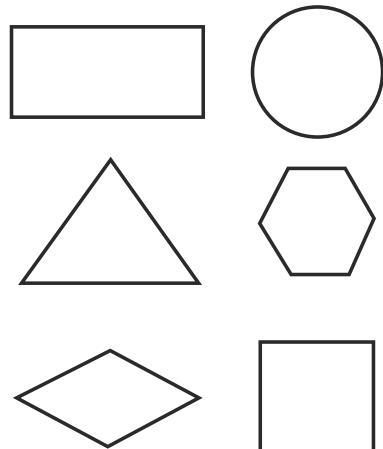
मापन एवं अनुमान

बच्चों से बातचीत करें कि आपके घर में सभी लोगों के लिए जब चावल पकाया जाता है तो माँ को कैसे पता चलता है कि कितना चावल पकाना होगा? बच्चों के जवाब देने पर उनसे पूछें कि मापने के लिए किन—किन चीज़ों की ज़रूरत पड़ती है। क्या हम चावल को कप, कटोरी या गिलास से मापकर पकाते हैं? किसी वस्तु की माप करने से पहले बच्चों को अनुमान लगाने को कहें, जैसे—किसी दरवाज़े की लम्बाई, साइकिल की ऊँचाई, चूड़ी की गोलाई आदि। बच्चे हाथ, बित्ता या अँगुली की सहायता से अनुमान लगा सकते हैं। फिर बच्चों को मापने को कहें और वास्तविक माप और अनुमानित माप की तुलना भी करवाएँ। आपके घर से स्कूल तक की दूरी कितने कदम होगी? किसी नल से एक बाल्टी पानी भरने में कितना समय लगता है? इसी प्रकार अन्य सवाल देकर बच्चों को अनुमान लगाने और वास्तविक रूप से मापने को कहें।



आकृतियों से परिचय

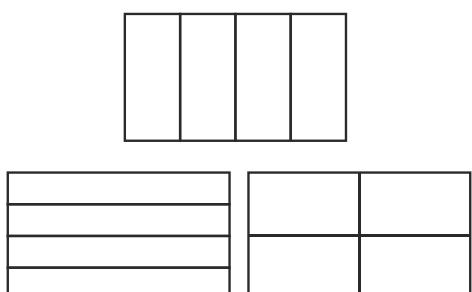
बच्चों को समूह में काग़ज़ दें। काग़ज़ मोड़कर या काटकर आकृतियाँ बनाने के लिए कहें। समूह में काटी गई वस्तुओं का अपना एक विशेष आकार होगा। हम उन आकारों को किस नाम से बुलाते हैं, उस पर बातचीत करें, जैसे—वृत्त, त्रिभुज, चतुर्भुज, आयत, वर्ग, पंचभुज, षट्भुज, इत्यादि। प्रत्येक आकृति की अपनी एक विशेषता होती है। उन विशेषताओं के बारे में बच्चों से पूछें। बाद में उनका वर्गीकरण करने के लिए कहें तथा उनसे तर्क भी पूछें।



आकृतियों को बराबर भागों में बाँटना

दी गई आकृतियों को चार समान भागों में बाँटने को कहें।

बच्चों से कहें कि वे किसी वस्तु या आकृति को कितने अलग—अलग तरीके से बराबर—बराबर भागों में बाँट सकते हैं। यहाँ आयत को अलग—अलग तरीके से चार बराबर भागों में बाँटा गया है।



भाग-2

निष्ठा

गणित

लक्षित समूह

कक्षा 6, 7 और 8 के वैसे बच्चे जो दो अंकों की संख्याओं के घटाव और भाग कर सकते हैं।

लक्ष्य

इस कार्यक्रम के अन्त तक सभी बच्चे :

- एक करोड़ तक की संख्याओं को स्थानीय मान के साथ पहचान सकें और उनमें तुलना कर सकें।
- चार अंकों की संख्याओं के साथ जोड़ और घटाव के हासिल वाले शाब्दिक सवालों को हल कर सकें।
- चार अंकों की संख्याओं में दो अंकों की संख्या से गुणा और तीन अंकों की संख्या को एक अंक से भाग कर सकें।
- द्विविमीय आकृतियों (two-dimensional shapes) के गुणों को समझ सकें।
- लम्बाई, वज़न, आयतन, समय, मुद्रा, क्षेत्रफल एवं परिमाप का मापन एवं अनुमान कर सकें।
- आँकड़े को समझ सकें और उनके बारे में बता पाएँ।
- समान हर वाले भिन्नों में तुलना तथा जोड़ और घटाव कर सकें।

1. गणित संबंधी बातचीत

समय : 10 मिनट

शिक्षक रोज़ाना अलग—अलग विषयों पर गणित संबंधी बातचीत करें, जैसे – विद्यालय, बाज़ार, गाँव, मेला, परिवार इत्यादि में हमें गणित कहाँ—कहाँ नज़र आता है? यहाँ मेला पर पूछे जाने वाले सवाल के कुछ उदाहरण दिए गए हैं।

- मेले में आपको गणित की कौन—कौन सी बातें दिखती हैं? बच्चों से तर्क सहित पूछें।
 - मेले में गोल आकृतियों वाली कौन—सी वस्तुएँ दिखाई देती हैं? चूड़ी जैसी गोल तथा गेंद जैसी गोल चीज़ें क्या – क्या दिखाई देती हैं? जवाब आने के बाद दोनों तरह की आकृति में अन्तर भी पूछें। बाद में बताएँ कि चूड़ी जैसी गोल आकृति को वृत्त और गेंद जैसी आकृति को गोला कहते हैं।
 - अन्दाज़ा लगाकर बताने के लिए कहें कि मेले में मिठाई की एक दुकान खोलने पर कुल कितने रुपये खर्च होंगे?
- नोट :** इसी तरह के और भी प्रश्न अलग—अलग विषयों पर बनाएँ और बच्चों के साथ बातचीत करें।

2. संख्या पहचान

समय : 15 मिनट

नीचे दी गई गतिविधियों में से रोज़ाना कोई एक गतिविधि क्रम (order) से कराएँ। किसी भी गतिविधि की पूरी समझ कराने के बाद ही अगली गतिविधि कराएँ। बच्चों के सीखने की गति और गतिविधियों के अनुसार समय निर्धारित करें।

2.1 विस्तार सारणी वाचन

सबसे पहले शिक्षक विस्तार सारणी के ऊपर वाली लाइन बोलते हुए ब्लैकबोर्ड पर लिखें। इसके बाद कुछ बच्चों को बारी—बारी से बुलाकर प्रत्येक कॉलम की संख्या बोलते हुए एक सीध में ऊपर से नीचे की ओर लिखने को कहें।

- शिक्षक बड़े समूह में स्पष्ट उच्चारण के साथ संख्या पढ़कर सुनाएँ।
बच्चे सिफ़र देखें और सुनें। पीछे—पीछे दोहराएँ नहीं।

विस्तार सारणी						
1,00,000	10,000	1,000	100	10	1	
2,00,000	20,000	2,000	200	20	2	
3,00,000	30,000	3,000	300	30	3	
4,00,000	40,000	4,000	400	40	4	
5,00,000	50,000	5,000	500	50	5	
6,00,000	60,000	6,000	600	60	6	
7,00,000	70,000	7,000	700	70	7	
8,00,000	80,000	8,000	800	80	8	
9,00,000	90,000	9,000	900	90	9	



- ‘अब मेरे जैसा कौन पढ़ेगा?’ ऐसा कहकर प्रतिदिन अलग—अलग 3–4 बच्चों को पढ़ने का मौका दें और पढ़ने के बाद उन्हें शाबाशी भी दें।
- 5–6 बच्चों के छोटे—छोटे समूह बनाकर प्रत्येक समूह के बच्चों को किसी एक संख्या कार्ड से विस्तार सारणी चार्ट को बारी—बारी पढ़ने के लिए कहें। समूह का एक बच्चा जब पढ़ रहा हो तो अन्य बच्चे देखें, सुनें और बताएँ।

नोट : अलग—अलग दिन अलग—अलग तरीके से पढ़ने के लिए कहें।

2.1.1 पैटर्न में पढ़ना

- विस्तार सारणी वाचन बारी—बारी और अलग—अलग तरीके से निम्नलिखित प्रकार से कराएँ।
- ऊपर से नीचे :** एक, दो, , नौ, दस, बीस, , नब्बे
- दाएँ से बाएँ :** एक, दस, एक सौ, एक हजार, एक लाख
- कितने शून्य, कौन—सी संख्या?** एक, एक के बाद एक शून्य दस एक के बाद पाँच शून्य एक लाख

2.1.2 कितनी बार?

दस एक बार दस, दस दो बार बीस, दस नौ बार नब्बे

एक हजार एक बार एक हजार, एक हजार दो बार दो हजार एक हजार नौ बार नौ हजार

इकाई, दहाई, सैकड़ा में : एक दहाई दस दो दहाई बीस नौ दहाई नब्बे..... एक सैकड़ा एक सौ दो सैकड़ा दो सौ नौ सैकड़ा नौ सौ

2.1.3 मनपसंद संख्या चुनें

बच्चों को बारी—बारी सारणी में से कोई भी एक मनपसंद संख्या चुनने को कहें और उस पर बातचीत करें, जैसे – 6,000 में कितने अंक हैं? कितने शून्य हैं? कॉमा कहाँ पर लगा हुआ है?

2.1.4 विस्तार सारणी से संख्या बनाएँ

3 – 4 बच्चों को बुलाएँ और उन्हें बारी—बारी विस्तार सारणी से अपनी मनपसन्द संख्या चुनकर ब्लैकबोर्ड पर ऊपर—नीचे लिखने को कहें। मनपसन्द संख्या चुनने में बच्चों को निर्देश दें – विस्तार सारणी के किसी भी स्तम्भ (Column) से केवल एक ही संख्या चुनी जाएगी। दूसरे बच्चे अन्य किसी स्तम्भ की संख्या चुनेंगे।

अब इन संख्याओं को जोड़कर बनने वाली संख्या को पढ़ने के लिए कहें, जैसे—

ह०	सै०	द०	इ०
7	0	0	0
	5	0	0
		3	0
			7
7	5	3	7

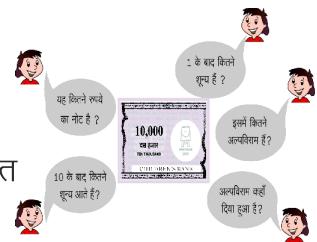
इसी तरह से अलग—अलग बच्चों को बुलाकर यह गतिविधि कराएँ।

सात हजार पाँच सौ सेंतीस

विस्तार सारणी						
1,00,000	10,000	1,000	100	10	1	
2,00,000	20,000	2,000	200	20	2	
3,00,000	30,000	3,000	300	30	3	
4,00,000	40,000	4,000	400	40	4	
5,00,000	50,000	5,000	500	50	5	
6,00,000	60,000	6,000	600	60	6	
7,00,000	70,000	7,000	700	70	7	
8,00,000	80,000	8,000	800	80	8	
9,00,000	90,000	9,000	900	90	9	

2.2 करेन्सी नोटों पर चर्चा

- बच्चों से हर प्रकार के नोटों तथा उनके खुल्ले करने के बारे में बातचीत करें। जैसे – 100 रुपये के एक नोट में 10 रुपये के कितने नोट होंगे?
- करेन्सी नोटों (मुद्रा) के द्वारा इकाई, दहाई, सैकड़ा आदि के बारे में भी बातचीत करें।



2.2.1 करेन्सी नोटों की बातचीत कर संख्या पहचान

- बच्चों से पूछें, 3,427 रुपये के लिए कौन–कौन से नोट लेंगे और कितने?
- अब फ्रेम पर चर्चा करते हुए फ्रेम बनाएँ और किसी बच्चे से उन नोटों की संख्या को फ्रेम में लिखने को कहें।
- सभी बच्चों से पूछें, “यह कौन–सी संख्या बनी?” फिर पूछें, “हजार के 3 नोट मतलब कितने रुपये?”
- जवाब आने के बाद कहें, “लेकिन यहाँ 3,427 में 3,000 तो दिखता ही नहीं है, चलिए इसे करके देखते हैं।” इसके लिए 2.2.2 की गतिविधि कराएँ।

ह.	सै.	द.	इ.
3	4	2	7

2.2.2 स्थानीय मान, अंकित मान, विस्तारित रूप

अब 3,427 के हर एक नोट के मान के बारे में बारी—बारी पूछें और उसे चित्र में तीर का चिन्ह लगाते हुए दिखाएँ। इसके बाद निम्नलिखित प्रकार से अंकों के स्थान, स्थानीय मान, अंकित मान और संख्या के विस्तारित रूप के बारे में बताएँ तथा अलग—अलग संख्या को लेकर अभ्यास कराएँ।

ह0 सै0 द0 इ0	स्थान	स्थानीय मान	अंकित मान
3 4 2 7	इकाई	7	7
	दहाई	20	2
	सैकड़ा	400	4
	हजार	3,000	3

ह0	सै0	द0	इ0
3	0	0	0
4	0	0	0
		2	0
			7
3	4	2	7

ह0	सै0	द0	इ0
3	0	0	0
4	0	0	0
		2	0
			7
3	4	2	7

$$3,427 \text{ का विस्तारित रूप} = 3,000 + 400 + 20 + 7$$

2.3 खण्ड (पीरियड) का कमाल

बच्चों से पूछें, “अगर आपको बड़ी से बड़ी संख्या जल्दी से पढ़ना – लिखना हो तो इसके लिए आप क्या करेंगे?”

जवाब आने के बाद उन्हें बताएँ, किसी बड़ी संख्या को आसानी से पढ़ने–लिखने के लिए जब उसे छोटे–छोटे समूहों में बाँटकर कॉमा (,) लगाया जाता है तो इन छोटे समूहों को खण्ड कहा जाता है। हर एक खण्ड का नाम अलग होता है। जैसे— इकाई, हजार, लाख, करोड़, अरब आदि का खण्ड संख्याओं को खण्ड में बाँटने के दो अलग—अलग पद्धति हैं—एक राष्ट्रीय पद्धति (National System) और दूसरा अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति (International System) यहाँ पर हम केवल राष्ट्रीय पद्धति की बात कर रहे हैं।

5,123 पाँच हजार एक सौ तेर्इस

12,234 बारह हजार दो सौ चौंतीस

3,45,429 तीन लाख पैंतालीस हजार चार सौ उनतीस

6,04,38,305 छह करोड़ चार लाख अड़तीस हजार तीन सौ पाँच

2.4 जैसा सुनो, वैसा लिखो

बड़ी से बड़ी संख्याओं को आसानी से लिखने के लिए बच्चों को बताएँ, आप संख्याओं को जैसा सुनते हैं अगर वैसा ही लिखना शुरू करेंगे तो आप आसानी से कोई भी संख्या लिख लेंगे। इसके लिए सबसे पहले कोई संख्या ध्यान से सुनें और उसी के अनुसार बाईं से दाईं ओर संख्या लिखना शुरू करें। हर एक खण्ड को पूरा करते हुए इकाई के खण्ड तक पहुँचना है। किसी भी खण्ड में जो संख्या सुनाई नहीं देगा वहाँ शून्य लिखें और साथ—साथ कॉमा (,) लगाते जाएँ।

उदाहरण : पाँच लाख तीन हजार तेरह

Step - 15,

Step - 25, 03,

Step - 35,03,013

अन्त में दाईं तरफ से इकाई, दहाई, सैकड़ा आदि पढ़ते हुए जाँच कर लें कि आपने जो संख्या सुनी थी उसे सही—सही लिखा या नहीं। ग़लत होने पर सही करें।

2.5 संख्या और संख्या नाम

छोटे – छोटे समूहों में बच्चों को निर्देश दें, “प्रत्येक समूह के हर एक बच्चा को बारी – बारी कोई एक संख्या बोलना है और सभी को वह संख्या अंकों और शब्दों में लिखना है। सभी संख्याओं को लिख लेने के बाद अपने – अपने समूह में चर्चा करना है और हर एक संख्या को ठीक करना है।” शिक्षक निर्देश देने के बाद सभी समूहों में बारी – बारी जाएँ और ज़रूरत के अनुसार उनकी मदद करें। दूसरे दिन शिक्षक बारी – बारी कई संख्याएँ बोलें और हर एक समूह से एक या दो बच्चों को बुलाकर उन संख्याओं को ब्लैकबोर्ड पर अंकों और शब्दों में लिखने को कहें। फिर, अन्य बच्चों से पूछ कर उसे ठीक करवाएँ। अगले दिन इन समूहों में संख्या और संख्या नाम की प्रतियोगिता करवा दें।

2.6 ठीक पहले, ठीक बाद और बीच की संख्या

छोटे – छोटे समूहों में बच्चों को निर्देश दें, “प्रत्येक समूह के हर एक बच्चा को बारी – बारी कोई एक संख्या बोलना है और सभी को उस संख्या को लिख कर उसके ठीक पहले और ठीक बाद की संख्या लिखना है। सभी संख्याओं को लिख लेने के बाद अपने – अपने समूह में चर्चा करना है और हर एक संख्या को ठीक करना है।” शिक्षक निर्देश देने के बाद सभी समूहों में बारी – बारी जाएँ और ज़रूरत के अनुसार उनकी मदद करें। दूसरे दिन शिक्षक बारी – बारी कई संख्याएँ बोलें और हर एक समूह से एक या दो बच्चों को बुलाकर उन संख्याओं को ब्लैकबोर्ड पर लिख कर उसके ठीक पहले और बाद की संख्या लिखने को कहें। फिर, अन्य बच्चों से पूछ कर उसे ठीक करवाएँ। अगले दिन इन समूहों में ठीक पहले, ठीक बाद और बीच की संख्या की प्रतियोगिता करवाएँ।

2.7 कौन बड़ा, कौन छोटा व कौन बराबर ($>$, $<$, $=$)

सबसे पहले बड़े समूह में बारी – बारी निम्न तरीके से अंकों की संख्या ज्यादा होने, कम होने, बराबर होने तथा अंकों की संख्या और अंक दोनों बराबर होने की स्थिति में बच्चों से बातचीत करें, **इन दोनों संख्याओं में कौन – सी संख्या बड़ी है?** आपको क्यों लगता है कि यह संख्या बड़ी है? बातचीत के दौरान बच्चों से ही निकलकर आ जाएगा कि जिस संख्या में अंक ज्यादा होता है वह संख्या बड़ी होती है। अंकों की संख्या बराबर होने पर सबसे बड़ी इकाई की तुलना करने से पता चल जाता है कि कौन – सी संख्या बड़ी है। अंकों की संख्या और अंक दोनों बराबर होने की स्थिति में उनसे ठीक पहले वाले अंक की तुलना करते हैं।

अंक ज्यादा होने पर

$587 > 95$

$3,201 > 876$

$6,400 > 999$

अंक कम होने पर

$63 < 236$

$926 < 1,000$

$873 < 2,324$

अंकों की संख्या

बराबर होने पर

$\underline{624} > \underline{390}$

$\underline{536} < \underline{846}$

$\underline{843} > \underline{695}$

अंकों की संख्या और

अंक बराबर होने पर

$\underline{758} < \underline{786}$

$\underline{453} > \underline{451}$

$639 = 639$

2.8 आरोही क्रम (Ascending order)

सबसे पहले ब्लैकबोर्ड पर कोई चार संख्या लिखें। हर एक संख्या के लिए बच्चों से पूछते जाएँ कि मैंने कौन – सी संख्या लिखी है? अब पूछें कि इनमें से सबसे छोटी संख्या कौन – सी है? सबसे छोटी संख्या को अलग से लिख दें। फिर पूछें कि बच्ची हुई संख्याओं में सबसे छोटी संख्या कौन – सी है? अब इस संख्या को पहले लिखी हुई संख्या के दाईं तरफ कौमा लगा कर लिख दें। इसी तरह से शेष बच्ची हुई संख्याओं के लिए भी करें। अब बच्चों से पूछें, हमने क्या किया? कुछ बच्चे बता सकते हैं, “आपने इन्हें छोटे से बड़े के क्रम में लगाया है। अगर कोई बच्चा नहीं बताता है तो आप बताएँ। इसके बाद बच्चों से पूछें, छोटे से बड़े के क्रम में लगाने को कौन – सा क्रम बोलते हैं?” बच्चों द्वारा नहीं बताने पर आप स्वयं बताएँ, “ऐसे क्रम को आरोही क्रम (ascending order) कहते हैं।” फिर उन्हें चिन्ह (<) के साथ भी लिखकर बताएँ। ऐसे ही कुछ और संख्याएँ लिखवाकर बच्चों को अपनी – अपनी कॉपी में आरोही क्रम में लगाने का अभ्यास कराएँ। किसी बच्चे को बुलाकर ब्लैकबोर्ड पर उन संख्याओं को आरोही क्रम में लगावाएँ और सभी बच्चों को स्वयं से जाँच करने को कहें। अगले 2 – 3 दिन छोटे – छोटे समूहों में बच्चों को निर्देश दें। समूह का प्रत्येक बच्चा बारी – बारी एक संख्या बोलेगा और सबको उन संख्याओं को अपनी – अपनी कॉपी में लिखना है और फिर उन्हें आरोही क्रम में लगाने हैं। शिक्षक इस दौरान सभी समूहों में बारी-बारी जाएँ और ज़रूरत के अनुसार उनकी मदद करें। इसके बाद कुछ संख्याएँ ब्लैकबोर्ड पर लिखकर कुछ बच्चों से व्यक्तिगत रूप से भी पूछें।

$$\begin{array}{cccc} 545, & 384, & 720, & 641 \\ = & 384, & 545, & 641, & 720 \end{array}$$

या

$$384 < 545 < 641 < 720$$

2.9 अवरोही क्रम (Descending order)

आरोही क्रम की ही तरह बड़े से छोटे की बात करके अवरोही क्रम (descending order) को स्पष्ट करें।

$$\begin{array}{cccc} 545, & 384, & 720, & 641 \\ = & 720, & 641, & 545, & 384 \end{array}$$

या

$$720 > 641 > 545 > 384$$

2.10 पैटर्न की समझ

सबसे पहले पैटर्न के कुछ सवाल ब्लैकबोर्ड पर लिखें और बच्चों से कहें कि इनमें संख्याएँ कोई एक निश्चित नियम से आगे बढ़ रहे हैं। नियम का पता करके बताइए कि अगली संख्या क्या होगी? अगर बच्चे नहीं बता पाएँ तो उन्हें नियम बता दें और पूछें कि अब बताइए अगली संख्या कौन – सी होगी? इसी तरह से अलग – अलग पैटर्न का अभ्यास कराएँ। अगले 2 – 3 दिन बच्चों को अपने समूह में स्वयं से पैटर्न के कुछ सवाल लिखने के लिए कहें और समूहों के बीच प्रतियोगिता करवाएँ।

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

$$3, 8, 13, 18, 23, \dots$$

$$46, 43, 40, 37, 34 \dots$$

2.11 संख्या निर्माण (Number formation)

कुछ अंक ब्लैकबोर्ड पर लिखकर प्रत्येक छोटे समूह को दो या तीन या चार अंकों की सभी संख्याएँ लिखने के लिए कहें। फिर, हर एक समूह से बारी – बारी पूछें कि किसने कितनी और कौन – कौन सी संख्याएँ लिखी हैं? इस दौरान अन्य समूहों से इनकी संख्याओं की जाँच करते रहने के लिए कहें।

अंक 3, 8, 5 से तीन अंकों की बनने वाली सभी संख्याएँ।

385	358	835	853	538	583
-----	-----	-----	-----	-----	-----

अंक 5, 4, 0, 3 से तीन अंकों की बनने वाली सभी संख्याएँ।

540	543	503	504	534	530
450	453	403	405	435	430
354	350	345	340	305	304

इसके अलावा निम्नलिखित प्रश्न भी हर एक समूह से बारी – बारी पूछें :

- एक अंक की सबसे बड़ी संख्या कौन – सी है? एक अंक की सबसे छोटी संख्या कौन – सी है?
- सबसे बड़ा अंक कौन – सा है? सबसे छोटा अंक कौन – सा है?
- तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या कौन – सी है? तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या कौन – सी है?
- गिनती की कुल कितनी संख्याएँ होती हैं? चार अंकों वाली गिनती की कुल कितनी संख्याएँ होती हैं?
- क्या शून्य गिनती की संख्या है? गिनती की संख्याओं में से कौन – सी संख्याएँ सम (even) हैं और कौन – सी विषम (odd) ? कौन – सी संख्या भाज्य (composite) है और कौन – सी अभाज्य (prime)?

3. शाब्दिक सवाल

समय : 50 मिनट

- रोजाना जोड़, घटाव, गुणा और भाग के कोई दो शाब्दिक सवाल मौखिक पूछें। साथ ही तर्क भी पूछें कि जोड़ / घटाव / गुणा / भाग ही क्यों किया?
- रोजाना जोड़, घटाव, गुणा और भाग के कोई एक शाब्दिक सवाल लिखित रूप से हल कराएँ। (हर एक संक्रिया शुरुआत में शिक्षक खुद करके दिखाएँ और फिर बच्चों को छोटे–छोटे समूहों में हल करने के लिए दें।)
- हर एक शाब्दिक सवाल को लिखित रूप में हल करने से पहले ये प्रश्न ज़रूर पूछें –
 - सवाल में क्या जानकारी दी गई है?
 - क्या पूछा गया है?
 - इसके लिए क्या करना होगा?
 - इस सवाल में जोड़ / घटाव / गुणा / भाग ही क्यों करना होगा?

यदि बच्चे 'क्यों' वाले प्रश्न का जवाब नहीं दे पा रहे हों तो उनसे पूछें कि यहाँ बढ़ने की बात हो रही है या कम होने की?

फिर पूछें, बढ़ने पर हम कौन – सी गणितीय क्रिया करते हैं और कम होने पर कौन – सी? बच्चे फिर भी यदि जवाब नहीं देते हैं तो उन्हें बताएँ बढ़ने पर या तो हम जोड़ करते हैं या गुणा। लेकिन, गुणा तब होता है जब एक ही संख्या के कई बार आने की बात होती है? इसी तरह से घटाव और भाग के बारे में भी बात करें।

3.1 जोड़

सबसे पहले जोड़ के कोई शाब्दिक सवाल बोलते हुए ब्लैकबोर्ड पर लिखें और फिर किसी बच्चे को पढ़ने के लिए कहें। इसके बाद शाब्दिक सवाल के लिए पूछे जाने वाले चार प्रश्न पूछें और फिर रूपयों की बातचीत करते हुए सवाल को हल करके दिखाएँ। फिर बच्चों को छोटे – छोटे समूहों में शाब्दिक सवाल कार्ड या विजुअल कार्ड हल करने के लिए दें।

प्रश्न : अंकित के पास 3,246 रुपये हैं। यदि प्रिया उसे 2,875 रुपये और देती है तो अंकित के पास कितने रुपये हो जाएँगे?

हल : अंकित के पास कुल राशि = 3,246 रुपये

प्रिया द्वारा अंकित को दी गई राशि = 2,875 रुपये

वर्तमान में अंकित के पास कुल राशि = 3,246 रुपये + 2,875 रुपये = 6,121 रुपये
या

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \\ \text{हजार सैकड़ा दहाई इकाई} \\ 3 \ 2 \ 4 \ 6 \ \text{रुपये} \\ + 2 \ 8 \ 7 \ 5 \ \text{रुपये} \\ \hline 6 \ 1 \ 2 \ 1 \ \text{रुपये} \end{array}$$

यहाँ शिक्षक नोटों की बात करते हुए बताएँ कि 1 रुपया के 6 नोट और 5 नोट मिलाकर कुल 11 नोट हुए। यानी कि हमारे पास 10 रुपये के 1 नोट और 1 रुपया के 1 नोट हो गए। 10 रुपये के 1 नोट दहाई वाले घर में चले गए और 1 रुपया वाला 1 नोट इकाई के घर में रह गया। इसी तरह से आगे के नोटों के बारे में भी बातचीत करें।

हल करने के बाद शिक्षक अँगुली रखकर इस प्रकार पढ़ कर दिखाएँ – 3,246 में 2,875 जोड़ा तो 6,121 हुआ। अतः अंकित के पास 6,121 रुपये हो जाएँगे।

3.2 घटाव

सबसे पहले घटाव के कोई शाब्दिक सवाल बोलते हुए ब्लैकबोर्ड पर लिखें और फिर किसी बच्चे को पढ़ने के लिए कहें। इसके बाद शाब्दिक सवाल के लिए पूछे जाने वाले चार प्रश्न पूछें और फिर रुपयों की बातचीत करते हुए सवाल को हल करके दिखाएँ। फिर बच्चों को छोटे – छोटे समूहों में शाब्दिक सवाल कार्ड या विजुअल कार्ड हल करने के लिए दें।

प्रश्न : शोभा के पास 8,321 रुपये थे। उसने रजत की दुकान से 2,436 रुपये का सामान खरीदा। अब उसके पास कितने रुपये शेष बचे?

हल : शोभा के पास कुल राशि = 8,321 रुपये

शोभा द्वारा खर्च की गई राशि = 2,436 रुपये

शोभा के पास बची राशि = 8,321 रुपये - 2,436 रुपये = 5,885 रुपये

या

$$\begin{array}{r} 12 \ 11 \\ 7 \ 2 \cancel{1} \cancel{1} \\ \text{हजार सैकड़ा दहाई इकाई} \\ \cancel{8} \cancel{3} \ 2 \cancel{1} \\ - 2 \ 4 \ 3 \ 6 \\ \hline 5 \ 8 \ 8 \ 5 \end{array}$$

यहाँ पर शिक्षक नोटों की मदद से खुल्ले करने की बात करें।

हल करने के बाद शिक्षक अँगुली रखकर इस प्रकार पढ़ कर दिखाएँ – 8,321 में 2,436 घटाया तो 5,885 हुआ।

अतः शोभा के पास 5,885 रुपये बचे।

नोट : बच्चों को यह न बताएँ कि बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटानी है। उन्हें बताएँ कि ज़रूरत के अनुसार हम बड़ी इकाई में से एक इकाई लेकर उसे छोटी इकाई में बदल लेते हैं, जैसे – 1 दहाई = 10 इकाई, 1 सैकड़ा = 10 दहाई, 1 हजार = 10 सैकड़ा इत्यादि।

3.3 ગુણ

सबसे पहले शिक्षक गुण की अवधारणा पर बातचीत करें। इस समय शून्य वाली संख्या के गुण पर भी निम्नलिखित प्रकार से बातचीत करें।

$10 + 10 + 10 + 10$	$=$	$40 = 10 \times 4$
$20 + 20 + 20 = 60$	$=$	$60 = 20 \times 3$
$30 + 30 + 30 + 30 + 30$	$=$	$150 = 30 \times 5$
$400 + 400 = 800$	$=$	$800 = 400 \times 2$

पैटर्न ढूँढने के बाद बच्चों को बताएँ कि सबसे दाईं तरफ के शून्य को छोड़कर जो संख्याएँ बचती हैं उन्हें गुणा कर लें और गुणनफल की दाईं तरफ जितने शून्य छोड़े थे उतने शून्य लगा दें।

बच्चों को गुणा वाली संख्याओं और गुणनफल में पैटर्न ढूँढने के लिए कहें।

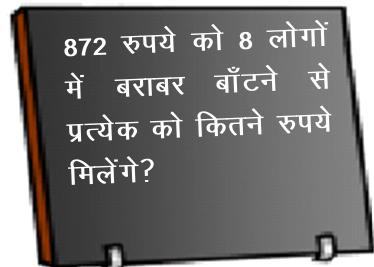
प्रश्न : एक कमीज़ की कीमत 324 रुपये हैं। एक दुकानदार को ऐसी 63 कमीज़ें खरीदनी हैं। बताएँ, कमीज़ की खरीदारी पर उस दुकानदार का कुल कितने रुपये खुर्च होंगे?

$$\begin{array}{r}
 & 1 & 2 \\
 & 1 \\
 & 3 & 2 & 4 \\
 \times & 6 & 3 \\
 \hline
 & 9 & 7 & 2 \\
 + & 1 & 9 & 4 & 4 & 0 \\
 \hline
 & 2 & 0 & 4 & 1 & 1 & 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \text{ इकाई} = 3 \\
 3 & 2 & 4 \\
 \times & 3 \\
 \hline
 9 & 7 & 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 & 2 \\
 3 & 2 & 4 \\
 \times & 6 \\
 \hline
 1 & 9 & 4 & 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 & 2 & 4 \\
 \times & 6 & 0 \\
 \hline
 1 & 9 & 4 & 4
 \end{array}$$

अतः दुकानदार का कमीज की खरीदारी पर कुल 20,412 रुपये खर्च होंगे।

3.4 भाग

सबसे पहले शिक्षक भाग की अवधारणा पर बातचीत करें। फिर भाग का कोई सवाल लिखकर उस पर चर्चा करें और निम्नलिखित प्रकार से गतिविधि कराएँ :



- ❖ शिक्षक ब्लैकबोर्ड पर फ्रेम बनाएँ। 872 में 8 सैकड़ा, 7 दहाई और 2 इकाई है। इसे फ्रेम में लिखें और 8 से भाग दें।

$$8) \begin{array}{r|rr} & 8 & 7 & 2 \\ \hline & 8 & & \\ \end{array}$$

- ❖ बच्चों से पूछें, सौ के 8 नोटों को 8 लोगों में बराबर बाँटने से प्रत्येक को कितने जोट मिलेंगे और हमारे पास से कितने जोट निकल जाएँगे?

- ❖ जवाब आने के बाद कहें – अब हम 1 को ऊपर सैकड़ा के नीचे लिखते हैं और 8 के नीचे 8 लिखकर घटाते हैं।

सैकड़ा	दहाई	इकाई
1		
8)	8	2
	-8	
	0	7

- ❖ बच्चों से पूछें, 10 रुपये के 7 नोट हैं तो 8 लोगों में बराबर बाँटने से प्रत्येक को कितने नोट मिलेंगे और हमारे पास से कितने नोट निकल जाएँगे?

- ❖ जवाब आने के बाद कहें – हम 10 रुपये के एक भी नोट नहीं दे पाएँगे और हमारे पास से एक भी नोट नहीं निकलेंगे इसलिए 0 को ऊपर दहाई के नीचे लिखते हैं और 7 के नीचे 0 लिखकर घटाते हैं।

सैकड़ा		दहाई	इकाई
1	0		
8		7	2
-8		-	
0	7		
-	0		
			7

- ❖ बच्चों से पूछें, 10 रुपये के 7 नोट को 1 रुपये वाले नोटों में खुल्ले करने से अब हमारे पास 1 रुपये वाले कल कितने नोट हो जाएँगे?

- ❖ बच्चों से कहें, अब हमारे पास 1 रुपये के कुल 72 ($70 + 2$) नोट हो गए। 72 लिखने में 7 के दाईं तरफ 2 लिखा जाता है इसलिए हम 7 के दाईं तरफ 2 लिख देते हैं।

सैकड़ा	दहाई	इकाई
1	0	
8)	8	2
-8		
0	7	
-	0	
	7	2

- ❖ बच्चों से पूछें, 1 रुपया के 72 नोट को 8 लोगों में बराबर बाँटने से प्रत्येक को कितने नोट मिलेंगे और हमारे पास से कितने नोट निकल जाएँगे?

सैकड़ा	दहार्हा	इकाई
1	0	9
8)	8	2
-8		
0	7	
=	0	
	7	2
	-	
	7	2
	=	
	0	0

- ❖ जवाब आने के बाद कहें, अब हम 9 को ऊपर दहाई के नीचे लिखते हैं और 72 के नीचे 72 लिखकर घटाते हैं।

872 रुपये को 8 लोगों में बराबर बाँटने पर प्रत्येक को 109 रुपये मिलेंगे।

प्रश्न : एक बड़े बाग में आम के पौधे लगाने के लिए 1 किसान ने बाजार से कुल 930 आम के पौधे खरीदें। उसने 7 पंक्तियों में से सभी में बराबर की संख्या में पौधे लगाए। बताएँ हर एक पंक्ति में उसने अधिकतम कितने पौधे लगाए और कितने पौधे शेष बच गए?

$$\begin{array}{r}
 \text{सैकड़ा} & \text{दहाई} & \text{इकाई} \\
 \hline
 1 & 3 & 2 \\
 \hline
 7) & 9 & 3 & 0 \\
 -7 & & & \\
 \hline
 & 2 & 3 & \\
 -2 & & & \\
 \hline
 & 0 & 2 & 0 \\
 & -1 & 4 & \\
 \hline
 & & & 6
 \end{array}$$

अतः प्रत्येक पंक्ति में 132 आम के पौधे हैं और 6 पौधे शेष बच गए।

4. अन्य दक्षता

समय : 15 मिनट

नीचे दी गई गतिविधियों में से हर दूसरे दिन कोई एक गतिविधि क्रम (Order) से कराएँ। किसी भी गतिविधि की पूरी समझ कराने के बाद ही अगली गतिविधि कराएँ।

4.1 द्विविमीय आकृतियों (2-d shapes) के गुण

बारी-बारी कोई दो द्विविमीय आकृतियों, जैसे – आयत और वर्ग का चित्र ब्लैकबोर्ड पर बनाकर उनमें अन्तर और समानता के बारे में पूछें। बच्चे क्षेत्रीय भाषा में जवाब देंगे और बाद में उसे आप गणितीय शब्दावली से जोड़ दें, जैसे – कोने को शीर्ष, किनारे को भुजा आदि बता सकते हैं। इसी तरह से त्रिभुज और चतुर्भुज, चतुर्भुज और आयत, चतुर्भुज और वर्ग आदि में समानता और अन्तर पूछें। बच्चे अगर **3-d shapes** के बारे में बताते हैं तो उन पर भी बात कर लें। इनमें अन्तर के बारे में भी पूछ लें।

4.2 मापन एवं अनुमान

4–5 बच्चों को हाथ, बित्ता या अंगुलियों से किसी दीवार या मेज़ की लम्बाई मापने के लिए कहें। (बेशक सभी बच्चों के माप अलग—अलग आएँगे क्योंकि सभी के हाथ, बित्ता या अंगुलियों की लम्बाई अलग—अलग होंगी।) उनसे पूछें कि क्या कारण है कि सभी के द्वारा किया गया माप अलग—अलग है?

सभी बच्चों से पूछें कि ऐसा क्या किया जाए कि कोई भी व्यक्ति किसी वस्तु को मापे तो उसका माप एक समान आए? बच्चों का अलग—अलग जवाब आएगा कि लकड़ी या रस्सी से मापा जाए। बच्चों को बताएँ कि इसके लिए उन्हें वास्तविक मानक माप की ज़रूरत पड़ेगी। इस प्रकार अब बच्चों को वास्तविक मापन की इकाईयों के बारे में बताएँ। साथ ही, मापन की छोटी बड़ी इकाईयों की भी जानकारी दें। बाद में इन मानक इकाईयों को ध्यान में रखते हुए अनुमान लगाने पर बातचीत करें, जैसे—आपका वज़न, लगभग कितने किलोग्राम होगा? कलम की लम्बाई लगभग कितनी सेंटीमीटर होगी इत्यादि।

10 मिलिमीटर = 1 सेन्टीमीटर

10 सेन्टीमीटर = 1 डेसीमीटर

10 डेसीमीटर = 1 मीटर

10 मीटर = 1 डेकामीटर

10 डेकामीटर = 1 हेक्टोमीटर

10 हेक्टोमीटर = 1 किलोमीटर

1 किलोमीटर = 1000 मीटर

1 मीटर = 100 सेन्टीमीटर

1 सेन्टीमीटर = 10 मिलिमीटर

1 लीटर = 1000 मिलिलीटर

1 किलोग्राम = 1000 ग्राम

1 किलोलीटर = 10 लीटर

(बच्चों को यह भी बताएँ कि लम्बाई, भार, समय, धारिता (तरल पदार्थ), तापमान और मुद्रा को मापने के लिए अलग—अलग मात्रक होते हैं।)

लम्बाई – मिलि, सेन्टी, डेसी, मीटर, डेका, हेक्टा और किलोमीटर

भार – मिलि, सेन्टी, डेसी, ग्राम, डेका, हेक्टा और किलोग्राम

समय – सेकेण्ड, मिनट, घण्टे, दिन, महीना, साल, दशक, शताब्दी, युग आदि

धारिता (तरल पदार्थ) – मिलि, सेन्टी, डेसी, लीटर, डेका, हेक्टा और किलोलीटर

तापमान – डिग्री सेल्सियस, डिग्री फारेनहाइट और केल्विन

रूपयों को एक—दूसरे नोटों में बदलने की बात कर इन इकाईयों को भी एक—दूसरे में बदलने की बात करें।

4.3 आँकड़े की समझ

इसके अन्तर्गत सारणी (table), कैलेण्डर, आलेख (graph) आदि का समावेश किया गया है। इसके लिए विजुअल कार्ड का इस्तेमाल करें।

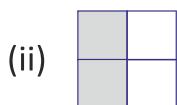
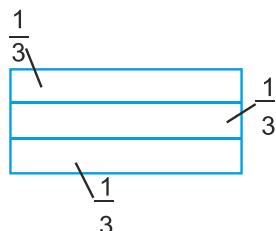
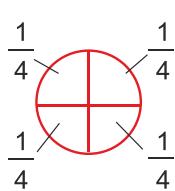
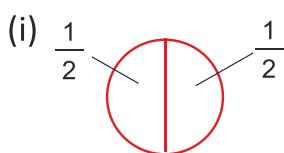
4.4 पूरी वस्तु का समान भाग करना



इसी प्रकार अलग—अलग वस्तुओं के समान भाग करने के लिए बच्चों से अभ्यास करवाएँ।

4.5 भिन्नों की समझ

सबसे पहले पूर्ण वस्तुओं को बराबर भागों में बाँटने की बात करें और फिर उन्हें तोड़कर बाँटने पर।



$$\text{छायांकित भाग} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

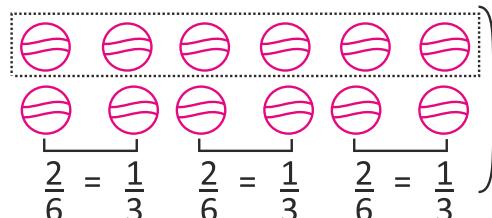


$$\text{छायांकित भाग} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



$$\text{छायांकित भाग} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \text{भिन्न} = \frac{\text{अंश}}{\text{हर}} = \frac{2}{6} \text{ अर्थात् अंश} = 2 \text{ और हर} = 6$$

(iv)



दिए गए चित्र में 6 गेंदों का एक समूह है जिसमें से 2 गेंदों को भिन्न के रूप में लिखने पर, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

4.6 भिन्नों के प्रकार

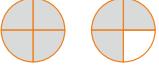
उचित भिन्न
(Proper Fraction)

$$\frac{3}{4}$$
 

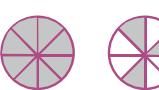
$$\frac{1}{2}$$
 

$$\frac{5}{8}$$
 

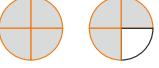
अनुचित भिन्न
(Improper Fraction)

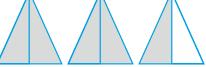
$$\frac{7}{4}$$
 

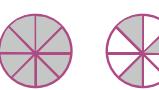
$$\frac{5}{2}$$
 

$$\frac{11}{8}$$
 

मिश्र भिन्न
(Mixed Fraction)

$$1\frac{3}{4}$$
 

$$2\frac{1}{2}$$
 

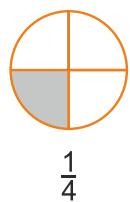
$$1\frac{3}{8}$$
 

समतुल्य भिन्न (Equivalent Fraction) के लिए 4.5 के उदाहरण—2 पर चर्चा फिर से करें।

4.7 भिन्नों की तुलना

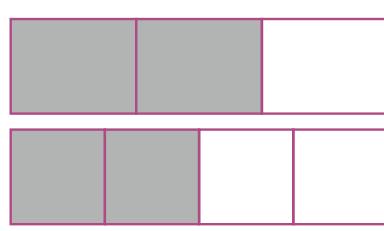
समान हर वाले भिन्नों की तुलना :

बारी-बारी निम्नलिखित आकृतियाँ ब्लैकबोर्ड पर बनाएँ और बच्चों से ही पूछते हुए रंगे हुए भागों को भिन्नों के रूप में हर एक आकृति के नीचे लिखें। इसके बाद इनमें तुलना करने के लिए कहें। प्रत्येक जवाब पर तर्क भी पूछें।



समान अंश वाले भिन्नों की तुलना :

बच्चों से ही पूछते हुए हुए भागों को भिन्नों के रूप में लिखें और फिर उनसे भिन्नों की तुलना करने के लिए कहें। साथ ही उनका तर्क भी जानें।



$$\frac{2}{3}$$

 $\frac{2}{4}$



स्पष्टत : $\frac{1}{4} < \frac{2}{4}$, इसी तरह से दो अन्य उदाहरण लें और बच्चों से पूछें कि बिना आकृति के आप कैसे मालूम करेंगे कि कौन-सा भिन्न बड़ा या छोटा है?

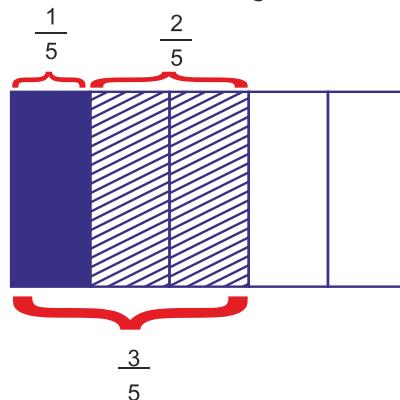
निष्कर्ष : समान हर वाले भिन्नों में जिस भिन्न का अंश छोटा होता है, वह भिन्न भी छोटा होता है।

स्पष्टत : $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$ इसी तरह से दो अन्य उदाहरण लें और बच्चों से पूछें कि बिना आकृति के आप कैसे मालूम करेंगे कि कौन-सा भिन्न बड़ा या छोटा है?

निष्कर्ष : समान अंश वाले भिन्नों में जिस भिन्न का हर छोटा होता है, वह भिन्न भी छोटा होता है।

4.8 भिन्नों का जोड़ (हर समान होने पर)

उदाहरण : एक कागज का $\frac{1}{5}$ भाग मीनू ने और $\frac{2}{5}$ मिलकर कागज का कुल कितना भाग छायांकित किया?

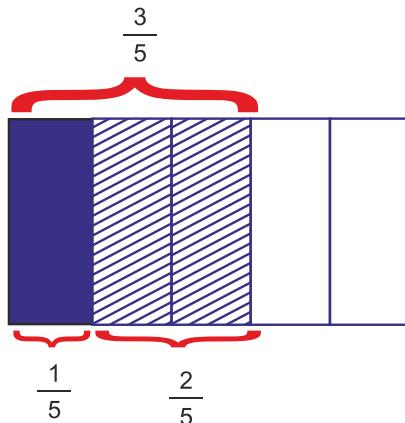


$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \\= \frac{1+2}{5} \\= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

4.9 भिन्नों का घटाव (हर समान होने पर)

उदाहरण : एक कागज का $\frac{3}{5}$ भाग लेकर रोहित ने $\frac{2}{5}$ भाग मोहित को दे दिया। बताएँ, रोहित के पास कितना भाग कागज बचा?



$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \\= \frac{3-2}{5} \\= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

4.10 आकृति के बिना भिन्नों का जोड़ और घटाव

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{11} + \frac{4}{11} = \frac{5+4}{11} = \frac{9}{11}$$

$$\frac{7}{24} - \frac{2}{24} = \frac{7-2}{24} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{11}{25} - \frac{3}{25} = \frac{11-3}{25} = \frac{8}{25}$$

अतः हर समान होने पर भिन्नों के जोड़ या घटाव में हर तो वही रहता है लेकिन अंश जोड़ में जुट जाता है और घटाव में घट जाता है।

4.11 परिमाप (Perimeter)

सबसे पहले बच्चों को उनके आस – पास की चीज़ों, जैसे – कंपास, किताब, बैग और कक्षा तथा कक्षा के बाहर की चीज़ें जैसे – खिड़की, ब्लैकबोर्ड, बरामदे आदि के बारे में बारी – बारी अंदाज़ा लगाने को कहें। उनसे पूछें, यदि इसके बाहर रंगीन लेस लगानी हो तो कितनी लेस लगेगी? शुरुआत में बच्चों को अंदाज़ा लगाकर बताने को कहें और फिर मापने को कहें।

इसके बाद प्रेरक (शिक्षक) बच्चों से पूछें, “क्या आपने इसके पहले ऐसा माप कभी किया है?” यदि जवाब आता है, ‘हाँ’ तो पूछें, “गणित की भाषा में ऐसे माप को क्या कहते हैं? यदि जवाब आता है, ‘नहीं’ तो उन्हें बताएँ, “गणित की भाषा में ऐसे माप को परिमाप या परिमिति (Perimeter) कहते हैं?”

अब बच्चों से बारी – बारी नीचे दी गई आकृति आयत और वर्ग के परिमाप के बारे में बात करें।

7 सेंटीमीटर



15 सेंटीमीटर

8 मीटर



8 मीटर

$$\text{आयत का परिमाप} = 15 \text{ सेंटीमीटर} + 7 \text{ सेंटीमीटर} + 15 \text{ सेंटीमीटर} + 7 \text{ सेंटीमीटर} \\ = 44 \text{ सेंटीमीटर}$$

अब बच्चों से पूछें, 15 सेंटीमीटर और 7 सेंटीमीटर आयत की क्या है? शायद बच्चे बताएँ कि यह आयत की लम्बाई और चौड़ाई है। यदि वे ऐसा नहीं बताते हैं तो उन्हें लम्बाई और चौड़ाई के बारे में बताएँ।

फिर इस प्रकार से लिखकर बताएँ :

$$\text{आयत का परिमाप} = \text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई} + \text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई} \\ = 2 \text{ लम्बाई} + 2 \text{ चौड़ाई} \\ = 2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$$

बच्चों से कहें अब अगर हमें किसी भी आयत की लम्बाई और चौड़ाई मालूम हो तो हम $2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$ की मदद से उसका परिमाप निकाल सकते हैं। यानी कि यह अब किसी भी आयत का परिमाप निकालने का एक सूत्र (formula) बन गया। अब कुछ आयत का परिमाप निकालने का अभ्यास कराएँ।

इसी तरह से वर्ग के परिमाप का सूत्र बच्चों को स्वयं निकालने के लिए दें।

$$\text{वर्ग का परिमाप} = \text{भुजा} + \text{भुजा} + \text{भुजा} + \text{भुजा} = 4 \times \text{भुजा}$$

परिमाप के बारे में निम्नलिखित खास बातों पर भी चर्चा करें

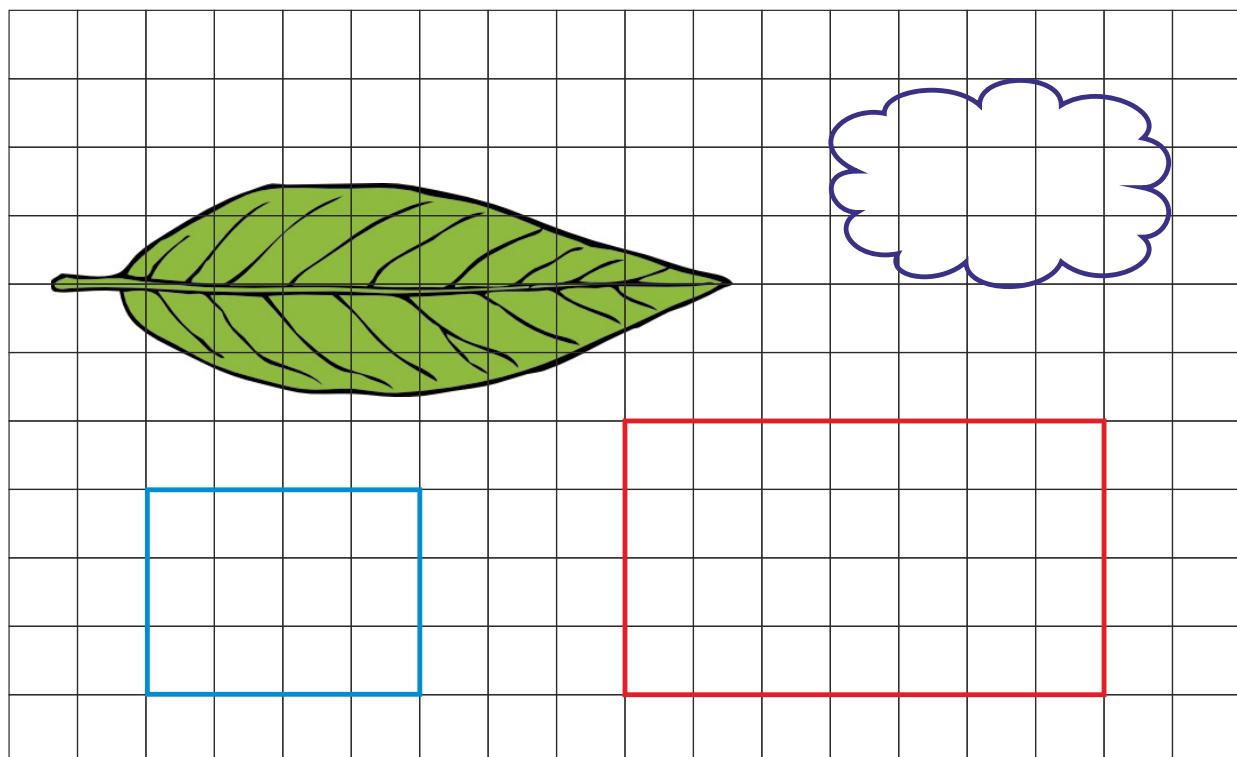
1. अगर किसी चीज़ को धेरना हो या उसके किनारों पर लेस लगाना हो तो उसका परिमाप जानना ज़रूरी है।
2. किसी गाड़ी का पहिया एक चक्कर में कितनी दूरी तय करता है? यह जानने के लिए पहिए का परिमाप जानना ज़रूरी है।
3. मैदान के एक चक्कर लगाकर तय की गई दूरी को जानने के लिए भी उसका परिमाप जानना ज़रूरी है।
4. परिमाप की इकाई वही होती है जो लम्बाई की होती है, जैसे – मीटर, सेंटीमीटर आदि।
5. नियमित आकार, जैसे – आयत, वर्ग आदि का परिमाप उसके सूत्र (formula) से भी निकाला जा सकता है लेकिन, अनियमित आकारों का परिमाप निकालने के लिए उनके सभी भुजाओं को जोड़कर ही निकालना होगा।

4.12 क्षेत्रफल (Area)

बच्चों से पूछें, “ब्लैकबोर्ड की लम्बाई और चौड़ाई हम मीटर, सेंटीमीटर आदि में मापते हैं लेकिन, अगर हमें इसके अन्दर की जगह को मापना हो तो उसे कैसे मापेंगे? क्या लम्बाई और चौड़ाई की तरह माप कर हम ब्लैकबोर्ड के अन्दर के सारे जगह को माप पाएँगे?” बेशक! नहीं माप पाएँगे। इसके बाद गत्ते का 1 सेंटीमीटर भुजा वाले वर्गाकार क्षेत्र बच्चों को दिखाएँ और उनसे पूछें कि क्या इस वर्गाकार गत्ते को बारी – बारी लैकबोर्ड की सतह पर रखकर बता सकते हैं कि ब्लैकबोर्ड में ऐसे कितने वर्गाकार गत्ते के बराबर जगह है? बेशक! बच्चे बता पाएँगे। अगर बच्चे नहीं बता पाते हैं तो शिक्षक बारी – बारी उस वर्गाकार गत्ते को ब्लैकबोर्ड की सतह पर रखते जाएँ और गिनती करके दिखाते जाएँ। अब उस संख्या के साथ वर्ग सेंटीमीटर लगाकर बोलें कि इस ब्लैकबोर्ड में इतने वर्ग सेंटीमीटर जगह हैं। उन्हें बताएँ कि किसी भी चीज़ के क्षेत्र या जगह के ऐसे माप को उस चीज़ का क्षेत्रफल (Area) कहते हैं और इसकी इकाई वर्ग में होती है, जैसे – वर्ग सेंटीमीटर, वर्ग मीटर, वर्ग फुट, वर्ग गज इत्यादि। जब वर्गाकार गत्ते की हर एक भुजा सेंटीमीटर के बदले मीटर, फुट, गज आदि हो तो क्षेत्रफल (Area) की इकाई वर्ग मीटर, वर्ग फुट, वर्ग गज इत्यादि हो जाती है।

अब बच्चों से बारी – बारी कुछ नियमित और अनियमित आकृतियों का क्षेत्रफल निकालने के लिए कहें

उदाहरण : पत्ते का क्षेत्रफल निकालने के लिए उसे किसी वर्गाकार शीट (जिसका हर एक घर 1 वर्ग इकाई हो) पर रखने और गिनकर बताने के लिए कहें। उनसे पूछें कि इस पत्ते की सतह में लगभग कितने वर्ग आते हैं? जहाँ पूरा – पूरा वर्ग नहीं आता है वहाँ कई भागों को मिलाकर पूरे वर्ग के रूप में अंदाज़ा लगाकर गिनने को कहें। इसमें जितने वर्ग होंगे उतनी ही वर्ग इकाई इस पत्ते का क्षेत्रफल होगा। यहाँ दिए गए वर्गाकार शीट का हर एक छोटा वर्ग 1 वर्ग सेंटीमीटर क्षेत्र या जगह को घेरता है और पत्ते की सतह में ऐसे 16 वर्ग आ जाते हैं, इसलिए इस पत्ते की सतह का क्षेत्रफल 16 वर्ग सेंटीमीटर होगा। इसी तरह से किसी नियमित आकार आयत, वर्ग आदि का क्षेत्रफल भी निकाला जा सकता है।



ऐसी वर्गाकार शीट शिक्षक ब्लैकबोर्ड पर बनाएँ और इस पर अलग – अलग चीज़ों को रखवाकर बच्चों से उसका क्षेत्रफल निकालने के लिए कहें।

इसके बाद परिमाप की ही तरह आयत और वर्ग के क्षेत्रफल (Area) के सूत्र निकालने पर भी बातचीत करें, जैसे – 4 सेंटीमीटर की लम्बाई और 3 सेंटीमीटर की चौड़ाई वाले आयत में 1 वर्ग सेंटीमीटर वाले कुल 12 वर्ग होंगे यानी कि उसका क्षेत्रफल 12 वर्ग सेंटीमीटर होगा। अब चूँकि 12 वर्ग सेंटीमीटर, 3 सेंटीमीटर और 4 सेंटीमीटर को गुणा करने से आता है जो कि क्रमशः आयत की लम्बाई और चौड़ाई है।

अतः आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

क्षेत्रफल के बारे में निम्नलिखित खास बातों पर भी चर्चा करें :

1. अगर किसी चीज़ की सतह को रँगना हो तो उसका क्षेत्रफल जानना ज़रूरी है।
2. किसी खेत के कितने भाग / हिस्से में घास लगा हुआ है, यह जानने के लिए जितने क्षेत्र या जगह में घास लगा हुआ है उसका क्षेत्रफल जानना ज़रूरी है।
3. किसी कमरे के फर्श में कितनी टाइल लगेगी इसके लिए फर्श और टाइल दोनों का क्षेत्रफल जानना ज़रूरी है। फर्श के क्षेत्रफल में टाइल के क्षेत्रफल से भाग देने पर टाइल की संख्या निकल आएगी। भाग की क्रिया क्यों करते हैं, इस पर भी बात करें।
4. क्षेत्रफल की इकाई हमेशा वर्ग में होती है, जैसे – वर्ग मीटर, वर्ग सेंटीमीटर आदि।
5. नियमित आकार, जैसे – आयत, वर्ग आदि का क्षेत्रफल उसके सूत्र (formula) से भी निकाला जा सकता है, लेकिन अनियमित आकारों का क्षेत्रफल किसी वर्गाकार शीट की मदद से या उन्हें वर्गों में बाँट कर निकाला जा सकता है।

समूह में गणित संबंधी गतिविधियाँ

'हमारा गणित' पुस्तिका में आज के सवाल, विजुअल कार्ड और वर्कशीट दी गई है जिस पर एक निश्चित पैटर्न के अनुसार काम करने हैं। हर एक दिन किसी एक कार्ड या शीट का इस्तेमाल होगा। आज के सवाल और विजुअल कार्ड को इस्तेमाल एक दिन के अंतराल पर होगा। लेकिन, वर्कशीट हर छठे, बारहवें, अठारहवें, आदि दिनों में बच्चों को व्यक्तिगत रूप से हल करने के लिए देने हैं।

आज के सवाल

सबसे पहले बच्चों को छोटे-छोटे समूहों में बाँटें और हर एक समूह को एक कार्ड दें। हर एक कार्ड में 6 सवाल हैं, यह ध्यान रखें कि दिए गए कार्ड को बच्चे पढ़ें और आपस में चर्चा करने के बाद ही सवाल को हल करें। सभी की भागीदारी बराबर हो, यह समूह में सुनिश्चित कर लें। सवालों को हल करने के लिए अधिकतम 25 मिनट का समय दें और फिर बड़े समूह में प्रत्येक समूह के एक बच्चे को अलग-अलग सवाल के हल को बताने के लिए कहें।



विज़ुअल कार्ड

हर एक छोटे समूह में एक कार्ड दें। यहाँ ध्यान रखें कि दिए गए कार्ड को बच्चे पढ़ें और आपस में चर्चा करने के बाद ही सवाल के उत्तर लिखें। इसके लिए भी अधिकतम 25 मिनट का समय दें और फिर बारी-बारी हर एक सवाल के हल के बारे में प्रत्येक समूह से पूछें।



वर्कशीट

इसे व्यक्तिगत रूप से हल करने के लिए देने हैं। हल करने के बाद फिर अपने-अपने समूह में बच्चों को इसकी समीक्षा (Review) करनी है। इस दौरान शिक्षक सभी समूह में बारी-बारी जाएँगे और अवलोकन करेंगे। जिस सवाल पर बच्चे ज्यादा गलतियाँ कर रहे होंगे उस पर शिक्षक बड़े समूह में चर्चा करेंगे।

प्रोजेक्ट वर्क

बच्चों को समूह में बाँट कर उन्हें अलग-अलग सप्ताह में विभिन्न प्रकार के कार्य दिए जा सकते हैं। जो बच्चों के द्वारा सहजता से किया जा सके, परन्तु गणित से सम्बन्धित चुनौतियाँ होना ज़रूरी है। जैसे अपने मुहल्ले का मानचित्र बनाना, शादी के खर्च का बजट बनाना आदि। यह कार्य समूह में ही करके लाना है। हर एक सप्ताह का दिया गया प्रोजेक्ट कार्य बच्चों द्वारा कक्षा में प्रस्तुत किया जाएगा, प्रत्येक समूह को 10–15 मिनट में अपने प्रोजेक्ट कार्य के बारे में सभी को बताना है। प्रस्तुतिकरण के समय सभी की भागीदारी बराबर होनी चाहिए। हर एक समूह को गणित संबंधी पत्रिका (Magazine) बनाने के लिए भी कहें।

NOTES

NOTES

NOTES



State Council for Educational Research and Training
Varun Marg, Defence Colony, New Delhi-110024