शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री

(2021-2022)

कक्षा : दसवीं

गणित

मार्गदर्शनः

श्री एच. राजेश प्रसाद
सचिव (शिक्षा)

श्री उदित प्रकाश राय
निदेशक (शिक्षा)

डॉ. रीता शर्मा
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयक:

श्रीमती मुक्ता सोनी
अति उप शिक्षा निदेशक (परीक्षा)

डॉ. राजकुमार
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

श्री कृष्ण कुमार
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

Production Team

Anil Kumar Sharma

Published at Delhi Bureau of Text Books , 25/2 Institutional Area, Pankha Road, New Delhi-110058 by **Anil Kaushal,** Secretary, Delhi Bureau of Text Books and Printed by Supreme Offset Press , New Delhi-110017

H. RAJESH PRASAD
IAS

प्रधान सचिव (शिक्षा)
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054
दूरभाष : 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

Pr Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187 Telefax : 23890119
e-mail : secyedu@nic.in

MESSAGE

I would like to congratulate the members of Core Academic Unit and the subject experts of the Directorate of Education, who inspite of dire situation due to Corona Pandemic, have provided their valuable contributions and support in preparing the Support Material for classes IX to XII.

The Support Material of different subjects, like previous years, have been reviewed/ updated in accordance with the latest changes made by CBSE so that the students of classes IX to XII can update and equip themselves with these changes. I feel that the consistent use of the Support Material will definitely help the students and teachers to enrich their potential and capabilities.

Department of Education has taken initiative to impart education to all its students through online mode, despite the emergency of Corona Pandemic which has led the world to an unprecedented health crises. This initiative has not only helped the students to overcome their stress and anxiety but also assisted them to continue their education in absence of formal education. The support material will ensure an uninterrupted learning while supplementing the Online Classes.

(H. Rajesh Prasad)

UDIT PRAKSH RAI, IAS
Director, Education & Sports

सत्यमेव जयते

Directorate of Education
Govt. of NCT of Delhi
Room No. 12, Civil Lines
Near Vidhan Sabha,
Delhi-110054
Ph.: 011-23890172
Mob.: 8700603939
E-mail : diredu@nic.in

MESSAGE

The main objective of the Directorate of Education is to provide quality education to all its students. Focusing on this objective, the Directorate is continuously in the endeavor to make available the best education material, for enriching and elevating the educational standard of its students. The expert faculty of various subjects undertook this responsibility and after deep discussions and persistent efforts, came up with Support Material to serve the purpose.

Every year the Support Material is revised/ updated to incorporate the latest changes made by CBSE in the syllabus of classes IX to XII. The contents of each lesson/chapter are explained in such a way that the students can easily comprehend the concept and get their doubts solved.

I am sure, that the continuous and conscientious use of this Support Material will lead to enhancement in the educational standard of the students, which would definitely be reflected in their performance.

I would also like to commend the entire team members for their contributions in the preparation of this incomparable material.

I wish all the students a bright future.

(UDIT PRAKASH RAI)

Dr. RITA SHARMA
Additional Director of Education
(School/Exam)

सत्यमेव जयते

Govt. of NCT of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-110054
Ph. : 23890185

D.O. No.

Dated:

MESSAGE

It gives me immense pleasure to present the revised edition of the Support Material. This material is the outcome of the tireless efforts of the subject experts, who have prepared it following profound study and extensive deliberations. It has been prepared keeping in mind the diverse educational level of the students and is in accordance with the most recent changes made by the Central Board of Secondary Education.

Each lesson/chapter, in the support material, has been explained in such a manner that students will not only be able to comprehend it on their own but also be able to find solution to their problems. At the end of each lesson / chapter, ample practice exercises have been given. The proper and consistent use of the support material will enable the students to attempt these exercises effectively and confidently. I am sure that students will take full advantage of this support material.

Before concluding my words, I would like to appreciate all the team members for their valuable contributions in preparing this unmatched material and also wish all the students a bright future.

(Rita Sharma)

शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री

(2021-2022)

गणित

कक्षा : दसवीं

(हिन्दी माध्यम)

निःशुल्क वितरण हेतु

दिल्ली पाठ्य-पुस्तक ब्यूरो द्वारा प्रकाशित

Team Members for Review of Support Material

S.No.	Name & Designation	School Name/Branch
1.	Mr. Narender Kumar (Vice-Principal) ***Group Leader***	GBSSS, Sector-11, Rohini, Delhi
2.	Mr. Tushar Saluja TGT (Maths)	CORE ACADEMIC UNIT DoE, GNCT of Delhi
3.	Ms. Jyoti Dhingra TGT (Maths)	SKV, C-Block Sultanpuri, Delhi
4.	Ms. Anju Sareen TGT (Maths)	S.C.S.D G. Coed SV Sector-9 Rohini, Delhi
5.	Mr. Neeraj Gupta TGT (Maths)	R.P.VV., Civil lines, Delhi
6.	Ms. Ritu Tiwari TGT (Maths)	R.P.V.V., Surajmal Vihar, Delhi
7.	Mr. Maqsood Ahmed TGT (Maths)	Anglo Arabic Sr. Sec. School Ajmeri Gate, Delhi

भारत का संविधान

भाग 4क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51क

मूल कर्तव्य – भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –

1. संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्र ध्वज और राष्ट्रगान का आदर करें।
2. स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे।
3. भारत की प्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखे।
4. देश की रक्षा करे।
5. भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे।
6. हमारी सामाजिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका निर्माण करे।
7. प्राकृतिक पर्यावरण की रक्षा और उसका संवर्धन करे।
8. वैज्ञानिक दृष्टिकोण और ज्ञानार्जन की भावना का विकास करे।
9. सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे।
10. व्यक्तिगत एवं सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत् प्रयास करे।
11. माता–पिता या संरक्षक द्वारा 6 से 14 वर्ष के बच्चों हेतु प्राथमिक शिक्षा प्रदान करना (86वां संशोधन)।

CONSTITUTION OF INDIA

Part IV A (Article 51 A)

Fundamental Duties

Fundamental Duties : It shall be the duty of every citizen of India —

1. to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;
2. to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;
3. to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;
4. to defend the country and render national service when called upon to do so;
5. to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;
6. to value and preserve the rich heritage of our composite culture;
7. to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures.
8. to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;
9. to safeguard public property and to adjure violence;
10. to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement.
11. who is a parent or guardian to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक **(सम्पूर्ण प्रभुत्व–सम्पन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य)** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की **स्वतंत्रता,**

प्रतिष्ठा और अवसर की समता

प्राप्त करने के लिए,

तथा उन **सब में,**

व्यक्ति की गरिमा और **(राष्ट्र की एकता**

और अखंडता) सुनिश्चित करने वाली बंधुता

बढ़ाने के लिए

हम दृढ़संकल्प होकर इस संविधान को आत्मार्पित करते हैं।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **(SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC)** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political,

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship,

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the **(unity an integrity of the Nation)**;

WE DO HEREBY GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

Course Structure

Term – I

Units	Unit Name	Marks
I	Number Systems	6
II	Algebra	10
III	Coordinate Geometry	6
IV	Geometry	6
V	Trigonometry	5
VI	Mensuration	4
VII	Statistics and Probability	3
	Total	40
	Internal Assessment	10
	Grand Total	50

Term – II

Units	Unit Name	Marks
I	Algebra (Contd.)	10
II	Geometry (Contd.)	9
III	Trigonometry (Contd.)	7
IV	Mensuration (Contd.)	6
V	Statistics and Probability (Contd.)	8
	Total	40
	Internal Assessment	10
	Grand Total	50

Note: Please follow the instructions/guidelines provided by CBSE regarding Syllabus, Assessment Areas and question paper design.

विषय-तालिका

1
अध्याय

वास्तविक संख्याएँ

महत्वपूर्ण बिन्दु

वास्तविक संख्याओं का दशमलव रुप

परिमेय संख्या (Q)

अपरिमेय संख्या (I)

सांत दशमलव
$(\frac{3}{5}, \frac{5}{4}$ ....)
हर $=2^n x 5^m$
m,n $\in$ धनात्मक पूर्णांक

असांत आवर्ती
दशमलव
$(\frac{2}{3}, \frac{1}{7}$ -----------)

असांत अनावर्ती
दशमलव
(1.010010001...
1.232232223.....)

वास्तविक संख्याओं के गुणधर्म

यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका
दो धनात्मक पूर्णांक 'a और 'b' के लिए सतुंष्ट करने वाली पूर्ण संख्याएं 'q' व r इस प्रकार है– $a=bq+r, 0 \leq r < b$

यूक्लिड विभाजन एल्गोरिदम
किन्हीं दो धनात्मक पूर्णांकों a तथा b का म.स.जहाँ a>b हो, निम्न लिखित विधि द्वारा प्राप्त किया जा सकता है–
चरण 1: q तथा r ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए जहाँ $a=bq+r, o \leq r<b$
चरण 2: यदि r=0 तो म.स. (a,b) = b
चरण 3: यदि $r \neq 0$ तो b और r यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग कीजिए। इस प्रक्रिया को तब तक जारी रखिए जब तक शेषफल शून्य न प्राप्त हो। इस स्थिति वाला भाजक म.स. (a,b) होगा

अंकगाणित की आधार भूत प्रमेय
प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के एक गुणनफल के रूप में व्यक्त (गुणनखंडित) किया जा सकता है तथा वह गुणनखण्ड अद्वितीय होता है। इस पर कोई ध्यान दिए बिना कि, अभाज्य गुणनखण्ड किस क्रम में आ रहे हैं।

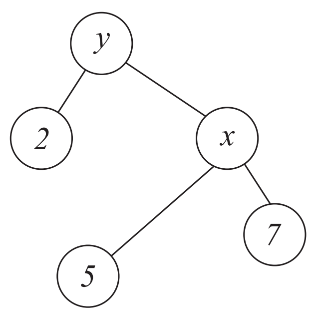
अति लघुउत्तरीय प्रश्न

1. किसी संख्या N को 16 से विभाजित करने पर शेषफल 5 प्राप्त होता है। यदि इस संख्या को 8 से विभाजित करें तो शेषफल_______होगा।

2. म0स0 $3^3 x 5^4$ और $3^4 x 5^2$=_________

3. यदि 9=xy^2 तथा $b = x^3 y^5$ जहाँ x तथा y अभाज्य संख्याएँ है तो ल.स.
(a,b) =________

4. इस गुणनखण्ड वृक्ष में x तथा y का मान ज्ञात कीजिए



5. यदि n एक वास्तविक संख्या है तो $25^{2n} - 9^{2n}$ विभाज्य होगा

i) 16 ii) 34 iii) 16 तथा 34 दोनों (iv) इनमें से कोई नहीं

6. $\frac{327}{2^3 x 5}$ संख्या का दशमलव निरूपण सांत होगा

a) एक दशमलव स्थान b) दो दशमलव स्थान

c) तीन दशमलव स्थान b) तीन से अधिक दशमलव स्थान

7. निम्नलिखित में से किन परिमेय संख्याओं को सांत दशमलव के रुप में व्यक्त किया जा सकता है

i) $\frac{18}{225}$ ii) $\frac{5}{18}$ iii) $\frac{2}{21}$ iv) $\frac{7}{250}$

a) i) और ii) b) ii) तथा iii) c) i) तथा iii) d) i) तथा iv)

8. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका के अनुसार यदि $a=bq+r$, जहाँ, a,b धनात्मक पूर्णांक है तब r के क्या मान हो सकते हैं

a) $1<r<b$ b) $o<r\leq b$ c) $o\leq r<b$ d) $o<r<b$

9. यदि $p^n=(a\times5)^n$ हो तो p^n के इकाई स्थान पर 0 आने के लिए a का मान

a) कोई वास्तविक संख्या b) सम संख्या

c) विषम संख्या d) इनमें से कोई नही

10. म.स. हमेशा

a) ल.स. का गुणज b) ल.स. का गुणनखण्ड

c) ल.स. से विभाज्य d) a और c दोनो

11. सभी दशमलव संख्याएँ होती हैं–

a) परिमेय संख्याएँ b) अपरिमेय संख्याएँ

c) वास्तविक संख्याएँ d) पूर्णांक

2. इनमें से किस संख्या का इकाई का अंक 6 होगा।

a) 4^n b) 2^n c) 6^n d) 8^n

13. संख्या $2\times7\times11\times13\times17+21$ का अभाज्य गुणनखंड लिखिए।

14. प्रत्येक घनात्मक विषम पूर्णांक का सामान्य रूप लिखिए।

15. यदि n^2-1 , 8 से भाज्य है तो n के मान लिखिए।

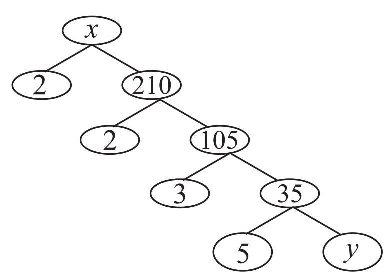
16. एक अपरिमेय और परिमेय संख्या का गुणनखण्ड क्या होगा?

17. $\frac{13497}{1250}$ का दशमलव निरूपण कितने दशमलव स्थान के बाद सांत होगा।

18. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 से 10 तक की सभी संख्याओं से विभाज्य है।

19. यदि संख्याएँ 525 और 3000; 3, 5, 15, 25 और 75 से भाज्य है तो 525 और 3000 का म.स. लिखिए।

20. गुणनखंड – वृक्ष में $x : y$ क्या होगा।



लघु उत्तरीय प्रश्न-I

21. यदि n एक घनात्मक विषम पूर्णांक है, तो दर्शाइए कि $n^2 - 1$, 8 से विभाज्य है।
22. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम द्वारा 16 और 28 का म.स. ज्ञात कीजिए।
23. यदि n एक प्राकृत संख्या है तो दिखाइए 12^n का ईकाई का अंक 0 या 5 नहीं हो सकता है। (NCERT Exemplar)
24. लम्बी विभाजन विधि का प्रयोग किए बिना बताइए कि $\frac{395}{10500}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असान्त आवर्ती।
25. यदि किसी परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार 327.7081 हो और यदि वह $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त करें तो उसके हर (q) के अभाज्य गुणनखण्ड के बारे में आप क्या कह सकते है ?
26. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ को गुणा करने पर एक परिमेय संख्या प्राप्त हो। उस परिमेय संख्या को भी ज्ञात कीजिए।
27. $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक परिमेय तथा एक अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
28. यदि 144 व 180 के म.स. को $13m-3$ के रूप में व्यक्त किया जाता है तो m का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014)
29. $(-1)^n + (-1)^{2n}+(-1)^{2n+1} + (-1)^{4n+2}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि n कोई धनात्मक विषम पूर्णांक है। (CBSE 2016)
30. सिद्ध करो कि कोई धनात्मक विषम पूर्णांक $4q+1$ या $4q+3$ के रूप में होता है जहाँ q एक पूर्णांक है। (CBSE 2012)
31. दो टैंकरों में क्रमशः 850 लीटर व 680 लीटर पेट्रौल है। उस कंटेनर की अधिकतम क्षमता क्या होगी जो इन टैंकरों के पेट्रोल को सही सही माप सके? (CBSE 2016)

लघुउत्तरीय प्रश्न-II

32. दर्शाइए कि किसी धनात्मक पूर्णांक का घन $4m$, $4m + 1$ या $4m + 3$ के रूप में होता है, जहाँ m एक पूर्णांक है।
33. यदि $7560 = 2^3 \times 3^p \times q \times 7$ तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।

34. यदि $\frac{105}{2^3 \times 5^2 \times 3^p \times 7^q}$ एक सात दशमलव है तो तो p और q के न्यूनतम संभव मान ज्ञात कीजिए।

35. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

36. सिद्ध कीजिए $5-\frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

37. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$ एक अपरिमेय संख्या है।

38. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 56 और 112 का म.स. ज्ञात कीजिए।

39. बताओं कि निम्न संख्याएँ भाज्य संख्याएँ क्यों हैं

(i) $7 \times 11 \times 13 \times 15 + 15$

(ii) $11 \times 13 \times 17 + 17$

(iii) $1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7+3 \times 7$

40. प्रातः तीन व्यक्ति भ्रमण के दौरान अपने कदम एक साथ उठाते हैं, जिनकी माप क्रमशः 40 सेमी, 42 सेमी और 45 सेमी है। वह कम से कम दूरी ज्ञात कीजिए जिसे तीनों पूरे कदमों में माप सकें। (NCERT Exemplar)

41. एक सेल के दौरान रंगीन पैसिलें 24 के और क्रेयोन 32 के पैक में उपलब्ध हैं।यदि आप समान संख्या में पेंसिलें और क्रेयोन खरीदना चाहतें है तो आप, दोनों के कितने पैकेट खरीदेंगे? (CBSE 2017)

42. वह बडी से बडी संख्या बताइए जिससे 31 तथा 99 को भाग देने पर शेषफल क्रमश 5 व 8 बचे।

43. यदि 65 और 117 के म.स. को $65m$-117 के रूप में लिखा जा सकता है तो m का मान ज्ञात कीजिए। अभाज्य गुणनखण्ड़ विधि द्वारा 65 व 117 का ल.स. ज्ञात कीजिए।

44. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके वह बडी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 1251, 9377 और 15628 को भाग देने पर क्रमश 1,2,3 शेष बचे। (NCERT Exemplar)

45. सिद्ध कीजिए कि किसी पूर्णांक m के लिए विषम पूर्णांक का वर्ग $4m+1$ के रूप में होता है।

46. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका द्वारा 180, 252 व 324 का म.स. ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)

47. छः अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जो 18,24 व 36 से पूर्णतः विभाजित हो।

48. तीन घंटियाँ क्रमशः 9,12, 15 मिनट के अंतराल पर बजती है। यदि वे एक साथ एक समय पर बजती है तो वे पुनः एक साथ कब बजेंगी?

49. सिद्ध करो कि $n, n+2, n+4$ संख्याएँ या तो तीन क्रमागत विषम संख्याएँ है या 3 क्रमागत सम संख्याएँ है।

50. 404 तथा 96 का ल.स. और म.स. निकालिए और सिद्ध कीजिए कि ल.स.×म.स. =दोनो संख्याओं का गुणन। (CBSE 2018)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

51. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम द्वारा 56, 96, 324 का म. स. ज्ञात कीजिए।

52. दर्शाइए कि किसी भी पूर्णांक q के लिए कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक $6q+1, 6q+3$ या $6q+5$, के रूप में होगा।

53. दर्शाइए कि किसी धनात्मक पूर्णांक का वर्ग $5q, 5q+1$ या $5q+4$ के रूप का होता है, जहाँ q एक घनात्मक पूर्णांक है।

54. सिद्ध कीजिए कि तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 6 से भाज्य है।

55. किसी भी धनात्मक पूर्णांक n के लिए सिद्ध कीजिए कि $n^3 - n$, 6 से भाज्य है।

56. सिद्ध कीजिए $n, n+2, n+4$ में से एक ओर केवल एक, 2 से भाज्य है। (CBSE Exemplar)

57. आकृति ने अपने जन्मदिन के उपलक्ष्य में एक अनाथाश्रम में दूध वितरित करने का निर्णय लिया। दूध के विक्रेता ने दूध के दो कंटेनर लिए जिसमें 398 ली. और 436 ली. दूध है। एक ड्रम द्वारा इनमें से दूध तीसरे कंटेनर में डालना है। तीसरे कंटेनर में ड्रम द्वारा पलटने पर दोनों कंटेनर में क्रमशः 7 ली. और 11 ली. दूध बचता है। ड्रम की अधिकतम धारिता ज्ञात कीजिए।

58. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें यदि 17 बढ़ा दिया जाए तो वह 520 व 468 दोनों से पूर्णतया विभाजित हो जाए।

59. एक गली में दुकानदार 396 गुलाब जामुन व 342 रसगुल्ले बनाता है। वह इन्हें इक्टठे पैक करता है प्रत्येक कंटेनर में या तो गुलाब जामुन हैं या रसगुल्ले हैं। परन्तु प्रत्येक कंटेनर में दोनों पीस बराबर–बराबर हैं कम से कम डिब्बे बनाने के लिए उसे प्रत्येक डिब्बे में कितने पीस रखने होंगे? कुल कितने डिब्बे पैक किए गए। (CBSE 2016)

60. सिद्ध कीजिए कि पूर्णाक q के लिए किसी भी धनात्मक पूर्णांक का वर्ग $5q+2$ या $5q+3$ ही हो सकता है।

61. 72 व 124 के म.स. को रैखिक युग्म में व्यक्त कीजिए।

62. सिद्ध कीजिए कि n का कोई धनात्मक पूर्णांक ऐसा नही है जिसके लिए $\sqrt{n-1}+\sqrt{n+1}$ एक परिमेय संख्या हों। (HOTS)

63. 110000 की समीपवर्ती संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 लाख से अधिक है और 8, 15 और 21 से पूर्णतया विभाजित होती है।

64. किसी सेमीनार में हिन्दी, इंगलिश व गणित के क्रमशः 60,84 और 108 प्रतिभागी है। कम से कम कितने कमरों की आवश्यकता होगी यदि प्रत्येक कमरे में बराबर–बराबर प्रतिभागी हों व एक ही विषय के हों। (HOTS)

65. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय बताओ। क्या किन्ही दो संख्याओं का म.स. व ल.स. क्रमश 24 व 540 हो सकता है। उत्तर की पुष्टि कीजिए।

66. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 20 की वृद्धि करने पर वह 90 और 144 से पूर्णतया विभाजित होती हो। यदि हम ल.स.व. को $144\,m + 90\,n$ रूप में व्यक्त करें तो m और n का मान ज्ञात कीजिए। क्या ल.स.व. 144 का गुणज है।

67. यदि 1032 और 408 के म.स.व. को $1032p - 408 \times 5$ के रूप में व्यक्त करें तो p का मान ज्ञात कीजिए।

68. दो संख्याओं का ल.स.व. उनके म.स.व. का 14 गुना है ल.स.व. और म.स.व. का योग 600 है। यदि उनमें से एक संख्या 280 है तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिये।

उत्तर तथा संकेत

1. 5

2. $3^3 \times 5^2$

3. $x^3 \times y^2$

4. $n=35, y=70$

5. *(iii)* $25^{2n}-q^{2n}$ को $a^{2n}-b^{2n}$ के रूप मे लिखा जा सकता है तो यह $a-b$ और $a+b$ से विभाजित होगा, इसलिए $25+9=34$ और $25-9=16$ दोनो से विभाजित है।

6. *c)* तीन दशमलव स्थान

7. *d) (i)* तथा *(iv)*

8. *c)* $O \leq r < b$

9. *b)* कोई सम संख्या

10. *b)* ल.स. का गुणनखण्ड

11. *c)* वास्तविक संख्याएं

12. *c)* 6^n

13. *7*

14. $2t+1$

15. विषम पूर्णांक

16. अपरिमेय संख्या

17. 4

18. 2520

19. 75

20. 60 : 1

21. कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक जिसे $4q+1$ या $4q+3$ के रूप मे व्यक्त किया जा सकता है जहाँ पर q कोई पूर्णांक है।

यदि $n=4q+1$

$n^2-1=(4q+1)^2-1=16q^2+8q=8q(2q+1) \Rightarrow n^2-1$, 8 से विभाजित होगा

यदि $n=4q+3$

$(n^2-1)=(4q+3)^2-1=16q^2+24q+8=8(2q^2+3q+1) \Rightarrow n^2-1$, 8 से विभाज्य होगा

22. 4

23. 2,2,3 संख्या 12 के गुणनखण्ड है, क्योंकि 12 का गुणनखण्ड 5 नही है अतः 12^n कभी भी 0 अथवा 5, इकाई संख्या नही, देगा।

24. असान्त आवर्ती

25. हर 2 तथा 5 का गुणनफल है।

26. $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, 3

28. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका

$180=144\times1+36$

$144=36\times4+0$

म.स. 180 तथा 144 का 36 है

$36=13m-3 \Rightarrow 13m=39 \Rightarrow m=3$

29. दिया है कि n एक धनात्मक विषम पूर्णांक है $\Rightarrow 2n$ और $4n+2$ एक सम धनात्मक पूर्णांक है और n अथवा $2n+1$ एक विषम धनात्मक पूर्णांक है।

$(-1)^n=-1,\ (-1)^{2n}=+1, (-1)^{2n+1}=-1, (-1)^{4n+2}=+1;\ (-1)^n+(-1)^{2n}+(-1)^{2n}+1+(-1)^{4n+2}$

$=-1+1-1+1=0$

30. a और b के संदर्भ में यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करने पर $a=4q+r$, जहाँ

$b=4$

$r=0,1,2,3$

यदि $r=0$, $a=4q$ जोकि सम संख्या होगी।

यदि $r=1$, $a=4q+1$ जोकि विषम संख्या होगी।

यदि $r=2$, $a=4q+2, 2(2q+1)$. जोकि सम संख्या होगी।

यदि $r=3$, $a=4q+3$ जोकि विषम संख्या होगी।

31. 850 और 680 का म.स. $=2\times5\times17=170$ लीटर

32. माना n धनात्मक पूर्णांक है, तब यह $4q, 4q+1, 4q+2, 4q+3$ के रूप में होगा

यदि $n=4q, n^3=64q^3=4(16q^3)=4m$ यदि $m=16q^3$

यदि $n=4q+1,\ n^3=(4q+1)^3=64q^3+48q^2+12q+1=4(16q^3+12q^2+3q)+1=4m+1$

यहाँ $m=16q^3+12q^2+3q$ इसी प्रकार $n=4q+2$ तथा $n=4q+3$ के लिए किया जा सकता है।

33. $p=3$ और $q=5$

34. 0 और 1

35. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है तथा किन्ही दो अपरिमेय संख्याओं का योग भी अपरिमेय संख्या होता है।

36. 5 एक परिमेय संख्या है तथा $\frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। किसी परिमेय संख्या व अपरिमेय संख्या का अन्तर सदैव एक अपरिमेय संख्या होता है।

38. म.स. = 56, ल.स.=112

39 1) $15\times(7\times11\times3+1)$ के दो से अधिक गुणनखंड है तो यह भाज्य संख्या है।

40. ल.स. 40,42,45 = 2520, प्रत्येक कम से कम 2520 cm की दूरी तय करेगा।

41. म.स. 24 और 32 का 96

96 क्रेयान $\frac{96}{32}$ = 3 पैकेट क्रेयान के

96 पैंसिले $\frac{96}{24}$ = 4 पैकेट पैंसिले

42. दी गई संख्याएँ 31 तथा 99

31−5=26 तथा 99−8=91

26 के अभाज्य गुणनखण्ड, 26=2 ×13, 91 के अभाज्य गुणनखंड 91=7×13 म.स. (26,91)=13

$\therefore$ 13 वह बड़ी से बड़ी संख्या है जिससे 31 तथा 91 के भाग देने पर शेषफल क्रमशः 5 तथा 8 आएगा।

43. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम के प्रयोग से 117 तथा 65 का म.स.

117=65 ×1+52

65=52 ×1+13

$52=13\times4+0$ म.स. (117,65) = 13 $65m-117=13 \Longrightarrow 65m=130 \Longrightarrow m=2$

ल.स. $65,117=13\times13^2\times5=585$

44. $1251-1=1250$, $9377-2=9375$, $15628-3=15625$

म.स. (15625, 9375) = 3125

म.स. (3125, 1250) = 625

म.स. (15625, 9375, 1250) = 625

45. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम रखने पर, $a=bq+r$ जहाँ $0\leq r<4, b=4$ रखने पर $a=4q+r$ जहाँ $r=0,1,2,3$

यदि $r=0$, $a=4q$ जोकि सम संख्या होगी

यदि $r=1$, $a=4q+1$ जोकि 2 से विभाजित नहीं है

यदि $r=2$, $a=4q+2=2(2q+1)$ जोकि सम संख्या होगी

यदि $r=3$, $a=4q+3$, जोकि 2 से विभाजित नहीं है

अतः किसी धनात्मक पूर्णांक q के लिए $4q+1$ तथा $4q+3$ विषम पूर्णांक होगे।

अब $a^2=(4q+1)^2=16q^2+1+8q=4(4q^2+2q)+1$

$=m+1$ जहाँ $m=4q^2+2q$

इसी प्रकार $4q+3$ के लिए भी

46. म.स. 324, 252, 180 = 36

47. ल.स. 18, 24, 36 = 72

बड़ी से बड़ी 6 अंको की संख्या = 999999

$$
\begin{array}{r|l}
72 & 999999 \;(13888 \\
 & \underline{-72} \\
 & 279 \\
 & \underline{-216} \\
 & 639 \\
 & \underline{-576} \\
 & 639 \\
 & \underline{-576} \\
 & 639 \\
 & \underline{-576} \\
 & 63
\end{array}
$$

अतः 6 अंको की वान्छिक संख्या

$$
\begin{array}{r}
999999 \\
- \quad 63 \\
\hline
9,99,936
\end{array}
$$

48. ल.स. 9,12,15 = 180 मिनट

49. माना 3 से विभाज्य संख्या $=3k+r$, जहाँ $r=0,1,2,.........a=3k$, $3k+1$ अथवा $3k+2$

(i) जब $a=3k$

$n=3k$ $n,3$ से विभाज्य है।

$n+2=3k+2$ $n+2,3$ से विभाज्य नहीं है।

$n+4=3k+4$ $3k+3+1=3(k+1)+1$ अतः $n+4,3$ से विभाज्य नहीं है

अतः $n,(n+2)$तथा$(n+4)$ में से केवल एक ही 3 से विभाज्य है।

इसी प्रकार $a=3k+2$ के लिए भी सिद्ध करें।

50. म.स. (404,96)$=4$

ल.स. (404,96)$=9696$

म.स. $\times$ ल.स.$=38,784=404 \times 96$

51. 4

52. माना a एक धनात्मक विषम पूर्णांक है। इसे 6 से विभाजित करने पर भागफल q तथा शेषफल r मिलता है।

$\Rightarrow a=6q+r$ जहाँ $r=0,1,2,3,4,5$

यदि $a=6q+0 \Rightarrow 2(3q)$ जो कि एक धनात्मक सम पूर्णांक है, अतः यह संभव नही है।

यदि $a=6q+1,$ जो कि विषम पूर्णांक है

यदि $a=6q+2=2(3q+1)$ जो कि एक सम पूर्णांक है। अतः यह संभव नही है।

यदि $a=6q+3=3(2q+1)$ जो कि विषम पूर्णांक है

यदि $a=6q+4=2(3q+2)$ एक सम पूर्णांक है। अतः यह संभव नही है।

यदि $a=6q+5$ एक विषम पूर्णांक है

54. माना $a,(a+1),(a+2)$ तीन क्रमागत पूर्णांक हैं

i) यदि a एक सम पूर्णांक है

तो $a+2$ भी सम पूर्णांक होगा

$a(a+2), 2$ से विभाज्य होगा

$a(a+2)(a+1)$ भी 2 से विभाज्य होगा

अब $a,(a+1),(a+2)$ तीन क्रमागत पूर्णांक हैं।

$a(a+1)(a+2), 3$ के गुणज हैं।

$a(a+1)(a+2), 3$ से विभाज्य होगें।

अतः $a(a+1)(a+2), 6$ से विभाज्य होंगे।

ii) यदि a एक विषम पूर्णांक है

$(a + 1)$ एक सम पूर्णांक होगा

$(a + 1), 2$ से विभाज्य होगा

$a(a + 1)(a + 2), 2$ से विभाज्य होगा

अब $a(a + 1)(a + 2)$ तीन क्रमागत संख्याऐं हैं

$a(a + 1)(a + 2),$ 3 से विभाज्य होगा

$a(a + 1)(a + 2),$ 6 से विभाज्य होगा।

55. $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n - 1)(n + 1)$

$$=(n - 1)(n)(n+1)$$

तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णांको का गुणनफल अब दिखाएं कि तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णाकों का गुणनफल 6 से विभाज्य है।

किसी पूर्णांक a को $3q, 3q+1$ या $3q+2$ के रूप में दर्शाया जा सकता है, जहाँ q एक पूर्णांक है। माना $a, a+1, a+2$ तीन क्रमागत पूर्णांक है

(i) $a=3q$

$(3q)(3q+1)(3q+2)=3q(2m)=6qm$ (जहाँ $3q+1$ तथा $3q+2$ क्रमागत पूर्णांक है अतः उनका गुणनफल सम संख्या होगा। जोकि 6 से विभाज्य है।

(ii) यदि $a=3q+1$

$$a(a+1)(a+2)=(3q+1)(3q+2)(3q+3)$$

$$= 2\times m\times 3(q+1) \text{ (जहाँ } (3q+1)(3q+2)=2m)$$

$$= 6m(q+1)$$

जोकि 6 से विभाज्य है

(iii) यदि $a=3q+2$

$$(a)(a+1(a+2)=(3q+2)(3q+3)(3q+4)$$

$$=(3q+2),3,(q+1),(3q+4)$$

$$=6m\,(q+1)$$

जोकि 6 से विभाज्य है

57. 17

58. 4663 ल.स.व. = 4680, अतः संख्या = 4680 − 17

$$\text{डिब्बों की संख्या} = \frac{396+342}{18} = 41$$

59. म.स. (396, 342)$=18$

61. म.स. (124, 72)$=4$

$4=124\times 7+72\times(-12)$

$x=7, y=-12$

62. यदि $\sqrt{n-1}+\sqrt{n+1}=\dfrac{p}{q}$ - ...(1), $q\neq 0$ p,q सहअभाज्य संख्या

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n+1}} \times \frac{\sqrt{n-1}-\sqrt{n+1}}{\sqrt{n-1}-\sqrt{n+1}}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{n-1}-\sqrt{n+1}}{-2}$$

$$-\frac{2p}{q} = \sqrt{n-1}-\sqrt{n+1} \text{ or } \sqrt{n+1}-\sqrt{n+1} = \frac{2q}{p} \qquad ....(2)$$

$$(1)+(2)\, 2\sqrt{n+1} = \frac{p}{q} + \frac{2p}{q} = \frac{p^2+2q^2}{q} \qquad ....(3)$$

$$(1)-(2)\, 2\sqrt{n-1} = \frac{p}{q} - \frac{2p}{q} = \frac{p^2-2q^2}{pq} \qquad ....(4)$$

(3) और (4) $\sqrt{n-1}+\sqrt{n-1}$ एक परिमेय संख्या है परंतु $\sqrt{n-1}+\sqrt{n-1}$ एक अपरिमेय संख्या है अतः कोई भी ऐसा पूर्णांक n नहीं है जिसके लिए $\sqrt{n-1}+\sqrt{n-1}$ परिमेय हो।

63. 109200

64. म.स. 60,84 और 108 $= 2^2 \times 3 = 12$

कमरो की संख्या $= \frac{60+84+108}{12} = 21$ कमरे

65. म.स. =24, ल.स. =540

$\frac{\text{ल.स.}}{\text{म.स.}} = \frac{540}{24}$ =22.5, पूर्णांक नही है।

अतः किन्ही दो संख्याओं का म.स. और ल.स. क्रमशः 24 तथा 540 नही हो सकता।

66. वांछित संख्या = ल.स.व. $(90, 144) - 20 = 700$

यदि $20 = 144\,m + 90\,n$

$\Rightarrow \quad m = 5$ और $n = 0$

67. हाँ $p = 2$

68. म.स.व. $= 40$, ल.स.व. $= 560$, अतः दूसरी सख्या $= 80$

अभ्यास प्रश्न पत्र

वास्तविक संख्याएँ

समय : 1 घंटा | अंक : 20

खण्ड—अ

1. $\frac{51}{150}$ का दशमलव निरूपण कितने दशमलव स्थान के बाद सांत होगा। **1**

2. यदि $a = bq + r$ है, a, b धनात्मक पूर्णांक है तब r के क्या मान हो सकते हैं? (यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका में) **1**

3. x^4y^5, x^8y^3 का म.स. बताइए। **1**

4. 14 और 122 का ल.स. बताइए। **1**

खण्ड—ब

5. दर्शाइए कि 9^n की ईकाई की संख्या कभी भी शून्य नहीं होगी। **2**

6. लम्बी विभाजन विधि का प्रयोग करे बिना बताइए कि $\frac{805}{10500}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असांत आवर्ती। यदि हाँ तो कितने दशमलव स्थान तक होगा? **2**

7. दर्शाइए कि किसी विषम धनात्मक पूर्णांक का वर्ग $4m+1$ के रूप का होता है। जहाँ m एक धनात्मक पूर्णांक है। **2**

खण्ड—स

8. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{3-2\sqrt{5}}$ अपरिमेय संख्या है। **3**

9. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका द्वारा 36, 96 और 120 का म. स. ज्ञात कीजिए। **3**

खण्ड—द

10. एक बार एक खेल का सामान बेचने वाले विक्रेता ने 'पैदल चलने के फायदे' को जागरूकता के लिए एक अभियान चलाया। जिसमें सोहम और बानी ने हिस्सा लिया किसी खेल के मैदान के चारों और एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में बानी को 18 मिनट ओर सोहम को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करके एक ही दिशा में चलते हैं। तो कितने समय बाद वे पुनः प्रारम्भिक स्थान पर मिलेंगे? **4**

2
अध्याय

बहुपद

प्रमुख बिंदु

1. यदि x एक चर है, n एक प्राकृत संख्या है और $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots a_n$ वास्तविक संख्याएं हैं, तो $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 x + a_0, (a_n \neq 0)$ चर x में एक बहुपद कहलाता है।
2. 1, 2 तथा 3 घातांक वाले बहुपद क्रमशः रैखिक, द्विघात एवं त्रिघात बहुपद कहलाते हैं।
3. एक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के रूप का बीजीय व्यंजक होता है जहाँ a, b तथा c वास्तविक संख्याएं हैं तथा $a \neq 0$.
4. बहुपद के शून्यक उन बिंदुओं के x – निर्देशांक हैं जिन पर $y = p(x)$ का आलेख (GRAPH) x–अक्ष को प्रतिच्छेद करता है। अर्थात $(x = a)$ बहुपद $p(x)$ का शून्यक होगा, यदि $p(a) = 0$ [अर्थात् $(x - a)$ एक गुणनखण्ड है $p(x)$ का]
5. बहुपद के अधिकतम शून्यक उतने हो सकते हैं जितनी बहुपद की घात है।
6. (*i*) यदि बहुपद $p(x)$ का एक शून्यक दूसरे का योज्य प्रतिलोम हो तो x का गुणांक $= 0$

   (*ii*) यदि बहुपद $p(x)$ के शून्यक एक–दूसरे के गुणन प्रतिलोम हो तो, x^2 का गुणांक = अचर पद
7. **बहुपद के शून्यकों और गुणाकों में संबंध–**

   यदि α, β द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ के शून्यक हो, तो

   $\alpha + \beta =$ शून्यकों का योग $= -\dfrac{b}{a}$

   $\alpha\beta =$ शून्यकों का गुणनफल $= \dfrac{c}{a}$
8. यदि α, β किसी द्विघात बहुपद के शून्यक हो, तो बहुपद

   $p(x) = k\,[x^2 -$ (शून्यकों का योग) $x +$ शून्यकों का गुणनफल]

   जहाँ k कोई वास्तविक संख्या है तथा $k \neq 0$
9. रैखिक बहुपद $p(x) = ax + b$ का आलेख एक सरल रेखा होती है।
10. **विभाजन एल्गोरिथ्म**–किंही दो बहुपदों $p(x)$ तथा $g(x)$ के लिए अन्य दो बहुपदों $q(x)$ तथा $r(x)$ का अस्तित्व इस प्रकार है:

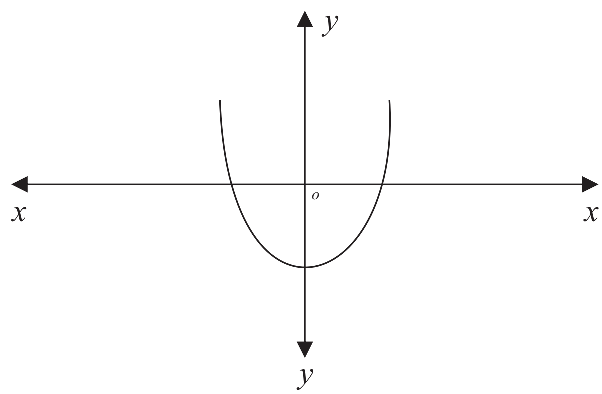
$p(x) = g(x).\ q(x) + r(x)$; जबकि $g(x) \neq 0$ तथा $r(x) = 0$ या घातांक $r(x) <$ घातांक $g(x)$

विभिन्न प्रकार के बहुपदों के आलेख

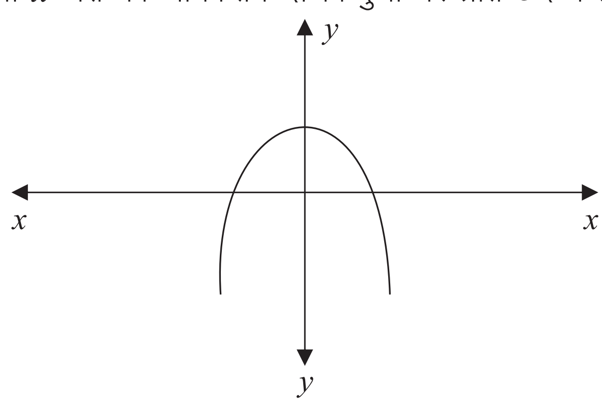
<u>रैखिक बहुपद</u> – रैखिक बहुपद $ax+b$ का आलेख एक सीधी रेखा के रूप में होता है जो कि x अक्ष को किसी एक बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करती है।

<u>द्विघात बहुपद–</u>

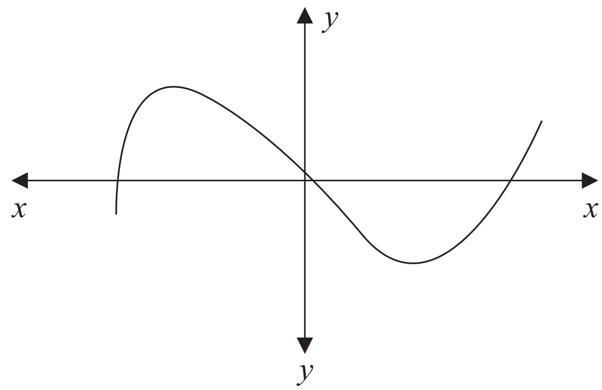
1. द्विघात बहुपद $p(x)=ax^2+bx+c$ का आलेख ऊपर की ओर खुले परवलय *(Parabola)* के रूप में होता है। यह परवलय अंग्रेजी के अक्षर U जैसा होता है, यदि $a>o$ हो तथा x अक्ष को अधिकतम दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करे।



2. द्विघात बहुपद $p(x)=ax^2+bx+c$ का आलेख नीचे की ओर खुले परवलय के रूप में होता है, यदि $a<o$ हो तथा x अक्ष को अधिकतम दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करे।



3. त्रिघात बहुपद – सामान्यता किसी बहुपद $p(x)$ जिसकी घात n हो का आलेख x अक्ष को अधिकतम n बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है।



अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि बहुपद $p(x)=5x^2+13x+k$ का एक मूल दूसरे मूल का व्युत्क्रमानुपाती हो तो k का मान होगा

(a) o (b) 5 (c) $\frac{1}{6}$ (d) 6

2. यदि α तथा β बहुपद $p(x)=x^2-p(x+1)-c$ के शून्यक हैं तथा $(\alpha+1)(\beta+1)=0$ हो तो $c=$____________

3. यदि द्विघाती बहुपद x^2+3x+k का एक शून्यक 2 हो तो k का मान होगा।

(a) 10 (b) -10 (c) 5 (d) -5

4. यदि द्विघाती बहुपद $x^2+(a+1)x+b$ के शून्यक 2 तथा –3 हों तो–

(I) a=-7,b=-1 (ii) a=5, b=-1 (iii) a=2, b=-6 (iv) a=o, b=-6

5. बहुपद x^2-5x+4 में क्या जोड़े कि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो–

(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5

6. यदि α तथा β बहुपद $f(x)=x^2+x+1$ के मूल हो तो $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=$ __________

7. यदि किसी द्विघात बहुपद $f(x)$ का गुणनखण्ड रैखिक गुणनखण्डों के रूप में नही हो सकता तो बहुपद के शून्यक वास्तविक नही होंगे। (सही / गलत)

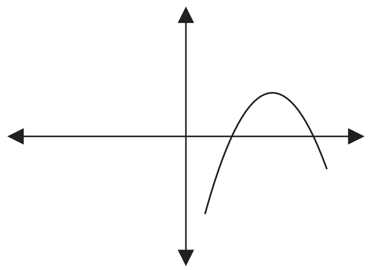
8. यदि कोई द्विघाती बहुपद $f(x)$ किसी रैखिक बहुपद का वर्ग है तो उसके शून्यक संपाती होंगे (सही / गलत)

9. यदि $p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x + 1)(x - 2)(x - d)$ तो d का मान क्या होगा।

10. द्विघाती बहुपद $ax^3 + bx + c, a \neq 0$ को सलंग्न ग्राफ द्वारा निरूपित किया गया तो a

(a) प्राकृत संख्या *(b)* पूर्ण संख्या

(c) ऋणात्मक पूर्णांक *(d)* अपरिमेय संख्या



11. उस रैखिक बहुपद के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिसका आलेख (ग्राफ):

(*i*) मूल बिंदु से गुजरता हो (*ii*) x-अक्ष को किसी भी बिंदु पर स्पर्श या प्रतिच्छेद नहीं करता हो।

12. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $\left(5+2\sqrt{3}\right)$ और $\left(5-2\sqrt{3}\right)$ हो।

13. यदि $4x^2 - (8k^2 - 40k)x - 9$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का योज्य प्रतिलोम हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

14. $P(x) = x^2 - 5x + 4$ में से क्या घटाया जाए ताकि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो।

15. एक द्विघात बहुपद के (*i*) अधिकतम (*ii*) न्यूनतम कितने शून्यक हो सकते हैं?

16. बहुपद $x^2 + 1$ के वास्तविक शून्यकों की संख्या क्या होगी?

17. यदि $6x^2 - 7x - 3$ के शून्यक α और β हो तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक 2α और 2β हो। (CBSE)

18. यदि $4x^2 - 17x + k - 4$ के शून्यक α और $\frac{1}{\alpha}$ हो, तो k का मान क्या होगा?

19. उन बहुपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख (*i*) y-अक्ष (ii) x-अक्ष के समांतर हो।

20. उन बहपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख अक्षों को केवल निम्नलिखित बिंदुओं पर स्पर्श या प्रतिच्छेद करता है:

(*i*) (–3, 0), (0, 2) और (3, 0) (*ii*) (0, 4), (0, 0) और (0, –4)

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

21. k, के किस मान के लिए, $x^2 - 4x + k$, x-अक्ष को स्पर्श करती है।

22. यदि $ax^2 - 6x - 6$ के शून्यकों का गुणनफल 4 हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए और उससे शून्यकों का योग ज्ञात कीजिए।

23. यदि $x^2 - kx + 6$ के शून्यक 3 : 2 के अनुपात में हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।

24. यदि द्विघात बहुपद $(k^2 + k)x^2 + 68x + 6k$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का गुणन प्रतिलोम हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

25. यदि α और β बहुपद $x^2 - 5x + m$ के शून्यक इस प्रकार से हो कि $\alpha - \beta = 1$, तो m का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE)

26. यदि $x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

27. यदि α और β बहुपद $t^2 - t - 4$ के शून्यक हों तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक $\frac{1}{\alpha}$ और $\frac{1}{\beta}$ हो।

28. बहुपद $x^3 - 3x^2 + 6x - 15$ में क्या जोड़े कि यह $(x-3)$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए। (CBSE 2016)

29. यदि m तथा n बहुपद के $3x^2 + 11x - 4$ शून्यक हो तो $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2012)

30. एक द्विघाती बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $\frac{3+\sqrt{5}}{5}$ तथा $\frac{3-\sqrt{5}}{5}$ हों। (CBSE 2013)

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

31. यदि $y^2 + 2y - 15$ और $y^3 + a$ में से प्रत्येक का एक गुणनखंड $(k + y)$ हो, तो k और a के मान ज्ञात कीजिए।

32. बहुपद $4\sqrt{3}\,x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और इसके शून्यकों और गुणाकों में संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

33. यदि $x^4 + 2x^3 + 8x^2 + 12x + 18$ को $(x^2 + 5)$ से भाग करने पर शेषफल $(px + q)$ प्राप्त हो तो p व q के मान ज्ञात कीजिए।

34. $2x^2 + px - 15$ का एक शून्यक -5 है। $p(x^2 + x) + k$ के शून्यक परस्पर समान हैं। k का मान ज्ञात कीजिए।

35. यदि बहुपद $3x^2 + 2kx + x - k - 5$ के शून्यकों का योग उनके गुणन का आधा हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

36. यदि बहुपद $ax^2 + fx - c, a \neq 0$ के शून्यक एक दूसरे के ऋणात्मक हैं तो f का मान क्या होगा?

37. यदि $x^2 - x - 2$ के शून्यक α और β हों, तो एक बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(2\alpha + 1)$ और $(2\beta + 1)$ हों।

38. a और b के मान ज्ञात कीजिए ताकि बहुपद $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$, $x^2 + 1$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए।

39. $8x^4 + 14x^3 - 2x^2 + 7x - 8$ में से क्या घटाया जाए ताकि प्राप्त बहुपद $4x^2 + 3x - 2$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए?

40. $4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ में क्या जोड़ा जाए ताकि प्राप्त बहुपद $x^2 - 2x - 3$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए?

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

41. यदि $2x^3 + x^2 - 6x - 3$ के दो शून्यक $\sqrt{3}$ और $-\sqrt{3}$ हों, तो इसके सभी शून्यक लिखिए।

42. यदि $6x^3 + \sqrt{2}\, x^2 - 10x - 4\sqrt{2}$ का एक शून्यक $\sqrt{2}$ हो, तो इसके अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।

43. यदि $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138\, x - 35$ के दो शून्यक $(2 \pm \sqrt{3})$ हो, तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।

44. $x^3 - 5x^2 + 6x - 4$ को बहुपद $g(x)$, से भाग देने पर भागफल और शेषफल क्रमशः $(x - 3)$ और $(-3x + 5)$ हैं। $g(x)$ ज्ञात कीजिए।

45. बहुपद $2x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 3x + 6$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो गुणनखंड $\left(x \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ हो।

46. यदि बहुपद $x^4-3x^3-6x^2+kx-16$, बहुपद x^2-3x+2 से पूर्णतया विभाजित हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014)

47. यदि बहुपद $x^4-6x^3+16x^2-25x+10$ को x^2-2x+k से विभाजित करें तो शेष $(x+a)$ मिलता है। k तथा a का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE)

48. α तथा β बहुपद x^2+4x+3 के मूल हैं तो वह बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके मूल $1+\frac{\beta}{\alpha}$ तथा $1+\frac{\alpha}{\beta}$ हों। (CBSE)

49. यदि x^2+2x+k बहुपद $2x^4+x^3-14x^2+5x+6$ का गुणनखण्ड हो तो k का मान ज्ञात कीजिए तथा दोनों बहुपदों के शून्यक भी ज्ञात कीजिए।

50. यदि $x-\sqrt{5}$, त्रिघाती बहुपद $x^3-3\sqrt{5}x^2+13x-3\sqrt{5}$ का गुणनखण्ड हो तो बहुपद के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए।

51. यदि बहुपद $x^2-5kx+24$ के शून्यकों में अनुपात 3 : 2 है तो k का मान ज्ञात कीजिए।

52. एक द्विघाती बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक $2+\sqrt{5}$ हो और शून्यकों का योग 4 है।

53. एक द्विघाती बहुपद बनाइये जिसकें शून्यक बहुपद $p(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ के व्युत्क्रम हो।

54. यदि $(x + 2)$ बहुपद $x^2 + px + 2q$ का गुणनखंड हो और $p + q = 4$ हो तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।

55. बहुपद $x^3 - 3x^2 + 6x - 15$ में से क्या घटाया जाए कि वह $(x - 3)$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए।

56. यदि $(x^2 + 1)$ बहुपद $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$ का गुणनखंड है तो a और b का मान क्या होगा।

57. यदि बहुपद $5x^2 + (p + q + r)x + pqr$ के शून्यकों का योग शून्य हो तो $p^3 + q^3 + r^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

58. यदि बहुपद $x^2 + px + q$ के शून्यक बहुपद $2x^2 - 5x - 3$ के शून्यकों की दो गुना हो तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

1. (b) 5
2. +1
3. *b)-10*
4. *d)* $a=0, b=-6$
5. *b) 2*
6. -1
7. सत्य
8. सत्य
9. 1
10. *(c)* ऋणात्मक पूर्णांक
11. (i) 1 (ii) 0
12. $x^2-10x+13$
13. $k=0,5$
14. (–2)
15. (i) 2 (ii) 0
16. 0
17. $(3x^2-7x-6)k$
18. $k=8$
19. (i) 1 (ii) 0
20. (i) 2 (ii) 1
21. 4
22. $a=-3/2$, शून्यकों का योग$=-4$
23. $-5, 5$
24. 5
25. 6
26. 12
27. $4t^2+t-1$
28. $x^3-3x^2+6x-15$ को $x-3$ से भाग करने पर, शेषफल $+3$ आता है। अतः $x^3-3x^2+6x-15$ में -3 जोड़ना पडेगा।

29. $\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^2+n^2}{mn_2} = \frac{(m+n)^2-2mn}{mn}$

$$= \frac{\left(\frac{-11}{3}\right)^2-2\left(\frac{-4}{3}\right)}{\frac{-4}{3}} = \frac{-145}{12}$$

30. $\alpha+\beta=\frac{6}{5}$ $\quad\alpha\beta=\frac{4}{25}$

$k(25x^2-30x+4)$

31. $k = -3, 5$ और $a = -27, 125$

32. $\frac{-2}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{4}$

33. $p=2, q=3$

34. $7/4$

35. 1

36. $f = 0$

37. x^2-4x-5

38. $a=1, b=7$

39. $14x-10$

40. $-91x - 89$

41. $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -\frac{1}{2}$

42. $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-2\sqrt{2}}{3}$

43. $-5, 7$

44. x^2-2x+3

45 $2, -1, \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

46. x^2-3x+2

$=(x-2)(x-1)$

$P(1) = 0$

$k=24$

47. $x^4-6x^3+16x^2-25x+10$ को x^2-2x+k से भाग करने पर शेषफल आता है $(2k-9)x+(10-8k+k^2)$

शेषफल दिया है $=x+a$

$\Rightarrow 2k-9=1 \Rightarrow k=5$

$10-8k+k^2=a \Rightarrow a=10-40+25=-5$

$a=-5,\ k=5$

48. $x^2-\frac{16x}{3}+\frac{16}{3}$ या $\frac{1}{3}(3x^2-16x+16)$

49. $2x^4+x^3-14x^2+5x+6$ को x^2+2x+k से भाग करने पर शेषफल आता है $(7k+21)x+2k^2+8k+6$ यहाँ शेषफल 0 है।

$\Rightarrow 7k+21=0$ और $2k^2+8k+6=0$

$\Rightarrow k=-3$ और $k=-1,\ -3$

$\Rightarrow 7k=-3$

x^2+2x-3 के शून्यक है $1,-3$ और $2x^4+x^3-14x^2+5x+6$ के शून्यक है $1,-3,2,\frac{-1}{2}$

50. $\sqrt{5},\ \sqrt{5}+\sqrt{2},\ \sqrt{5}-\sqrt{2}$

51. $k=2$

52. $2-\sqrt{5}$

53. $k\left[x^2+\frac{b}{c}x+\frac{a}{c}\right]$

54. $p=4,\ q=0$

55. 3

56. $a=1,\ f=7$

57. $3pqr$

58. $p=\frac{-5}{4}$ और $q=\frac{3}{8}$

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

बहुपद

समय : 1 घंटा | *अंक : 20*

खंड–अ

1. यदि α और β द्विघात बहुपद $p(x)$, के शून्यक हों,तो $p(x)$ का गुणनखंडन कीजिए। 1

2. यदि $x^2 - x - 1$ के शून्यक α और β हों, तो $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

3. यदि द्विघात बहुपद $(k-1)x^2+kx+1$ का एक शून्यक –3 हो तो k का मान क्या होगा

   a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{-4}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{-2}{3}$ 1

4. वह द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक–3 और 4 हों

   a) x^2-x+12 b) x^2+x+12 c) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 6$ d) $2x^2+2x-24$

खंड ब

5. बहुपद $x^2 - (k + 6)x + 2(2k - 1)$ के शून्यक α और β हैं। यदि $\alpha + \beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$ हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2

6. एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक $(3+\sqrt{2})$ हो और शून्यकों का योग 6 हो। 2

7. यदि द्विघात बहुपद $x^2+4x+2a$ के शून्यक α और $\frac{2}{\alpha}$ हो तो a का मान ज्ञात कीजिए। 2

खंड–स

8. a और b के मान ज्ञात कीजिए यदि $(x^2 + 1)$ बहुपद $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$ का एक गुणनखंडन हों। 3

9. यदि सच और झूठ बहुपद $px^2 + qx + r, (p \neq 0)$ के शून्यक हों जो एक–दूसरे के व्युत्क्रम हों तों p और r में संबंध ज्ञात कीजिए। 3

खंड–द

10. यदि बहुपद $x^3 + 2x^2 + kx + 7$ को $(x - 3)$ से भाग करने पर शेषफल 25 प्राप्त होता हों तो भागफल तथा k का मान ज्ञात कीजिए। इस प्रकार प्राप्त भागफल के शून्यकों का योग और गुणनफल भी ज्ञात कीजिए। 4

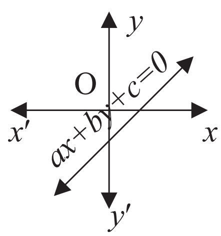
3
अध्याय

दो चर वाले रैखिक समीकरण

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म
$a_1x+b_1y+c_1=0$-(1)
$a_2x+b_2y+c_2=0$-(2)

सरल रेखा के समीकरण

$ax+by+c=0$
x,y का मान सरल रेखा पर स्थित बिन्दु



दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म में बदले जा सकने वाले समीकरण

$\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=13$ $\frac{5}{x}+\frac{4}{y}=2$
माना $\frac{1}{x}=a$; $\frac{1}{y}=b$
$2a+3b=13$ $5a+4b=2$

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म को हल करने की विधियाँ

बीज गणितीय विधि

प्रतिस्थापन विधि
$a_1x+b_1y+c_1=0$-(1)
$a_2x+b_2y+c_2=0$-(2)
x का मान समीकरण (1) से समीकरण (2) में प्रतिस्थापित कर y का मान ज्ञात करेंगें तथा इसके विलोमतः

विलोपन विधि
$a_1x+b_1y=c_1$-(1)
$a_2x+b_2y=c_2$-(1)
समीकरण (1) को a_2 से तथा समीकरण (2) को a_1 से गुणा करके x के गुणांक समान करके x का लोप करते हुए y का मान ज्ञात करेंगे

वज्र गुणन विधि।

$$\begin{matrix} & x & & y & & 1 & \\ b_1 & \times & c_1 & \times & a_1 & \times & b_1 \\ b_2 & & c_2 & & a_2 & & b_2 \end{matrix}$$

$$\frac{x}{b_1c_2-b_2c_1}=\frac{y}{c_1a_2-a_2c_1}=\frac{1}{a_1b_2-a_1c_2}$$

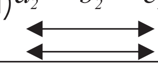
$$x=\frac{b_1c_2-b_2c_1}{a_1b_2-b_1a_2} \quad y=\frac{c_1a_2-a_1c_2}{a_1b_2-b_1a_2}$$

आलेखी विधि

प्रतिच्छेदी रेखाऐं $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ (एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करें (अद्वितीय हल)

संपाती रेखाऐं $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ अपरिमित अनेक हल

समांतर रेखाएं $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ (कोई हल नहीं)



अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि समीकरण $3x+2ky=2$ तथा $2x+5y=1$ द्वारा आलेखित रेखाएं समांतर हों तो k का मान होगा।

2. यदि $x=a$ तथा $y=b$ समीकरण युग्म $x-y=2$ तथा $x+y=4$ का हल है तो a तथा b के मान होंगे।

3. दो चर वाला रैखिक समीकरण युग्म जिसका अद्वितीय हल $x=2$ तथा $y=-3$ होगा।

(a) $x+y=1$ तथा $2x-3y=-5$

(b) $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=-22$

(c) $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=22$

(a) $x-4y-14=0$ तथा $5x-y-13=0$

4. $x=3, y=4$ तथा $x=y$ द्वारा आलेखित त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

5. k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रैखिक समीकरण $3x+5y=0$ तथा $kx+10y=0$ के शून्य से अन्येतर हल हैं।

6. यदि कोई दो चर वाला रैखिक समीकरण युग्म संगत हो तो समीकरणों द्वारा आलेखित रेखाएं होंगी–

(a) प्रतिच्छेदी (b) समान्तर (c) संपाती (d) प्रतिच्छेदी अथवा संपाती

7. समीकरण $2x+3y=4$ के लिए y को x के रूप में व्यक्त करेंगे–

8. समीकरण $ax+by=c$ तथा y अक्ष का एक उभयनिष्ठ हल होगा–

(a) $\left(0, \frac{c}{b}\right)$ (b) $\left(0, \frac{b}{c}\right)$ c) $\left(\frac{c}{b}, 0\right)$ (d) $\left(0, \frac{-c}{b}\right)$

9. यदि समीकरण युग्म $ax+by=c$ तथा $lx+my=n$ का एक अद्वितीय हल हो तो समीकरण युग्म के गुणाकों के मध्य संबंध होगा–

(a) $am \neq lb$ (b) $am=lb$ c) $ab=lm$ d) $ab \neq lm$

10. ΔABC में $\angle C=3\angle B$, $\angle C=2(\angle A+\angle B)$ हो तो $\angle A, \angle B$ तथा $\angle C$ का मान क्रमशः..................................होगा।

(a) $30^o, 60^o, 90^o$ (b) $20^o, 40^o, 120^o$ c) $45^o, 45^o, 90^o$

(d) $110^o, 40^o, 50^o$

11. यदि $x = 3m - 1$ तथा $y = 4$, समीकरण $x + y = 6$ का हल हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।

12. समीकरण $3x - 2y = 6$ से बनी रेखा तथा y-अक्ष का प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात कीजिए।

13. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $2x + py = 8$ और $x + y = 6$ का कोई हल नहीं है।

14. एक मोटर साईकिल वाला $x - y = 2$ के अनुसार चल रहा है। दूसरा मोटर साईकिल वाला $x - y = 4$ के अनुसार चल रहा है उनके चलने की दिशा ज्ञात कीजिए।

15. k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रैखिक समीकरण युग्म $3x + 2y = -5$ और $x - ky = 2$ का एक अद्वितीय हल हो।

16. $y = x$ और $y = -x$ का हल लिखिए।

17. यदि $2x + 5y = 4$ एक समीकरण हो, एक अन्य रैखिक समीकरण लिखो ताकि रैखिक समीकरण युग्म संपाती रेखाएँ प्रदर्शित कीजिए।

18. जांच कीजिए क्या रैखिक समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ का ग्राफ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं या समान्तर रेखाएँ है।

19. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरणों का युग्म असंगत होगा : $x + y = 3$ और $3x + py = 9$.

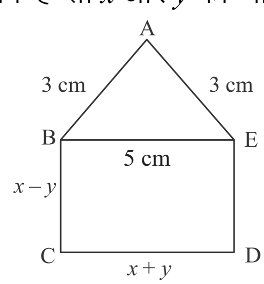
20. $x = 2$ और $y = 3$ का आलेख बनाने पर किस प्रकार की रेखाएँ प्राप्त होगी?

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

21. एक रैखिक समीकरण युग्म बनाइये–यदि एक भिन्न के अंश व हर का योगफल उसके हर के दुगुने से 3 कम हो। यदि अंश और हर दोनों में से एक घटा दिया जाए तो भिन्न का अंश हर का आधा हो जाता है।

22. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $(p + 2)x - (2p + 1)y = 3(2p - 1)$, $2x - 3y = 7$ का एक अद्वितीय हल है।

23. दिए गए चित्र में यदि पंचभुज ABCDE का परिमाप 21 cm है। BE || CD तथा BC || DE यदि BC भुजा CD पर लंब है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



24. x और y के लिए हल कीजिए

$$x-\frac{y}{2}=3 \text{ और } \frac{x}{2}-\frac{2y}{3}=\frac{2}{3}$$

25. x और y के लिए हल कीजिए

$3x + 2y = 11$ और $2x + 3y = 4$

p का मान भी ज्ञात कीजिए यदि $p = 8x + 5y$

26. रैखिक समीकरण युग्म

$$x - 7y + 42 = 0$$

$$x - 3y - 6 = 0$$ को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।

27. राम बिन्दु $(1, 4)$ और $(0, 6)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा रहीम बिन्दु $(3, 4)$ और $(1, 0)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। ग्राफ द्वारा उपरोक्त को दर्शाइए और बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जिस पर दोनों एक दूसरे को प्रतिच्छेदित करे।

28. दिये हुए रैखिक समीकरण $2x + 3y - 12 = 0$ के लिए दो चर में अन्य रैखिक समीकरण लिखिए कि इस युग्म का ग्राफीय निरूपण .... है।

(i) समान्तर रेखाएँ (ii) संपाती रेखाएँ

29. दो संख्याओं का अन्तर 66 है, यदि एक संख्या दूसरी संख्या का 4 गुना हो तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

30 k के किस मान के लिए दिए गए रैखिक समीकरण युग्म असंगत है

$$kx + 3y = k - 3$$

$$12x + ky = k$$

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

31. रैखिक समीकरण युग्म $5x - y = 5$ और $3x - 2y = -4$ को

बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जहां ये रेखाएँ y-अक्ष को प्रतिच्छेदित करती हो।

32. x और y के लिए हल कीजिए

$$\frac{5}{x+y}+\frac{1}{x-y}=2$$

$$\frac{15}{x+y}-\frac{5}{x-y}=-2$$

33. वज्र गुणन विधि द्वारा हल कीजिए। (CBSE)

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$$
$$\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 2$$

34. a और b के वह मान ज्ञात कीजिए ताकि रैखिक समीकरण युग्म (CBSE)

$$2x + 3y = 7$$
$$a(x + y) - b(x - y) = 3a + b - 2$$

के अनेक अनन्त हल हो।

35. k के किस मान के लिए निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं

$$(3k + 1)x + 3y - 2 = 0$$
$$(k^2 + 1)x + (k - 2)y - 5 = 0$$

36. रैखिक समीकरण युग्म को हल कीजिए।

$$152x - 378y = -74$$
$$-378x + 152y = -604$$

37. पिंकी ने एक परीक्षा में 40 अंक अर्जित किए जबकि उसे सही उत्तर पर 3 अंक मिले और गलत उत्तर पर 1 अंक की कटौती की गई। यदि उसे सही उत्तर पर 4 अंक मिलते और गलत उत्तर पर 2 अंक कटते, तो पिंकी को 40 अंक ही मिलते। परीक्षा में कुल कितने प्रश्न थे?

38. पिता की आयु उसके दो पुत्रों की आयु के योग की तीन गुणा है। 5 वर्ष बाद उसकी आयु अपने दोनों पुत्रों की आयु के योग की दुगुनी होगी। पिता की आयु ज्ञात कीजिए।

39. एक टी. वी. को 5% लाभ तथा फ्रिज को 10% लाभ पर बेचने पर एक दुकानदार को ₹ 2000 का लाभ होता है, यदि वह टी. वी. को 10% लाभ तथा फ्रिज 5% हानि पर बेचे तो उसे ₹ 1500 का लाभ होता है टी. वी. और फ्रिज के वास्तविक मूल्य ज्ञात कीजिए।

40. सुनीता के पास ₹ 50 और ₹ 100 के कुछ नोट है जिनका मूल्य ₹ 15,500 है। यदि नोटों की कुल संख्या 200 है। तो सुनीता के पास ₹ 50 तथा ₹ 100 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

41. रैखिक समीकरण युग्म $3x - 4y + 3 = 0$ और $3x + 4y - 21 = 0$ को ग्राफीय विधि से हल कीजिए।

इन रेखाओं तथा x-अक्ष से बने त्रिभुज के निर्देशांक लिखिए। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

42. x और y के लिए हल कीजिए।

$$\frac{1}{2(2x+3y)} + \frac{12}{7(3x-2y)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{(2x+3y)} + \frac{4}{(3x-2y)} = 2$$

$2x + 3y \neq 0$

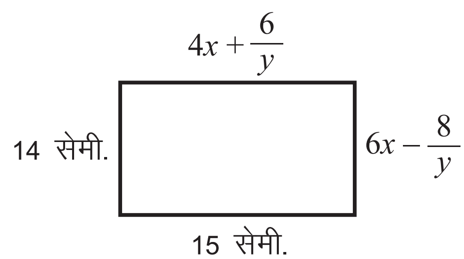
$3x - 2y \neq 0$

43. समीकरण युग्मों को रैखिक समीकरण युग्म में बदलकर हल कीजिए।

$$2^x = 8^{y-1}$$
$$9^4 = 3^{x-6}$$

a का मान भी ज्ञात करो यदि $y = ax - 4$ हो।

44. चित्र में ABCD एक आयत है। इसका परिमाप ज्ञात कीजिए



45. एक व्यक्ति 600 किमी की दूरी पर अपने घर जाने के लिए कुछ दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा कुछ दूरी बस द्वारा तय करता है। यदि वह 120 किमी की दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष दूरी बस द्वारा तय करता है तो उसे कुल 8 घंटे का समय लगता है। यदि वह 200 किमी. की दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष बस द्वारा तय करता है तो उसे पहले से 20 मिनट अधिक समय लगता है। रेलगाड़ी और बस की चाल ज्ञात कीजिए।

46. A तथा B सड़क हाईवे में 150 किमी की दूरी पर हैं। दो कारें A तथा B से एक ही दिशा में एक ही समय पर अलग–अलग गति से चलती हैं तो 15 घंटे बाद मिलती है। यदि वे एक दूसरे की तरफ चलती है तो 1 घंटे बाद मिलती है। दोनों कारों की गति ज्ञात कीजिए।

47. एक नाव धारा के प्रतिकूल 32 किमी जाने तथा धारा के अनुकूल 36 किमी वापिस आने में 7 घंटे का समय लेती है। यदि वह 40 किमी धारा के प्रतिकूल तथा 48 किमी धारा के अनुकूल चले तो उसे 9 घंटे का समय लगता है। नाव की गति शांत जल में तथा धारा की गति ज्ञात कीजिए।

48 8 महिलाएँ और 12 आदमी किसी कार्य को मिलकर 10 दिन में पूरा कर सकते हैं। जबकि 6 महिलाएँ और 8 आदमी उसी कार्य को 14 दिन में कर सकते हैं। एक महिला और एक आदमी द्वारा अकेले इस कार्य को करने में कितने दिन लगेंगे?

49 दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 3 : 4 है। जबकि उनके खर्चों का अनुपात 5 : 7 है। यदि प्रत्येक ₹ 15,000 वार्षिक बचत करता है तो उनकी वार्षिक आय ज्ञात कीजिए।

50 विजय के पास कुछ केले हैं वह उन केलों को दो ढेरियों में बाँटता है। पहली ढेरी को ₹ 2 प्रति 3 केले के हिसाब से बेचने पर तथा दूसरी ढेरी को ₹ 1 प्रति केले के हिसाब से बेचने पर उसे कुल ₹ 400 प्राप्त होते हैं। यदि वह पहली ढेरी ₹ 1 प्रति केले के हिसाब से तथा दूसरी ढेरी को ₹ 4 प्रति 5 केले के हिसाब से बेचता तो उसे कुल ₹ 460 प्राप्त होते हैं। विजय के पास केलों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

51 रेलवे की आधी टिकट की कीमत पूरी टिकट की कीमत से आधी है, किन्तु आधी टिकट तथा पूरी टिकट दोनों पर आरक्षण शुल्क समान है। स्टेशन A से स्टेशन B तक के एक पूरी टिकट का मूल्य ₹ 2530 है तथा एक पूरी तथा एक आधी टिकट के आरक्षण शुल्क सहित कुल ₹ 3810 लगते हैं। स्टेशन A से स्टेशन B तक की एक पूरी टिकट तथा आरक्षण शुल्क ज्ञात कीजिए।

52 रेखाएं $y=x$, $3y=x$ तथा $x+y=8$ के आलेख द्वारा बनने वाले त्रिभुज के शीर्ष ज्ञात कीजिए।

53 समीकरण $x=3, x=5$ तथा $2x-y-4=0$ के आलेख खीचिए। इन रेखाओं तथा x अक्ष द्वारा बनने वाले चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

54 अनिरूद्ध 30 किमी. चलने में निशि से 3 घंटे अधिक लेता है। यदि अनिरूद्ध अपनी गति को दोगुना कर ले तो वह निशि से $1\frac{1}{2}$ घंटा आगे है। उनके चलने की गति ज्ञात कीजिए।

55 दो अंकों की एक संख्या में दहाई का अंक इकाई के अंक से 3 गुना है। यदि संख्या में से 54 घटा दे तो संख्या के अंको का स्थान बदल जाता है। वास्तविक संख्या ज्ञात कीजिए।

56 दो अंकों की एक संख्या अंकों के योग के 4 गुना से 3 अधिक है। यदि संख्या में 18 जोड़ दिया जाए तो अंकों का स्थान बदल जाता है। संख्या ज्ञात कीजिए।

57 एक बोट प्रवाह के विपरीत 30 किमी. और प्रवाह के अनुकुल 28 किमी. की कुल दूरी 7 घंटों में तय करती है। और वापिस गंतव्य स्थान पर 5 घंटों में पहुँचती है। बोट की गति शांत पानी में और प्रवाह की गति ज्ञात कीजिए।

58 असंख्य हल होने के लिए a और f का मान ज्ञात कीजिए

(i) $2x-(a-4)y = 2f+1$, $4x-(a-1)y = 5f-1$ (ii) $2x+3y = 7$, $2ax+ay = 28-fy$

उत्तरमाला

1 $k=\frac{15}{4}$

2 $a=3$ और $b=1$

3 b) $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=-22$

4 $\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई

5 6

6 d) प्रतिच्छेदी अथवा संपाती

7 $y=\frac{4-2x}{3}$

8 a) $\left(0, \frac{c}{b}\right)$

9 a) $am \neq lb$

10 b) $20^o, 40^o, 120^o$

11 $m=1$

12 $(0,-3)$

13 $p=2$

14 समान्तर

15 $k \neq -\frac{2}{3}$

16 $(0, 0)$

17 $4x + 10y = 8$

18 समान्तर रेखाएँ

19 $p = 3$

20 प्रतिछेदी रेखाएँ

21 $x-y = -3, 2x-y = 1$

22 $P \neq 4$

23 $x = 5, y = 0$

24 4, 2

25 $x = 5, y = -2, P = 30$

26 42, 12

27 (2, 2)

28 (i) $4x+6y+10=0$

(ii) $4x+6y-24=0$

29 88, 22   30 $k = -6$

31 (2,5)(0,–5) और (0,2)

32 (3, 2)

33 $x = a^2, \ y = b^2$

34 $a = 5, b = 1$

35 $k = -1$ 36 2,1

37 40 प्रश्न   38 45 साल

39 टी.वी. = ₹. 20,000

फ्रीज = ₹ 10,000

40 ₹ 50 के नोट = ₹ 90, ₹ 100 के नोट = 110

41 हल (3,3) शीर्ष (-1,0),(7,0) और (3,3)

क्षेत्रफल = 12 वर्ग इकाई

42 (2,1)

43 $x = 24, y = 9$ $a = \frac{-45}{4}$

44 $x = 3, \ y = 2$

45 60 किमी/घंटा, 80 किमी/घंटा

46 80 किमी/घंटा, 70 किमी/घंटा

47 10 किमी/घंटा, 2 किमी/घंटा

48 1 औरत 140 दिनों में

1 आदमी 280 दिनों में

49 ₹ 90,000, ₹ 1,20,000

50 माना केले की संख्या ढ़ेरी A में x और ढ़ेरी B में y है

$Case\ I\ \ \frac{2}{3}x + y = 400$ ₹ $2x+3y=1200$

$Case\ II\ x+\frac{4}{5}y=460$ ₹ $5x+4y=2300$

$x=300,\ y=200,$ कुल केले $=500$

51 माना पूरी एवम आधी टिकट का मूल्य ₹ x और ₹ $\frac{x}{2}$ है और आरक्षण शुल्क ₹ y है।

$Case\ I: x+y=2530$

$x+y+\frac{x}{2}+y=3810$

$x=2500,\ y=30$

पूरी टिकट का मूल्य ₹ 2500 और आरक्षण शुल्क ₹ 30 है।

52 त्रिभुज के शीर्ष (0,0) (4,4) (6,2)

53 चतुर्भुज $ABCD$ के शीर्ष $A\ (3,0),\ B\ (5,0),\ C\ (5,6),\ D\ (3,2)$

क्षेत्रफल $ABCD = \frac{1}{2} \times AB \times (AD+BC)$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times (6+2) = 8$ वर्ग इकाई

54. $\frac{10}{3}$ $km/hr,\ \ 5\ km/hr$

55. 93

56. 35

57. 10 km/hr, 4 km/hr

58. (i) 7, 3

(ii) 4, 8

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म

समय : 1 घंटा | अंक : 20

खण्ड–अ

1 k के किस मान के लिए समीकरण युग्मों का एक अद्वितीय हल है 1

$x + 2y = 3,\ 5x + ky + 7 = 0$

2 क्या बिन्दु $(2, 3)$ रेखा $3x - 2y = 5$ के ग्राफ पर स्थित है? 1

3 रैखिक समीकरणों के युग्म $x=a$ और $y=b$ को ग्राफीय रूप से प्रदर्शित करने पर प्राप्त रेखाए होगी। 1

(1) सामान्तर रेखाएं (2) प्रतिछेंदी (b,a) पर (3) समपाती (4) प्रतिछेंदी (a,b) पर

4 k के किस मान के लिए समीकरणों का युग्म $3x-y+8=0$ तथा $6x-ky=-16$ सम्पाती रेखाए प्रदर्शित करेगे। 1

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{-1}{2}$ c) 2 d) -2

खण्ड–ब

5. a तथा b के मान ज्ञात कीजिए ताकि समीकरण युग्मों $2x - 3y = 7$ और $ax + 3y = b$ के अनेक अनन्त हल हो। 2

6. x और y के लिए हल कीजिए।

$0.4x + 0.3y = 1.7$

$0.7x - 0.2y = 0.8$ 2

7. यदि समीकरणों के युग्म $6x+2y=3$ और $kx+y=2$ का एक अद्वितीय हल है तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड–स

8. वज्र गुणन विधि से हल कीजिए। 3

$x + y = a + b$

$ax - by = a^2 - b^2$

9. एक पिता और उसके पुत्र की आयु का योगफल 40 वर्ष है। यदि पिता की आयु पुत्र की आयु का तीन गुना हो तो उनकी आयु ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड–द

10 निम्न समीकरण युग्मों को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 4

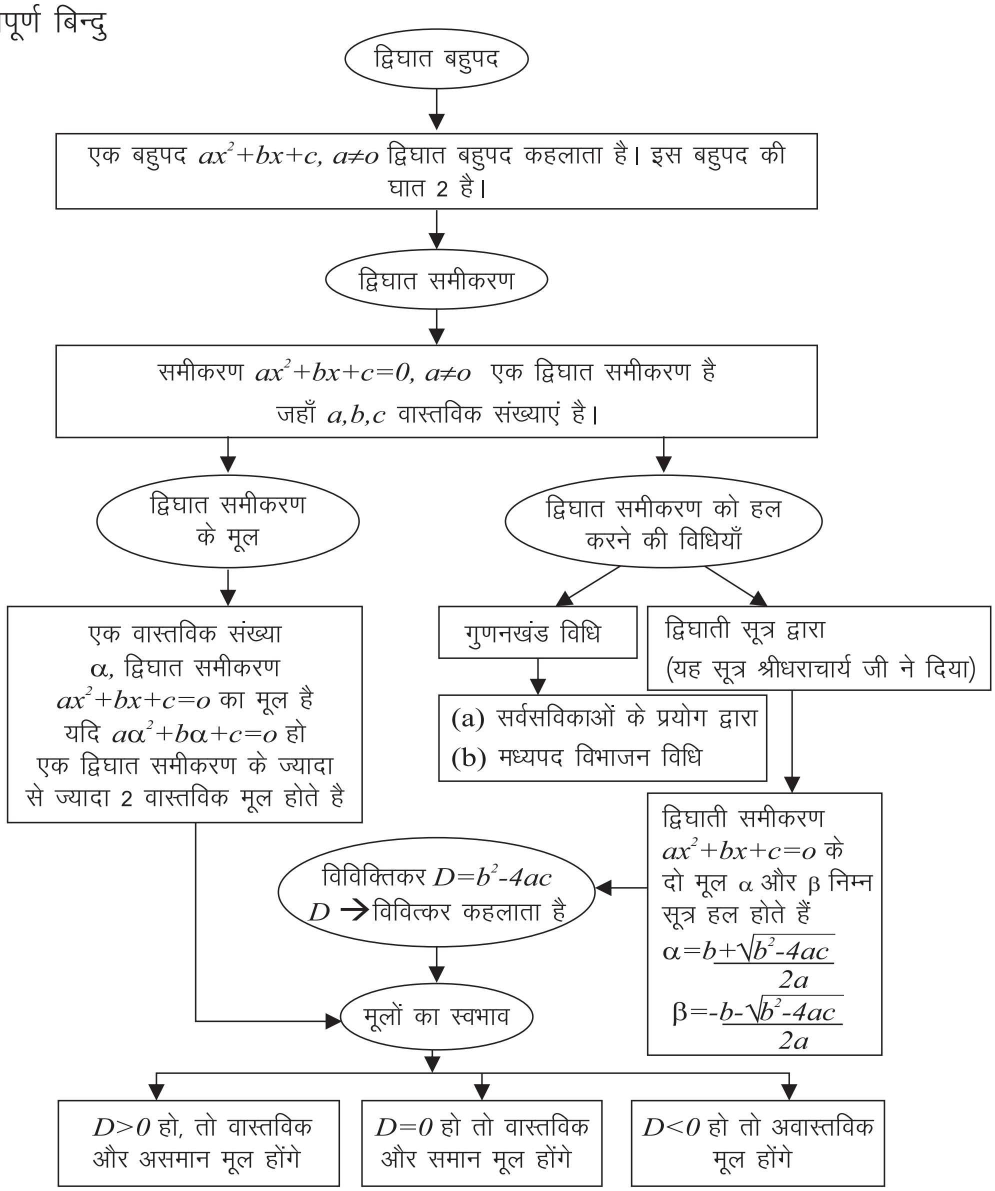
$3x + 5y = 12$ और $3x - 5y = -18$

इन रेखाओं तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र को छायांकित कीजिए।

4
अध्याय

द्विघात समीकरण

महत्वपूर्ण बिन्दु



नोटः 1 वास्तविक और असमान मूल $= \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ से ज्ञात कीजिए।

2 वास्तविक और बराबर मूल $= \frac{-b}{2a}, -\frac{b}{2a}$ होते हैं।

3 कुछ द्विघात समीकरण के वास्तविक मूल नही होते हैं उदाहरण $x^2+1=0$ (जहाँ $D < 0$ हो)

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1 निम्न में से कौन सा समीकरण द्विघात समीकरण नहीं है?

a) $2(x-1)^2=4x^2-2x+1$ b) $3x-x^2=x^2+6$

c) $(\sqrt{3x}+\sqrt{2})^2 = 2x^2-5x$ d) $(x^2+2x)^2=x^4+3+4x^2$

2 निम्न में से किस समीकरण का एक मूल 2 होगा?

a) $x^2+4=0$ b) $x^2-4=0$

c) $x^2+3x-12=0$ d) $3x^2-6x-2=0$

3 यदि समीकरण $x^2+px-\frac{5}{4}=0$ का एक मूल $\frac{1}{2}$ हो तो p का मान क्या होगा?

a) 2 b) -2 c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

4 हर द्विघात समीकरण का ज्यादा से ज्यादा

a) 3 मूल होंगे b) एक मूल होगा

c) 2 मूल होंगे d) कितने भी मूल होंगे

5 $x^2-7x=0$ के मूल क्या होंगे

a) 7 b) 0,–7 c) 0, 5 d) 0, 7

6. *'k'* का वह मान जिसके लिए द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 2 = 0$ के बराबर मूल हैं

a) 4 b) ± 4 c) -4 d) 0

(CBSE, 2020)

7. रिक्त स्थान भरिएः

a) यदि $px^2+qx+r=0$ के मूल बराबर हो तो r का मान ....होगा।

*b)*द्विघात समीकरण $x^2-5x-6=0$ को यदि $(x+p)(x+q)=0$ के रूप में व्यक्त करें तो p और q का मान क्रमशः ....और.........................होगा।

c) k का वह मान जिसके लिए द्विघात समीकरण $4x^2+4x + k = 0$ के मूल वास्तविक होंगे.........

d) यदि द्विघात समीकरण $4x^2-2x+c=o$ के मूल एक दूसरे के व्युत्क्रम हो तो c का मान ....होगा।

e) यदि किसी द्विघात समीकरण $ax^2+bx+c=0$ में a का मान शून्य हो जाए तो यह समीकरण एक..................समीकरण हो जाएगा।

8. निम्न कथन सत्य है या असत्य, कारण सहित बताएँ

a) हर द्विघात समीकरण का कम से कम एक वास्तविक मूल होता है।

b) यदि किसी द्विघात समीकरण में x^2 के गुणांक तथा अचर के चिह्न विपरित हो तो उस द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक होंगे।

c) समीकरण $x^2-0.9=0$ का एक मूल 0.3 है।

d) द्विघात समीकरण का ग्राफ सीधी रेखा है।

e) $(x-2)^2=0$ का विविक्तिकर धनात्मक होगा।

9. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तरों का मिलान करें

i) $3x^2-27=0$ के मूल	*a)* $169/9$
ii) $2x^2+\frac{5x}{3}-2=0$ का D	*b)* 0
iii) $8x^2+2x-3=0$ के मूलों का योग	*c)* $x^2-(a+b)x+ab=o$
iv) एक द्विघात समीकरण जिसके मूल a तथा b हो	*d)* $3,-3$
v) $x^2+8x=0$ के मूलों का गुणनखंड	*e)* $-1/4$

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

10. यदि द्विघात समीकरण $px^2-2\sqrt{5p}x+15=o, p \neq 0$ के मूल बराबर हो तो p का मान ज्ञात कीजिए।

11. निम्न समीकरणों को गुणनखंड द्वारा x के लिए सरल कीजिए।

a) $8x^2-22x-21=0$ b) $3\sqrt{5}x^2+25x+10\sqrt{5}=0$

c) $2x^2+ax-a^2=0$ (CBSE 2014) d) $3x^2-2\sqrt{6}x+2=0$ (CBSE 2010)

e) $\sqrt{3}x^2+10x+7\sqrt{3}=0$ f) $\sqrt{2}x^2+7x+5\sqrt{2}=0$

g) $(x-1)^2-5(x-1)-6=0$

12. $'a'$ के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $3ax^2 - 6x + 1 = 0$ का कोई वास्तविक मूल नहीं होगा।

13. यदि –5 द्विघात समीकरणों $2x^2+px-15=0$ का एक मूल हो तथा द्विघात समीकरण $p(x^2+x)+k=0$ के मूल बराबर हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014, 2016)

14. यदि $x=2/3$ और $x=-3$ द्विघात समीकरण $ax^2+7x+b=0$ के मूल हों तो a तथा b ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)

15. p के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $px^2+6x+4p=0$ के मूलों का गुणनफल और मूलों का योग बराबर होगा?

16. दो वर्गों की भुजाएँ x से.मी तथा $(x+4)$ से.मी. हैं। उनके क्षेत्रफलों का योग 656 वर्ग से.मी. हैं। दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

17. द्विघात समीकरण $x^2-5x+(3k-3) = 0$ के मूलों का अंतर 11 हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

18. यदि द्विघात समीकरण $x^2+kx+64=0$ और $x^2-8x+k=o$ के मूल वास्तविक हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।

19. x के लिए सरल कीजिएः–

a) $\dfrac{1}{a+b+x} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{x}, \; a+b+x \neq 0, a,b,x\neq 0$ *(Cbse, 2005)*

b) $\dfrac{1}{2a+b+2x} = \dfrac{1}{2a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{2x}, \; 2a+b+2x\neq 0, \; a,b,x\neq 0$

c) $\dfrac{2x}{x-3} + \dfrac{1}{2x+3} + \dfrac{3x+9}{(x-3)(2x+3)} = 0,\ x \neq 3, -\dfrac{3}{2}$

d) $4x^2+4bx-(a^2-b^2)=0$

e) $\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+5} = \dfrac{6}{7},\ x \neq 1,-5$ (cbse, 2010)

f) $4x^2 - 2(a^2+b^2)x + a^2b^2 = 0$

g) $\dfrac{2}{x+1} + \dfrac{3}{2(x-2)} + \dfrac{23}{5x},\ x \neq 0,-1,2$

h) $\left(\dfrac{2x}{x-5}\right)^2 + \dfrac{10x}{(x-5)} - 24=0,\ x \neq 5$

i) $4x^2-4a^2x+a^4-b^4=0$

j) $2a^2x^2 + b(6a^2+1)x + 3b^2=0$

k) $3\left(\dfrac{7x+1}{5x-3}\right) - 4\left(\dfrac{5x-3}{7x+1}\right) = 11,\ x \neq \dfrac{3}{5}, \dfrac{-1}{7}$

l) $\dfrac{1}{x+4} - \dfrac{1}{x-7} = \dfrac{11}{30}\quad x \neq -4,7$

m) $\dfrac{x-4}{x-5} + \dfrac{x-6}{x-7} = \dfrac{10}{3}\quad x \neq -5,7$ (CBSE 2014)

n) $\dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2}{x+2} = \dfrac{4}{x+4}\quad x \neq -1,-2,-4$

o) $\dfrac{1}{2x-3} + \dfrac{1}{x-5} = 1,\ x=3/2,\ 5$

p) $x^2 + 5\sqrt{5}x-70=0$

q) $\dfrac{16}{x} - 1 = \dfrac{15}{x+1},\ x \neq 0,-1$ (CBSE 2014)

20. द्विघाती सूत्र द्वारा द्विघात समीकरण सरल कीजिए: $abx^2 + (b^2-ac)x-bc=0$

21. यदि द्विघात समीकरण $(p+1)x^2-6(p+1)x+3(p+9)=0$ के मूल बराबर हो तो p का मान ज्ञात कीजिए और फिर इस समीकरण के मूल भी ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

22. द्विघात समीकरण $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूल वास्तविक हो तो उन्हें ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

23. द्विघाती सूत्र का प्रयोग कर, $9x^2 - 6a^2x + a^4 - b^4 = 0$ को हल कीजिए।

24. एक रेलगाड़ी 54 कि.मी. की दूरी किसी औसत गति से तय करती है और फिर 63 कि.मी. की दूरी तय करने के लिए अपनी औसत गति से 6 किमी/घंटा अधिक गति से तय करती है। यदि यह रेलगाड़ी पूरी यात्रा के लिए 3 घंटे का समय लेती है तो इसकी प्रथम गति ज्ञात कीजिए।

25. एक प्राकृतिक संख्या में 12 बढाने पर यह संख्या अपने व्युत्क्रम की 160 गुना हो जाती है यह संख्या ज्ञात कीजिए।

26. एक चोर 100 मी/मिनट की गति से भाग रहा है। इसके एक मिनट बाद एक पुलिस वाला इस चोर को पकड़ने के लिए इसके पीछे भागता है। वह पहले मिनट में 100 मीटर/मिनट की गति से दौड़ता है और हर बढ़ते मिनट पर अपनी गति 10 मीटर/मिनट से बढा देता है। कितने मिनट बाद पुलिसवाला चोर को पकड़ लेगा?

27. दो नल एक साथ एक टैंक को 6 घंटे में भरते हैं। इस टैंक को अलग से भरने के लिए बड़े व्यास वाला नल छोटे व्यास वाले नल से 9 घंटे कम लेता है। वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें ये दोनों नल अलग–2 इस टैंक को भरेंगे।

28. एक आयताकार पार्क जिसकी विमाएँ $50m \times 40m$ हैं, इसके बीच में एक आयताकार तालाब का निर्माण इस प्रकार करना है ताकि इसके चारों तरफ लगी घास का क्षेत्रफल 1184 वर्ग मी. हो। इस तालाब की लंबाई तथा चौडाई ज्ञात कीजिए।

29. एक किसान 100 वर्ग मी. का आयताकार बगीचा लगाना चाहता है। उसके पास केवल 30 मीटर कांटेदार तार है, जिसे वह इस बगीचे के तीन ओर लगाता है तथा अपने मकान की दीवार को चौथी तरफ की बाड़ के रूप में मानता है। इस बगीचे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

30. एक मोर 9 m ऊँचें स्तंभ पर बैठा था। स्तंभ के तल से 27 m दूर एक सांप है जो अपने बिल की तरफ, जो स्तंभ के तल में है, आ रहा है। सांप को देखकर मोर उस पर झपटता है। यदि उन दोनों की गति बराबर हो तो बिल से कितनी दूरी पर मोर सांप को पकड़ लेगा?

31. यदि किसी किताब का मूल्य ₹ 5 घटाया जाए तो कोई व्यक्ति ₹ 300 में 5 और किताबें खरीद पाएगा। किताब का वास्तविक सूची मूल्य ज्ञात कीजिए।

32. ₹ 6500 को कुछ व्यक्तियों में बराबर बांटा गया। यदि 20 व्यक्ति और आ जाएँ तो प्रत्येक व्यक्ति को ₹ 30 कम प्राप्त होंगे। तो कुल व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

33. खराब मौसम के कारण एक हवाई जहाज को 600 km की दूरी तय करने के लिए, अपनी औसत गति 200 km/hr की दर से कम करनी पड़ी जिस कारण से उड़ान का समय 30 मिनट बढ़ गया। इस उड़ान का समय ज्ञात कीजिए।

34. एक तेज चलने वाली रेलगाड़ी एक धीरे चलने वाली रेलगाड़ी से 600 km की दूरी तय करने में 3 घंटे कम समय लेती है। यदि धीमी रेलगाड़ी की गति तेज रेलगाडी की गति से 10 किमी/घंटा कम हो तो दोनों रेलगाड़ी की गति ज्ञात कीजिए।

35. एक नाव जिसकी स्थिर जल में चाल 15 किमी./घंटा है, 30 किमी. धारा के विरूद्ध जाने में वहीं दूरी धारा के अनुकूल मूल बिंदु पर वापस आने के लिए 4 घंटा 30 मिनट लेती है। धारा की गति ज्ञात कीजिए।

36. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 400 वर्ग सेमी है। इनके परिमापों का अंतर 16 सेमी हो तो प्रत्येक वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

37. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी है। इसकी बराबर भुजाओं की लंबाई 13 सेमी हो तो इसके आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए।

38. किसी भिन्न का हर उसके अंश के दुगने से एक अधिक है। यदि इस भिन्न और इसके व्युत्क्रम को जोड़े तो $2\frac{16}{21}$ प्राप्त होता है। यह भिन्न ज्ञात कीजिए।

39. एक लड़की की उम्र अपनी बहन से दुगुनी है। चार वर्ष पश्चात् दोनों की आयु (वर्षो में) का गुणनफल 160 होगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

40. दो अंकों वाली एक संख्या के अंकों का गुणनफल 18 है। जब इस संख्या में से 63 घटाया जाए तो अंक अपने स्थान बदल लेते हैं। यह संख्या ज्ञात कीजिए।

41. तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों में पहली संख्या का वर्ग और अन्य दो संख्याओं का गुणनफल जोड़ने पर 46 प्राप्त होता है। पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

42. एक कपड़ा ₹ 200 का है। यदि कपड़े की लंबाई 5 मी अधिक होती और प्रति मीटर कपड़े का मूल्य दो रुपए कम होता है तो भी कपड़े का कुल मूल्य वही रहता। कपड़े की लंबाई और प्रति मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात कीजिए।

43. एक मोटर बोट जिसकी स्थिर जल में गति 24 किमी/घंटा है। 32 किमी धारा के विरूद्ध जाने में वहीं दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है, धारा की गति ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)

44. यदि द्विघात समीकरण $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ के मूल बराबर हो तो सिद्व कीजिए $2b=a+c$ है।

45. यदि द्विघात समीकरण $(1+m^2)n^2x^2+2mncx+(c^2-a^2)=0$ के मूल बराबर हो तो सिद्व कीजिए $c^2=a^2(1+m^2)$ है।

46. एक रेलगाड़ी 480 कि.मी. की दूरी समान चाल से तय करती है। यदि चाल 8 किमी./घंटा कम होती तो यह दूरी तय करने में रेलगाड़ी 3 घंटे अधिक लेती। रेलगाड़ी की मूल गति ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

47. एक ऐसे आयताकार पार्क को बनाना है जिसकी चौड़ाई इसकी लंबाई से 3 मी. कम हो। इसका क्षेत्रफल पहले से निर्मित समद्विबाहु त्रिभुजाकार पार्क जिसका आधार आयताकार पार्क की चौड़ाई के बराबर तथा ऊँचाई 12 m है के क्षेत्रफल से 4 वर्ग मीटर अधिक है इस आयातकार पार्क की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

उत्तर तथा संकेत

Q 1 (d) $(x^4+4x^2+4x^3=x^4+3+4x^2 \Rightarrow 4x^3=3 \Rightarrow degree=3)$

Q 2 (b) ($x=2$, समीकरण मे रखने पर जाँच करें)

Q 3 (a) ($x=\frac{1}{2}$, $x^2+px-\frac{5}{4}=0$ में रखकर)

Q 4 (c) एक द्विघाती बहुपद की डिग्री 2 होती है और इसके ज्यादा से ज्यादा दो शून्यांक होते हैं)

Q 5 (d) $(x(x-7))=0 \Rightarrow x=0,\ x=7$

Q 6 (b) $\pm 4 \quad (D = 0,\ k^2 - 16 = 0)$

Q 7 (a) $r=\frac{q^2}{4p}(D=0 \Rightarrow q^2-4pr=0)$

(b) $p=-6,\ q=1\ (x^2-5x-6=0 \Rightarrow (x-6)(x+1)=0)$

c) $k \leq 4\ \ (D \geq 0 \ \Rightarrow\ 16-4k \geq 0 \ \Rightarrow\ 16-4k \ \Rightarrow\ 4 \geq k)$

d) $c=4$ (गुणनफल$=1,\ \frac{c}{4}=1$)

e) रैखिक समीकरण$(x=0 \Rightarrow ax^2+bx+c=0 \Rightarrow bx + c = 0)$

Q 8 (a) असत्य (एक द्विघात समीकरण के ज्यादा से ज्यादा दो वास्तविक मूल होते हैं)

(b) सत्य (x^2 का गुणांक $=a$, अचर$=c$

$D=b^2-4ac=b^2-4a(-c)=b^2+4ac>0)$

c) असत्य $[(0.3)^2 - 0.9 = 0.09 - 0.9 \neq 0]$

d) असत्य ;एक द्विघात बहुपद की डिग्री 2 होती है। यदि डिग्री 1 हो तो सीधी रेखा)

$Q\ 9\ (i) \Rightarrow d$

$(ii) \Rightarrow a$

$(iii) \Rightarrow e$

$(iv) \Rightarrow c$

$(v) \Rightarrow b$

$Q\ 10\ D=0$

$20p^2-60p=0,\ p\neq 0$

$20\ p(p-3)=0$

$p=3$

$Q\ 11$ a) $x=\frac{7}{2},\ x=\frac{-3}{4}$ b) $x=\sqrt{5},\ x=-2\sqrt{5}$

c) $x=\frac{a}{2},\ x=-a$ d) $\sqrt{\frac{2}{3}},\sqrt{\frac{2}{3}}$

e) $x=-\sqrt{3},\ x=-\frac{7\sqrt{3}}{3}$ f) $x=-\sqrt{2},\ x=-\frac{5\sqrt{2}}{2}$

g) माना $(x-1)=y$

$y^2-5y-6=0 \quad \Rightarrow (y+1)\ (y-6)=0$

$y=-1, \qquad y=6$

$x-1=-1 \qquad x-1=6$

$x=0 \qquad x=7$

$Q\ 12\ D < 0,\ (-6)^2 - 4(3a)(1) < 0$

$12a > 36$

$\Rightarrow \quad a > 3$

$Q\ 13\ 2(-5)^2+p(-5)-15=0 \Rightarrow p=7$

$7x^2+7x+k=0$

$D=49-28k=0$

$k=\frac{49}{28}=\frac{7}{4}$

$Q\ 14 x=\frac{2}{3}$ रखने पर $4a+9b=-42$

$x=-3$ रखने पर $9a+b=21$

हल करने पर $a=3,\ b=-6$

Q 15 गुणनफल $= \frac{-c}{a} = \frac{4p}{p} = 4$

योग $= \frac{-b}{a} = \frac{-6}{p} = 4 \Rightarrow p = \frac{-3}{2}$

Q 16 $x^2+(x+4)^2=656$

$x^2+4x-320=0$

$D=1296$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{-4+36}{2}, \frac{-4-36}{2}$

$x=16 \qquad x=-20$

भुजाऐं 16 cm, 20 cm

Q 17 प्रश्नानुसार $\alpha-\beta=11, \alpha+\beta=\frac{-b}{a}=5$

हल करें $\alpha=8, \beta=-3$

मूलों का गुणनफल $=\frac{c}{a} \Rightarrow -24=3k-3$

$k=-7$

Q 18 $x^2+kx+64=0$

$D_1=k^2-256 \geq 0 \qquad \Rightarrow k^2 \geq 256 \Rightarrow k>16, k \leq -16$ ...(1)

$x^2-8x+k=0$

$D_2=64-4k \geq 0 \Rightarrow k \leq 16$ ...(2)

(1) & (2) $\Rightarrow k=16$

Q 19 a) $= \frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{x-a-b-x}{x(a+b+x)} = \frac{a+b}{ab}$

$-(a+b)ab=(a+b)(a+b+x)x$

$\Rightarrow x^2+xa+bx+ab=0$

$x=-a,\ x=-b$

b) 17 (a) के जैसे हल करें

c) लघुत्तम लेकर समीकरण $2x^2+5x+3=0$ को हल करें $x=-1,\ x\neq-3/2$

d) $4x^2+4bx+b^2-a^2=0$

$(2x+b)^2-a^2=0$ $(A^2-B^2)=(A+B)(A-B)$ लगाकर हल करें। $x=-\frac{(a+b)}{2},\ x=\frac{a-b}{2}$

(e) लघुत्तम लेकर समीकरण $x^2+4x-12=0$ प्राप्त कीजिए। इसे हल करके $x=2,-6$ उत्तर प्राप्त होगा।

f) $4x^2-2a^2x-2b^2x+a^2b^2=0$

$2x(2x-a^2)-b^2(2x-a^2)=0\Rightarrow(2x-b^2)(2x-a^2)=0$

$$x=\frac{b^2}{2},\frac{a^2}{2}$$

g) लघुत्तम लेकर $11x^2-21x-92=0$ प्राप्त कीजिए।

$$11x^2-44x+23x-92=0$$

सरल करें तथा $x=4,-\frac{23}{11}$ उत्तर प्राप्त होगा।

h) $\left(\frac{2x}{x-5}\right)^2+5\left(\frac{2x}{x-5}\right)-24=0$

माना $\frac{2x}{x-5}=y$

$\therefore\quad y^2+5y-24=0$

सरल करने पर $y=3,\ y=-8$

y का मान रखने पर $\frac{2x}{x-5}=3,\ \frac{2x}{x-5}=-8$

हल करने पर $x=15,\ x=4$

i) $4x^2-4a^2x+a^4-b^4=0$

$(2x-a^2)^2-(b^2)^2=0$

$(2x-a^2-b^2)(2x-a^2+b^2)=0$

$$x=\frac{a^2+b^2}{2},\ x=\frac{a^2-b^2}{2}$$

j) विविक्तकर $D=b^2(6a^2-1)^2$ प्राप्त कीजिए

$x=\frac{-B\pm\sqrt{D}}{2a}$ का प्रयोग करें

$x=-\frac{b}{2a^2}, -3b.$

k) $\frac{7x+1}{5x-3}=y$ (माना)

$\therefore \quad 3y-\frac{4}{y}=11 \Rightarrow 3y^2-11y-4=0$

सरल करने पर $y=-\frac{1}{3}$, $y=4$

y का मान रखे व सरल करें। उत्तर $x=0,1$

l) लघुत्तम लेने $x^2-3x+2=0$ पर प्राप्त होगा।

सरल करने $x=1$, $x=2$

m) लघुत्तम लेने पर $2x^2-27x+88=0$

$x=8, \frac{11}{2}$

n) लघुत्तम लेने पर $x^2-4x-8=0$ प्राप्त होगा।

द्विघाती सूत्र $x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ का प्रयोग करें।

उत्तर $x=2\pm2\sqrt{3}$

o) लघुत्तम लेने पर $2x^2-16x+23=0$ प्राप्त होगा।

द्विघाती सूत्र द्वारा सरल करें

$x=\frac{-8\pm3\sqrt{2}}{2}$

p) $x^2+7\sqrt{5}x-2\sqrt{5}x-70=0$

$(x+7\sqrt{5})(x-2\sqrt{51})=0$

$x=2\sqrt{5},-7\sqrt{5}$

q) $\frac{16-x}{x}+\frac{15}{x+1} \Rightarrow x^2-16=0 \Rightarrow x=\pm4.$

Q 20 $abx^2 + b^2x - ac\,x - bc = 0 \Rightarrow (bx - c)(ax + b) = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{a}, \frac{c}{b}$$

Q 21 $D = 0, \therefore p2 - 2p - 3 = 0 \Rightarrow p = -1, 3 \Rightarrow p = 3$

Q 22 D ज्ञात कीजिए, $D = (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4) = 0$

$\therefore$ मूल वास्तविक व बराबर है।

मूल $= \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$

Q 23 $D = (-6a^2)^2 - 4(a)(a^4 - b^4)$

$= 36b^4$

$x = (-6a^2) \pm \sqrt{36b^4} = \frac{a^2+b^2}{3}$

Q 24 $\frac{54}{x} + \frac{63}{x+6} = 3$ x=पहली गति

उत्तर $x=36, x\neq-3$ $x+6$= बढ़ी हुई गति

Q 25 माना प्राकृतिक संख्या $=x$

प्रश्नानुसार $x+12=\frac{60}{x}$

$x^2+12x-160=0$

$(x+20)(x-8)=0$

$x=8, x\neq-20$

Q 26 माना चोर के द्वारा लिया गया समय $= n$ मिनट

पुलिसवाले द्वारा लिया समय $= (n-1)$ मिनट

चोर द्वारा तय की गई दूरी=$(100n)$ मीटर ...(1)

(1 मिनट में तय की गई दूरी $=100$ मीटर) पुलिसवाले द्वारा तय की गई दूरी

$100+110+120+.........+(n-1)\,10$ ...(2)

(1) & (2)

$= 100x=\frac{(n-1)}{2}(2\times100+(x-2)10)$

$=)\ n^2-3n-18=0$

$n=6, n\neq-3$

पुलिसवाला चोर को 5 मिनट में पकड़ लेगा।

$Q\ 27$ छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय $= x$ घंटे

बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय $= (x\text{-}9)$ घंटे

प्रश्नानुसार $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$

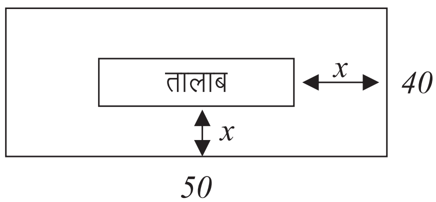
सरल करें $x^2 - 21x + 54 = 0$

$x = 3,\ x = 18$

$x \neq 3 \therefore x - 9 = 3 - 9 = -6 < 0$

$x = 18$ घंटे $x - 9 = 9$ घंटे।

$Q\ 28$



आयाताकार बगीचे का क्षेत्रफल $= 50 \times 40$

तालाब का क्षेत्र. $= (50-2x)\ (40-2x)$

प्रश्नानुसार $(50 \times 40) - (50-2x)\ 40-2x) = 0$

सरल करे $x^2 - 45x + 296 = 0$

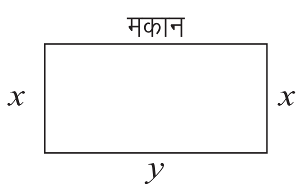
$x = 37,\ x = 8$

$x \neq 37 \because\ 40 - 2x = 40 - 2(37) < 0$

तालाब की लंबाई $= 34$ मीटर

तालाब की चौड़ाई $= 24$ मीटर

$Q\ 29$



$x + y + x = 30$

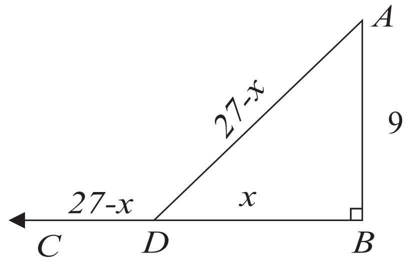
$xy = 100$

सरल करे $x = 5m,\ 10m$

$y = 20\ m,\ 10m$

$\therefore$ विमाएँ (5 मी. $\times$ 20 मी. या 10 मी. $\times$ 10 मी.)

Q 30



ABD में, पाइथागोरस प्रमेय द्वारा $a^2+x^2=(27-x)^2$

सरल करें तथा $x=12$ प्राप्त $x=12$ मीटर

Q 31 माना वास्तविक सूची मूल्य ₹ x

प्रश्नानुसार $\frac{300}{x-5} \quad \frac{-300}{x} = 5$

सरल करें $x=20, x\neq-15$

उत्तर ₹ 20

Q 32 माना वास्तविक व्यक्तियों की संख्या$=x$

प्रश्नानुसार $\frac{6500}{x} - \frac{6500}{x+15} = 30$

सरल करें $x=50, x\neq-65$

Q 33 धीमी रेल गाड़ी की गति $=x$ किमी/घंटा

प्रश्नानुसार, $\frac{600}{x-200} - \frac{600}{x} = \frac{1}{2}$

सरल करें $x=600, x\neq-400$, $x = 400$ (अस्वीकृत)

उडान का समय $= \frac{600}{600} = 1$ घंटा

Q 34 धीमी रेल गाड़ी की गति $=x$ किमी/घंटा

प्रश्नानुसार, $\frac{600}{x} - \frac{600}{x+10} = 3$

सरल करें $x=40, x = -50,$, $x = -50$ (अस्वीकृत)

40 किमी/घंटा

Q 35 $\frac{30}{15-x} + \frac{30}{15+x} = \frac{9}{2}$ धारा की गति $=x$ किमी/घंटा

सरल करें $x=5, x\neq-5$

5 किमी/घंटा

Q 36 $x^2 + y^2 = 400$ ...(1)

$4x-4y=16$ या $4y-4x=16$

$= x-y=4$ ...(2) या $y-x=4$ ...(3)

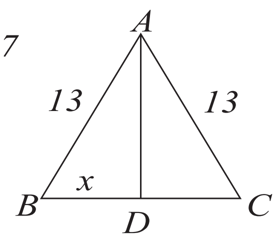
(1) & (2) को सरल करने पर $x=16, x = -12$ (अस्वीकृत)

(1) & (3) को सरल करने पर $x=12, x= -16$ (अस्वीकृत)

$x=16$ मीटर, $y=12$ मीटर

$x=12$ मीटर, $y=16$ मीटर

Q 37



$BC=2x$

$BD=x$

पाईथा गोरस प्रमेय द्वारा

$AD=\sqrt{169-x^2}$

क्षेत्रफल $=\frac{1}{2} \times 2x \times \sqrt{169-x^2} = 60$

सरल करें $x^2=144, x^2=25$

$x=12, x=5$ $(x = -12,-5)$ (अस्वीकृत)

आधार $2x=24$, 10 cm

Q 34 भिन्न $= \frac{x}{2x+1}$

प्रश्नानुसार $\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = 2\frac{16}{21} = \frac{58}{21}$

सरल करें $x=3, x=\frac{-7}{11}$

भिन्न $\frac{3}{7}$

$Q\ 39$ बहन की आयु $= x$ वर्ष

लडकी की आयु $= 2x$ वर्ष

प्रश्नानुसार $(x+4)\ (2x+4)=160$

सरल करें $x=6,\ x = -12$ (अस्वीकृत)

$2x=12$

6 वर्ष, 12 वर्ष

$Q\ 40$ संख्या $10x+\frac{18}{x}$ (इकाई अंक $18/x$

(दहाई अंक $=x$)

प्रश्नानुसार $(10x+\frac{18}{x})-(10\times\frac{18}{x}+x)=63$

सरल करें $x=9,\ x = -2$ (अस्वीकृत)

संख्या $= 92$

$Q\ 41$ माना संख्याएं $x, x+1, x+2$

प्रश्नानुसार $x^2+(x+1)(x+2)=46$

$$2x^2+3x-44=0$$

द्विघात सूत्र द्वारा $x=4,\ x = -\frac{22}{4}$ (अस्वीकृत)

संख्याएं 4,5,6

$Q\ 42$ माना कपड़े की लंबाई $= x$ मीटर

प्रश्नानुसार $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$

सरल करें $x=20,\ x = -25$ (अस्वीकृत)

मूल्य प्रति मीटर $= \frac{200}{x} = \frac{200}{20} =$ ₹ 10

$Q\ 43$ माना धारा की गति $= x$ किमी / घंटा

प्रश्नानुसार $\frac{32}{24-x} - \frac{32}{24+x} = 1$

$$x^2+64x-576=0$$

$$(x+72)(x-8)=0$$

$x = 8\ km/hr,\quad x=72\ km/hr$ (अस्वीकृत)

Q 44 D ज्ञात करें तथा $D=0$ रखें

$(c-a)^2 - 4(b-c)(a-b) = 0$

$\Rightarrow (a+c-2b)^2=0$

$a+c=2b$

Q 45 $D=0$

$(2mnc)^2-4(1+m^2)n^2(c^2-a^2)=0$

$4n^2c^2 = 4na^2(1+m^2)$

$c^2=a^2(1+m^2)$.

Q 46 माना रेलगाड़ी की मूल चाल $= x$ km/hr

प्रश्नानुसार, $\dfrac{480}{x-8} - \dfrac{480}{x} = 3$

$x^2 - 8x - 1280 = 0$

$x = 40, -32$ (अस्वीकृत)

$x = 40$ km/hr

Q 47 माना आयताकार पार्क की लं. $= L$ m

चौड़ाई $= (L-3)$ m

समद्विबाहु त्रिभुज की ऊँचाई $= 12$ m

प्रश्नानुसार, $L(L-3) = \frac{1}{2} \times 12 \times (L-3) + 4$

$L^2 - 9L + 14 = 0$

$(L-7)(L-2) = 0 \quad \Rightarrow \quad L = 7, 2$

इसलिए, $L = 7$ m (L = 2 अस्वीकृत $L3 = -1$)

लंबाई $= 7$ m, चौड़ाई $= 4$ m,

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

द्विघात समीकरण

समय : 1 घंटा **अंक : 20**

खण्ड–अ

1 यदि $x=3$ द्विघात समीकरण $x^2-2kx-6=0$ का एक मूल हो तो k का मान ....होगा। **1**

2 यदि $3x^2+2x+\alpha=0$ का विविक्तिकर, $x^2-4x+2=0$ के विवित्कर के दुगुना हो तो α का मान ....होगा। **1**

3 यदि $6x^2-bx+2=0$ का विवित्कर 1 होगा, तो b का मान ....होगा। **1**

4 $(x-1)^3=x^3+1$ एक द्विघात समीकरण है। (सत्य/असत्य) **1**

खण्ड–ब

5 यदि $x^2+kn+12=0$ के मूल 1:3 में हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। **2**

6 x का मान ज्ञात कीजिए: $21x^2-2x+\frac{1}{21}=0$ **2**

7 यदि द्विघात समीकरण $kx(x-2)+6=0$ के मूल बराबर हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। **2**

खण्ड–स

8 द्विघात सूत्र द्वारा हल करें: $4\sqrt{3}x^2+5x-2\sqrt{3}=0$ **3**

9 k के किस मान के लिए $(4-k)x^2+(2k+4)x+(8k+1)=0$ एक संपूर्ण वर्ग है। **3**

खण्ड–द

10 दो नल एक टैंक को मिलकर $1\frac{7}{8}$ घंटे में भरते है। जिस नल का व्यास बडा है वो छोटे व्यास वाले नल से टैंक भरने में 2 घंटे कम लेता है। दोनों नल अलग–2 टैंक भरने में कितना समय लेंगे? (CBSE 2018) **4**

5
अध्याय

समांतर श्रेढ़ियाँ

महत्वपूर्ण बिंदु

1. यदि a_n दिया हो तो $d=a_n-a_{n-1}$
2. यदि S_n दिया हो तो $a_n=S_n-S_{n-1}$
3. यदि $a,b,c,$ समांतर श्रेढ़ी के क्रमागत पद हो तो $2b=a+c$
4. अंत से nवां पद $= l-(n-1)\ d$
   l अंतिम पद
5. किसी $A.P.$ के तीन पद जब उनको योग दिया हो $a-d,\ a,\ a+d$
6. चार क्रमागत पद $a-3d, a-d, a+d, a+3d$
7. पाँच क्रमागत पद $a-2d, a-d, a,$ $a+d,\ a+2d$

समांतर श्रेढ़ी के n पदों का योगफल

$S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$sn=\frac{n}{2}[a+l]$

$l=a_n$ अंतिम पद

अर्थात् $A.P.$ एक अनुक्रम है जहाँ $a_1,a_2a_3.....a_n$

$a_2-a_1=a_3-a_2=a_4-q_3$
$=a_n-a_{n-1}=d$

$d\rightarrow$ सार्वअंतर कहलाता है

$a\rightarrow$ प्रथम पद

$a_n=a+(n-1)d$

$a_n\rightarrow$ व्यापक पद कहलाता है।

समांतर श्रेढी–एक अनुक्रम जिसमें प्रत्येक पद का अगले पद से निश्चित अंतर होता है, समांतर श्रेढी कहलाती है $(A.P.)$

अनुक्रम–संख्याओं का एक समुच्चय जो किसी नियम द्वारा निश्चित क्रम में व्यवस्थित होता है, अनुक्रम कहलाता है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1 यदि एक स. श्रे. (A.P.) का n वां पद $3n-5$ हो तो इसका 5वां पद क्या होगा?

2 प्रथम 10 सम संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए।

3 विषम संख्याओं का n वां पद लिखिए।

4 प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योगफल क्या होगा?

5 प्रथम n सम संख्याओं का योग क्या होगा?

6 स0 श्रे0 $-10, -15, -20, -25, ...$ का n वां पद ज्ञात कीजिए।

7 स0 श्रे0 $4\frac{1}{9}, 4\frac{2}{9}, 4\frac{1}{3}.......$ का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

8 स0 श्रे0 का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए यदि इसका n वां पद $(a_n) = 3n+7$

9 स0 श्रे0 4, 9, 14, ..., 254 के लिए a_8-a_4 का मान क्या होगा?

10 स0 श्रे0 $-10, -12, -14, -16, ...$ के लिए a_{16} का मान क्या होगा?

11 यदि *3, k-2, 5* स. श्रेढ़ी के पद हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।

12 $\frac{4}{5}, p, 2$ समातंर श्रेढ़ी में हैं। p का मान ज्ञात कीजिए।

13 निम्न A.P. में अज्ञात पद ज्ञात कीजिए। (NCERT)

a) $2, \square, 26$

b) $\square, 13, \square, 3$

c) $5, \square, \square, 9\frac{1}{2}$

d) $-4\ \square, \square, \square, \square, 6$

e) $\square, 38, \square, \square, \square, -22$

14 बहु विकल्पीय प्रश्न

*a) AP 10,7,4…………..*का 30वाँ पद

A) 97 B) 77 C) -77 D)-87

b) AP $-3, -\frac{1}{2}, 2$……………. का 11वाँ पद

a) 28 b) 22 c) -38 d)$-48\frac{1}{2}$

c) किसी *A.P* में $d=-4, n=7, a_n=4$ हो तो a का मान

A) 6 B) 7 C) 120 D) 28

d) किसी A.P के प्रथम तीन पद $3y-1, 3y+5$ तथा $5y+1$ हो तो y का मान

A) -3 B) 4 C) 5 D) 2

e) दी गई संख्याएं -10,-6,-2,2....................एक

A) A.P हैं जिसका सार्व अंतर –16 हैं

b) A.P हैं जिसका सार्व अंतर 4 हैं

C) A.P हैं जिसका सार्व अंतर –4 हैं

D) A.P नहीं है।

f) A.P 10,7,4,.................., – 62 का अंत से 11वाँ पद होगा।

A) 25 B) -32 C) 16 D) 0

g) प्रथम 100 प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात करने में जुड़े प्रसिद्ध गणितज्ञ का नाम

A) पाइथागोरस B) न्यूटन C) गॉस D) यूक्लिड

h) यदि किसी A.P में $a_{18}-a_{14} = 32$ हो तो उसका सार्व अन्तर होगा।

A) 8 B) -8 C) -4 D) 4

i) स. श्रे. $(1+\sqrt{3}), (1+2\sqrt{3}), (1+3\sqrt{3})$ .... का nवाँ पद होगा

A) $1+n\sqrt{3}$ B) $n+\sqrt{3}$ C) $n(1+3\sqrt{3})$ D) $n\sqrt{3}$

j) स. श्रे. $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}$ .... का सार्व अंतर है–

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{1}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $-\sqrt{2}$

k) एक स. श्रे. का प्रथम पद p और सार्व अंतर q हो तो 10वां पद है

A) $q+9p$ B) $p-9q$ C) $p+9q$ D) $2p+9q$

15 निम्न का मिलान करें

a) $a=-18, n=10, d=2$ तो AP का a_n	a) $\frac{a+c}{2}$	c) यदि 2,4,6 AP में है तो 4,8,12, भी	c) –41
b) यदि a,b,c AP में है तो उनका अंकगणितिय माध्य का सूत्र	b) 0	d) यदि किसी AP में $a_n=9-5n$ हो तो a_{10} का मान	d) 8

e) यदि किसी AP में $d=-2, n=5$ और $a_n=0$ हो तो a का मान *e)* AP

16 सत्य/असत्य बताएं और करण भी बताएँ

a) 301, AP 5,11,17,23................का पद है।

b) किसी AP में mवें और nवें पदों का अंतर $(m-n)d$ होगा।

c) 2,5,9,14................ एक AP है

d) प्रथम 20 प्राकृतिक संख्याओं का योग 410 होगा।

e) AP 5,10,15,20...............n पद और AP 15,30,45,60...............nपद, दोनों का n वाँ पद बराबर होगा।

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

17 क्या 144 समातंर श्रेढ़ी 3, 7, 11,.......का एक पद है? अपने उत्तर की पृष्टि कीजिए।

18 दर्शाइए $(a-b)^2$, (a^2+b^2) और $(a+b)^2$ एक स0 श्रे0 में हैं।

19 स0 श्रे0 5, 15, 25,......का कौन–सा पद इसके 31वां पद से 130 अधिक होगा?

20 किसी समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद, सार्व–अंतर और अंतिम पद क्रमशः 12, 6 और 252 हैं। इसके सभी पदों का योग ज्ञात कीजिए।

21 15 के प्रथम 8 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

22 क्या नीचे दी गई स्थितियों में बना अनुक्रम एक समांतर श्रेढ़ी है?

(*i*) कुल 1000 विधार्थियों में से विद्यालय सभागर में बचे विद्यार्थियों की संख्या जबकि वे विद्यालय सभागार को 25 के समूह में छोड़ते हैं।

(*ii*) प्रतिवर्ष खाते में राशि जबकि 100 रुपये प्रतिवर्ष जमा करवाए जाते हैं जिन पर 4% वार्षिक दर चक्रवृद्धि ब्याज संयोजित होता है।

23 1 से 200 के बीच की सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

24 यदि $4m+8$, $2m^2+3m+6$, $3m^2+4m+4$ एक समांतर श्रेढ़ी के तीन क्रमागत पद हों तो m का मान ज्ञात कीजिए।

25 स0 श्रे0 22, 20, 18,........के कितने पदों का योग शून्य है?

26 एक स0 श्रे0 के दसवें पद का दस गुणा इसके बीसवें पद के 20 गुने समान है। इसका 30वां पद ज्ञात कीजिए।

27 $1 + 4 + 7 + 10 + \dots\dots + x = 287$, x के लिए हल कीजिए। (CBSE 2020)

28 क्या −150, स. श्रेढ़ी 11,8,5,2......................का पद होगा? (NCERT)

29 ज्ञात करें कितनी दो अंको वाली संख्याएं 6 से विभाजित होती है? (CBSE 2011)

30 यदि $\frac{1}{x+2}$ $\frac{1}{x+3}$ और $\frac{1}{x+5}$ स. श्रेढ़ी में हो तो x का मान ज्ञात करें। (CBSE 2011)

31 स. श्रेढी *(AP)-6,-2,2 ....58* का मध्य पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)

32 किसी स. श्रेणी में यदि $a_n=5n-1$ हो तो S_n ज्ञात कीजिए। इस प्रकार प्रथम 20 पदों का योग भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)

33 स. श्रेणी *(AP)3,7,11,15............* का कौन सा पद 79 होगा? योग $3+7+11+\dots.79$ भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011C)

34 स. श्रेणी *121, 117,113.............*का कौन सा पद प्रथम ऋणात्मक पद होगा? (NCERT)

35 स. श्रेणी *3,8,13.............*253 का अंत से 20वाँ पद ज्ञात कीजिए। (NCERT)

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

36 स0 श्रे0 7, 13, 19,........241 के मध्य पद ज्ञात कीजिए।

37 10 और 5000 के बीच के उन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 7 से विभाज्य हैं।

38 एक स0 श्रे0 के 5वें तथा 9वें पदों का योग 72 तथा 7वें और 12वें पदों का योग 97 है। स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए।

39 एक स0 श्रे0 का mवां पद $\frac{1}{n}$ तथा n वां पद $\frac{1}{m}$ है। सिद्ध कीजिए कि इसका (mn)वां पद 1 है।

40 एक स0 श्रे0 का p वां पद q तथा q वां पद p है। सिद्ध कीजिए कि इसका n वां पद $(p + q - n)$ है।

41 101 और 999 के बीच उन प्राकृत संख्याओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए जो 2 और 5 दोनों से विभाज्य हों।

42 एक स0 श्रे0 के 5वें और 9वें पदों का योग 30 है। यदि इसका 25वां पद इसके 8वें पद का 3 गुना हो तो स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए।

43 यदि किसी स0 श्रे0 के प्रथम n पदो का योग $S_n = 5n^2 + 3n$ तो इसका n वां पद और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

44 स. श्रेणी $3, 15, 27, 39....$ का कौन सा पद इसके 21वें पद से 120 अधिक होगा? (CBSE 2018)

45 यदि किसी स. श्रेढ़ी में $S_n = 3n^2 - 4n$ हो तो इसका nवाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018)

46 किसी फूलों की क्यारी में, 23 गुलाब के पौधे प्रथम क्यारी में हैं, द्वितीय क्यारी में 21 हैं तीसरी क्यारी में 19 हैं और इस प्रकार अन्य क्यारियाँ है। अंतिम क्यारी में 5 गुलाब के पौधे है। इस प्रकार कितनी क्यारियाँ होगी? (NCERT)

47 n के किस मान के लिए दो स. श्रेढ़ियों 63,65,67..........................एवं 3,10,17................का nवाँ पद बराबर होगा। (NCERT)

48 एक स0 क्षे0 का 17वाँ पद, 8वें पद के दुगुने से 5 अधिक है। यदि स. श्रे. का 11वाँ पद 43 है तो स0 श्रे0 का nवाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

49 यदि किसी स0 श्रेढी में प्रथम 14 पदों का योग 1050 हो और चौथा पद 10 हो तो इसका 20वाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

50 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए। (NCERT)

51 यदि $S_n = 4n - n^2$ हो तो यह सं श्रेढी ज्ञात कीजिए।

52 सं श्रेढी 9,17,25................के कितने पद लेने पर इसका योग 636 होगा? (NCERT)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

53 एक समातंर श्रेढ़ी के तीसरे और सातवें पदों का योग 6 तथा गुणन 8 है। इस स0 श्रे0 के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

54 वह स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए जिसका 4वां पद 18 है और 15वें और 9वें पद का अंतर 30 है।

55 किसी स0 श्रे0 के प्रथम 9 पदों का योग 162 है। इसके छठे पद का तेरहवें पद से अनुपात 1 : 2 है। इस स0 श्रे0 का पहला और पन्द्रहवां पद ज्ञात कीजिए।

56 एक स0 श्रे0 के प्रथम 9 पदों का योग 171 और प्रथम 24 पदों का योग 996 है। इस स0 श्रे0 का प्रथम पद और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

57 एक स0 श्रे0 के प्रथम 7 पदों का योग 63 और अगले 7 पदों का योग 161 है। यह स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

58 किसी स0 श्रे0 के प्रथम बीस पदों का योग अगले बीस पदों के योग का एक तिहाई है। यदि इस स0 श्रे0 का प्रथम पद 1 हो तो इसके प्रथम 30 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

59 यदि किसी स. श्रेढी के प्रथम चार पदों का योग 40 हो और प्रथम चौदह पदों का योग 280 हो तो इस सं. श्रेढी के प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018)

60 रामकली को अपनी बेटी को स्कूल भेजने के लिए 12 सप्ताह बाद रु 2500 की आवश्यकता है। वह प्रथम सप्ताह में रु100 जोड़ती है और फिर प्रति सप्ताह रु20 बढ़ाती जाती है। क्या वह इस प्रकार अपनी बेटी को स्कूल भेज पाएगी? (CBSE 2015)

61 किसी स. श्रेढी में 50 पद है और प्रथम 10 पदों का योग 210 है। अंतिम 15 पदों का योग 2565 है। यह सं. श्रेढी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014)

62 किसी स. श्रेढी के 4 पदों का योग $5n^2+3n$ है। यदि इसका mवाँ 168 हो तो m का मान ज्ञात कीजिए। इस स. श्रेढी का 20वां पद भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2013)

63 यदि किसी सं. श्रेढी के प्रथम सात पदों का योग 49 हो और इसके प्रथम सत्रह पदों का योग 289 हो, तो इस सं. श्रेढी के प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)

64 यदि किसी सं श्रेढी का चौथा पद शून्य हो तो सिद्ध करो इस सं श्रेढी का 25वां पद इसके 11वें पद का तीन गुना होगा।

65 किसी सं श्रेढी में $S_5+S_7=167$ हो और $S_{10}=235$ हो, जहाँ S_n इसके n पदों का योग है, तो यह स. श्रेढी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2015)

66 किसी स. श्रेढी में सिद्ध कीजिए कि $S_{12}=3(S_8-5_4)$ जहाँ S_n स. श्रेढी के n पदों का योग है।

67 एक समांतर श्रेढ़ी के चार क्रमागत पदों की संख्याओं का योग 32 है तथा पहली और आखिरी संख्या के गुणनफल का बीच की दो संख्याओं के गुणनफल से अनुपात 7 : 15 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

68 स. श्रे. के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसका चौथा और 9वाँ पद क्रमशः −15 और −30 है।

उत्तर तथा संकेत

Q 1 $a_n=3n-5,\ a_5 = 10$

Q 2 $S_n=\frac{10}{2}(2\times2+9\times2)=110$

Q 3 1,3,5,............... $a_n=1+(n-1)2=2n-1$

Q 4 $1+2+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

Q 5 $2+4+6+\ldots\ldots\ldots\ldots+2n=\frac{n}{2}(2+2n)=n(n+1)$

Q 6 $a_n=a+(n-1)d=-5(n+1)$

Q 7 $d=a_2-a_1=\frac{1}{9}$

Q 8 $a_1=3+7=10,\ a_2=6+7=13,\ d=3$

Q 9 $(a+7d)-(a+3d)=4d=20$

Q 10 $a_6=a+15d=-40$

Q 11 3, k-2,5 एक सं श्रेढी हैं

$k-2=\frac{3+5}{2} \Rightarrow k=6$

Q 12 $p=\frac{7}{5}$ (प्र 11 के जैसे)

Q 13 a $\boxed{14}$

b $\boxed{18}$ $\boxed{8}$

c $\boxed{6\frac{1}{2}}$ $\boxed{8}$

d $\boxed{2}$ $\boxed{0}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$

e $\boxed{53}$ $\boxed{23}$ $\boxed{8}$ $\boxed{-7}$

Q 14 a) C
b) B
c) D
d) C
e) B
f) B
g) C
h) A
i) A
j) A
k) C

$Q\ 15\ \ a \to b$

$b \to a$

$c \to e$

$d \to c$

$e \to d$

प्र 16 (a) असत्य, $301=5+(n-1)6$ को सरल करने पर $n=\frac{151}{3},$ जो प्राकृतिक संख्या नहीं हैं 301, इस श्रेढी का पद नहीं है)

(b) सत्य, $(a+(m-1)d)-(a+(n-1)d)=(m-n)d$

(c) असत्य, $a_2-a_1=3, a_3-a_2=4$

(d) असत्य, $S_n=n\frac{(n+1)}{2}=\frac{20\times 21}{2}=210$

(e) असत्य, यदि a,b,c,d............सं श्रेढी है तो ka,kb,kc,kd...........भी स श्रेढी होगी।
$k\neq 0$ नई स. श्रे. का nवाँ पद $= k$ गुणा पहली सं. श्रे. का nवाँ पद

$Q\ 17\ 144=3+(n-1)4$

$\frac{141}{4}+1=n$ जो संभव नहीं है।

उत्तर नहीं

$Q\ 18\ \ a_1=(a-b)^2 \qquad a_2=a^2+b^2 \qquad a_3=(a+b)^2$

$a_2-a_1=a^2+b^2-(a-b)^2=2ab$

$a_3-a_2=(a+b)^2-(a^2+b^2)=2ab$

$a_2-a_1=a_3-a_2$

$\therefore$ स.श्रे. है।

$Q\ 19$ माना $a_n=130+a_{31}$

हल करें $n=44$

उत्तर 44वां पद

$Q\ 20\ \ a=12, d=6,\ a_n=252 \Rightarrow\ n=41$

ज्ञात करें $S_{41}=5412,\ S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ का प्रयोग करें।

$Q\ 21 \quad S_{15}=\frac{15}{2}(2a+14d)$ जहाँ $a=8, d=8$

Ans 960

$Q\ 22$ (i) हाँ $1000, 975, 950, 920$ .... (ii) नही। $104, 108.16, 112.48$ ....

$Q\ 23 \quad 2+4+6+\ldots\ldots\ldots\ldots+198$

$a=2,\ d=2,\ a_n=198 \Rightarrow n=99$

$S_n=\frac{n}{2}(a+l)=9900$

$Q\ 24 \quad b=\frac{a+c}{2}$

$\therefore\ 2m^2+3m+6=\frac{4m+8+3m^2+4m+4}{2}$

हल करने पर $m^2-2m=0 \Rightarrow m=0,2$

$Q\ 25\ S_n=0=\frac{n}{2}(44+(n-1)(-2)=0$

हल करें $n=23$

$Q\ 26$ प्रश्नानुसार $10a_{10}=20\ a_{20}$

$\Rightarrow a_{10}=2a_{20}$

$a+9d=2a+38d$

$a=-29d \qquad \ldots.(1)$

$a_{30}=a+29d$ में (1) से a रखें तो $a_{30}=0$

$Q\ 27 \quad a=1 \qquad d=3 \qquad a_n=x \qquad S_n=287$

$287=\frac{n}{2}\{2\times1+(n-1)3$

$\Rightarrow 3n^2-n-574=0 \qquad \Rightarrow n=14, -41/3$ (अस्वीकृत)

$Q\ 28$ माना $a_n=-150$

$11+(n-1)(-3)=-150$

हल करें और n का मान ज्ञात करें n प्राकृतिक संख्या नहीं है। $\left(n=\frac{164}{3}\right)$

उत्तर नहीं

$Q\ 29$ 6 से विभाजित होने वाली दो अंक की संख्याएं 12,18,24............................96 $a_2-a_1=a_3-a_2=6$ सं. श्रेढी $a_n \Rightarrow 96 \Rightarrow n=15$

Q 30 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5}$ $(2b=a+c)$

हल करे $x=1$

Q 31 $a_n=a+(n-)d$

$58=-6+(n-1)4$

हल करें $n=17$

माध्यिका के सूत्र द्वारा मध्यपद $=\frac{(n+1)}{2}$ वां पद=9वां पद

$a_9=-6+8(4)=26$

Q 32 $a_n=5n-1$

सं श्रेढी प्राप्त करें $a_1=4, a_2=9, a_3=14$

$4, 9, 14 \ldots\ldots\ldots\ldots$

$a_2-a_1=5=a_3-a_2$

$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)=\frac{n}{2}(8+(n-1)5)$

$S_n=\frac{n}{2}(5n+3)$

$S_{20}=\frac{20}{2}(100+3)=10\times 103=1030$

Q 33 $79=3+(n-1)4$

$n=20$

$S_{26}=\frac{20}{2}(3+79)=10(82)=820$

Q 34 $a_n<0$

$121+(n-1)(-4)<0$

$121-4n+4<0$

$125<4n$

$n>\frac{125}{2} \Rightarrow n=32$

Ans 32वाँ पद

Q 35 अंत से 20वां पद

$=253-19\times 5$ [सूत्र $l-(n-1)d$]

$=158$

Q 36 प्र 27 के जैसे $n=_{40}$ इसलिए मध्य पद a_{20}, a_{21}

Ans 121, 127

$Q\ 37$ 10 और 500 के बीच में 7 से विभाजित होने वाली संख्याएं 14,21,28,......................497

$a_n=a+(n-1)d$ का प्रयोग करके n ज्ञात करें।

$S_n=\frac{n}{2}(2a+(m-1)d)$ का प्रयोग करके

उत्तर $S_n=17885$ ज्ञात करें।

$Q\ 38$ $a_5+a_9=72$

$a_7+a_{12}=97$

इन समीकरणों को हल करके a और b ज्ञात करें।

उत्तर $AP\ 6,11,16,21,26.......................$

$Q\ 39$ $a_m=\frac{1}{n} \Rightarrow a+(m-1)d=1/n$

$a_n=\frac{1}{m}\Rightarrow a+(n-1)d=1/m$

$(m-n)d=\frac{1}{n}-\frac{1}{m}=\frac{m-n}{mn}$

$d=\frac{1}{mn}, a=\frac{1}{mn}$ प्राप्त करें।

$a_{mn}=a+(mn-1)d$

उत्तर $a_{mn}=\frac{1}{mn}+(mn-1)\frac{1}{mn}=1$

$Q\ 40$ $a_p=q,\ a_q=p$

हल करके $a,\ d$ प्राप्त करें

उत्तर $a=q+p-1$ $d=-1$ $a_n=p+q-n$

$Q\ 41$ 2 और 5 से विभाजित होने वाली संख्याएँ 10 से विभाजित होने वाली संख्याएँ 101 और 999 के बीच में 2 और 5 से विभाजित होने वाली संख्याएँ 110,120,130,140..............990

$a_n=990$ से $n=89$ प्राप्त करें।

$Q\ 42$ प्रश्नानुसार $a_5+a_9=30$

$a_{25}=3a_8$

हल करने पर $a=3,d=2$ स श्रेढी 3,5,7,9........................... ।

Q 43 $S_n=5n^2+3n$

$a_n=S_n-S_{n-1}=10n-2$ प्राप्त करें

इससे $d=10$ प्राप्त करें।

Q 44 माना $a_n=120+a_{21}$

$3+(n-1)d=120+(3+20d)$

$3+(n-1)12=120+(3+20\times12)$

$=120+243=363$

$(n-1)12=360$

$n-1=30 \Rightarrow n=31$

Q 45 $S_n=3n^2-4n$

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(3n^2-4n)-(3(n-1)^2-4(n-1)$

$=(3n^2-4n)-(3n^2+3-6n-4n+4)$

$=-(7-6n)$

$a_n=6n-7$

Q 46 23,21,19......................,5

$a_n=a+(n-1)d$

$5=23+(n-1)(-2)$

$n=10$

Q 47 63, 65, 67........................

$a_n=63+(n-1)(2)=61+2n$

3,10,17............................

$a_n=3+(n-1)7=7n-4$

$61+2n=7n-4$

$65=5n$

$n=13$

Q 48 प्रश्नानुसार $a_{17}=5+2\times a_8$

$a+16d=5+2a+14d$

$a-2d=-5 \qquad ...(1)$

$a_{11}=a+10d=43 \qquad ...(2)$

(1) और (2) को हल करने पर

$a=3,\ d=4 \qquad \therefore\ an=4n-1$

Q 49 $S_{14}=1050$

$a=10\ \ a_4=40$

$S_{14}=\frac{14}{2}(2\times a+13d)$

$\frac{1050}{7}=2a+13d$

$2a+13d=150$ और $a+3d=40$ को सरल करने पर, $a=10,\ d=10$

$a_{20}=a+19d=10+190=200$

Q 50 0 और 50 के बीच की विषम संख्याएँ

$1,3,5,7................,\ 49$

$a_n=49 \Rightarrow a+(n-1)d=49$

$1+(n-1)2=49 \Rightarrow n=25$

$S_n=\frac{n}{2}(a+l) \Rightarrow S_{25}=\frac{25}{2}(1+49)$

$S_n=625$

Q 51 $S_n=4n-n^2$

$S_1=a_1=4-1=3 \qquad S_2=a_1+a_2 \Rightarrow a_2=1 \qquad S_3=a_1+a_2+a_3 \Rightarrow a_3=-1$

AP $3,1,-1,\ ....$

Q 52 $n=12,\ n\neq\frac{-53}{4}$ (NCERT)

Q 53 $a_3+a_7=6$

$a_3\times a_7=8$ सरल करने पर $a=1,\ d=1/2, S_n=76$

$a=5,\ d=-1/2,\ S_n=20$ उत्तर 76, 20

$Q\ 54$ प्रश्नानुसार

$a_4=18 \quad ...(1) \quad a_{15}-a_9=30 \quad ...(2)$

(2) से $d=5$ ज्ञात करें

$d=5$, (1) में रखने पर $a=3$ प्राप्त करें

$AP\ 3,8,13,....................$

$Q\ 55$ प्रश्नानुसार $S_9=162$

$\frac{9}{2}(2a+8d)=162 \quad ...(1)$

प्रश्नानुसार $\frac{a_6}{a_{13}}=\frac{1}{2}$

सरल करने पर $a=2d$

$a=2d$ $...(1)$ में रखने पर $d=3, a=6$

$a_{15}=a+14d$

$a_{15}=48$

$Q\ 56 \quad S_9=171 \quad S_{24}=996$

$a+4d=19, \ 2a+23d=83$

हल करने पर

$d=3, a=7$

$Q\ 57$ प्रश्नानुसार $S_7=63 \quad ...(1)$

अगले सात पदों का योग $=S_{14}-S_7=161$

$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$ का प्रयोग करें, (1) और (2)

को हल करके a और d प्राप्त करें।

$a=3, d=2$

उत्तर $a_{28}=57$ $(a_n=a+(n-1)d)$

$Q\ 58$ प्रश्नानुसार $S_{20}=\frac{1}{3}(S_{40}-S_{20}), a=1$

$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$ और $a=1$ का

प्रयोग करके d ज्ञात करें।

$Ans\ S_{30}=900$

Q 59 $S_4=40 \Rightarrow \frac{4}{2}(2a+3d)=40$

$S_{14}=280 \Rightarrow \frac{14}{2}(2a+13d)=280$

सरल करने पर $a=7, d=2$

$S_n=n^2+6n$ $(S_n=n[2a \underset{2}{+}(n-1)d])$

Q 60 $a=100, d=20, n=12$

$S_{12}=\frac{12}{2}(200+220) = 6\times420$

$S_{12}=2520 > 2500$

$\therefore$ रामकली अपने बेटी को स्कूल भेज पाएगी।

Q 61 $S_{10}=210$

$\Rightarrow 5(2a+9d)=210$

$\Rightarrow 2a+9d=42$ ....(1)

$S_{50}-S_{35}=2565$

$\frac{50}{2}(2a+49d)-\frac{35}{2}(2a+34d)=2565$

$15(2a)+d(25\times49-35\times17)=2565$

$15a+630d=2565$

अथवा $3a+126d=513$ ....(2)

(1) और (2) को सरल करने पर

$d=4, a=3$

Q 62 $S_n=3n^2+5n$

$S_1=a_1 = 8$

$S_2=a_1+a_2 \Rightarrow 26=8+a_2$

$a_2=18$

$d=18-8=10$

$a_m=168$

$\Rightarrow a+(m-1)d=168$

$8+(m-1)10=168$

$m=17$

$a_{20}=a+19d=8+190=198$

$Q\ 63\ S_7=49,\ S_{17}=289$ (प्र 53 के जैसे सरल करें)

$Q\ 64 \quad a_4 = 0 \Rightarrow a+3d=0 \Rightarrow a=-3d$

$a_{25}=a+24d=-3d+24d=21d$

$a_{11}=a+10d=-3d+10d=7d \Rightarrow a_{25}=3a_{11}$

$Q\ 65\ S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$ का प्रयोग करें

$S_5+S_7=167 \qquad S_{10}=235$

हल करने पर $a=1,\ d=5$

$A.P=1,\ 6,\ 11,\ 16,\ 21.....$

(प्र 53 के जैसे उत्तर निकाले)

$Q\ 66 \quad LHS = S_{12}=\frac{12}{2}(2a+11d)=6(2a+11d)$

$RHS = 3[\frac{8}{2}(2a+7d)-\frac{4}{2}(2a+3d)]$

$=3(4a+22d)=3\times 2(2a+11d)=6(2a+11d)$

$\therefore LHS=RHS$

$Q\ 67$ चार क्रमागतपद $\longrightarrow a-3d,\ a-d,\ a+d,\ a+3d\ a=8$

$$\frac{\text{आखिरी दो का गुणनफल}}{\text{मध्य दो का गुणनफल}} = \frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{7}{15}$$

$\Rightarrow d^2=4$

$d=\pm 2$

$\therefore a=8,\ d=2$ पद होंगें– $2,\ 6,\ 10,\ 14$

$a=8,\ d=2$ पद होंगें– $14,\ 10,\ 6,\ 2$

$Q\ 68 \quad a_4=-15,\ a_9=-30$

$a+3d=-15, a+8d=-30$

$d=-6 \qquad d=-3$

$S_{16}=-456\ (S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\})$

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

समांतर श्रेढ़ियाँ

समय 1 घंटा **अंक : 20**

खण्ड अ (1 अंक)

प्र. 1 प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए **1**

प्र. 2 सं श्रेढी $8\frac{1}{8}$, $8\frac{2}{8}$, $8\frac{3}{8}$, ... का सार्व अंतर बताइए। **1**

प्र. 3 यदि k, $2k-1$ तथा $2k+1$ स श्रेढी बनाऐ तो k का......................होगा। **1**

प्र. 4 स श्रेढी 8,10,12, ...,126 का अंत से 10वां पद..........................होगा। **1**

खण्ड ब (2 अंक)

प्र. 5 संख्या 6 और 102 के बीच में कितनी दों अंकों वाली संख्याएं 6 से विभाजित होंगी? **2**

प्र. 6 यदि किसी स. श्रेढी में n पदों का योग n^2+3n हो तो इसका 20वां पद ज्ञात कीजिए। **2**

प्र. 7 $(-5)+(-8)+(-11)+..............................+(-230)$ का योग ज्ञात कीजिए। (NCERT) **2**

खण्ड स (2 अंक)

प्र. 8 एक स. श्रेढी ज्ञात कीजिए जिसके प्रथम 5 पदों का योग $12\frac{1}{2}$ है और प्रथम व अंतिम पदों का अनुपात 2:3 हो। **3**

प्र. 9 एक स. श्रेढी 20, 16, 12, ..., 176 का मध्य पद ज्ञात कीजिए। **3**

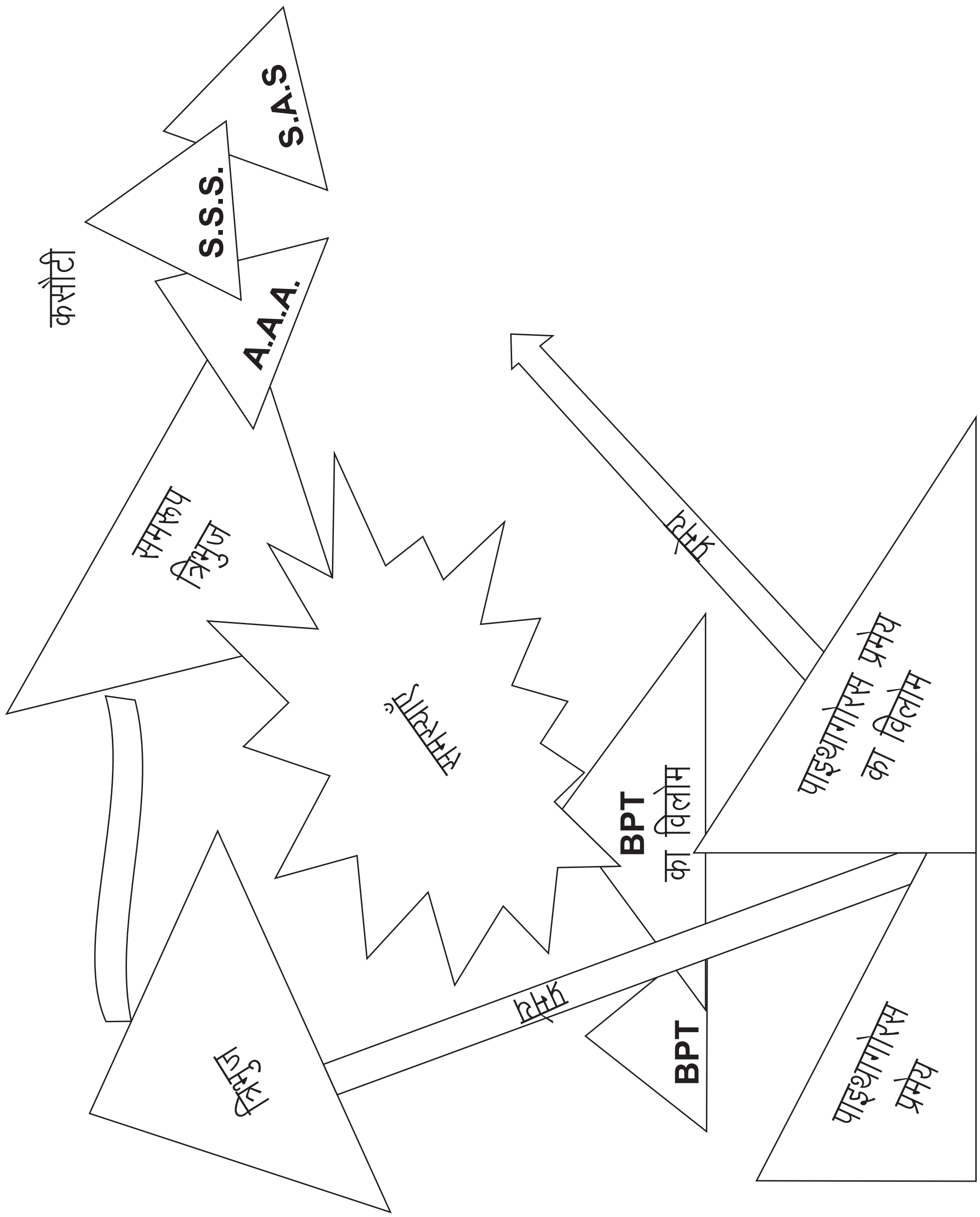
खण्ड द

प्र. 10 किसी स श्रेढी के तीन पदों का योग 24 है और इन पदों का गुणनफल 440 है, तो यह पद ज्ञात कीजिए। **4**

6

अध्याय

त्रिभुज


S.A.S
S.S.S.
A.A.A.
कसौटी
समरूप त्रिभुज
प्रमेय
पाइथागोरस प्रमेय का विलोम
BPT का विलोम
प्रमेय
BPT
पाइथागोरस प्रमेय

महत्त्वपूर्ण बिन्दु

1. दो त्रिभुज समरूप कहलाते हैं यदि उनके संगत कोण बराबर हों और उनकी संगत भुजाएं समानुपाती हों।

2. समरूप त्रिभुज के गुणधर्म :

ΔABC तथा ΔDEF

(*i*) **कोण–कोण–कोण समरूपता :** $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ तथा $\angle C = \angle F$

(*ii*) **भुजा–कोण–भुजा समरूपता :**

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF}$ तथा $\angle B = \angle E$

(iii) **भुजा–भुजा–भुजा समरूपता :** $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF} = \dfrac{BC}{EF}$

3. निम्न प्रमेयों का हल परीक्षा में पूछा जा सकता है।

(*i*) आधारभूत आनुपातिकता : एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं।

(*ii*) दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात किन्हीं दो संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

(*iii*) **पाइथागोरस प्रमेय :** एक समकोण त्रिभुज के कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

(*iv*) **पाइथागोरस प्रमेय का विलोम :** यदि किसी त्रिभुज की भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

4. बिना हल के प्रमेय–

(*i*) यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करें, तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।

(*ii*) यदि किसी समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लंब डाला जाए तो इस लंब के दोनों ओर बने त्रिभुज संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं;

अति लघुत्तरात्मक प्रश्न

1. रिक्त स्थान भरिए:

(i) सभी समबाहु त्रिभुज.................................होते है।

(ii) यदि ABC~FED तो $\frac{AB}{} = \overline{ED}$

(iii) बराबर त्रिज्या वाले वृत.................................होते है।

(iv) त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न–भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ....................अनुपात में विभाजित हो जाती है।

(v) एक.................त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

(vi) यदि दो त्रिभुज समरूप है, तो उनकी संगत भुजाएं.................होती है।

(vii) ΔABC में $AB = 6\sqrt{3}$ cm, $AC = 12$ cm और $BC = 6$ cm तो $\angle B =$ .... ।

(vii) माना $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ और उनके क्षेत्रफल क्रमशः 81 cm^2 और 14 cm^2 हैं। यदि $EF = 24$ सेमी तो भुजा BC की लंबाई.................cm होगी।

2. सत्य या असत्य बताइए:

(i) सभी समरूप आकृतियाँ हमेशा सर्वागसम होते हैं।

(ii) आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय, पाइथागोरस ने दिया था।

(iii) मध्यबिंदु प्रमेय को आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा सिद्ध किया जा सकता है।

(iv) पाइथागोरस प्रमेय, समकोण त्रिभुज में मान्य है।

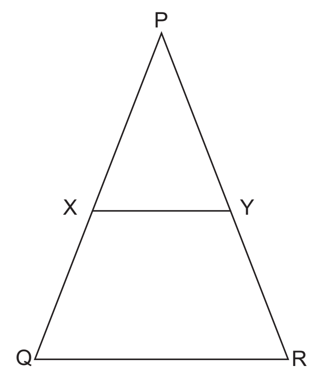
(v) यदि दो समरूप त्रिभुजों की भुजाओं का अनुपात 4:9 है, तो इन त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात 16 : 81 है।

3. मिलान कीजिए:

कॉलम 1	कॉलम 2
(a) यदि दो त्रिभुजों में संगत कोण बराबर हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होते है।	(I) SAS समरूपता कसौटी
(b) यदि दो त्रिभुजों में संगत भुजाएँ एक ही समानुपाती हो, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते है।	(ii) ASA समरूपता कसौटी
(c) यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अंतर्गत करने वाली भुजाएँ एक ही अनुपात में हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते है।	(iii) AAA समरूपता कसौटी
	(iv) SSS समरूपता कसौटी

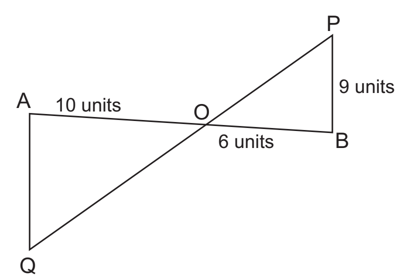
बहु विकल्पीय प्रश्न

4 निम्न आकृति में $XY \parallel QR$ और $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ है, तो



A) $XY = QR$ B) $XY=\frac{1}{3}$ OR C) $XY^2=QR^2$ (D) $XY=\frac{1}{2}QR$

5 निम्न आकृति में $QA \perp AB$ और $PB \perp AB$ है, तो AQ है



A) 15 मात्रक B) 8 मात्रक C) 5 मात्रक (D) 9 मात्रक

6 दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अुनपात बराबर है।

A) उनके संगत भुजाओं के अनुपात के

B) उनके संगत शीर्षलम्बों के अनुपात के

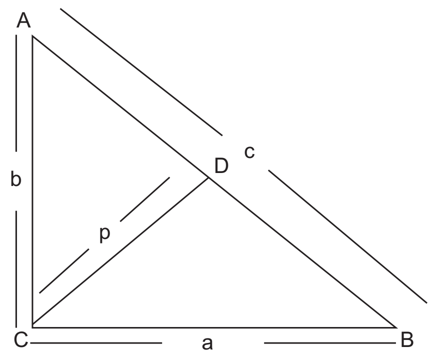
C) उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के

D) उनकी परिमापों के अनुपात के

7 दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल 144 वर्ग सेमी और 81 वर्ग सेमी है। यदि पहले त्रिभुज की एक माध्यिका 16 सेमी है, तो दूसरे त्रिभुज की संगत माध्यिका की लम्बाई है

A) 9 सेमी B) 27 सेमी C) 12 सेमी (D) 16 सेमी

8 एक समकोण त्रिभुज ABC मे, जिसमें $\angle C=90^o$ और $CD \perp AB$ है। यदि BC=a,CA= b, AB=c और है, CD=p तो



A) $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

B) $\frac{1}{p^2} \neq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

C) $\frac{1}{p^2} < \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

D) $\frac{1}{p^2} > \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

9 यदि ABC~DEF,ar(DEF)=100 वर्ग सेमी और $\frac{AB}{DE} = \frac{1}{2}$ है, तो ar(ABC) है

A) 50 वर्ग सेमी　B) 25 वर्ग सेमी　C) 4 वर्ग सेमी　(D) 200 वर्ग सेमी

10 यदि एक त्रिभुज के तीन भुजाएँ $a, \sqrt{3}\,a, \sqrt{2}\,a$ है, तो सबसे बडी भुजा के सम्मुख कोण का माप है।

A) 45^0　B) 30^0　C) 60^0　(D) 90^0

11 लंबाई 3 मी. वाले एक उर्ध्वाधर स्तंभ की छाया की लंबाई 7 मी. है, जबकि उसी समय एक मीनार की छाया की लम्बाई 28 मी. है। मीनार की उँचाई है।

A) 10 मी.　B) 12 मी.　C) 14 मी.　(D) 16 मी.

12 एक समचतुर्भुज के विकर्णों की लंबाइयाँ 16 सेमी और 12 सेमी हैं, तो इस समचतुर्भुज की भुजा की लंबाई है (NCERT Exemplar)

A) 9 सेमी　B) 10 सेमी　C) 8 सेमी　(D) 20 सेमी

13. यदि $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ और $\Delta ABC, \Delta DEF$ के समरूप नहीं है, निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है? (NCERT Exemplar)

A) BC. EF = AC.FD　B) AB. EF = AC.DE　C) BC. DE = AB.EF　(D) BC. DE = AB.FD

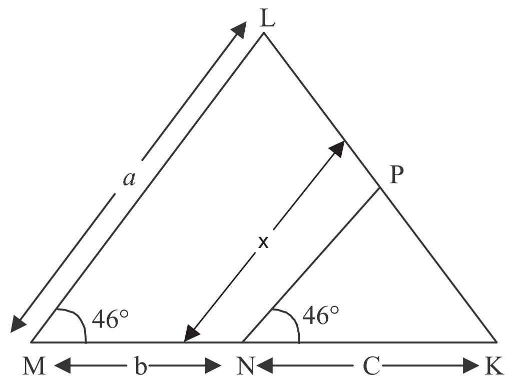
14 पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखिए।

15 आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का कथन लिखिए।

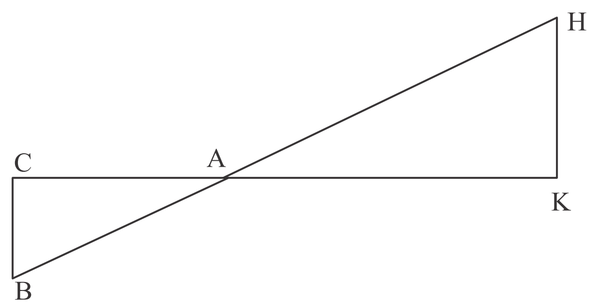
16 क्या त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 12 सेमी., 16 सेमी तथा 18 सेमी. एक समकोण त्रिभुज है?

17 यदि $\Delta ABC \sim \Delta QRP$, $\dfrac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(\triangle PQR)} = \dfrac{9}{4}$, AB = 18 सेमी, BC = 15 सेमी है, तो PR ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018)

18 दी गई आकृति में $\angle M = \angle N = 46°$, है, x को a, b तथा c के रूप में व्यक्त कीजिए।



19 दी गई आकृति में, $\Delta AHK \sim \Delta ABC$.है, यदि AK = 10 सेमी BC = 3.5 सेमी, तथा HK = 7 सेमी हो तो AC ज्ञात कीजिए। (CBSE 2010)



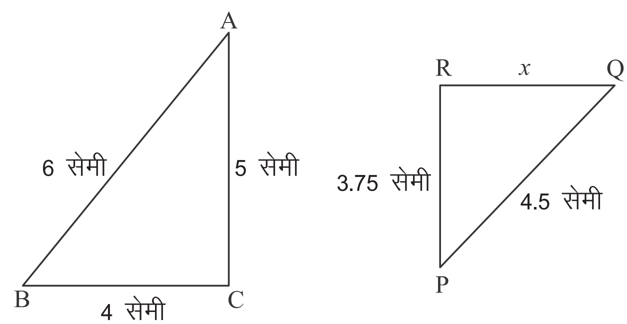
20 यदि $\Delta DEF \sim \Delta RPQ$ है, तो क्या यह कहना सत्य होगा कि $\angle D = \angle R$ और $\angle F = \angle P$ है?

21 यदि दो समरूप त्रिभुजों के संगत माध्यिकों का अनुपात 5 : 7 हो तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

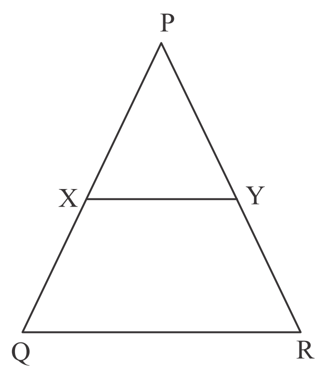
22 एक हवाई जहाज एक हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 2100 km/hr की चाल से उड़ता है। इसी समय एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से दक्षिण की ओर 2000 km/hr की चाल से उड़ता है। 1 घंटे बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच की दूरी कितनी होगी?

23 दो समरूप त्रिभुजों ΔABC तथा DEF का क्षेत्रफल क्रमशः 225 वर्ग सेमी^{2} तथा 81 वर्ग सेमी^{2} है। यदि बड़े त्रिभुज ΔABC की सबसे बड़ी भुजा 30 वर्ग सेमी हो तो छोटे त्रिभुज ΔDEF की सबसे बड़ी भुजा ज्ञात कीजिए।

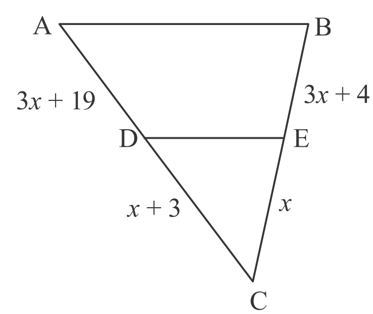
24 दिए गई आकृति में, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



25 दिए गई आकृति में, $XY \parallel QR$ तथा $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ है, तो XY : QR ज्ञात कीजिए।



26 दिए गई आकृति में, यदि $DE \parallel AB$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए। (NCERT Exemplar)



27 यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, BC = 3EF तथा ar (ΔABC) = 117 वर्ग सेमी^{2} तो ar(ΔDEF) ज्ञात कीजिए।

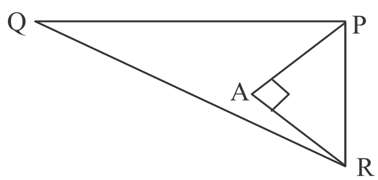
28 यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ हो और $\angle A = 45°$, $\angle F = 56°$ हो तो $\angle C$ ज्ञात कीजिए।

29 यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात 2 : 3 हो, तो उनके संगत ऊँचाईयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

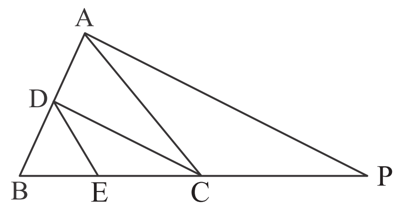
30 दिया है $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ जिसमें $\frac{BC}{QR} = \frac{1}{3}$ तो $\frac{ar(PRQ)}{ar(ACB)}$ ज्ञात कीजिए

लघुत्तरात्मक प्रश्न–1

31 दिए गई आकृति में, $PQ = 24$ सेमी, $QR = 26$ सेमी, $\angle PAR = 90°$, $PA = 6$ सेमी, तथा $AR =$ 8 सेमी, तो $\angle QPR$ ज्ञात कीजिए।

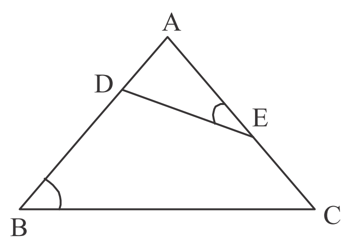


32 दिए गई आकृति में, $DE \parallel AC$ तथा $DC \parallel AP$ है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ है।

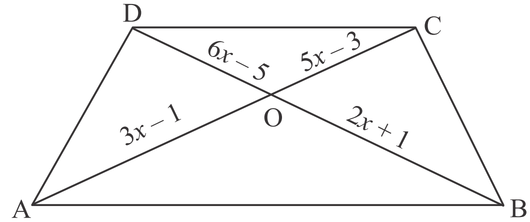


33 त्रिभुज ABC में, $AD \perp BC$ इसी प्रकार है कि $AD^2 = BD \times CD$ है। सिद्ध कीजिए ΔABC एक समकोण त्रिभुज है।

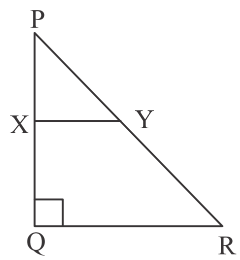
34 दिए गई आकृति में, D तथा E, भुजाओं AB तथा CA पर दो बिंदु इस प्रकार हैं कि $\angle B = \angle AED$ है। सिद्ध कीजिए कि $\Delta ABC \sim \Delta AED$ हैं।

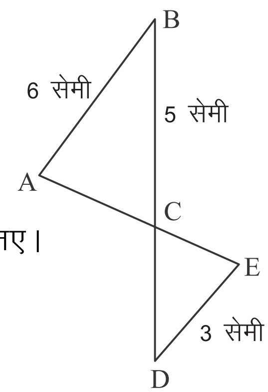


35 दिए गई आकृति में, $AB \parallel DC$ तथा विकर्ण AC और BD, बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = 3x - 1$, $OB = 2x + 1$, $OC = 5x - 3$ और $OD = 6x - 5$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



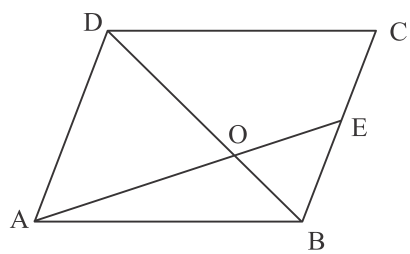
36 दिए गई आकृति में, त्रिभुज PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle Q = 90°$ है। यदि $XY \parallel QR$, PQ = 6, सेमी PY = 4 सेमी तथा PX : XQ = 1 : 2 है तो PR और QR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



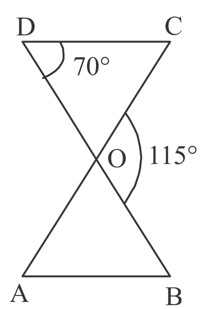


37 दिए गई आकृति में, $AB \parallel DE$. है। CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

38 दिए गई आकृति में, AB CD समांतर चतुर्भुज है। AE रेखा खण्ड BD को 1 : 2. में विभाजित करता है। यदि BE = 1.5cm हो, तो BC ज्ञात कीजिए।



39 दिए गई आकृति में, $\Delta ODC \sim \Delta OBA$, $\angle BOC = 115°$ तथा $\angle CDO = 70°$ हो तो ज्ञात कीजिए (i) $\angle DOC$, (ii) $\angle DCO$, (iii) $\angle OAB$ (iv) $\angle OBA$.

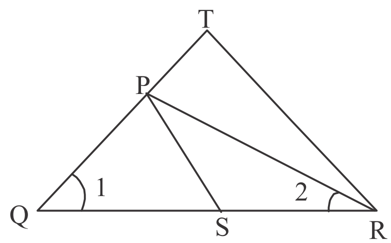


40 यदि दो समबाहु त्रिभुजों ΔABC तथा ΔPQR का परिमाप क्रमशः 144 मी और 96 मी हो, तो $ar(\Delta ABC) : ar(\Delta PQR)$ ज्ञात कीजिए।

लघुत्तरात्मक प्रश्न–II

41 दिए गई आकृति में, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ है।

(NCERT)

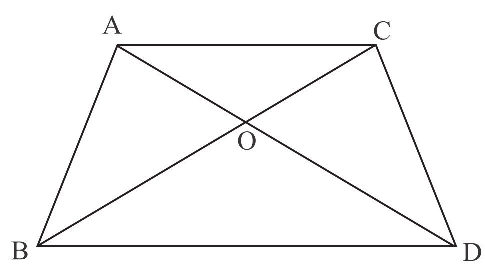


42 एक समबाहु ΔABC में $AD \perp BC$ है। सिद्ध कीजिए $3BC^2 = 4AD^2$ है।

43 त्रिभुज ABC में, $\angle ACB = 90°$ तथा $CD \perp AB$ हो तो सिद्ध कीजिए: $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$. है।

44 निम्न आकृति में, ΔABC और ΔDBC एक ही आधार पर BC पर है। AD और BC एक दूसरे को O पर काटते है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{\textbf{क्षेत्रफल}\ (\Delta ABC)}{\textbf{क्षेत्रफल}\ (\Delta DBC)} = \frac{AO}{DO}$ है।

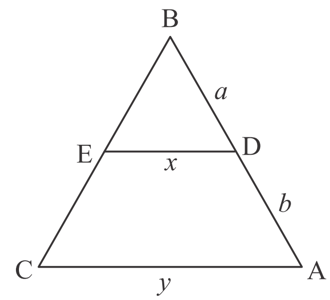
(CBSE 2020)



45 यदि AD और PS क्रमश त्रिभुज ABC तथा त्रिभुज PQR की माध्यिकाएँ हैं, जहाँ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ हो, तो सिद्ध कीजिए $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$. है।

46 दिए गई आकृति में, $DE \parallel AC$ है, निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

$x = \frac{a+b}{ay}$ या $x = \frac{ay}{a+y}$

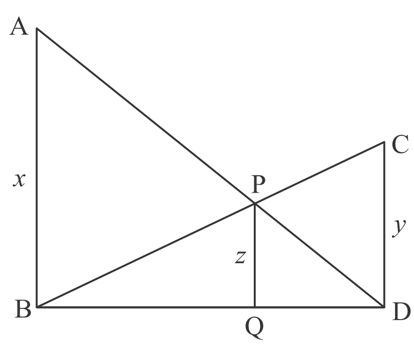


47 सिद्ध कीजिए कि एक सम चतुर्भुज के विकर्णों के वर्गों का योग उसकी भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है। (NCERT, CBSE 2019, 2020)

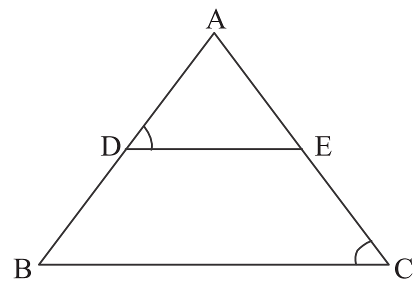
48 एक बिजली के खम्बे पर 6 मी. की ऊँचाई पर एक बल्ब लगाया गया है। अगर 1.5 मी. लम्बी महिला की परछाई 3 मी. हो, तो खम्बे से महिला की दूरी ज्ञात कीजिए। (NCERT Exemplar)

49 दो खम्बे जिनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः a मीटर तथा b मीटर तथा हैं, आपस में p मीटर की दूरी पर स्थित हैं। सिद्ध कीजिए कि इन खम्बों के शीर्षों को इनके सम्मुख खम्बों के पादों को मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु की ऊँचाई $\frac{ab}{a+b}$ मीटर है।

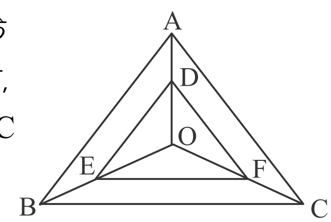
50 दिए गई आकृति में, $AB \parallel PQ \parallel CD$, $AB = x$ $CD = y$ तथा $PQ = z$ है, तो सिद्ध कीजिए, कि $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ है।



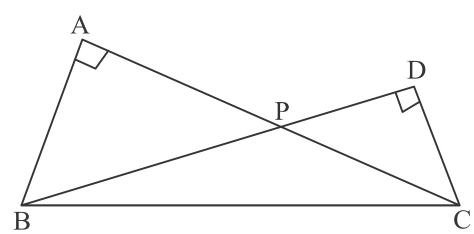
51 दिए गई आकृति में, $\angle D = \angle E$ तथा $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ है। सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज BAC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



52 आकृति में, ΔABC के एक आंतरिक बिंदु O को त्रिभुज के शीर्षों से मिलाया गया है। बिंदु D जो AO पर स्थित है, से $DE \parallel AB$ तथा बिंदु E जो OB पर स्थित है, से $EF \parallel BC$ खींची गई है। सिद्ध कीजिए कि $DF \parallel AC$ है।



53 समकोण त्रिभुज BAC और BDC क्रमशः A और D पर समकोण बनाती है तथा उभयनिष्ठ भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं। यदि भुजाएँ AC और BD एक दूसरे को P पर काटती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $AP \times PC = DP \times PB$ है। (CBSE 2019)

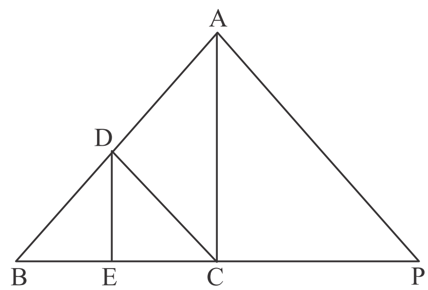


54 एक समकोण त्रिभुज में कर्ण की लम्बाई 25 सेमी है और बाकी दो भुजाओं में से एक भुजा दूसरी भुजा से 5 सेमी लम्बी है, तो बाकी दोनों भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

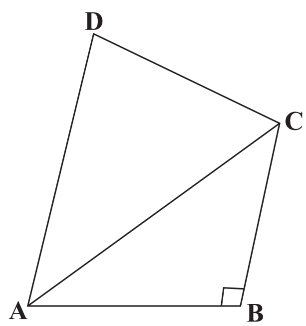
(NCERT Exemplar)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

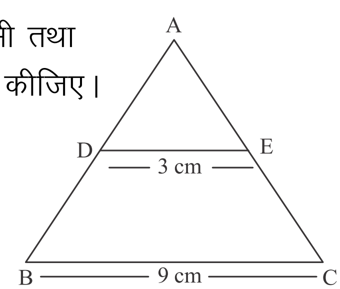
55 दिए गई आकृति में, $DE \parallel AC$ तथा $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि $DC \parallel AP$. है।



56 चतुर्भुज AB CD में $\angle B = 90°$, $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle ACD = 90°$ है।



57 दिए गई आकृति में, $DE \parallel BC$, $DE = 3$ सेमी, $BC = 9$ सेमी तथा $ar(\Delta ADE) = 30$ वर्ग सेमी^{2} $ar(BCED)$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

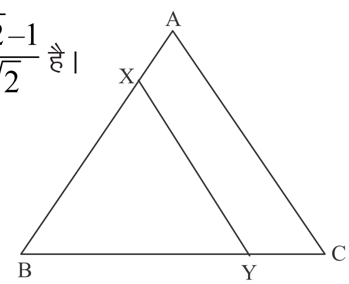


58 एक समबाहु त्रिभुज ABC में, D भुजा BC का समत्रिभाजन बिन्दु है, तो सिद्ध कीजिए कि $9AD^2 = 7AB^2$ है। (NCERT, CBSE 2015, CBSE 2020)

59 त्रिभुज ΔPQR में, $PD \perp QR$, D भुजा QR पर स्थित है। यदि $PQ = a, PR = b, QD = c$ तथा $DR = d$ और a, b, c, d धनात्मक इकाई हों। सिद्ध कीजिए कि $(a + b)(a - b) = (c + d)(c - d)$. है।

60 सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है। (CBSE 2010, 2018, 2019)

61 दिए गई आकृति में, $XY \parallel AC$ इस प्रकार है कि XY त्रिभुज ABC को दो बराबर क्षेत्रफलों में बाँटता है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ है।



62 ABCD एक समांतर चतुर्भुज में शीर्ष D से एक रेखा इस प्रकार खीचीं गई है कि वह रेखा भुजा BA तथा BC को E तथा F पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि

$\frac{DA}{AE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD}$. है।

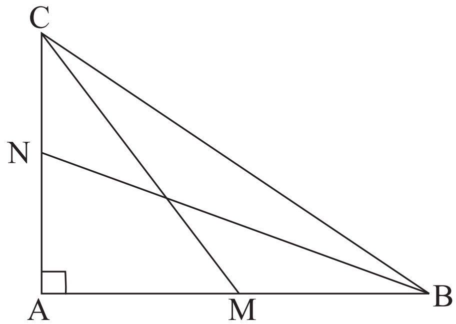
63 सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है। (CBSE 2019, 2020)

64 सिद्व कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है। (CBSE 2018, 2019, 2020)

65 यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं की भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो सिद्व कीजिए कि ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती है। (CBSE 2019, 2020)

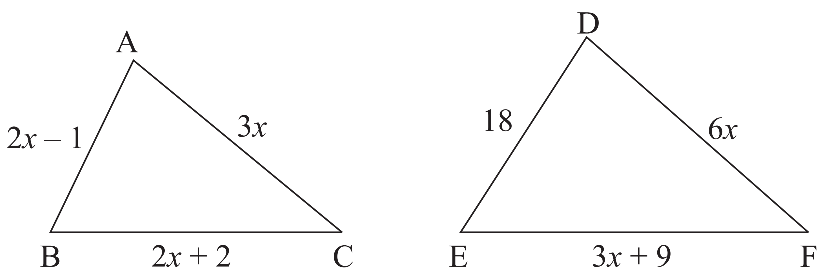
66 ΔABC में $\angle B > 90°$ तथा AD बढ़ी हुई CB पर लम्ब है। सिद्ध कीजिए $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \times BD$.

67 आकृति में BN तथा CM एक समकोण त्रिभुज ABC की माध्यिकाएँ हैं तथा एक इस त्रिभुज का कोण A समकोण है। सिद्ध कीजिए कि $4(BN^2 + CM^2) = 5BC^2$



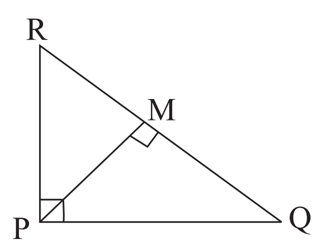
68 एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB और AC तथा माध्यिका AD एक अन्य त्रिभुज PQR की भुजाओं PQ और PR तथा माध्यिका PM के क्रमशः समानुपाती है। दर्शाइए कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है।

69 आकृति में यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है तथा उनकी भुजाओं की लंबाइयाँ (सेमी में) उन पर अंकित हैं, तो प्रत्येक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।



70 दो समरूप त्रिभुजों का परिमाप क्रमशः 30 सेमी और 20 सेमी हैं। यदि प्रथम त्रिभुज की एक भुजा 9 सेमी लंबी है, तो दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

71 आकृति में, ΔPQR, P पर समकोण है। M, QR पर एक बिन्दु इस प्रकार है कि PM, QR पर लम्ब है। दर्शाइए कि $PQ^2 = QM \times QR$



उत्तर और संकेत

1 (i) समरूप (v) समकोण

(ii) $\frac{AB}{FE} = \frac{BC}{ED}$ (vi) समानुपाती

(iii) सर्वांगसम (vii) 90°

(iv) एक ही (viii) 18 cm

2 (i) असत्य (ii) असत्य (iii) सत्य (iv) सत्य (v) सत्य

3 (a) (iii) AAA समरूपता कसौटी

(b) (iv) SSS समरूपता कसौटी

(c) (i) SAS समरूपता कसौटी

4 (B) $XY = \frac{1}{3} QR$

5 (A) 15 मात्रक

6 (C) उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के

7 (C) 12 सेमी

8 (A) $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

9 (b) 25 वर्ग सेमी

10 (D) 90^0

11 (B) 12 मी.

12 (B) 10 सेमी

13 (C) BC.DE=AB.EF

14 मुख्य बिन्दु 3(*iii*) का बिन्दु देखो।

15 मुख्य बिन्दु 3(*i*) का बिन्दु देखो।

16 नहीं, क्योंकि $(12)^2+(16)^2 \neq (18)^2$ है।

17 10 सेमी

18 $\Delta KPN \sim \Delta KLM$

$$\frac{x}{a} = \frac{c}{b+c} \Rightarrow x = \frac{ac}{b+c}$$

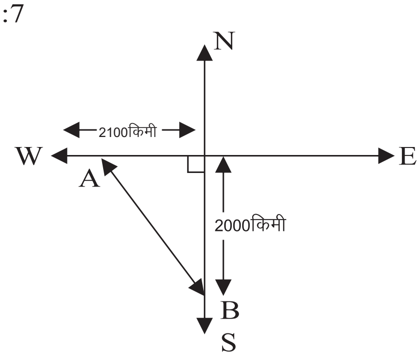
19 $\frac{AK}{AC} = \frac{HK}{BC} \Rightarrow \frac{10}{AC} = \frac{7}{3.5} \Rightarrow AC=5$ सेमी

20 $\angle D = \angle R$ (सत्य)

$\angle F = \angle P$ (असत्य)

21 5:7

22



$AB = \sqrt{(2100)^2+(2000)^2}$

$=2900$ किमी

23 माना ΔDEF की सबसे बड़ी भुजा x सेमी है

$$\frac{225}{81} = \left(\frac{30^2}{x}\right)$$

$x = 18$ सेमी

24 $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{6}{4.5} = \frac{4}{x}$ x=3 सेमी

25 $\Delta PXY \sim \Delta PQR$

$$\frac{PX}{PQ} = \frac{XY}{QR} = \frac{1}{3}$$

$\therefore XY : QR = 1:3$

26 $\frac{x+3}{3x+19} = \frac{x}{3x+4} =$ (:BPT)

x=2

27 $\frac{ar\,(ABC)}{ar\,(DEF)} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{3EF}{EF}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2$

$\frac{117}{ar\,(DEF)} = 9 \Rightarrow ar\,(DEF) = 13$ वर्ग सेमी

28 $\angle F = \angle C = 56^\circ$

29 2:3

30 1/9

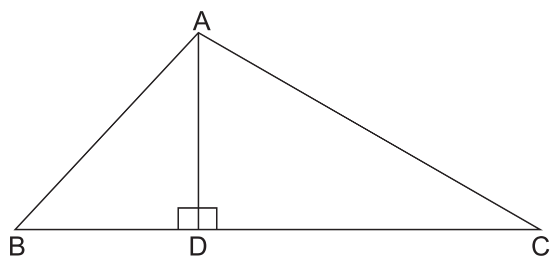
31 $PR = \sqrt{(6)^2+(8)^2} = 10$ सेमी

$QR^2 = PQ^2 + PQ^2$, अतः $\angle QPR = 90^\circ$ है। (पाइथागोरस प्रमेय का विलोम)

32 DE $\parallel$AC, $\quad \frac{AD}{DB} = \frac{EC}{BE}$ - (1) $\quad$ (:BPT)

DC$\parallel$AP, $\quad \frac{AD}{DB} = \frac{CP}{BC}$ - (2) $\quad$ (:BPT)

(1) और (2) से, $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$



33 Δ ADC में, $AD^2=AC^2-DC^2$ ...(1)

Δ ADB में, $AD^2=AB^2-BD^2$ ...(2)

(1) और (2) से, जोड़ने पर

$2AD^2=AC^2+AB^2-BD^2-DC^2$

$2AD^2+BD^2+DC^2=AC^2+AB^2$

$2BD^2\times CD^2+BD^2+DC^2=AC^2+AB^2$

$(BD+DC)^2=AC^2+AB^2$ $\quad$ ($(a + b)^2= a^2 + ab^2 + 2ab$ का प्रयोग करने से)

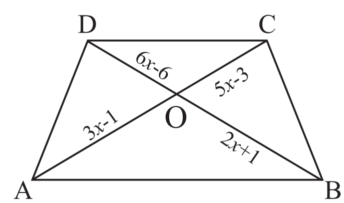
$BC^2=AC^2+AB^2$

पाइथागोरस विलोमानुसार, ΔABC एक समकोण त्रिभुज है।

34 $\angle B=\angle AED$ (दिया है)

$\angle A=\angle A$ (उभयनिष्ठ)

$\Delta ABC \sim \Delta AED$ (AA समरूपता कसौटी)



35 EO$\parallel$AB खींचो, $\frac{DE}{EA} = \frac{DO}{OB}$ (ΔADB में)

और $\frac{DE}{EA} = \frac{OC}{OA}$ (ΔACD में)

$\frac{3x-1}{5x-3} = \frac{2x+1}{6x-5} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ or 2

परन्तु $x= \frac{1}{2}$ पर (5x-3) का एक ऋणात्मक मान आता है, जोकि अंसभव है।

अतः x का अभीष्ट मान 2 हैं।

36 $\frac{PX}{XQ} = \frac{P4}{YR} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{YR} \Rightarrow$ YR=8 सेमी

$\therefore$ PR=8+4=12 सेमी

$QR = \sqrt{(12)^2-(6)^2} = \sqrt{6}\ \ 3$ सेमी

37 $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ (AA समरूपता कसौंटी)

$$\frac{6}{3} = \frac{5}{CD}$$

CD=2.5 सेमी

38 $\Delta BOE \sim \Delta DOA$ (AA समरूपता कसौंटी)

$$\frac{BO}{DO} = \frac{BE}{DA}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1.5}{DA}$$

DA= 3 सेमी

BC=DA=3 सेमी (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

39 (I) 65^0

(ii) 45^0

(iii) 45^0

(iv) 70^0

40 $$\frac{ar(ABC)}{ar(PQR)} = \left(\frac{144}{96}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$ar(\Delta ABC) : ar(\Delta PQR) = 9:4$

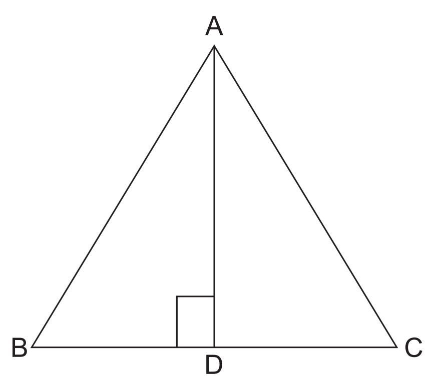
41 ΔPQR में, : $\angle 1 = \angle 2$

PR=PQ (समान कोणों के सम्मुख भुजाएँ)

$$\therefore \frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PQ}$$

और $\angle 1 = \angle 1$ (उभयनिष्ठ)

$\Delta PQS \sim \Delta TQR$ (SAS समरूपता कसौंटी)



42 $\Delta ADB \cong \Delta ADC$

BD=DC

$\therefore BD = \frac{1}{2} BC \qquad ...(1)$

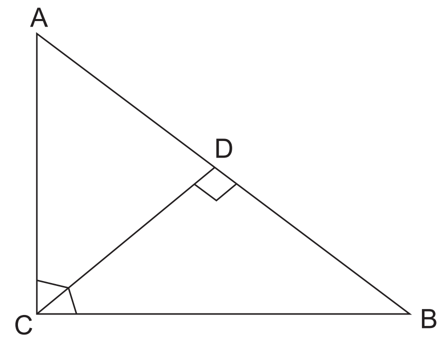
समकोण त्रिभुज ΔADB में

$AB^2=AD^2+BD^2$

$BC^2=AD^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2$ ($\because$ AB=BC=CA और (1) के द्वारा)

$3BC^2=4AD^2$

43 $\Delta ABC \sim \Delta CBD$



$\therefore \quad BC^2 = AB.BD \qquad ...(1)$

$\Delta ABC \sim \Delta ACD$

$\therefore \quad AC^2 = AB.BD \qquad ...(2)$

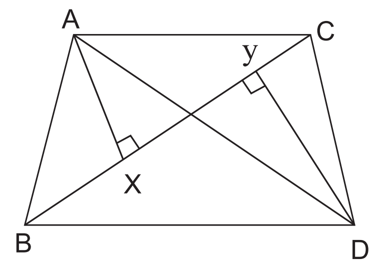
1 को 2 से भाग करने पर,

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$$

44 $AX \perp BC$ और $DY \perp BC$ खीचिए।

$$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta DBC)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AX}{\frac{1}{2} \times BC \times DY} = \frac{AX}{DY} \qquad ...(1)$$

$\Delta AXO \sim \Delta\ DYO$ (AA समरूपता कसौंटी)

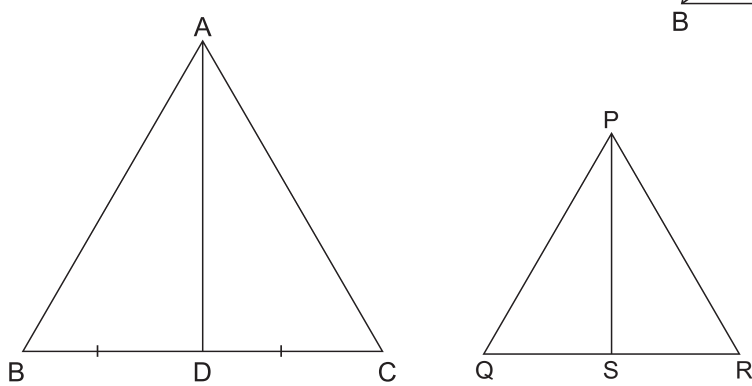


$$\frac{AX}{DY} = \frac{AO}{DO} \quad - (2)\ (CPS.T.)$$

(1) और (2) से,

$$\frac{ar(ABC)}{ar(DBC)} = \frac{AO}{DO}$$

45



$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (दिया है)

अतः $\angle B = \angle Q$ और $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{\frac{1}{2} BC}{\frac{1}{2} QR} = \frac{BD}{QS}$

ΔABD और $\Delta\ PQS$ में,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QS}$ और $\angle B = \angle Q$

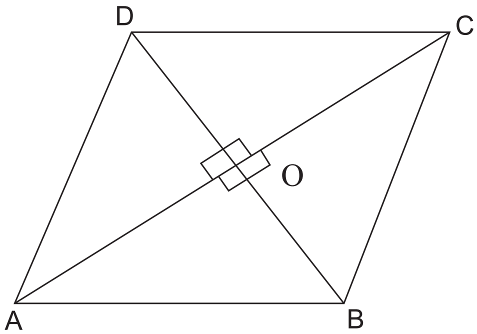
$\Delta ABD \sim \Delta PQS$ (SAS समरूपता कसौंटी)

अतः $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$ (C.P.S.T)

46 $\Delta BED \sim \Delta BCA$

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{a+b}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{ay}{a+b}$$



47 समकोण त्रिभुज ΔAOB में, $AB^2=OA^2+OB^2$ (1)

समकोण त्रिभुज ΔBOC में, $BC^2=OB^2+OC^2$ (2)

समकोण त्रिभुज ΔCOD में, $CD^2=OC^2+OD^2$ (3)

समकोण त्रिभुज ΔDOA में, $DA^2=OD^2+OA^2$ (4)

(1), (2), (3) और (4) को जोडने पर,

$$AB^2+BC^2+CD^2+DA^2=2OA^2+2OB^2+2OC^2+2OD^2$$

$$=2\left(\frac{1}{2}AC\right)^2+2\left(\frac{1}{2}BD\right)^2+2\left(\frac{1}{2}AC\right)^2+2\left(\frac{1}{2}BD\right)^2$$

[∵ समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लम्बवत् समद्विभाजित होते हैं।]

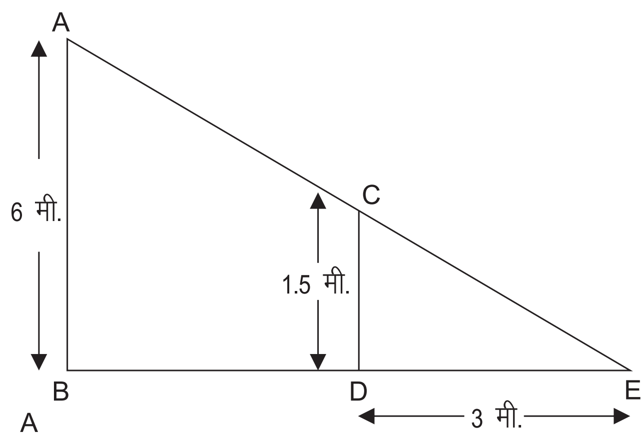
$$=AC^2+BD^2$$

48 $\Delta ABE \sim \Delta CDE$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$$

$$\frac{6}{1.5} = \frac{3+BD}{3}$$

BD= 9 मी.



49 सिद्व करना है: $EF=\frac{ab}{a+b}$

उत्पतिः $AB||EF||DC$

$\Delta EFC \sim \Delta ABC$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FC}{BC} \quad ...(1)$$

$\Delta BFE \sim \Delta BCD$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BC} \quad ...(2)$$

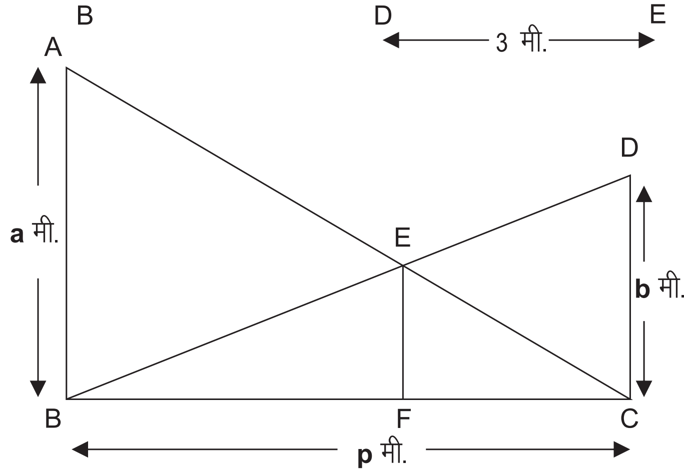
(1) और (2) को जोड़ने पर,

$$\frac{EF}{AB} + \frac{EF}{CD} = \frac{FC+BF}{BC}$$

$$EF\left[\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}\right] = \frac{BC}{BC}$$

$$EF\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right] = 1$$

$$EF = \frac{ab}{a+b}$$



50 प्र. 48 की तरह हल करना है।

51 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\therefore$ BPT के विलोमानुसार, $DE \| BC$ है।

$\angle PQR = \angle PST$ (एकांतर अतं कोण) $\angle D = \angle B$ & $E = \angle C$ (संगत कोण)

परंतु $\angle D = \angle E$

अतः $\angle B = \angle C$

$\therefore AB = AC$

अतः ΔABC, एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

52 Δ OAB में, $\frac{OD}{DA} = \frac{OE}{EB}$ – (1) ($\because$ BPT)

Δ OBC में, $\frac{OE}{EB} = \frac{OF}{FC}$ – (2) ($\because$ BPT)

(1) और (2) से,

$$\frac{OD}{DA} = \frac{OF}{FC}$$

BPT के विलोमानुसार, $DF \| AC$ हैं

53 $\Delta APB \sim \Delta DPC$ (AA समरूपता कसौटी)

$\frac{AP}{DP} = \frac{PB}{PC}$ ($\because$ C.P.S.T.)

AP.PC=DP. PB.

54 माना समकोण त्रिभुज की कर्ण के अलावा अन्य भुजाएँ x सेमी और (x+5) सेमी है

पाइथागोरस प्रमेयानुसार

$(x)^2+(x+5)^2=(25)^2$

$x = 15$ or -20

परन्तु भुजा का मान हमेशा धनात्मक होता है। अतः $x = 15$ है। $\therefore$ दो भुजाओं की लम्बाई 15 सेमी तथा 20 सेमी है।

55 प्र. 31 की तरह हल करना है।

56 समकोण Δ ABC में, $AC^2=AB^2+BC^2$ ...(1)

दिया है, $AD^2=(AB^2+BC^2)+CD^2$

$\Rightarrow AD^2=AC^2+CD^2$ [(1) से]

पाइथागोरस प्रमेय के विलोमानुसार, $\angle ACD=90^0$ है।

57 $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

$$\frac{ar(\Delta ADE)}{ar(\Delta ABC)}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2$$

$$\frac{30}{ar(\Delta ABC)}=\left(\frac{3}{9}\right)^2$$

$\therefore$ ar (ΔABC) = 270 वर्ग सेमी

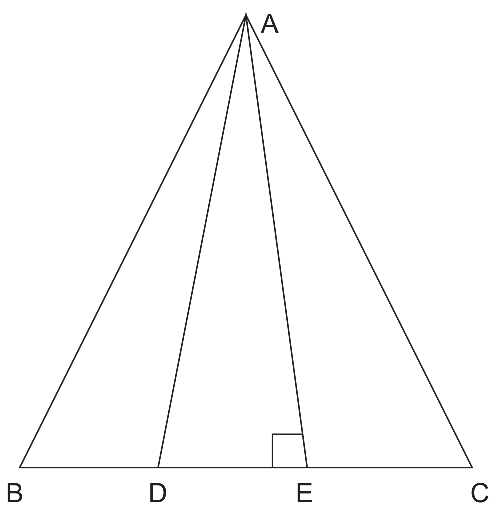
ar (BCED) = ar (ΔABC)- ar (Δ ADE)

= 270-30=240 वर्ग सेमी

58 $AE\perp BC$ खीचिए।

$\Delta ABE \cong \Delta ACE$

$\therefore BE=CE \Rightarrow BE=\frac{1}{2}BC$



समकोण ΔAED में, $AE^2=AD^2-DE^2$ ...(1)

समकोण ΔAEB में, $AE^2=AB^2-BE^2$ ...(2)

(1) और (2) से,

$AD^2-DE^2=AB^2-BE^2$

$AD^2-(BE-BD)^2=BC^2-\left(\frac{1}{2}BC\right)^2 (\because AB=BC)$

$AD^2-(\frac{1}{2}BC-\frac{1}{3}BC)^2=BC^2-\frac{BC^2}{4}$

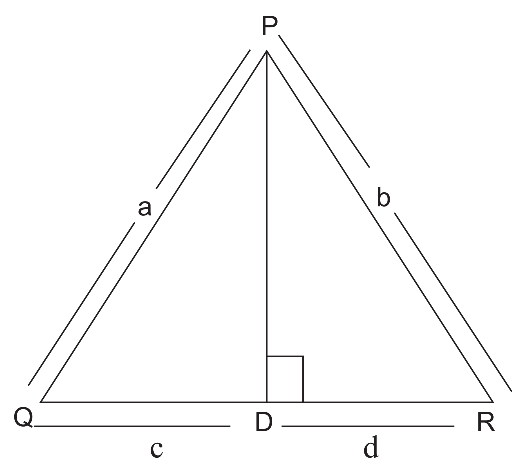
$9AD^2=7AB^2$

59 समकोण Δ PDQ में

$PD^2=a^2-c^2$ ...(1)

समकोण Δ PDR में

$PD^2=b^2-d^2$ ...(2)



(1) और (2) से,

$a^2-c^2=b^2-d^2$

$a^2-b^2=c^2-d^2$

$(a-b)(a+b)=(c+d)(c-d)$

60 NCERT की प्रमेय 6.6

61 दिया है, ar (Δ BXY)=ar(AXYC)

ar (ΔABC)=ar(ABXY)+ ar (AXYC)

= 2 ar (Δ BXY)

$$\frac{\text{ar }(\Delta ABC)}{\text{ar }(BXY)} = \frac{2}{1}$$

$\Delta ABC \sim \Delta XBY$

$$\left(\frac{AB}{XB}\right)^2 = \frac{\text{ar }(ABC)}{\text{ar }(BXY)}$$

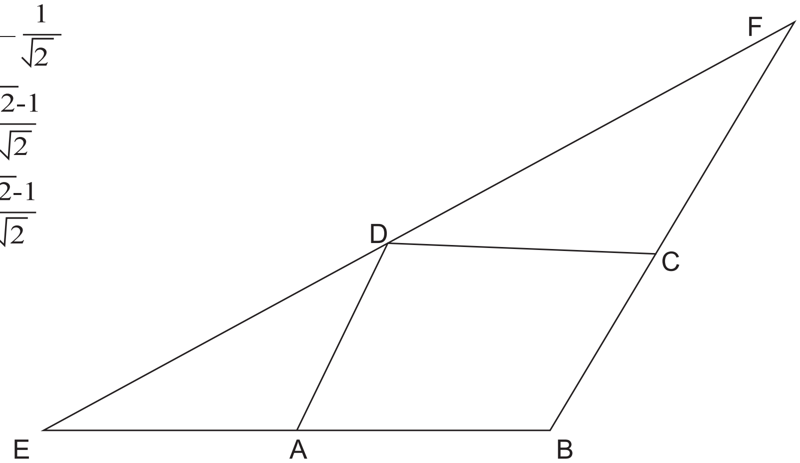
$$\frac{AB}{XB} = \sqrt{2}$$

$$\frac{XB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1-\frac{XB}{AB} = 1-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{AB\text{-}XB}{AB} = \frac{\sqrt{2}\text{-}1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}\text{-}1}{\sqrt{2}}$$



62 $\Delta EAD \sim \Delta EBF$

$$\frac{EA}{EB} = \frac{AD}{BF}$$

$$\frac{BF}{BE} = \frac{AD}{AE}$$

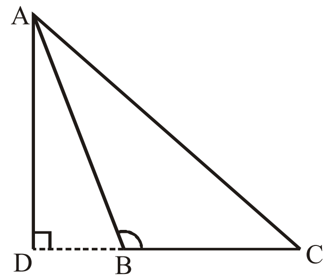
$$\frac{BF}{BE} = \frac{AD}{AE} = \frac{BF\text{-}AD}{BE\text{-}AE} = \frac{BF\text{-}BC}{BA} = \frac{CF}{DC}$$

63 NCERT की प्रमेय 6.9

64 NCERT की प्रमेय 6.8

65 NCERT की प्रमेय 6.1

66 ΔADB में



$AB^2 = AD^2 + DB^2$ ...(*i*)

ΔADC में

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$= AD^2 + (DB + BC)^2$

$= AD^2 + DB^2 + BC^2 + 2BC.BD$

$= AB^2 + BC^2 + 2BC.BD$ ((*i*) का प्रयोग करने पर)

67 BN माध्यिका है $\therefore$ $AN = CN = 1/2\,AC$

CM माध्यिका है $\therefore$ $AN = MB = 1/2\ AB$

In $\Delta BAC, BC^2 = AB^2 + AC^2$ ...(1)

In $\Delta BNC, BN^2 = AB^2 + \left(\dfrac{AC}{2}\right)^2$

$4BN^2 = 4AB^2 + AC^2$ ...(2)

In $\Delta MAC, (CM)^2 = (AM)^2 + (AC)^2$

$4CM^2 = AB^2 + 4AC^2$ ...(3)

(2) और (3) को जमा करने पर

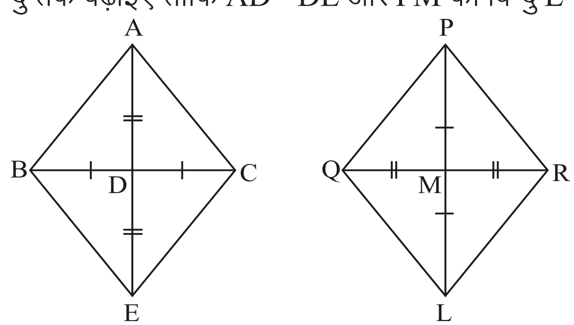
$4(BN^2 + CM^2) = 5AB^2 + 5AC^2$

$4(BN^2 + CM^2) = 5BC^2$

68 ΔABC और ΔPQR में

$\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{AC}{PR} = \dfrac{AD}{PM}$ ...(1)

AD को बिन्दु तक बढ़ाइए ताकि $AD = DE$ और PM का बिन्दु L तक जिसमें $PM = ML$



$\therefore$ चतुर्भुज ABEC और PQLR समांतर चतुर्भुज है। ($\because$ विकर्ण समद्विभाजित करते हैं)

$\left.\begin{array}{l} \therefore\ AC = BE, AB = EC \\ \therefore\ PR = QL, PQ = LR \end{array}\right\}$ ...(2)

(1) और (2) से

$\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{BE}{QL} = \dfrac{2\,AD}{2\,PM} = \dfrac{AE}{PL}$

$\therefore \quad \Delta ABE \sim \Delta PQL$

$\therefore \quad \angle BAE = \angle QPL \qquad ...(3)$

इसी तरह, $\Delta AEC \sim \Delta PLR$

$\Rightarrow \quad \angle CAE = \angle RPL \qquad ...(4)$

$\Rightarrow \quad \angle CAB = \angle RPQ \qquad$ ((3) व (4) से)

$\therefore \quad \Delta ABC$ और ΔPQR में

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$ और $\angle CAB = \angle RPQ$ अत: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

69 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \quad (\Delta ABC \sim \Delta DEF)$

$$\frac{2x-1}{18} = \frac{2x+2}{3+9} = \frac{3x}{6x}$$

हल करने पर, $x = 5$

$\therefore \quad AB = 9\text{ cm} \quad BC = 12\text{ cm} \quad AC = 15\text{ cm}$

70 $\quad DE = 18\text{ cm} \quad EF = 24\text{ cm} \quad FD = 30\text{ cm}$

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$\therefore \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$

$\Rightarrow \quad AB = kDE, BC = kEF, AC = kDF$

$\therefore \quad AB + BC + AC = k(DE + EF + DF)$

$\therefore \quad \frac{30}{20} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = 6\text{ cm}$

71 $\Delta PMR, PR^2 = PM^2 + RM^2 \qquad ...(1)$

$\Delta PMQ, PQ^2 = PM^2 + MQ^2 \qquad ...(2)$

$\Delta PQR, RQ^2 = RP^2 + PQ^2 \qquad ...(3)$

$\Rightarrow \quad RM^2 + MQ^2 + 2RM.MQ = RP^2 + PQ^2 \qquad ...(4)$

$(\Delta\, RQ = RM + MQ)$

(1) और (2) जमा करने पर, $PR^2 + PQ^2 = 2PM^2 + RM^2 + MQ^2 \qquad ...(5)$

(4) व (5) से

$PM^2 = RM.MQ$

अभ्यास प्रश्न–पत्र

त्रिभुज

समयः 1 घंटा | अधिकतम अंकः 20

खण्ड–अ

1. यदि दो समरूप त्रिभुजों की भुजाओं का अनुपात 8:10 हो, तो इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ______________ है।. (1)
2. यदि दो त्रिभुजों ΔABC और ΔPQR में, $\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{RP} = \frac{CA}{PQ}$ है, तो

   (A) $\Delta PQR \sim \Delta CAB$

   (B) $\Delta PQR \sim \Delta ABC$

   (C) $\Delta CBA \sim \Delta PQR$

   (D) $\Delta BCA \sim \Delta PQR$

   (CBSE 2020) (1)
3. ΔABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, जिसमें समकोण C पर है, तो AB^2 =......

   (A) AC^2 (B) $2\ AC^2$ (C) $4\ AC^2$ (D) $3\ AC^2$ (1)
4. ΔABC के आधार BC के संमातर एक रेखा DE खींची गई, जोकि AB को D पर तथा AC को E पर प्रतिच्छेद करती है। यदि $\frac{AB}{BD} = 4$ और CE = 2 सेमी हो, तो AE की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (1)

खण्ड–ब

5. एक समचतुर्भुजाकार क्षेत्र के विकर्ण 32 मी. और 24 मी. है। क्षेत्र की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (2)
6. एक व्यक्ति 24 मी. पश्चिम दिशा की तरफ जाता है, उसके बाद वह 10 मी. उत्तर दिशा की तरफ जाता है। वह आरंभिक बिंदु से कितनी दूरी पर होगा? (2)
7. आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलामानुसार, सिद्व कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य–बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है। (2)

खण्ड–स

8. समांतर चतुर्भुज ABCD की बढ़ाई गई भुजा AD पर स्थित E एक बिंदु है तथा BE भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है। दर्शाइए कि $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ है। (3)
9. किसी समबाहु त्रिभुज में, सिद्व कीजिए कि उसकी एक भुजा के वर्ग का तिगुना उसके एक शीर्षलम्ब के वर्ग के चार गुने के बराबर होता है। (3)

खण्ड–द

10. आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का कथन लिखकर सिद्व कीजिए। (4)

7

अध्याय

निर्देशांक ज्यामिति

1. महत्त्वपूर्ण बिन्दुः

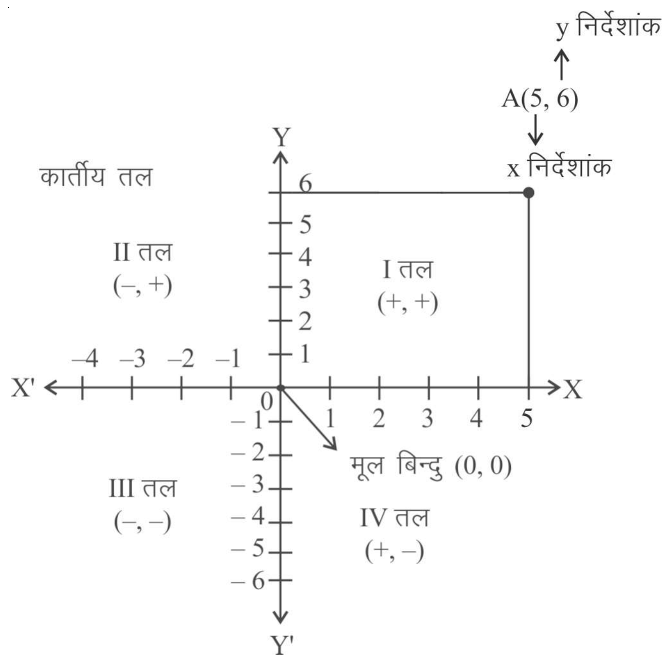
निर्देशांक ज्यामिति

ज्यामितीय प्रणाली जिसमें बिंदुओं की स्थिति को संख्याओं की क्रमबद्ध जोड़ी के प्रयोग द्वारा वर्णित किया जाता है, $P(x, y)$

किसी बिन्दु की y-अक्ष से दूरी उस बिंदु का x-निर्देशांक अथवा भुज कहलाता है।

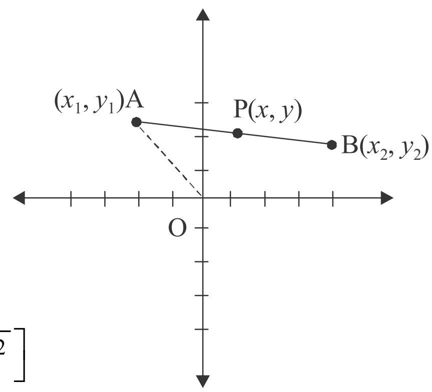
किसी बिन्दु की x-अक्ष से दूरी उस बिंदु का y-निर्देशांक अथवा कोटि कहलाता है।

x-अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु के निर्देशांक $(x, 0)$ होते हैं। y-अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु के निर्देशांक $(0, y)$ होते हैं। किसी बिन्दु के कार्तीय तल में निर्देशांक (x, y) होते हैं।



2. **दूरी सूत्र**

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी मापना



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(A व B) के मध्य दूरी

3. एक बिंदु की मूल बिंदु से दूरी

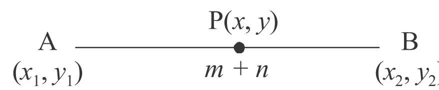
$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad \left[OA = \sqrt{x_1 - 0)^2 + y_1 - 0)^2}\right]$$

4. मध्य बिंदु सूत्र (दो बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक)

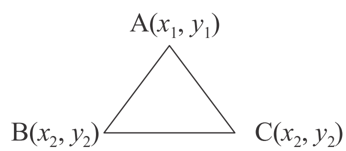
$$P(x, y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$$

5. एक बिंदु जो अन्य बिंदुओं $A(x_1, y_1)$ व $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड AB को $m : n$ में आंतरिक रूप से विभाजित करता है।

$$P(x, y) = P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$



6. Δ ABC का क्षेत्रफल



$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_1) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$$

वर्ग इकाई

7. यदि ΔABC का क्षेत्रफल $= 0$ तो A, B, C संरेखी होंगे।

8. ΔABC के केन्द्रक के निर्देशांक

$$\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

रिक्त स्थान भरें–

1. किसी बिंदु की y-अक्ष से दूरी .... कहलाती है।
2. किसी बिन्दु की x-अक्ष से दूरी .... निर्देशांक या कोटि कहलाती है।

3. एक बिंदु (5, 0) .... अक्ष पर स्थित होगा।

4. एक बिंदु जो y-अक्ष पर स्थित है .... के रूप का होगा।

5. $ax + by + c = 0$ के रूप की रैखिक समीकरण को ग्राफीय प्रदर्शित करने पर .... प्राप्त होगी।

6. एक बिंदु $P(x, y)$ की मूल बिंदु से दूरी .... है।

7. बिंदु P की y-अक्ष से दूरी 3 इकाई है व यह x-अक्ष पर y-अक्ष के बाएँ में स्थित है। P के निर्देशांक हैं–

   (i) (3, 0) (ii) (0, 3)

   (iii) (– 3, 0) (iv) (0, – 3)

8. y-अक्ष से बिंदु P(3, – 2) के दूरी है–

   (i) 3 इकाई (ii) 2 इकाई

   (iii) – 2 इकाई (iv) $\sqrt{13}$ इकाई

9. दो बिंदुओं के निर्देशांक (6, 0) व (0, – 8) हैं। इन्हें मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्यबिंदु के निर्देशांक हैं–

   (i) (3, 4) (ii) (3, –4)

   (iii) (0, 0) (iv) (– 4, 3)

10. यदि बिंदुओं P(4, 0) व $Q(0, x)$ के बीच की दूरी 5 इकाई है तो x का मान है–

    (i) 2 (ii) 3

    (iii) 4 (iv) 5

11. उस बिंदु के निर्देशांक, जहाँ रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 7$, y-अक्ष को प्रतिच्छेद करती है, हैं–

    (i) $(a, 0)$ (ii) $(0, b)$

    (iii) $(0, 7b)$ (iv) $(2a, 0)$

12. एक त्रिभुज ABC जिसका निर्देशांक A(4, 0), B(0, – 7) व 0(0, 0) हैं, का क्षेत्रफल होगा–

    (i) 11 वर्ग इकाई (ii) 18 वर्ग इकाई

    (iii) 28 वर्ग इकाई (iv) 14 वर्ग इकाई

13. दो बिंदुओं $P\left(-\frac{11}{3}, 5\right)$ व $Q\left(-\frac{2}{3}, 5\right)$ के बीच की दूरी है–

(i) 6 इकाई (ii) 4 इकाई

(iii) 3 इकाई (iv) 2 ईकाई

14. दो बिंदुओं, जिनके निर्देशांक (5 cos 35°, 0) व (0, 5 cos 55°) है, के बीच की दूरी है–

(i) 10 इकाई (ii) 5 इकाई

(iii) 1 इकाई (iv) 2 इकाई

15. त्रिभुज ABC में शीर्ष A के निर्देशांक (– 4, 2) हैं व एक बिंदु D, जो BC का मध्यबिंदु है, के निर्देशांक (2, 5) हैं। ΔABC के केन्द्रक के निर्देशांक होंगे–

(i) (0, 4) (ii) $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$

(iii) $\left(-2, \frac{7}{3}\right)$ (iv) (0, 2)

16. दो रेखाओं $2x + 4 = 0$ व $x - 5 = 0$ के बीच की दूरी है–

(i) 9 इकाई (ii) 1 इकाई

(iii) 5 इकाई (iv) 7 इकाई

17. एक त्रिभुज, जिसके शीर्षों के निर्देशांक (0, 0), (2, 0) व (0, 2) हैं, का परिमाप है–

(i) 4 इकाई (ii) 6 इकाई

(iii) $6\sqrt{2}$ इकाई (iv) $4+2\sqrt{2}$ इकाई

18. यदि $(9, a)$, $(b, -4)$ व (7, 8) से बनने वाले त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक (6, 8) हैं तो a व b के मान हैं–

(i) $a = 4, b = 5$ (ii) $a = 5, b = 4$

(iii) $a = 5, b = 2$ (iv) $a = 20, b = 2$

19. किसी वृत्त का केन्द्र जिसके व्यास के अंतबिन्दु (–4, 2) तथा (4, –3) हो

(i) (2, –1) (ii) (0, –1)

(iii) $(0, -\frac{1}{2})$ (iv) $(4, -\frac{1}{2})$ (CBSE 2020 बुनियादी)

20. बिन्दु (0, 0) तथा $(a-b, a+b)$ के बीच की दूरी

(i) $2\sqrt{ab}$ (ii) $\sqrt{2a^2+ab}$

(iii) $2\sqrt{a^2+b^2}$ (iv) $\sqrt{2a^2+2b^2}$ (CBSE 2020 बुनियादी)

लघु उत्तरीय प्रश्न–I

21. P के किस मान के लिए (2, 1), $(p, -1)$ व $(-1, 3)$ संरेखी होंगे?

22. निर्देशांक A(0, 0), B(4, 0) तथा C(0, 9) द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020 बुनियादी)

23. बिन्दुओं $(1, -2)$ और $(-3, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को समात्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक बताइये।

24. एक Δ की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (3, 4), (4, 1) और (2, 0) है Δ के शीर्ष ज्ञात कीजिए।

25. किसी वृत्त का केन्द्र (4, 4) पर है। यदि इस वृत्त के व्यास का एक अंतबिन्दु (4, 0) हो तो व्यास के दूसरे अंतबिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020, मानक)

26. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु $P(4, m)$ बिन्दुओं A(2, 3) तथा B(6, –3) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। m का मान भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)

27. दर्शाइए कि बिन्दु $(-2, 3)$ (8, 3) और (6, 7) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है।

28. y-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (5 –2) तथा (–3, 2) से समदूरस्थ हो। (CBSE 2019)

29. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें y अक्ष बिन्दुओं A(5 – 6) तथा B(– 1, – 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को बांटता हैं।

30. उस त्रिभुज के केन्द्र के निर्देशांक बताइये जिसके शीर्ष (3 – 5) (– 7, 4) (10 – 2) है।

31. x व y के बीच संबंध बताएँ यदि बिंदु (x, y) बिन्दुओं (7, 1) व (3, 5) से समदूरस्थ है।

32. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें x अक्ष बिन्दुओं (1, –3) तथा (4, 5) को मिलाने वाले रेखाखंड को बांटता है। x अक्ष पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजि। (CBSE 2020, मानक)

33. a का मान ज्ञात करें यदि बिंदु (3, 5) व (7, 1) बिंदु $(a, 0)$ से समान दूरी पर स्थित हैं।

34. x व y के मध्य संबंध ज्ञात करें यदि बिंदु $A(x, y), B(-4, 6)$ व $C(-2, 3)$ संरेखी हैं।

35. निर्देशांक $A(2, 0), B(6, 1)$ तथा $C(p, q)$ द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 वर्ग इकाई है (केवल धनात्मक) तथा $2p + q = 10$ हो तो p तथा q का मान ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2020, मानक)

36. निर्देशांक $A(-5, 6), B(-4, -2)$ व $C(7, 5)$ से बनने वाले त्रिभुज का प्रकार बताएँ।

(NCERT Exempler)

37. x-अक्ष पर उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करें जो बिंदु $(7, -4)$ से $2\sqrt{5}$ इकाई की दूरी पर स्थित है। इस प्रकार के कितने बिंदु होंगे? (NCERT Exempler)

38. एक रेखा y-अक्ष तथा x-अक्ष पर क्रमशः स्थित बिन्दु P तथा Q पर प्रतिच्छेद करती है। यदि PQ का मध्यबिन्दु $(2, -5)$ हो तो P तथा Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2017)

39. बिन्दु $A(-2, 1), B(a, 0), C(4, b), D(1, 2)$ समांतरचतुर्भुज ABCD के शीर्ष हैं। a तथा b का मान ज्ञात कीजिए। इस चतुर्भुज की भुजाओं की लंबाई भी ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2018)

40. यदि बिंदु P व Q बिन्दुओं $A(2, -2)$ व $B(-7, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को समत्रिभाजित करते हैं व P, A के निकट है तो P व Q के निर्देशांक ज्ञात करें।

लघुउत्तरीय प्रश्न-II

41. बिन्दुओं $A(2, 1)$ तथा $B(5, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को P तथा Q इस प्रकार विभाजित करते है कि यदि बिन्दु P, रेखा $2x - y + K = 0$ पर भी स्थित है तो K का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)

42. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें रेखा $x - 3y = 0$ बिन्दुओं $(-2, -5)$ व $(6, 3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करती है। प्रतिच्छेदित बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

43. बिन्दु A बिन्दुओं $X(6, -6)$ व $Y(-4, -1)$ को मिलाने वाले रेखाखंड पर इस प्रकार स्थित है कि $\dfrac{XA}{XY} = \dfrac{2}{5}$ है। यदि बिंदु A रेखा $3x + K(y + 1) = 0$ पर भी स्थित है तो K का मान ज्ञात कीजिए।

44. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $A(0, -1), B(2, 1)$ व $C(0, 3)$ से बनने वाले त्रिभुज के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से प्राप्त हुआ है।

45. K का मान ज्ञात कीजिए यदि ΔABC जिसके शीर्ष $A(K + 1, 1), B(4, -3)$ व $C(7, -K)$ हैं तथा जिसका क्षेत्रफल 6 वर्ग इकाई है।

46. बिंदु P, बिदुंओं A(2, 1) व B(5, –8) को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$ है। बिन्दु P ज्ञात कीजिए।

47. यदि बिन्दु $P(x, y)$ की A(5, 1) तथा B(–1, 5) से दूरी बराबर हो तो सिद्ध कीजिए $3x = 2y$. (CBSE 2017)

48. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु $\left(\frac{24}{11}, y\right)$ बिन्दुओं P(2, –2) तथा Q(3, 7) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। (CBSE 2017)

49. यदि A(– 3, 2), $B(x, y)$ तथा C(1, 4) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं व AB = BC है तो $(2x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।

50. यदि बिन्दु P(3, 4), बिन्दुओं $A(a + b, b – a)$ तथा $B(a – b, a + b)$ से समदूरस्थ है तो सिद्ध कीजिए कि $3b – 4a = 0$ है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

51. निर्देशांक A(–4, –3), B(3, –1), C(0, – 5) तथा D(–4, 2) को क्रमानुसार लेकर बनने वाले चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020 मानक)

52. यदि $P(x, y)$, $A(a, 0)$ तथा $B(0, b)$ को मिलाने वाले रेखाखंड पर स्थित एक बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ है।

53. यदि बिन्दु (x, y), (– 5, – 2) व (3, – 5) संरेखी हैं तो सिद्ध कीजिए कि $3x + 8y + 31 = 0$ है।

54. x व y के बीच संबंध स्थापित कीजिए यदि $A(x, y)$, B(– 2, 3) व C(2, 1) एक समद्विभाजित त्रिभुज बना रहे हैं व AB = AC है।

55. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $(x, \sqrt{1 - x^2})$ मूलबिन्दु से 1 इकाई की दूरी पर स्थित है।

56. यदि बिन्दु A(K + 1, 2K), B(2K, 2K + 3) तथा C(5K – 1, 5K) संरेखी हो तो K का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2017)

57. यदि बिंदु (a, b), (c, d) व $(a – c, b – d)$ संरेखी है तो दर्शाइए कि $bc = ad$ है।

58. उस त्रिभुज के परिकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निदेशांक (3, 7), (0, 6) व (–1, 5) हैं। परिवृत्त की त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए।

59. एक त्रिभुज PQR में P, Q व R के निर्देशांक क्रमशः (3, 2), (5, 4) व (9, 3) हैं। केन्द्रक G के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। ΔPQG व ΔPRG का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

60. यदि बिन्दु (5, 4) व (x, y) बिन्दु (4, 5) से समदूरस्थ हैं तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 39 = 0$ है।

उत्तर तथा संकेत

1. भुज

2. y-निर्देशांक

3. x-अक्ष

4. $(0, y)$

5. सरल रेखा

6. $\sqrt{x^2 + y^2}$

7. (iii) (– 3, 0)

8. (i) 3 इकाई

9. (ii) (3, – 4)

10. (ii) 3

11. (iii) $(0, 7b)$

12. (iv) 14 वर्ग इकाई

13. (iii) 3 इकाई

14. (ii) 5 इकाई

15. (i) (0, 4)

16. (iv) 7 इकाई

17. (iv) $\left(4+2\sqrt{2}\right)$ इकाई

18. (iv) $a = 20, b = 2$

19. (C)

20. (D)

21. P = 5

22. 18 वर्ग इकाई

23.
$$\underset{(1,-2)}{A} \xrightarrow{\quad 1 \quad} \underset{P}{|} \xrightarrow{\quad 1 \quad} \underset{Q}{|} \xrightarrow{\quad 1 \quad} \underset{(-3,4)}{B}$$

AP : PB = 1 : 2

AQ : QB = 2 : 1

$$P = \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$$

$$Q = \left(-\frac{5}{3}, 2\right)$$

24. माना $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ त्रिभुज के निर्देशांक हैं।

माना D(3, 4), AB का मध्यबिन्दु है।

E(4, 1), BC का मध्यबिन्दु है।

F(2, 0) AC का मध्यबिन्दु है।

मध्यबिन्दु सूत्र लगाने पर

$x_1 + x_2 = 6, \quad y_1 + y_2 = 8$

$x_2 + x_3 = 8, \quad y_2 + y_3 = 2$

$x_1 + x_3 = 4, \quad y_1 + y_3 = 0$

सरल करने पर

$x_1 = 1, \quad x_2 = 5, \quad x_3 = 3$

$y_1 = 3, \quad y_2 = 5, \quad y_3 = -3$

$\therefore$ A(1, 3), B(5, 5), C (3, –3)

25. (4, 8)

26. 1 : 1, $m = 0$

27. पाइथागोरस व दूरी सूत्र का प्रयोग करें

28. (0, –2)

29. 5 : 1

30. (2, – 1)

31. $x - y = 2$

32. 3 : 5; $\left(\frac{17}{8}, 0\right)$

33. $a = 2$

34. $3x = -2y$

35. $p = 2, q = 6$

36. दूरी सूत्र के प्रयोग द्वारा, विषमबाहु त्रिभुज

37. $x = 1, -15$, दो बिंदु

38. (4, –10)

39. $a = 1, b = 1$

AB = CD = $\sqrt{10}$

AD = BC = $\sqrt{10}$

40. P(– 1, 0); Q(– 4, 2)

41. P(3, – 2) समीकरण में $x = 3, y = -2$;
K = – 8

42. माना P(x, y) बिंदु व $m : n$ अनुपात

$$x = \frac{6n - 2m}{m + n}, \quad y = \frac{3n - 5m}{m + n} \qquad ....(1)$$

रेखा के समीकरण में $x = 3y$ डालने पर

$m : n = 3 : 13$

$P(x, y) = \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

43. $\frac{XA}{AY} = \frac{2}{3}$

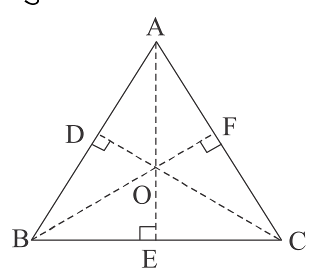
माना A(x, y) बिंदु है

$x = 2, y = -4$

A(2, – 4) का मान समीकरण में डालें

$\therefore \quad K = 2$

44. 1 वर्ग इकाई
45. K = 3
46. $K = \frac{-17}{4}$
47. PA = PB, दूरी सूत्र का प्रयोग करें।
48. 2 : 9
49. $2x + y = 1$
50. $3b - 4a = 0$ दूरी सूत्र का प्रयोग करें
51. चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = क्षे० ΔABC + क्षे० ΔADC = 34 वर्ग इकाई
52. संरेखी बिन्दु $\therefore$ Δ का क्षेत्रफल = 0
53. संरेखी बिन्दु के लिए Δ का क्षेत्रफल = 0 लाऐं।
54. दूरी सूत्र का प्रयोग करें।
54. दूरी सूत्र का प्रयोग करें।
56. $K = \frac{1}{2}, K = -2$
58. AB, BC व CA के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात करें।



DO = OE = OF

परिकेन्द्र $O(x, y) = \left(1, \frac{13}{2}\right)$

परित्रिज्या $AO = \frac{\sqrt{17}}{2}$ इकाई

59. $G(x, y) = (6, 3)$

$\Delta PQG = \frac{3}{2}$ वर्ग इकाई

$\Delta PRG = \frac{3}{2}$ वर्ग इकाई

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

निर्देशांक ज्यामिति

समय : 1 घंटा *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. m का वह मान ज्ञात करिए जिसमें बिंदु (3, 5) (m, 6) तथा $\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{2}\right)$ संरेख है। **1**

2. बिन्दुओं $A(c, 0)$ तथा $B(0, c)$ के बीच की दूरी क्या है? **1**

3. मूल बिन्दु से बिन्दु P(–6, 8) की दूरी .... है। **1**

4. यदि बिन्दु (3, a), $2x - 3y = 5$ द्वारा निरूपित रेखा पर स्थित है, तो a का मान ज्ञात कीजिए। **1**

खण्ड–ब

5. P के किस मान के लिए बिंदु (–3, 9), $(2, p)$ तथा (4, –5) संरेख है? **2**

6. यदि बिन्दु (8, 6) तथा $B(x, 10)$ एक वृत्त जिसका केन्द्र (4, 6) है पर स्थित हों तो x का मान ज्ञात कीजिए। **2**

खण्ड–स

7. एक त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक (0, 4) (0, 0) व (3, 0) हैं। **2**

8. दर्शाइए कि बिन्दु A(–3, 2), B(–5, –5), C(2, –3) तथा D(4, 4) एक समचतुर्भुज के शीर्ष है। **3**

9. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु $(2, y)$ बिंदुओं A(–2, 2) तथा B(3, 7) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। y का मान भी ज्ञात कीजिए। **3**

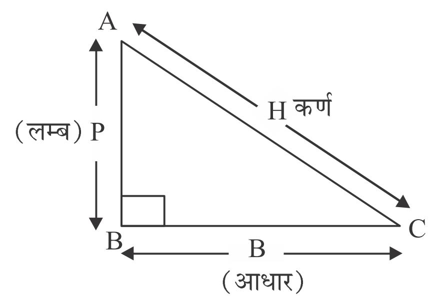
खण्ड–द

10. यदि P बिन्दुओं A(–2, –2) तथा B(2, –4) को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{AB} = \frac{3}{7}$ तो P के निर्देशांक बताइए। **4**

8
अध्याय

त्रिकोणमिति का परिचय

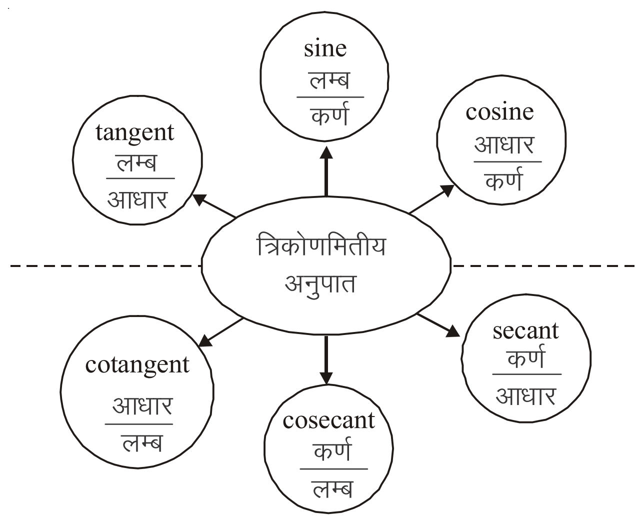
त्रिकोणमिति का परिचय



गणित की वह शाखा जो कि समकोण त्रिभुजों के अध्याय से संबंधित है। त्रिकोणमिति मुख्यतः समकोण त्रिभुज की भुजाओं तथा कोणों के मध्य सहसंबंध के अध्ययन से संबंधित है।

नोट–$\angle A$ के लिए, लम्ब BC तथा आधार AB होगा।
$\angle C$ के लिए, लम्ब AB तथा आधार BC होगा।

त्रिकोणमितीय अनुपात–किसी समकोण त्रिभुज के एक न्यून कोण के त्रिकोणमितीय अनुपात त्रिभुज के कोण और उसकी भुजाओं की लंबाई के बीच के संबंध को व्यक्त करते हैं।

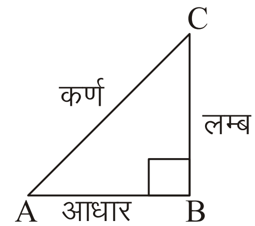


Mind Trick : sine, cosine और tangent का त्रिभुज की भुजाओं से संबंध याद करने के लिए निम्न वाक्य याद करें–

Some People Have curly Brown Hair Through Proper Brushing

$\sin A = \frac{P}{H}$ $\cos A = \frac{B}{H}$ $\tan A = \frac{P}{B}$

1. त्रिकोणमितिय अनुपात : ΔABC में $\angle B = 90°$ कोण A के लिए–



$\sin A = \dfrac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{कर्ण}}$

$\cos A = \dfrac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{\text{संलगन भुजा}}{\text{कर्ण}}$

$\tan A = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \dfrac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{संल्गन भुजा}}$

$\cot A = \dfrac{\text{आधार}}{\text{लंब}} = \dfrac{\text{संलगन भुजा}}{\text{सम्मुख भुजा}}$

$\sec A = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{संलगन भुजा}}$

$\operatorname{cosec} A = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{सम्मुख भुजा}}$

2. व्युत्क्रम

$\sin\theta = \dfrac{1}{\operatorname{cosec}\theta}, \quad \operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta}, \quad \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}, \quad \cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

3. आनुपातिक संबंध

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

4. सर्वसामिकाएं

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ और $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \Rightarrow \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$ और $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta \Rightarrow \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$ और $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

5. कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमिति अनुपातः

$\angle A$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
$\cot A$	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
$\operatorname{cosec} A$	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

6. पूरक कोणों के त्रिकोणमितिय अनुपात

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$

$\cot(90° - \theta) = \tan\theta$

$\sec(90° - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$

$\operatorname{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि $\sin\theta = \cos\theta$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

2. यदि $\tan\theta = \cot(30° + \theta)$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

3. यदि $\sin\theta = \cos(\theta - 6°)$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

4. यदि $\tan\theta = \frac{4}{3}$ तो $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. यदि $3x = \text{cosec}\,\theta$ और $\frac{3}{x} = \cot\theta$ तो $3\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ का मान बताइए।

6. यदि $x = a \sin\theta$ तथा $y = a\cos\theta$ तो $x^2 + y^2$ का मान ज्ञात कीजिए

7. $\text{cosec}\, 70° - \sec 20°$ का मान बताइए।

8. $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$ का मान बताइए।

9. $\sec\theta$ को $\cot\theta$ में व्यक्त कीजिए।

10. $\cos\theta \cos(90° - \theta) - \sin\theta \sin(90° - \theta)$ का मान ज्ञात कीजिए।

11. यदि $\sin(20° + \theta) = \cos 30°$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

12. $\frac{1+\tan^2\theta}{1+\cot^2\theta}$ का मान बताइए।

13. यदि $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, तो $\frac{\text{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\text{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। [CBSE 2010]

14. $\text{cosec}\, 48° + \tan 88°$ को $0°$ व $45°$ के बीच के त्रिकोणमितीय अनुपातों के रूप में दर्शाइए। [CBSE 2014]

15. यदि $5\tan\theta - 4 = 0$, तो $\frac{5\sin\theta - 4\cos\theta}{5\sin\theta + 4\cos\theta}$ का मान है।

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$

(c) 0 (d) $\frac{1}{6}$

16. यदि A व B पूरक कोण है तो

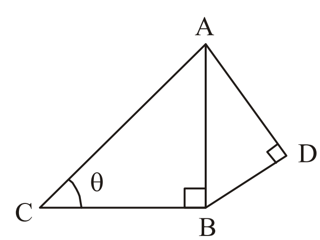
(a) $\sin A = \sin B$ (b) $\cos A = \cos B$

(c) $\tan A = \tan B$ (d) $\sec A = \text{cosec}\, B$

17. आकृति में यदि AD = 4 सेमी., BD = 3 सेमी. तथा CB = 12 सेमी है तो $\cot\theta =$

(a) $\frac{12}{5}$ (b) $\frac{5}{12}$

(c) $\frac{13}{12}$ (d) $\frac{12}{13}$



18. $\tan 1° \tan 2° \tan 3°$ .... $\tan 89°$ का मान है–

(a) 1 (b) – 1

(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं

19. यदि θ और $2\theta - 45°$ न्यूनकोण हैं कि व $\sin\theta = \cos(2\theta - 45°)$ है, तो $\tan\theta$ का मान होगा–

(a) 1 (b) – 1

(c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

सिद्ध कीजिए

20. $\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$

21. $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \tan\theta + \sec\theta$

22. यदि $x = p\sec\theta + q\tan\theta$ और $y = p\tan\theta + q\sec\theta$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 - y^2 = p^2 - q^2$

23. यदि $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ तो दिखाइए $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ है।

24. यदि $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$ तो A और B का मान ज्ञात कीजिए।

25. $\frac{\cos^2 20° + \cos^2 70°}{\sin^2 59° + \sin^2 31°}$ का मान ज्ञात कीजिए

26. यदि $3\cot A = 4$ हो, तो $\frac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

27. यदि $\tan(3x - 15°) = 1$ तो x का मान बताइए।

28. यदि A, B, C ΔABC के आंतरिक कोण हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$\operatorname{cosec}\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sec\left(\frac{C}{2}\right)$ है। [CBSE 2011]

29. ΔABC में $\angle B = 90°$, AB = 5 सेमी. व $\angle ACB = 30°$ है तो BC व AC का मान ज्ञात कीजिए।

30. दर्शाइए कि $\dfrac{1-\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = 2-\sqrt{3}$ है। [CBSE 2014]

31. θ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}+\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 4, \theta \le 90^\circ$ है। [CBSE 2014]

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

सिद्ध कीजिए:

32. $\dfrac{\tan A+\sec A-1}{\tan A-\sec A+1} = \dfrac{1+\sin A}{\cos A}$

33. $\dfrac{1}{\sec x-\tan x}-\dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{1}{\cos x}-\dfrac{1}{\sec x+\tan x}$

34. $\dfrac{\tan\theta}{1-\cot\theta}+\dfrac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1+\tan\theta+\cot\theta = \sec\theta\,\text{cosec}\,\theta+1$

35. $(\sin\theta+\text{cosec}\,\theta)^2+(\cos\theta+\sec\theta)^2 = 7+\tan^2\theta+\cot^2\theta$

36. $\sec A\,(1-\sin A)\,(\sec A+\tan A) = 1$

37. यदि $\sec\theta = x+\dfrac{1}{4x}$, तो सिद्ध कीजिए कि $\sec\theta+\tan\theta = 2x$ या $\dfrac{1}{2x}$

38. यदि $\sin\theta+\sin^2\theta = 1$ तो सिद्ध कीजिए कि $\cos^2\theta+\cos^4\theta = 1$

39. त्रिकोणमितिय सारणी को प्रयोग किये बिना

$\cot\theta\tan(90^\circ-\theta)-\sec(90^\circ-\theta)\,\text{cosec}\,\theta+\sin^2 65^\circ+\sin^2 25^\circ+\sqrt{3}\,\tan 5^\circ\tan 85^\circ$

का मान ज्ञात कीजिए।

40. सिद्ध कीजिए $\dfrac{\cot(90^\circ-\theta)}{\tan\theta}+\dfrac{\text{cosec}(90^\circ-\theta)\sin\theta}{\tan(90^\circ-\theta)} = \sec^2\theta$

41. $\dfrac{\cos^2 20^\circ+\cos^2 70^\circ}{\sec^2 50^\circ-\cot^2 40}+2\,\text{cosec}^2 58^\circ-2\cot 58^\circ\tan 32^\circ-4\tan 13^\circ\tan 37^\circ\tan 77^\circ$

$\tan 45^\circ\tan 53^\circ$. का मान ज्ञात कीजिए।

42. यदि A, B, C त्रिभुज ABC के अंत कोण है तो सिद्ध कीजिए $\text{cosec}^2 = \text{cosec}^2\left(\frac{B+C}{2}\right) - \tan^2\frac{A}{2} = 1$

43. $\sec^2 10° - \cot^2 80° + \frac{\sin 15° \cos 75° + \cos 15° \sin 75°}{\cos\theta \sin(90° - \theta) + \sin\theta \cos(90° - \theta)}$ का मान ज्ञात कीजिए।

44. यदि $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$, तो दर्शाइए कि $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ [CBSE 2015]

45. मान ज्ञात कीजिए– $\frac{\tan^2 60° + 4\cos^2 45° + 3\sec^2 30° + 5\cos^2 90°}{\text{cosec}\, 30° + \sec 60° - \cot^2 30°}$

46. यदि $a\cos\theta + b\sin\theta = m$ और $a\sin\theta - b\cos\theta = n$ है तो सिद्ध कीजिए कि $a^2 + b^2 = m^2 + n^2$ [CBSE 2001 C]

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

47. $\left(1+\frac{1}{\tan^2 A}\right)\left(1+\frac{1}{\cot^2 A}\right) = \frac{1}{\sin^2 A - \sin^4 A}$

48. $2(\sin^6\theta + \cos^6\theta) - 3(\sin^4\theta + \cos^4\theta) + 1 = 0$

49. $(1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A) = \sin A \tan A - \cot A \cos A$

50. यदि $\sin\theta + \cos\theta = m$ और $\sec\theta + \text{cosec}\,\theta = n$ तो दिखाइए $n(m^2 - 1) = 2m$

51. $\frac{\cot(90° - \theta)\tan\theta - \text{cosec}(90° - \theta)\sec\theta}{\sin 12° \cos 15° \sec 78° \,\text{cosec}\, 75°} + \frac{\sin^2(50° + \theta) + \sin^2(40° - \theta)}{\tan 15° \tan 37° \tan 53° \tan 75°}$

का मान ज्ञात कीजिए।

52. सर्वसमिका सिद्ध कीजिए:

$$\frac{1}{\text{cosec}\,\theta + \cot\theta} - \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} - \frac{1}{\text{cosec}\,\theta - \cot\theta}$$

53. यदि $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = m$ और $\frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = n$ है तो सिद्ध कीजिए $(m^2 + n^2)\cos^2\beta = n^2$

54. सिद्ध कीजिए:

$$\sec^2\theta - \frac{\sin^2\theta - 2\sin^4\theta}{2\cos^4\theta - \cos^2\theta} = 1$$

55. $\cot\theta\tan(90° - \theta) - \sec(90° - \theta)\operatorname{cosec}\theta + \sqrt{3}\tan 12°\tan 60°\tan 78°$ का मान ज्ञात कीजिए।

56. मान ज्ञात कीजिए:

$$\frac{\sec(90° - \theta)\operatorname{cosec}\theta - \tan(90° - \theta)\cot\theta + \cos^2 25° + \cos^2 65°}{3\tan 27°\tan 63°}$$

57. यदि $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{3}$, तो सिद्ध कीजिए $\tan\theta + \cot\theta = 1$ **(CBSE 2020)**

58. सिद्ध कीजिए $\dfrac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \sec^2 A + \tan^2 A - 2\sec A\tan A$

(CBSE 2020 बुनियादी)

59. सिद्ध कीजिए $\dfrac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta} = \tan\theta$ **(CBSE 2020 बुनियादी)**

60. यदि $\cos(A+B) = \sin(A-B) = \dfrac{1}{2}, 0 < A+B < 90°, A > B$ हो तो A तथा B का मान ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2020 बुनियादी)**

61. यदि $\tan\theta + \sin\theta = m$, $\tan\theta - \sin\theta = n$, सिद्ध कीजिए: $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$.

(CBSE 2020 मानक)

62. मान ज्ञात कीजिए: $\dfrac{\sec^2(90° - \theta) - \cot^2\theta}{2(\sin^2 25 + \sin^2 65°)} + \dfrac{2\cos^2 60°\tan^2 28°\tan^2 62°}{3(\sec^2 43° - \cot^2 47°)}$

(CBSE 2020 मानक)

63. सिद्ध कीजिए: $\dfrac{1 + \sec\theta - \tan\theta}{1 + \sec\theta + \tan\theta} = \dfrac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}$ **(CBSE 2020 मानक)**

64. मान ज्ञात कीजिए: $\left(\dfrac{3\sin 43^\circ}{\cos 47^\circ}\right) - \dfrac{\cos 37^\circ \operatorname{cosec} 53^\circ}{\tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ}$

(CBSE 2019)

65. सिद्ध कीजिए: $\dfrac{\sin\theta}{\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta} = 2 + \dfrac{\sin\theta}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta}$ **(CBSE 2019)**

66. यदि $4\tan\theta = 3$ हो तो $\dfrac{4\sin\theta - \cos\theta + 1}{4\sin\theta + \cos\theta - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2018)**

उत्तर एवं संकेत

1. 45°

2. 30°

3. 48°

4. 7

5. $\dfrac{1}{3}$

6. a^2

7. 0

8. 9

9. $\sqrt{\dfrac{1+\cot^2\theta}{\cot\theta}}$

10. 0°

11. 40°

12. $\tan^2\theta$

13. $\dfrac{1}{2}$

14. $\sec 42^\circ + \cot 2^\circ$

15. (c)

16. (d)

17. (a)

18. (a)

19. (a)

20. $\text{LHS} = \sec^2\theta(\sec^2\theta - 1)$

$\text{RHS} = \tan^2\theta(\tan^2\theta + 1)$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ का प्रयोग करें।

21. LHS में परिमेयकरण करके सरल करें।

22. x तथा y के दोनों तरफ वर्ग लेकर घटाएँ।

23. दोनों तरफ $\cos^2\theta$ से भाग दें।

24. $A = 45^\circ, B = 15^\circ$

25. 1

26. $\frac{17}{8}$

27. $20°$

28. $A + B + C = 180°$ का प्रयोग करें।

29. $AC = 10$, $BC = 5\sqrt{3}$, पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करें।

30. $\sin 60°$ तथा $\cos 60°$ का मान रखें तथा सरल करें।

31. $60°$

Note : 32 से 38 में त्रिकोणमिति की सर्वसामिकाएं प्रयोग करें। (NCERT प्रश्न 8. 4 पर आधारित)

39. $\sqrt{3}$

40. $\cot(90 - \theta) = \tan\theta$, $\text{cosec}(90 - \theta) = \sec\theta$, $\tan(90 - \theta) = \cot\theta$ का प्रयोग करें।

41. -1

42. $A + B + C = 180°$ का प्रयोग करें।

43. 2

44. $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

दोनों तरफ वर्ग करें

$1 + 2\cos\theta\sin\theta = 2\cos^2\theta$ मिलेगा।

$\Rightarrow 2\cos\theta\sin\theta = 2\cos^2\theta - 1$ ...(1)

अब $(\cos\theta - \sin\theta)^2$ करें

$(\cos\theta - \sin\theta)^2 = 1 - 2\cos\theta\sin\theta$ ...(2)

(1) को (2) में रखें।

46. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें और जमा करें।

Note : प्रश्न 47 से प्रश्न 50 में सर्वसामिकाएं प्रयोग करें और सिद्ध करें।

51. 0

52. LHS में $\frac{1}{\text{cosec}\,\theta + \cot\theta}$ का परिमेयकरण करें, RHS में $\frac{1}{\text{cosec}\,\theta - \cot\theta}$ का परिमेयकरण करें तथा $\frac{1}{\sin\theta} = \text{cosec}\,\theta$ लिखें।

53. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें और LHS में रखें।

54. अंश से $\sin^2 \theta$ एवं हर से $\cos^2 \theta$ बाहर निकालें (Common) तथा 1 का मान $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ रखें।

55. 0

56. $\frac{2}{3}$

57. $(\sin \theta + \cos \theta) = \sqrt{3}$

दोनों तरफ वर्ग करके $\frac{1}{\sin \theta \times \cos \theta}$ का मान ज्ञात करें तथा $\tan \theta + \cot \theta$ को $\sin \theta$ एवं $\cos \theta$ में बदलें और सरल करें।

58. $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$, रखकर, cos A हर एवं अंश से Common निकालें। परिमेयकरण करें और उत्तर को sec A तथा tan A में बदलें।

59. LHS = $\frac{\sin \theta(1-2\sin^2 \theta)}{\cos \theta(2\cos^2 \theta - 1)}$, $1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ रखें तथा सरल करें।

60. $\cos (A + B) = \frac{1}{2} = \cos 60° \quad \Rightarrow \quad A + B = 60°$ सरल करें।

$\sin (A - B) = \frac{1}{2} = \sin 30° \quad \Rightarrow \quad A - B = 30°$ सरल करें।

$A = 45°, B = 15°$

61. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें तथा $m^2 - n^2$ में प्रतिस्थापित करें।

62. $\frac{2}{3}$

63. NCERT देखें।

64. 8 (पूरक कोणों का प्रयोग करें)

65. $\cot \theta$ एवं $\operatorname{cosec} \theta$ को $\sin \theta$ तथा $\cos \theta$ में बदलें तथा $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ का प्रयोग करें।

66. अंश तथा हर को $\cos \theta$ से भाग दें $\sec \theta = \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$ का प्रयोग करें अथवा पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करके मान ज्ञात करें।

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

त्रिकोणमिति का परिचय

समय : 1 घंटा | *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. यदि $\sin\theta = \frac{4}{5}$ तो $\cos\theta$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

2. $\sin(45° + \theta) - \cos(45° - \theta)$ का मान बताइए। **1**

3. यदि $\cos 9\alpha = \sin\alpha$ व $9\alpha < 90°$, तो $\tan 5\alpha$ का मान होगा– **1**

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\sqrt{3}$ (c) 1 (d) 0

4. यदि $\sin A + \sin^2 A = 1$, तो $(\cos^2 A + \cos^4 A)$ का मान है– **1**

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) 3

खण्ड–ब

5. यदि $5\tan\theta = 4$ तो $\frac{5\sin\theta - 3\cos\theta}{5\sin\theta + 2\cos\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। **2**

6. $\tan 35° \tan 40° \tan 45° \tan 50° \tan 55°$ का मान ज्ञात कीजिए। **2**

7. सिद्ध कीजिए $(\sin\alpha + \cos\alpha)(\tan\alpha + \cot\alpha) = \sec\alpha + \operatorname{cosec}\alpha$. **2**

खण्ड–स

8. सिद्ध कीजिए : $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$ **3**

9. सिद्ध कीजिए : $\frac{\cos A}{1-\tan A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} = \sin A + \cos A$ **3**

खण्ड–द

10. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ **4**

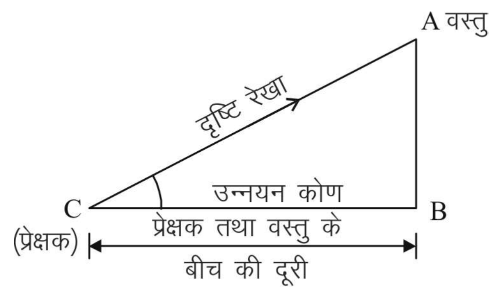
9

अध्याय

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

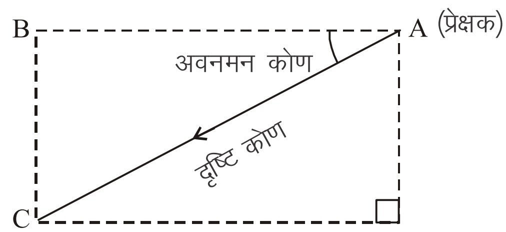
महत्वपूर्ण बिंदु:

- **उन्नयन कोण–** माना AB एक ऊर्ध्वाधर खड़ी वस्तु की ऊँचाई है। C एक प्रेक्षक है जो कि वस्तु AB के शिखर A की ओर देख रहा है। रेखा AC को दृष्टि रेखा कहा जाता है तथा $\angle ACB$ को उन्नयन कोण कहा जाता है।



- **अवनमन कोण–** माना A एक प्रेक्षक है जो कि ऊँचाई BC से वस्तु C की ओर देख रहा है। रेखा AC को दृष्टि रेखा कहा जाता है तथा $\angle BAC$ को अवनमन कोण कहा जाता है।

- यदि प्रेक्षक वस्तु की ओर जाता है तो उन्नयन कोण का माप बढ़ता है तथा यदि प्रेक्षक वस्तु से विपरीत दिशा की ओर जाता है तथा उन्नयन कोण का माप कम हो जाता है।



- उन्नयन कोण का मान सदैव अवनमन कोण के मान के समान होगा (क्योंकि दोनों कोणों का माप समान क्षैतिज समान्तर तल से प्राप्त किया जाता है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. एक समतल पर खड़ी एक मीनार की छाया की लंबाई, मीनार की ऊँचाई की $\sqrt{3}$ गुणा है। सूर्य का उन्नयन कोण होगा–

(a) 45° (b) 30°

(c) 60° (d) 90°

2. दो खम्भों, जिनकी ऊँचाई 16 मी व 10 मी. है, के शिखर एक तार द्वारा जुड़े है जिसकी लंबाई l मीटर है। यदि तार समतल क्षैतिज से 30° पर झुकी है तो $l =$

(a) 26 मीटर (b) 16 मीटर

(c) 12 मीटर (d) 10 मीटर

3. एक 6 मीटर ऊँचा खम्भा भूमि पर $2\sqrt{3}$ मीटर लंबी छाया बना रहा है। सूर्य का उन्नयन कोण होगा– (CBSE 2017)

(a) 30° (b) 60°

(c) 45° (d) 90°

4. एक सीढ़ी दीवार के साथ 60° के उन्नयन कोण पर झुकी हुई है। यदि सीढ़ी का पैर दीवार से 2.5 मीटर की दूरी पर स्थित है तो सीढ़ी की लम्बाई है– (CBSE 2016)

(a) 3 मीटर (b) 4 मीटर

(c) 5 मीटर (d) 6 मीटर

5. यदि एक मीनार जो 30 मीटर ऊँची है, भूमि पर $10\sqrt{3}$ मीटर लंबी छाया बनाती है तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा– (CBSE 2017)

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

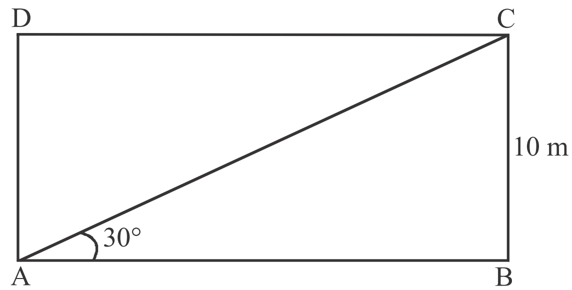
6. एक मीनार 50 मीटर उॅचा है। जब सूर्य का उन्नयन कोण 45° है, तो मीनार की छाया क्या होगी?

7. एक 50 मीटर लंबे बॉस की छाया $\frac{50}{\sqrt{3}}$ मीटर है। सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

8. $10\sqrt{3}$ मी0 ऊंचाई वाली एक मीनार के शिखर का भूमि पर उस मीनार के पाद से 30 मी0 की दूरी पर स्थित बिन्दु से उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

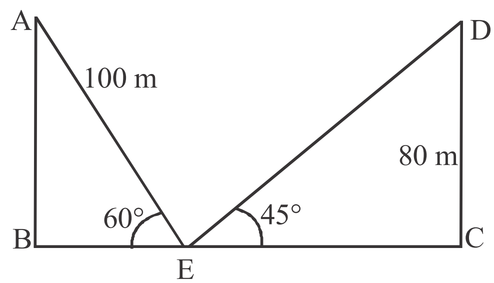
9. एक पतंग समतल भूमि से $50\sqrt{3}$ मी0 ऊंचाई पर उड़ रही है, एक डोर से बंधी है, जो क्षैतिज से 60° कोण पर झुकी है। डोर की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

10. दी गई आकृति में आयत ABCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।

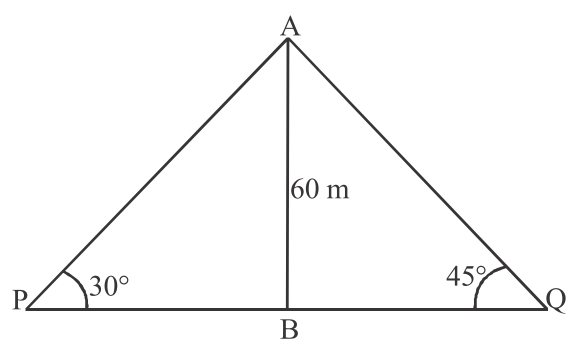


लघु उत्तरीय प्रश्न

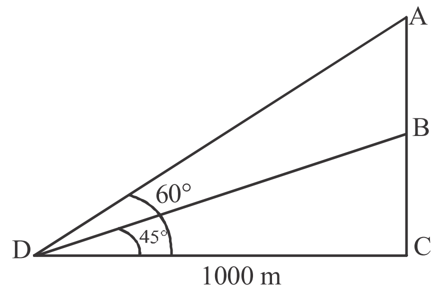
11. आकृति में BC का मान कीरिए।



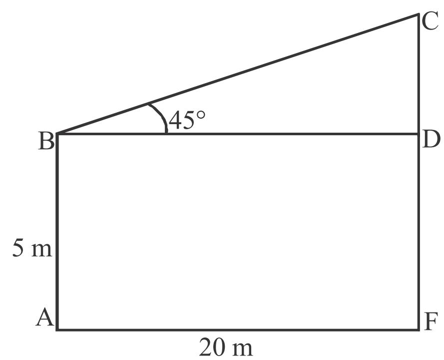
12. आकृति में दो व्यक्ति एक मीनार के विपरीत दिशा में P तथा Q पर खड़े हैं यदि मीनार AB की ऊंचाई 60मी0 है तो दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



13. आकृति में AB का मान ज्ञात कीजिए।



14. आकृति में CF का मान ज्ञात कीजिए।



15. यदि नाव की पुल से क्षैतिज दूरी 25 मी0 हो और पुल की उँचाई 25मी0 हो तो नाव का पुल से अवनमन कोण बताइए।

16. यदि किसी मीनार की छाया की लंबाई बढ़ रही है तो इसका अर्थ है कि सूर्य का उन्नयन कोण भी बढ़ रहा है। (सत्य/असत्य)

17. एक व्यक्ति जहाज के डेक पर समुद्र तल से 3 मीटर की ऊँचाई पर खड़ा होकर एक बादल व समुद्र में उसकी छाया को देखता है। ऐसी स्थिति में बादल का उन्नयन कोण व छाया का अवनमन कोण बराबर होगा। (सत्य/असत्य)

18. एक पतंग के धागे की लम्बाई 150 मी0 है तथा यह भूमितल के साथ 60° का कोण बनाती हैं। पतंग की भूमितल से ऊंचाई ज्ञात कीजिए। (मान लीजिए धागे में कोई ढील नहीं है।)

19. सूर्य का उन्नयन कोण 45° के स्थान पर 30° होने पर एक मीनार की छाया 10 मी0 अधिक हो जाती है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

20. एक वायुयान 200 मी की ऊंचाई पर है। इससे एक नदी के दो किनारों के अवनमन कोण 45° और 60° के हैं। नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3}$ = 1.732 लीजिए)

21. एक मीनार की चोटी का एक बिन्दु पर उन्नयन कोण 45° का है। मीनार की ओर 40 मी0 चलने पर यह कोण 60° का हो जाता है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3}$ = 1.732 लीजिए)

22. एक वृक्ष का उपरी भाग टूटकर अपने पाद से 25 मी0 की दूरी पर भूमि को स्पर्श करता है तथा भूमि के साथ 30° का कोण बनाता है। वृक्ष की कुल ऊंचाई क्या थी?

23. एक ऊर्ध्वाधर ध्वजदंड एक समतल में लगा है। इसके शिखर का 100 मी0 की दूरी पर एक बिदुं से उन्नयन कोण 45° का है। ध्वजंदड की ऊंचाई ज्ञात करिए।

24. एक पतंग के धागे की लम्बाई 200 मी0 है यदि धागा भूमितल के साथ a कोण बनाता है और $\sin a = \frac{3}{5}$ हो तो पतंग की ऊंचाई ज्ञात कीजिए जबकि धागे में कोई ढील नहीं हैं।

25. एक वायुयान 3000 मी0 की ऊंचाई पर उड़ रहा है। वह एक दूसरे वायुयान के उपर से गुजरता है। ठीक उसी समय दोनों वायुयानों के भूमि तल पर एक बिन्दु पर उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 45° के होते हैं। दोनों वायुयानों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3}$ = 1.732 प्रयोग कीजिए)

26. एक मीनार के शिखर पर 7 मीटर ऊंचा एक ध्वजदंड लगा है। भूमि तल पर स्थित एक बिंदु पर दंड के शिखर उन्नयन कोण क्रमशः 45° व 30° के है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3}$ = 1.732 लीजिए)

27. एक 7 मी0 ऊंचे भवन के शिखर से एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 60° तथा मीनार के पाद का अवनमन कोण 45° है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

28. आनन्द एक सर्कस खिलाड़ी को रस्सी पर चढ़ते देख रहा है जोकि 20 मी लम्बी है और एक ऊर्ध्वाधर खंबे से बंधी है। यदि रस्सी जमीन के साथ 30° का कोण बनाती है तो खंभे की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

29. एक पेडस्टल के शिखर पर 1.6 मी ऊँची मूर्ति लगी हुई है। भूमि के एक बिन्दु से मूर्ति के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिन्दु से पेडस्टल के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। पेडस्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3}$ = 1.73 प्रयोग कीजिए) (CBSE 2020)

30. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मी0 की ऊंचाई के तल पर खड़ा है। वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का हैं। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

31. गली के एक मकान की खिड़की जिसकी ऊंचाई भूमि तल से 60 मी0 है से गली की विपरीत दिशा में सामने बने मकान के शीर्ष के उन्नयन कोण तथा अवनमन कोण क्रमशः 60° व 45° के हैं। दर्शाइए कि विपरीत दिशा में बने मकान की ऊंचाई $60(1+\sqrt{3})$ मी0 है।

32. एक वायुयान का भूमि के एक बिन्दु A से उन्नयन कोण 60° है। 30 सेकण्ड की उड़ान के पश्चात यह उन्नयन कोण 30° हो जाता है। यदि वायुयान $3600\sqrt{3}$ मी0 की अचर ऊंचाई पर उड़ रहा हो तो वायुयान की गति किमी/ घंटा में ज्ञात कीजिए।

33. 80 मीटर ऊंचे पेड़ के शिखर पर एक पक्षी बैठा है। पृथ्वी के किसी बिंदु से पक्षी का उन्नयन कोण 45° है। पक्षी क्षैतिज दिशा में प्रेक्षण बिन्दु के विपरीत इस प्रकार उड़ता है कि वह सदा समान ऊंचाई पर रहता है। 2 सेकण्ड बाद प्रेक्षण बिन्दु से पक्षी का उन्नयन कोण 30° हो जाता है। पक्षी की उड़ने की गति ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

34. किसी मीनार के आधार से 9 मी0 तथा 4 मी0 की दूरियों पर एक ही रेखा में स्थित दो बिंदुओं से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण पाए जाते हैं। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

35. एक मीनार के पाद–बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है, और भवन के पाद–बिन्दु से मिनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 60 मी ऊँची हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

36. 100 मीटर उँचे प्रकाश–स्तंभ की चोटी से एक प्रेक्षक समुद्र में एक जहाज को ठीक अपनी ओर आते हुए देखता है। यदि जहाज का अवनमन कोण 30° से बदलकर 60° हो जाता है तो प्रेक्षण की अवधि में जहाज द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

37. 60 मी0 ऊंचे एक भवन के शिखर से एक प्रकाश–स्तंभ के शिखर तथा पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° व 60° के है। ज्ञात कीजिए

(*i*) प्रकाश–स्तंभ तथा भवन की ऊंचाई में अंतर

(*ii*) प्रकाश–स्तंभ तथा भवन के बीच की दूरी।

38. एक सीधी सड़क पर दो दमकल केन्द्र P तथा Q हैं। उनके बीच की दूरी 20 किमी है। केन्द्रों को फोन द्वारा सूचना प्राप्त होती है कि बिल्ड़िंग B में आग लग गई है। बिल्ड़िंग B केन्द्र P से $60°$ तथा केन्द्र Q से $45°$ पर स्थित है। ज्ञात कीजिए : किस केन्द्र को अपनी बचाव टीम भेजनी चाहिए ताकि जल्दी से जल्दी आग बुझाने का काम शुरू हो सके? उस टीम को बिल्ड़िंग तक पहुंचने में कितनी दूरी तय करनी पडेगी?

39. गणंतत्र दिवस के उपलक्ष में 1.2 मी0 लम्बी लड़की भूमि से 88.2 मी0 की ऊंचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण $60°$ है। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर $30°$ हो जाता है। इस अंतराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

40. एक झील के तल से 10 मीटर की ऊँचाई से एक बादल का उन्नयन कोण $30°$ है व उसी स्थान से झील में बादल की छाया का अवनमन कोण $60°$ है। झील के तल से बादल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। [CBSE 2020]

41. दो समान ऊँचाई के खंभे एक 150 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर खड़े हैं। सड़क के बीच किसी बिंदु से, जो कि दोनों खम्भों के मध्य है, दोनों खम्भों के शीर्षों का उन्नयन कोण $60°$ व $30°$ है। खम्भों की ऊँचाई व बिंदु की स्थिति ज्ञात कीजिए। [CBSE 2011]

42. एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण $30°$ है। यदि प्रेक्षक मीनार की ओर 20 मीटर चलता है तो उन्नयन कोण $15°$ बढ़ जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

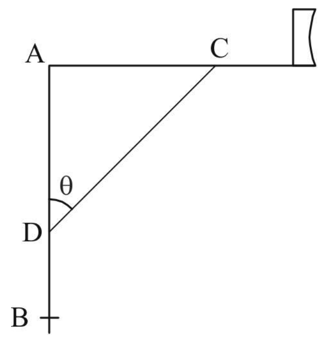
43. एक 150 मीटर ऊँची पहाड़ी से, पहाड़ी से दूर जाती एक नाव को देखा जाता है। तो नाव का अवनमन कोण 2 मिनट में $60°$ से $45°$ हो जाता है। नाव की चाल मीटर/घण्टा में ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3}$ = 1.73 प्रयोग कीजिए)

44. एक 120 मीटर ऊँची मीनार के शीर्ष से एक व्यक्ति मीनार के विपरीत दिशा में दो कारों को देखता है जो कि मीनार के तल से एक क्षैतिज रेखा पर हैं, $60°$ व $45°$ के अवनमन कोण बना रही हैं। दोनों कारों के बीच की दूरी ज्ञात करें। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

45. 20 मी. ऊँची एक मीनार क्षैतिज तल पर खड़ी है जिसके ऊपर h मी ऊँचा एक ध्वजदण्ड सीधा खड़ा है। तल के किसी बिन्दु से ध्वजदण्ड के निचले तथा ऊपरी सिरों के उन्नयन कोण क्रमशः $45°$ तथा $60°$ हैं। h का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

46. एक टीवी डिस्क ऐन्टेना का रॉड AC दीवार AB पर समकोण पर लगाया जाता है और एक रॉड CD डिस्क का आधार है जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। यदि AC = 1.5 मीटर लंबा और CD = 3 मीटर है, तो ज्ञात कीजिए (i) $\tan\theta$ (ii) $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta$

(CBSE 2020)



उत्तर एवं संकेत

1. (b)
2. (c)
3. (b)
4. (c)
5. (c)
6. 50 मी
7. $60°$
8. $30°$
9. 100 मी
10. $20\left(\sqrt{3}+1\right)$ मी
11. 130 मी
12. $60\left(\sqrt{3}+1\right)$ मी
13. $1000\left(\sqrt{3}-1\right)$ मी
14. 25 मी
15. $45°$
16. असत्य
17. असत्य
18. $75\sqrt{3}$ मी
19. 13.65 मी
20. 315.46 मी
21. 94.64 मी
22. $25\sqrt{3}$ मी
23. 100 मी
24. 54 मी
25. 1268 मी
26. 9.562 मी

27. $7(\sqrt{3}+1)$ मी

28. 10 मी

29. 2.184 मी

30. $10\sqrt{3}$ मी, 40 मी

32. 864 किमी / घंटा

33. 29.28 मी

34. 6 मी

35. 20 मी

36. 115.46 मी

37. 20 मी, $20\sqrt{3}$ मी

38. स्टेशन P, 7.4 किमी (लगभग)

39. $58\sqrt{3}$ मी

40. 20 मी

41. ऊँचाई = 64.95 मी, स्थिति = 112.5 मी. (60° उन्नयन कोण बनाने वाले खम्बे से)

42. $10(\sqrt{3}+1)$ मी

43. 1902 मी/घंटा (लगभग)

44. 189.28 मी

45. $h = 20(\sqrt{3}-1)$ मी

46. (*i*) $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(*ii*) $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = \dfrac{2}{\sqrt{3}} + 2$

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

समय : 1 घंटा *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. 6 मी0 ऊंचे जमीन पर खड़े एक खंबे की छाया की लम्बाई $2\sqrt{3}$ मी0 है तो सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए। **1**

2. एक मीनार की ऊंचाई 100 मीटर है, जब सूर्य का उन्नयन कोण 30° है तो मीनार की छाया की लम्बाई ज्ञात कीजिए। **1**

3. h मीटर ऊँचे खम्भे की छाया $\sqrt{3}h$ मीटर लंबी है तो सूर्य का उन्नयन कोण है– **1**

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

4. एक 1.5 मीटर ऊँचाई वाला प्रेक्षक 22 मीटर ऊँची मीनार से 20.5 मीटर की दूरी पर खड़ा है। मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण है– **1**

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 0°

खण्ड–ब

5. समतल पर स्थित एक बिन्दु की मीनार के पाद से दूरी 20 मी0 है तथा उन्नयन कोण 60° हो तो मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। **2**

6. एक मीनार की ऊंचाई तथा इसकी छाया का अनुपात $1 : \frac{1}{\sqrt{3}}$ है। उस क्षण सूर्य का उन्नयन कोण बताइये। **2**

7. एक मीनार के शीर्ष का उननयन कोण 30° है। यदि मीनार की ऊँचाई तीन गुणा कर दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि उन्नयन कोण की माप दोगुनी हो जाएगी। **2**

खण्ड–स

8. दो मीनारों के शीर्ष, जिनकी ऊँचाई क्रमशः x व y हैं, उनके पदों को मिलाने वाली रेखा के मध्य 30° व 60° का अवनमन कोण बनाते हैं। $x : y$ ज्ञात कीजिए। **3**

9. एक चट्टान के शिखर के 100 मी0 ऊंची मीनार के शिखर व पाद से उन्ययन कोण क्रमशः 30° तथा 45° है। चट्टान की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। **3**

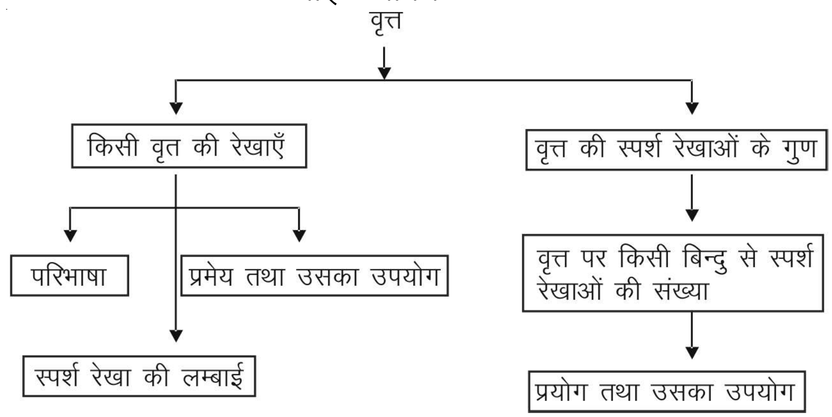
खण्ड–द

10. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मीटर ऊंचाई के तल पर खड़ा है वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का है। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। **4**

10
अध्याय

वृत्त

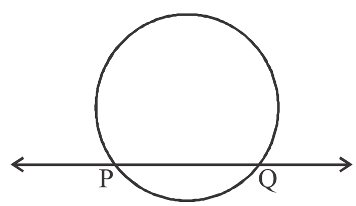
माइंड मैंपिंग



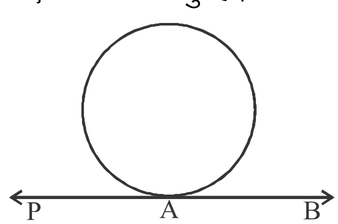
महत्त्वपूर्ण बिंदुः

1. वृत्त उन बिन्दुओं के समूह से बनता है जो एक निश्चित बिन्दु से अचर दूरी पर होते हैं। निश्चित बिन्दु वृत्त का केन्द्र कहलाता है और अचर दूरी वृत्त की त्रिज्या कहलाती है।

2. **छेदक रेखा**–यदि कोई रेखा किसी वृत्त को दो अभिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती हो तो वह छेदक रेखा कहलाती है।



3. **वृत्त की स्पर्श रेखा**–वृत्त की स्पर्श रेखा वह रेखा होती है जो वृत्त को केवल एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है। जिस बिन्दु पर स्पर्श रेखा वृत्त को स्पर्श करती है उसे स्पर्श बिन्दु कहते हैं। यहाँ पर बिन्दु A एक स्पर्श बिन्दु है।



4. **स्पर्श रेखा की संख्याएं**–किसी वृत्त पर अंसख्य स्पर्श रेखाएं बनाई जा सकती हैं।

5. **छेदक रेखा की संख्याएं**–किसी वृत्त पर असंख्य छेदक रेखाएं बनाई जा सकती हैं।

6. निम्न प्रमेय सिद्ध करने के लिए परीक्षा में पूछी जा सकती है–

   (*i*) किसी वृत्त की स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।

   (*ii*) किसी बाहय बिन्दु से वृत्त पर बनी स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

7. स्पर्श रेखा, छेदक रेखा का एक विशेष प्रकार है।

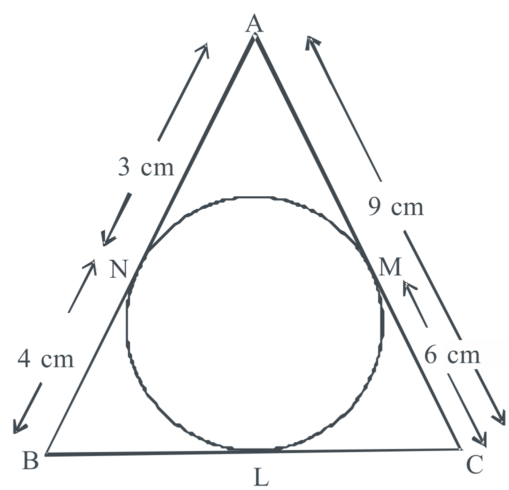
8. वृत्त के अंतः भाग के किसी बिन्दु से कोई भी स्पर्श रेखा नहीं खींची जा सकती है।

9. वृत्त पर किसी बिन्दु से गुजरती हुई केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।

10. वृत्त के किसी बाहरी बिन्दु से वृत्त पर केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

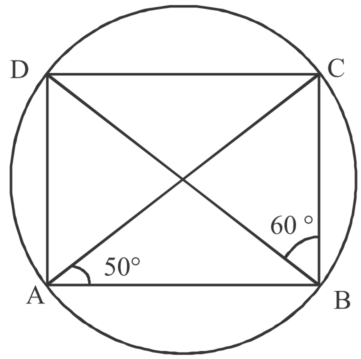
अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. दिए गए चित्र में BC की लम्बाई ज्ञात करें।

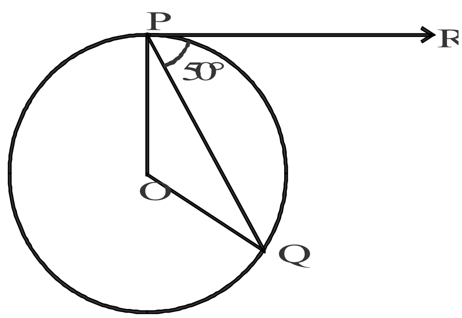


2. यदि बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 cm है और इस स्पर्श रेखा की केन्द्र से दूरी 25 cm है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।

3. दिए गए चित्र में ABCD एक चतुर्भुज है। यदि $\angle BAC = 50°$, $\angle DBC = 60°$ तो $\angle BCD$ का मान ज्ञात करें।



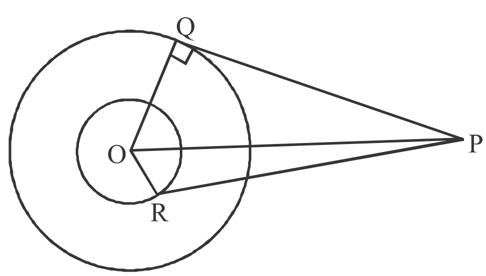
4. दिए गए चित्र में O वृत्त का केन्द्र है, PQ एक जीवा है और स्पर्श रेखा PR बिन्दु P पर 50° का कोण PQ के साथ बनाती है। $\angle POQ$ ज्ञात करें।



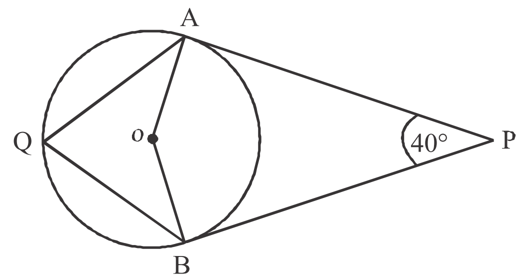
5. यदि दो स्पर्श रेखाऐं, 3 cm त्रिज्या वाले वृत्त पर इस प्रकार बनाई गई कि उनके बीच का कोण 60° हो तो स्पर्श रेखाओं की लंबाई ज्ञात करें।

6. दो संकेन्द्री वृत्तों की त्रिज्याएं 4 cm और 5 cm है। उस वृत्त की जीवा की लम्बाई ज्ञात करें जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा हो।

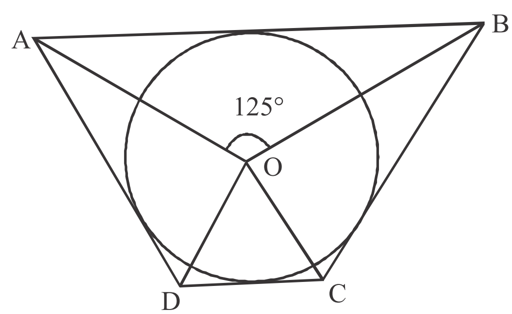
7. दिए गए चित्र में PQ बाह्य वृत्त का और PR अंतः वृत्त की स्पर्श रेखाएं हैं। यदि PQ = 4 cm, OQ = 3 cm और, OR = 2 cm हो तो PR की लम्बाई ज्ञात करें।



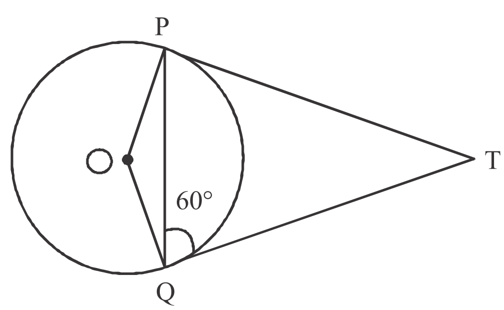
8. दिए गए चित्र में $\angle AQB$ ज्ञात करें। **(CBSE 2016)**



9. दिए गए चित्र में $\angle ABQ = 125°$ है तो $\angle COD$ ज्ञात करें।



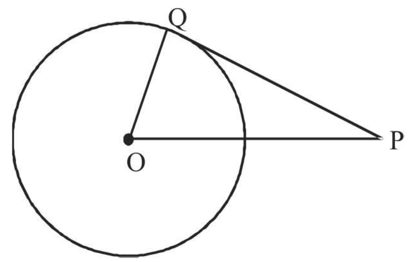
10. यदि TP और TQ बाह्य बिन्दु T से वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं हैं और $\angle TQP = 60°$ है तो $\angle OPQ$ ज्ञात करें।



11. एक वृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं?

12. किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे .... बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है।

13.



यदि PQ एक स्पर्श रेखा है तो $\angle POQ + \angle QPO$ का मान बताइए।

14. सही विकल्प चुनिएः

5 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा PQ केन्द्र O से जाने वाली एक रेखा से बिन्दु Q पर इस प्रकार मिलती है कि $OQ = 12$ सेमी. है। PQ की लम्बाई है–

(a) 12 सेमी. (b) 13 सेमी. (c) 8.5 सेमी. (d) $\sqrt{119}$ सेमी.

15. एक वृत्त की .... समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।

16. वृत्त की त्रिज्या तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिन्दु को .... कहते हैं।

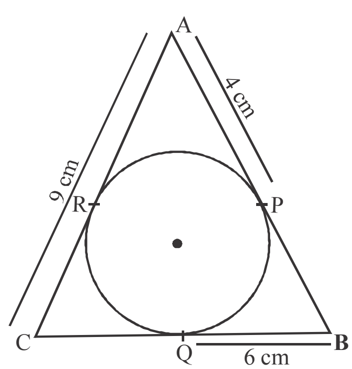
लघु उत्तरीय प्रश्न

17. यदि दो संकेन्द्री वृत्तों का व्यास d_1 तथा d_2 हो $(d_2 > d_1)$ तथा c वृत्त की जीवा की लम्बाई हो जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा है। सिद्ध करो कि $d_2^2 = c^2 + d_1^2$

18. 2.5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 6 सेमी है। बिन्दु P की वृत्त के निकटतम बिन्दु से दूरी ज्ञात करो।

19. केन्द्र O वाले वृत्त की बाह्य बिन्दु T से स्पर्श रेखाएं TP और TQ हैं। यदि $\angle OPQ = 30°$ हो तो $\angle TQP$ का मान ज्ञात करें।

20. आकृति में $AP = 4$ cm $BQ = 6$ cm और $AC = 9$ cm है। ΔABC का अर्द्ध परिमाप ज्ञात करें।



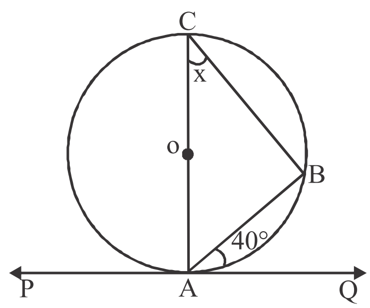
21. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएं a, b तथा c हैं जहां c कर्ण है के अंतर्गत एक वृत्त बना है जो त्रिभुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। यदि वृत्त की त्रिज्या r हो तो सिद्ध कीजिए।

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$

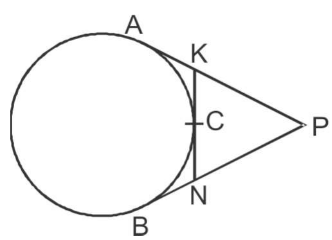
22. सिद्ध करो कि वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से त्रिज्या पर लम्ब होता है।

23. सिद्ध करो कि दो संकेन्द्रीय वृत्तों में बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त पर स्पर्श रेखा होती है स्पर्श बिन्दु पर समद्विभाजित होती है।

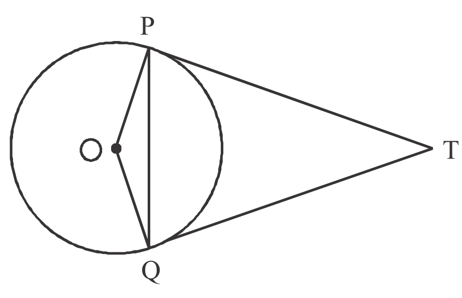
24. आकृति में, AC केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास है और A स्पर्श बिन्दु है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



25. आकृति में, KN, PA और PB, वृत्त पर स्पर्श रेखाएं हैं। सिद्ध कीजिए KN = AK + BN

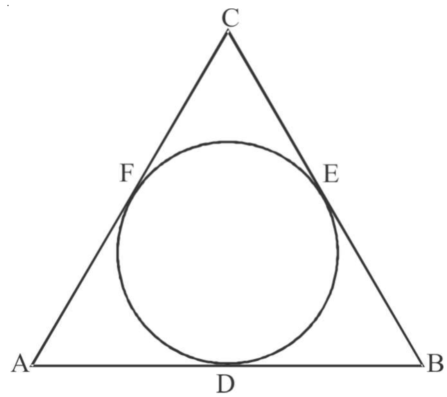


26. आकृति में, जीवा PQ की लम्बाई 6 सेमी तथा वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी है TP और TQ वृत्त की स्पर्श रेखाएं है। $\angle PTQ$ का मान ज्ञात कीजिए।

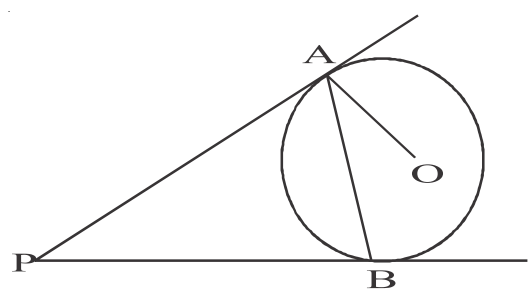


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

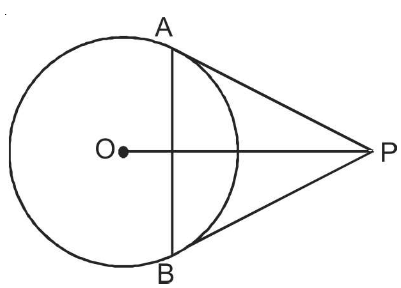
27. दी गई आकृति में, AB = 12 सेमी, BC = 8 सेमी और AC = 10 सेमी है, तो AD, BE और CF का मान ज्ञात कीजिए।



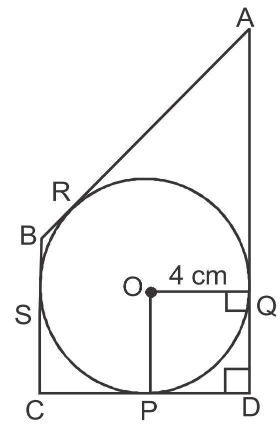
28. बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएं PA तथा PB, O केन्द्र वाले वृत्त पर खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए $\angle APB = 2\ \angle OAB$



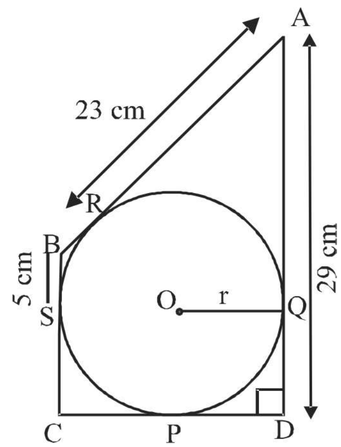
29. आकृति में OP वृत्त के व्यास के बराबर है, जहां O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए ΔABP एक समबाहु त्रिभुज है।



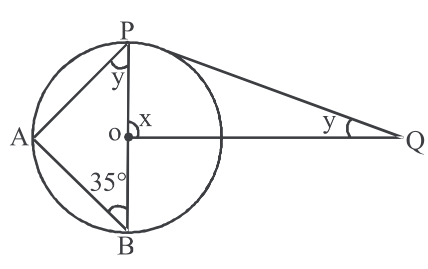
30. आकृति में AB = 13 सेमी, BC = 7 सेमी, AD = 15 सेमी। PC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



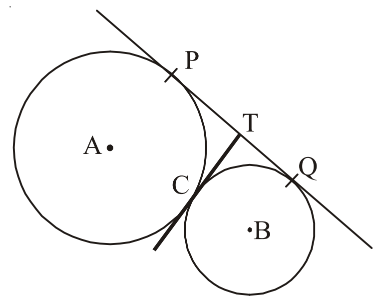
31. आकृति में वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



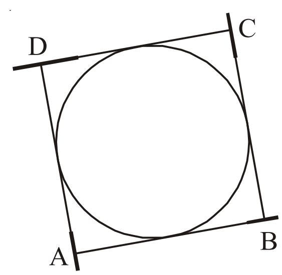
32. आकृति में PQ वृत्त की स्पर्श रेखा तथा PB व्यास है। x और y के मान ज्ञात कीजिए।



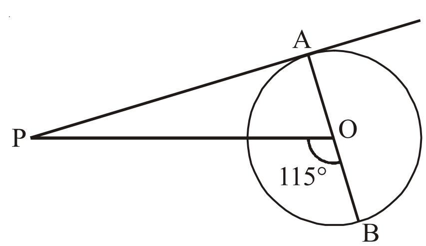
33. दी गई आकृति में, दो वृत्त परस्पर बिन्दु C पर स्पर्श करते हैं। सिद्ध कीजिए कि C पर सांझी स्पर्श रेखा, बिन्दुओं P तथा Q की सांझी स्पर्श रेखा का समद्विभाजन करती है।



34. आकृति में, एक वृत्त एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। यदि AB = 6 सेमी., BC = 9 सेमी. तथा CD = 8 सेमी. है तो भुजा AD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



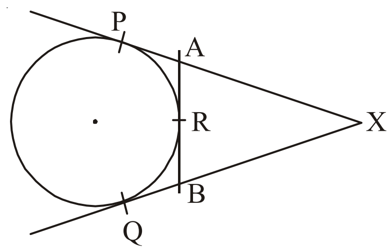
35. आकृति में, O केन्द्र वाले वृत्त पर एक बाह्य बिन्दु P से खींची गई स्पर्श रेखा PA है। यदि $\angle POB = 115°$ है तो $\angle APO$ ज्ञात कीजिए।



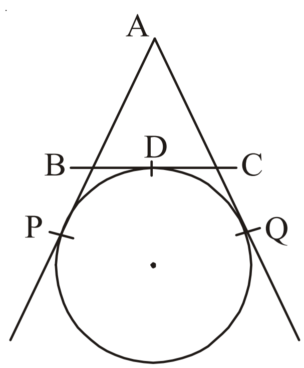
36. सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है।

37. आकृति में XP तथा XQ, केन्द्र O वाले वृत्त पर बिन्दु X से खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं तथा AB वृत्त के बिन्दु R पर स्पर्श रेखा है।

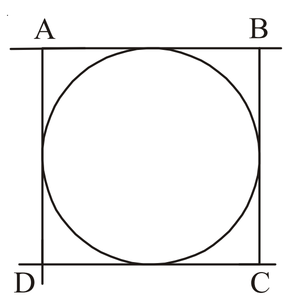
सिद्ध कीजिए : $XA + AR = XB + BR$



38. दी गई आकृति में, ΔABC का परिमाप ज्ञात कीजिए, यदि $AP = 12$ सेमी. है।



39. दी गई आकृति में, एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है। सिद्ध कीजिए कि $AB + CD = BC + AD$



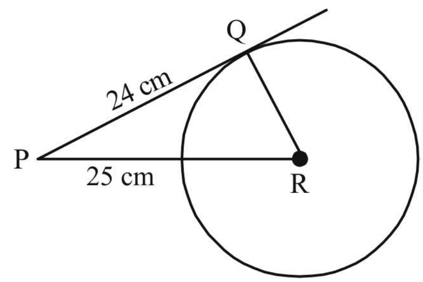
40. सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त के किसी व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।

उत्तर तथा संकेत

1. बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई दोनों स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती है इसलिए–

$$BN = BL, CM = CL$$
$$BL + CL = BC = 10 \text{ cm}$$

2. पाइथागोरस प्रमेय के द्वारा



QR = 7 cm

3. एक ही वृत्त खण्ड में बने सभी कोणों की माप बराबर होती है।

DC एक जीवा है इसलिए $\angle DAC = \angle DBC = 60°$

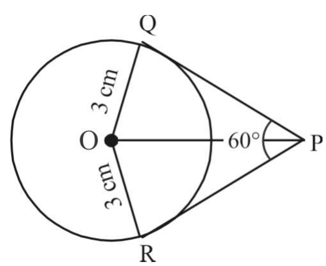
चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है इसलिए $\angle BCD = 70°$।

4. वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।

इसलिए $\angle RPO = 90°$

$$\angle OPQ = \angle OQP = 40°$$
$$\angle POQ = 100°$$

5.

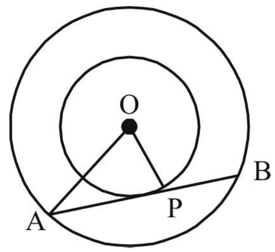


$$\Delta QPO \cong \Delta RPO$$

$\Rightarrow \quad \angle QPO = \angle RPO = 30°$

In ΔQPO, $\angle OQP = 90°$ (स्पर्श रेखा और त्रिज्या के बीच का कोण 90° का होता है)

6.



ΔAOP में P पर समकोण है

$$OA^2 = AP^2 + OP^2$$
$$\Rightarrow \quad (5)^2 = AP^2 + 4^2$$
$$\Rightarrow \quad AP^2 = 9$$
$$\Rightarrow \quad AP = 3$$
$$\therefore \quad AB = 6 \text{ cm}$$

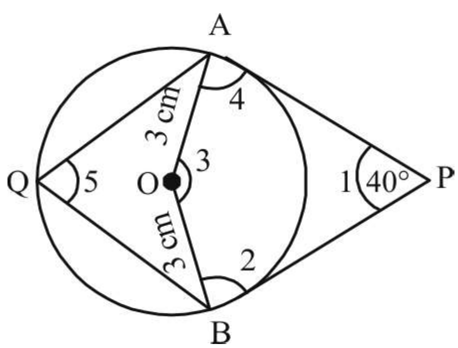
7. ΔPQO में

$$(4)^2 + (3)^2 = (OP)^2$$
$$5 = OP$$

ΔPRO में

$$(5)^2 = (2)^2 + (PR)^2$$
$$PR = \sqrt{21} \text{ cm}$$

8.



चतुर्भुज OAPB में

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360°$$
$$\angle 1 + \angle 3 = 180°$$
$$\angle 3 = 140°$$

तो $\quad \angle 3 = 2\angle 5$

$$\angle 5 = 70°$$

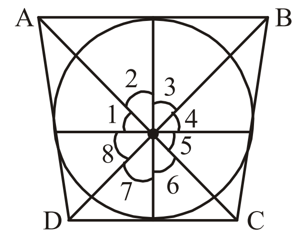
or $\quad \angle AQB = 70°$

9. $\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

$\angle 5 = \angle 6$

$\angle 7 = \angle 8$



संगत त्रिभुजों के संगत भाग

$2(\angle 2 + \angle 3 + \angle 6 + \angle 7) = 360°$

$\angle AOB + \angle COD = 180°$

$\angle COD = 55°$

10. $\angle OQT = 90°$ (स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण), $\angle PQO = \angle OPQ = 30°$
11. अपरिमित रूप से अनेक
12. एक
13. $90°$
14. d ($\sqrt{119}$ सेमी.)
15. दो
16. स्पर्श बिन्दु
17.

$$AO^2 = OP^2 + AP^2$$

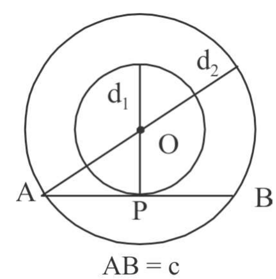
$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + AP^2$$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = AP^2$$

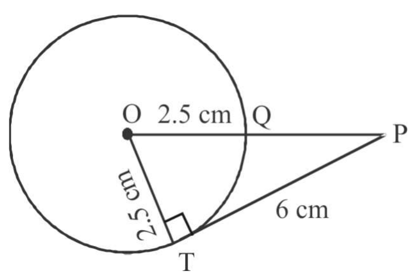
$$\sqrt{\frac{1}{4}\left[(d_2)^2 - (d_1)^2\right]} = AP$$

$$2\sqrt{\frac{1}{4}\left[(d_2)^2 - (d_1)^2\right]} = AB$$

$$d_2^{\,2} = c^2 + d_1^{\,2}$$

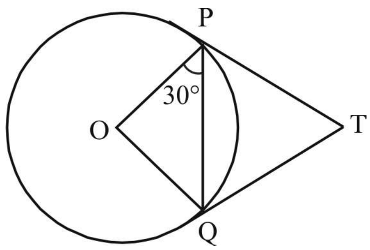


18. $(OP)^2 = (OT)^2 + (PT)^2$



$$(OP)^2 = (2.5)^2 + (6)^2$$
$$= 42.25$$
$$= (6.5)^2$$
$$QP = 4 \text{ cm}$$

19.



$$\angle OQP = \angle OPQ = 30°$$
$$\angle OQT = 90°$$

(स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण)

$$\angle TQP = \angle OQT - \angle OQP$$
$$= 90° - 30° = 60°$$

20. $AP = AR = 4 \text{ cm}$

$$CR = CQ = (9-4) \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

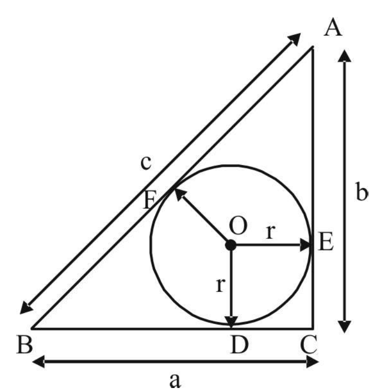
$$\text{अर्धपरिमाप} = \frac{1}{2}[AC + AB + BC]$$
$$= \frac{1}{2}[9 + 10 + 11]$$
$$= 15 \text{ cm}$$

21. $b - r = AF,$

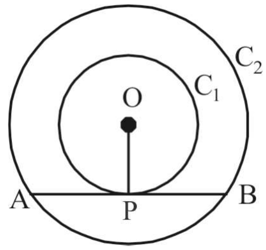
$$a - r = BF$$

or $AB = c = AF + BF$

$$= b - r + a - r$$



$$\therefore \quad r = \frac{a+b-c}{2}$$

23. 

OP को मिलाइए–

AB, C_1 की P पर स्पर्श रेखा है तथा OP त्रिज्या है।

$$OP \perp AB$$

AB वृत्त C_2 की जीवा है और $OP \perp AB$ इसलिए OP जीवा AB का लम्ब समद्विभाजक है। वृत्त के केन्द्र से गिराया गया लम्बा जीवा को दो बराबर भागों में बाँटता है।

i.e., $AP = BP$

24. $\angle OAB = 50°$

$x + \angle B + \angle OAB = 180°$

$x + 90° + 50° = 180°$

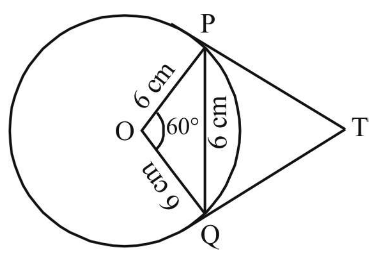
$x = 40°$

25. $AK = KC$

$BN = NC$

$KN = KC + NC$

$= AK + BN$

26. 

$\angle POQ + \angle PTQ = 180°$

$60° + \angle PTQ = 180°$

$\angle PTQ = 120°$

27. $AC = AF + FC = 10$ cm ...(1)

$AB = AD + DB = 12$ cm ...(2)

$BC = BE + CE = 8$ cm ...(3)

$$\left[\begin{array}{lcl} \therefore\ BD & = & BE \\ AD & = & AF \\ CF & = & CE \end{array}\right] \qquad ...(4)$$

AC = AD + FC = 10 cm ...(5)

AB = AD + DB = 12 cm ...(6)

BC = BD + CF = 8 cm ...(7)

(5) + (6) + (7) से

2(AD + FC + DB) = 30

AD + FC + DB = 15

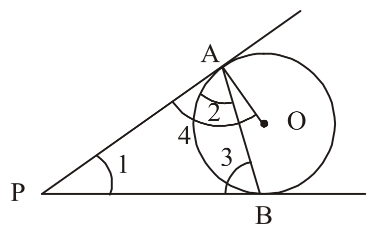
(1), (2) (3) से मान रखने पर

AD = 7 cm,

BE = 5 cm

CF = 3 cm

28.



PA = PB है इसलिए

$$\angle 2 = \angle 3 = \frac{1}{2}(180° - \angle 1)$$

$$\angle 2 = \angle 3 = 90° - \frac{1}{2}\angle 1$$

$\angle 4 = 90°$ (स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण)

$$\angle OAB = \angle 4 - \angle 2$$

$$= 90° - (90° - \frac{1}{2}\angle 1)$$

$$\angle OAB = \frac{1}{2}\angle APB$$

$$2\angle OAB = \angle APB$$

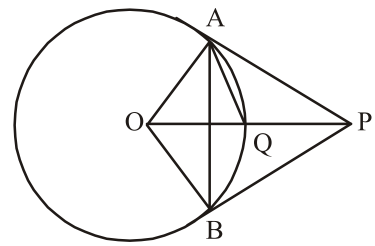
29. $OP = 2r$

$\Rightarrow \quad OQ = QP = r$

ΔAOP में $OA \perp AP$

तथा OP कर्ण है।

$OQ = AQ = OA$



(क्योंकि कर्ण का मध्य बिन्दु शीर्षों से समान दूरी पर होता है)

$\Rightarrow$ OAQ एक समबाहु त्रिभुज है।

$\Rightarrow \quad \angle AOQ = 60°$

$\angle OAP = 90°$

$\Rightarrow \quad \angle APO = 30°$

$\angle APB = 2\angle APO = 60°$

$PA = PB$ (स्पर्श रेखाएँ)

$\Rightarrow \quad \angle PAB = \angle PBA$

Δ में $\angle APB = 60°$ है।

$\angle PAB = \angle PBA = 60°$

$\therefore$ ΔABP एक समबाहु त्रिभुज है।

30. PC = 5 cm

31. 11 cm

32. ΔABP में $\angle 1 = 90°$ (अर्धवृत्त में बना कोण)

$\angle 1 + 35° + \angle y = 180°$

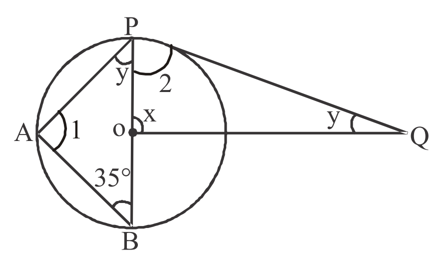
$90° + 35° + \angle y = 180°$

$\angle y = 55°$

ΔOPQ में

$\angle 2 = 90°$

(स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण)



$\angle 2 + \angle x + \angle y = 180°$

$90° + \angle x + 55° = 180°$

$\angle x = 35°$

34. AD = 5 cm

35. 25°

38. 24 cm

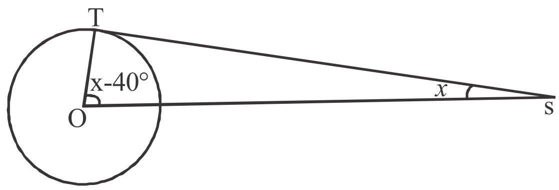
अभ्यास प्रश्न–पत्र

वृत्त

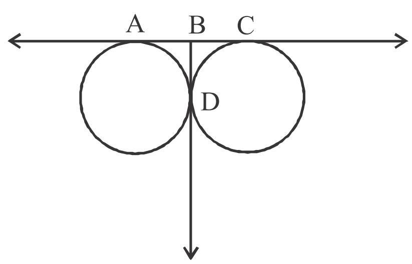
समय : 1 घण्टा | | *अंक : 20*

खण्ड–अ

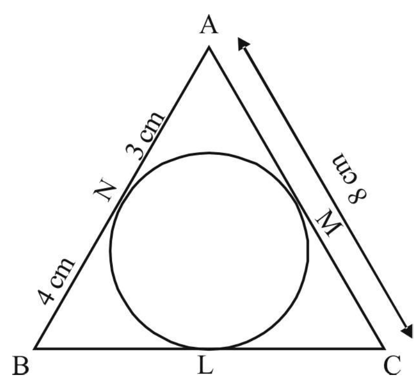
1. दिए गए चित्र में x का मान ज्ञात करें। **1**



2. दिए गए चित्र में AC = 9 cm है। BD ज्ञात करें। **1**



3. दी गई आकृति में, ΔABC में एक वृत्त बना है। भुजा BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1

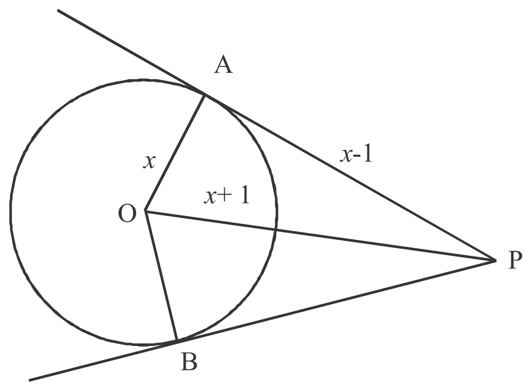


4. एक वृत्त के किसी बाह्य बिन्दु P से, PA तथा PB स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि O वृत्त का केन्द्र और $\angle PAB = 50°$ हो तो $\angle AOB$ की माप बताइए। **1**

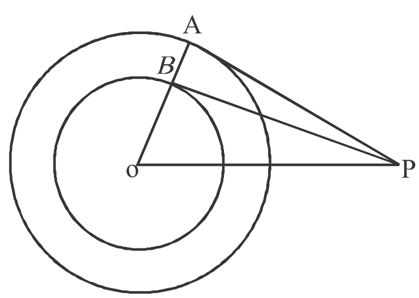
खण्ड – ब

5. यदि किसी वृत्त जिसका केन्द्र O तथा त्रिज्या a है, के किसी बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि दोनों स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण 60° है तो OP की लम्बाई ज्ञात कीजिए। [All India 2017] **2**

6. x का मान ज्ञात करें। **2**

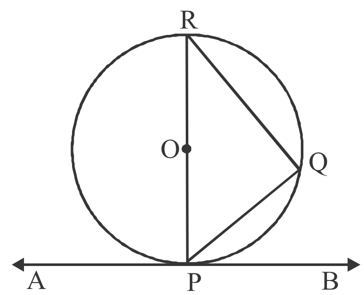


7. दो संकेन्द्री वृत्तों की त्रिज्या 6 cm और 3 cm है। बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएं PA और PB बनाई गई। यदि AP = 10 cm है तो BP ज्ञात करें। **2**

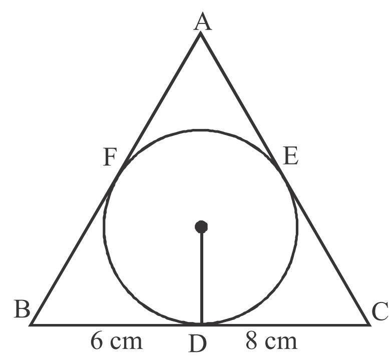


खण्ड–स

8. दिए गए चित्र में यदि AB वृत्त की स्पर्श रेखा है तो सिद्ध करें $\angle BPQ = \angle PRQ$ **3**

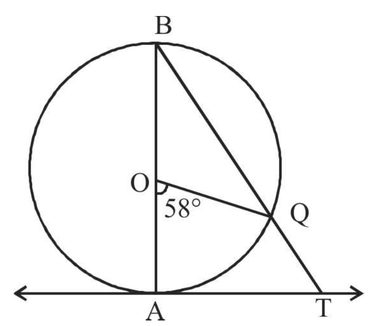


9. एक त्रिभुज ABC के अन्तर्गत बने वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है। BD = 6 सेमी DC = 8 सेमी है। यदि ΔABC का क्षेत्रफल 63 वर्ग सेमी हो तो भुजा AB ज्ञात करें। **3**



खण्ड–द

10. AB वृत्त का व्यास है। AT उसकी स्पर्श रेखा है। यदि $\angle AOQ = 58°$ है तो $\angle ATQ$ ज्ञात करें। **4**

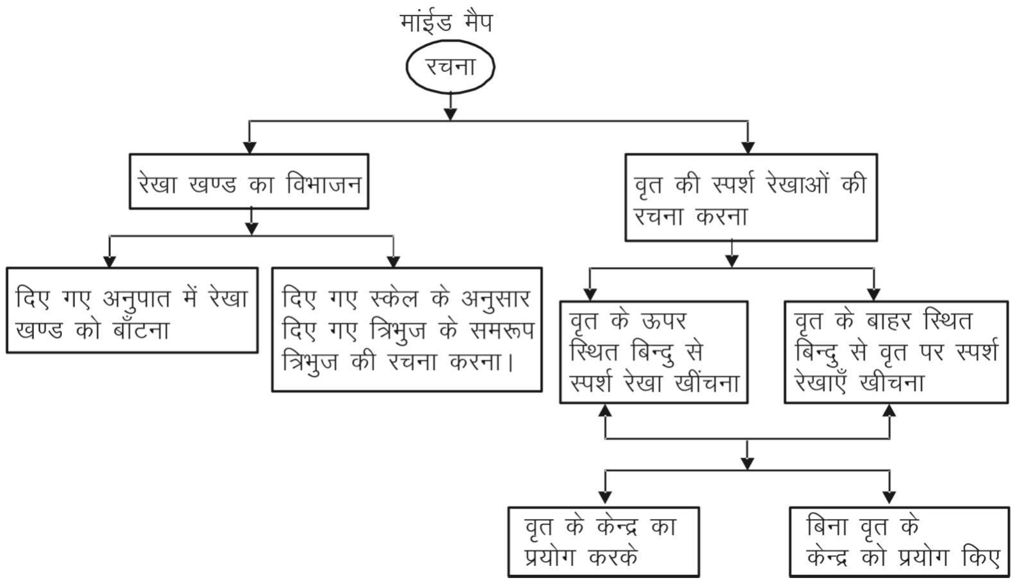


11
अध्याय

रचनाएं

विषय

- **रेखा खण्ड का विभाजन**
- **त्रिभुज की रचना करना।**
- **किसी वृत्त की स्पर्श रेखाओं की रचना करना।**



महत्वपूर्ण बिन्दुः

1. रचना साफ और स्वच्छ बनाएं।
2. समरूप त्रिभुज बनाते समय हमें अपना स्केल का ध्यान रखना चाहिए।
3. रचना के पद तभी लिखें जब आप से कहा जाए।
4. रचना बनाते समय परकार और मापक का प्रयोग ही करें व्यापक कोण बनाते समय प्रोट्रैक्टर का प्रयोग किया जा सकता है।
5. किसी रेखा खण्ड का विभाजन, दिए हुए अनुपात में करने का मतलब है हमें दिए हुए रेखाखण्ड का वह बिन्दु ज्ञात करना है जो रेखा खण्ड को दिए हुए अनुपात में बांटता है।

6. वृत्त की एक स्पर्श रेखा वह सरल रेखा है जो वृत्त को किसी बिन्दु पर छूती है। यह बिन्दु स्पर्श बिन्दु कहलाता है तथा इस स्पर्श बिन्दु से त्रिज्या स्पर्श रेखा के साथ समलम्ब बनाती है।
7. किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाएँ लम्बाई में बराबर होती हैं।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. त्रिभुज ABC के समरूप त्रिभुज बनाने के लिए जिसकी भुजाएं त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं का $\frac{5}{3}$ है। एक किरण BX इस प्रकार खींचते हैं कि $\angle CBX$ न्यून कोण हो और X, A के विपरित दिशा में BC के सापेक्ष हो। BX पर कितने बिन्दु बराबर दूरी पर लगायेंगे।
2. वृत पर स्पर्श रेखाओं का युग्म इस प्रकार खींचा जाता है कि दोनों स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण 30^0 हो तो दोनों त्रिज्याओं के बीच का कोण बताइये।
3. त्रिभुज ABC के समरूप त्रिभुज बनाने के लिए जिस की भुजाएं त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं का 2/5 हैं। पहले एक किरण BX इस प्रकार खींची जाती है $\angle CBX$ न्यून कोण हो और X, A के विपरित दिशा में BC के सापेक्ष हो तब बिन्दु B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 पर पद बराबर बराबर दर्शाये जाते हैं तो कौन से दो बिन्दु अगले चरण में मिलाये जाएंगे?
4. एक रेखाखंड AB को 3:7 के अनुपात में विभाजित करने के लिए किए किरण AX पर बराबर–बराबर दूरी पर कितने बिन्दु चिन्हित करने पडेंगे?
5. वृत के अन्दर स्थित बिन्दु से कितनी स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं?
6. एक रेखाखंड AB को 4:5 के अनुपात में विभाजित करने के लिए AX किरण इस प्रकार खींची जाती है कि $\angle BAX$ न्यूनकोण हो और तब बिन्दु A_1, A_2, A_3 .... किरण AX पर बराबर बराबर दूरी पर दर्शाये जाते है। किरण AX के किस बिन्दु को B से मिलाया जाएगा।
7. एक रेखाखंड AB को 4:5 के अनुपात में विभाजित करने के लिए बिन्दु $A_1\ A_2, A_3$ ..... और $B_1B_2B_3$.... किरण AX तथा BX पर बराबर–बराबर दूरी पर चिन्हित हैं तो कौन से दो बिन्दुओं को रेखाखंड को विभाजित करने के लिए मिलाना चाहिए?
8. 6 cm लम्बा एक रेखाखण्ड खीचिंए। इस पर कोई बिन्दु P ज्ञात कीजिए जो इसे 3 : 4 से बाँटता हो। (Delhi 2011)
9. AB = 8 cm एक रेखाखण्ड खींचिए तथा इसे आन्तरिक रूप से 3 : 2 में बाँटिए।
10. 6.5 cm का एक रेखाखण्ड AB खींचिए। इस पर एक बिन्दु P इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि $\frac{AP}{AB} = \frac{3}{5}$ हो। (Foreign 2011)
11. ज्यामितीय विधि से 8.4 cm लम्बे रेखाखण्ड को 5 : 2 में बाँटिए। (CBSE 2015)
12. 7.6 cm का एक रेखा खण्ड खीचिए तथा उसे 3 : 2 में बाँटिए। (Foreign 2011)

13. सत्य या असत्य लिखिए
यह संभव है कि किसी रेखाखण्ड को ज्यामितीय विधि से $\sqrt{3} : \frac{1}{\sqrt{3}}$ के अनुपात में बाँटा जा सकता है? (NCERT Exemplar)

14. क्या यह संभव है कि 5 cm त्रिज्या वाले एक वृत के केन्द्र से 4.9 cm की दूरी पर स्थित बिन्दु P से एक स्पर्श रेखा युग्म खींचा जा सकता है।

15. क्या यह संभव है कि 4 cm त्रिज्या तथा केन्द्र O वाले किसी वृत के ऊपर बिन्दु A से एक स्पर्श रेखा युग्म खींचा जा सकता है?

16. किसी वृत के एक बाह्य बिन्दु से खीचीं गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाईयों की तुलना कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

17. रेखाखंड AB = 8 सेमी. खींचिए। AB पर एक बिन्दु C इस प्रकार लीजिए कि $AC = \frac{1}{3}CB$ हो।

18. एक ΔABC की रचना कीजिए, जिसमें AB = 6.5 सेमी., $\angle B = 60^0$ तथा BC = 5.5 सेमी. हो। एक अन्य त्रिभुज AB′C′ की रचना कीजिए जो ABC के समरूप हो तथा जिसकी प्रत्येक भुजा ΔABC की संगत भुजा का 3 / 2 हो।

19. एक त्रिभुज ΔABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 5 सेमी., CA = 6 सेमी. और AB = 7 सेमी.। एक अन्य ΔA^1BC^1 की रचना कीजिए जो ΔABC के समरूप हो तथा जिसकी प्रत्येक भुजा ΔABC की संगत का 7 / 5 हो।

20. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएं 4 सेमी., 5 सेमी. तथा 6 सेमी. की हो। इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा दिये गये त्रिभुज की संगत भुजा का 2 / 3 गुने के बराबर हो। (NCERT)

21. ΔABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 8 सेमी., $\angle B = 45^0$ और $\angle C = 30°$ है। इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएं ΔABC की संगत भुजाओं के 3 / 4 गुने के बराबर हो।

22. ΔABC की रचना कीजिए AB = 14 सेमी., BC = 7 सेमी. और $\angle BAC = 50^0$ । एक अन्य ΔA′B′C′, ΔABC के समरूप बनाइये जिसमें BA′ = 6 सेमी. और BC′ = 10.5 सेमी. मापन स्केल भी बताइए।

23. एक समद्विबाहु ΔABC की रचना कीजिए जिसमें AB = 8 सेमी. और शीर्षलंब CD = 4 सेमी. है। ΔABC के समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा ΔABC की संगत भुजाओं के 1.5 गुने के बराबर हो।

24. एक समद्विबाहु ΔABC की रचना कीजिए जिसमें AB=AC और आधार BC = 7 सेमी., उर्ध्वाधर कोण = 120^0 हो। $\Delta AB'C' \sim \Delta ABC$ की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा, ΔABC की संगत भुजाओं के $1\frac{1}{3}$ गुने के बराबर हो।

25. 3 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए केन्द्र से 5 सेमी. की दूरी पर बाह्य बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखाएं खींचिए तथा उनकी लम्बाई भी माप कर लिखिए।

26. केन्द्र 0 तथा 4 सेमी त्रिज्या का वृत्त खींचिए उसका व्यास POQ खींचिए। P या Q से वृत्त की स्पर्श रेखा खींचिए।

27. 5 सेमी. व 3 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्त जिनके केन्द्र एक दूसरे से 9 सेमी. दूर है। प्रत्येक वृत्त के केन्द्र से दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

28. 6 सेमी. तथा 4 सेमी. त्रिज्या के दो संकेन्द्रीय वृत्त खींचिए। बाह्य वृत्त के किसी बिन्दु से अंतः वृत्त पर स्पर्श रेखा की रचना करिए और उसकी लम्बाई माप कर लिखिए।

29. 3 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। इसके बढ़े हुए व्यास पर दो बिन्दु P तथा Q जो केन्द्र से प्रत्येक 7 सेमी. की दूरी पर है इस बिन्दुओं से वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना करिए।

30. PQ=10 सेमी. का एक रेखाखंड खींचिए। PQ पर एक बिन्दु A इस प्रकार लीजिए कि $\frac{PA}{PQ} = \frac{2}{5}$ हो PA तथा PQ की लम्बाई माप कर लिखिए।

31. एक समबाहु ΔPQR खींचिए जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी. है $\Delta PQ'R'$ समरूप ΔPQR बनाइये ताकि $\frac{PQ}{PQ^1} = \frac{1}{2}$

32. 7 सेमी. लम्बाई का एक रेखाखंड AB खींचिए। बिन्दु A को केन्द्र लेकर, 3 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए तथा B को केन्द्र मानकर, 2 cm त्रिज्या का अन्य वृत्त खींचिए। प्रत्येक वृत्त पर दूसरे वृत्त के केन्द्र से स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए। (CBSE 2020)

33. एक ΔABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 6 सेमी, AB = 5 सेमी तथा $\angle ABC = 60°$ हो। इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा दिए गए त्रिभुज की संगत भुजा के $\frac{3}{4}$ गुने के बराबर हो। (CBSE 2018)

34. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 7 सेमी $\angle B = 45°$ तथा $\angle A = 105°$ हो। इसके समरुप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा दिए गए त्रिभुज की संगत भुजा के $\frac{3}{4}$ गुने के बराबर हो। (CBSE 2017)

35. एक 4 सेमी त्रिज्या वाला वृत्त खींचिए। इस वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं इस प्रकार खींचिए जो परस्पर 60° के कोण पर अंतरित हों। (CBSE 2016)

36. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें AB = 6 सेमी, $\angle A = 30°$ तथा $\angle B = 60°$ हो। इसके समरुप एक अन्य त्रिभुज AB′C′ की रचना कीजिए जिसका आधार AB′ = 8 सेमी हो।

37. एक त्रिभुज ABC जिसमें BC = 6.5 cm, $\angle C = 60°$ तथा $\angle C = 45°$ हो के रचना के चरण लिखिए। एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजायें ΔABC की संगत भुजाओं के $\frac{4}{5}$ गुनी हों। (CBSE 2020, मानक)

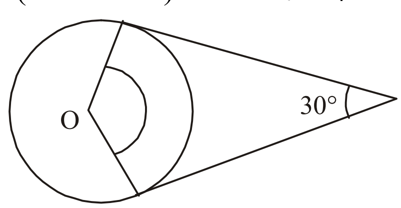
38. एक 7 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए। एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएं पहले त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{2}{3}$ गुनी हो।
(CBSE 2020, मानक & बुनियादी)

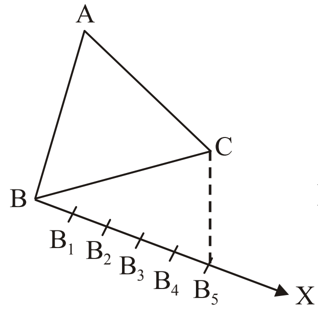
39. 2.5 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त के केन्द्र से 7 सेमी की दूरी पर एक बाह्य बिन्दु P अंकित कीजिए। अब इस बाह्य बिन्दु P से वृत्त पर एक स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए। (CBSE 2020, मानक)

उत्तर तथा संकेत

1. क्योंकि दिया गया अनुपात $\frac{5}{3}$ है तथा 5 दोनों में बड़ी संख्या है इसलिए उत्तर 5 है।

2. दी गई आकृति में दिखाए गए दोनों कोणों का योग 180° होता है यदि एक कोण 30° दिया गया है तो दूसरा (180° – 30°) = 150° होगा।



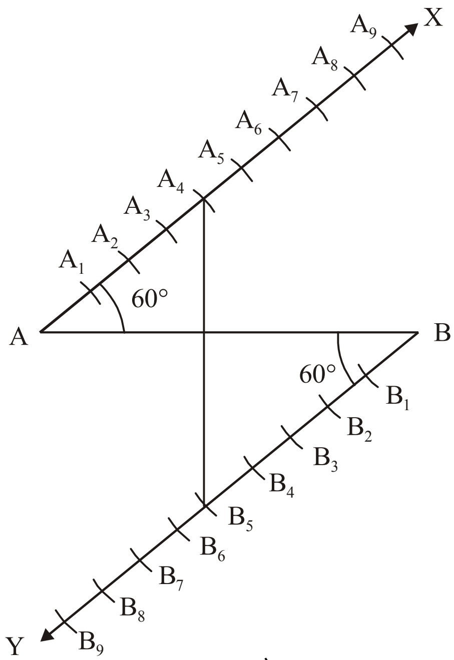
3. 

B_5 to C

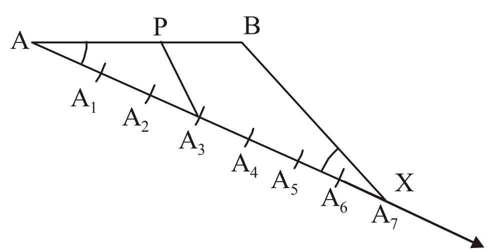
4. $3 + 7 = 10$

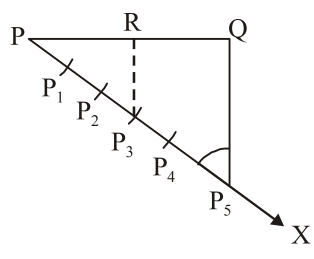
5. 0

6. उपर दिए गए प्रश्न (3) के अनुसार यह A_9 होगा।

7. 

A_4 और B_5

8. 

9. 

10. NCERT के उदाहरण–1 की सहायता से बनाइए।

11. प्रश्न संख्या (9) की सहायता से बनाइए।

12. प्रश्न संख्या 9 की सहायता से बनाइए।

13. सत्य, $\sqrt{3}:\frac{1}{\sqrt{3}}$ को सरलतम रूप में 3 : 1 भी लिखा जा सकता है।

14. नहीं।

15. नहीं।

16. बराबर है।

प्रश्न संख्या 17 से 39 तक प्रश्नों को NCERT के उदाहरण तथा प्रश्नावली के प्रश्नों की सहायता लेकर हल किए जा सकते हैं?

अभ्यास प्रश्न–पत्र

रचनाएँ

समय :– 1 घंटा | **अधिकतम अंक – 20**

खंड–अ

1. रेखाखंड AB = 8 सेमी. का लंब समद्विभाजिक खींचिए। 1
2. एक दी हुई रेखा के समान्तर रेखा की रचना कीजिए। 1
3. 4 cm व्यास वाले एक वृत्त पर किसी बिन्दु P से वृत्त पर स्पर्श रेखा खींचिए। 1
4. 4 cm त्रिज्या वाले किसी वृत्त के केन्द्र से 6 cm की दूरी पर स्थित बिन्दु T से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ बनाइए। 1

खंड–ब

5. 5 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त पर एक स्पर्श रेखा युग्म बनाइए जोकि आपस में 60° के कोण पर झुके हो। 2
6. 75° का कोण बनाइए तथा उसका समद्विभाजक खींचिए। 2
7. 5.6 सेमी. लम्बाई का रेखाखंड खींचिए। उसे 2:3 के अनुपात में विभाजित कीजिए। 2

खंड–स

8. 3.5 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। इसके केन्द्र से 5.5 सेमी की दूरी पर स्थित बाह्य बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखाएं खींचिए। 3

9. 3.5 सेमी. त्रिज्या के वृत्त की रचना करिए तथा इस पर दो स्पर्श रेखाएं इस प्रकार खींचिए जो परस्पर 120^0 के कोण पर अंतरित हो। 3

खंड–द

10. त्रिभुज की रचना कीजिए जिसमें $AB = 4$ सेमी. $BC = 5$ सेमी. और $AC = 7$ सेमी. । ΔABC के समरूप एक दूसरा त्रिभुज बनाइये जिसकी संगत भुजाएं दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं का 5/7 गुना हो। 4

12

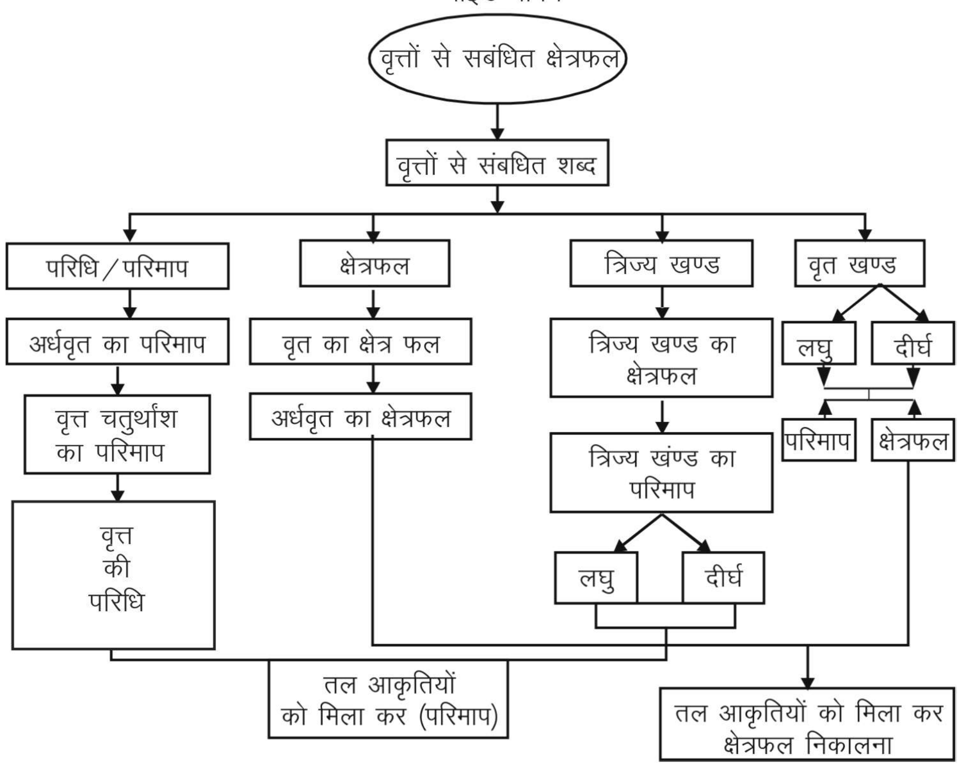
अध्याय

वृत्तों से सम्बंधित क्षेत्रफल

विषय

- **वृत्त का परिमाप तथा क्षेत्रफल**
- **त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल, वृत्तखंड का क्षेत्रफल**

मांइड मैपिग



महत्वपूर्ण बिन्दुः

1. **यदि एक वृत्त की त्रिज्या 'r' हो तोः**

   (i) परिधि $= 2\pi r$ या πd, $d = 2r$ है।

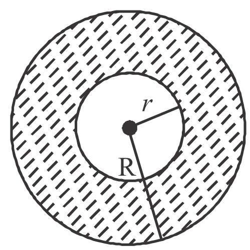
   (ii) क्षेत्रफल $= \pi r^2$

   (iii) अर्धवृत्त का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi r^2}{2}$

   (iv) चर्तुथांश का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi r^2}{4}$

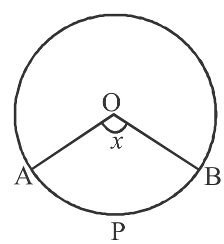
2. **दो संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा अन्तरित क्षेत्रफल**

   यदि दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्या R तथा r हैं तो दोनों वृत्तों द्वारा अन्तरित क्षेत्रफल $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R+r)(R-r)$



3. **त्रिज्यखंड और उसका क्षेत्रफल**

   किसी वृतीय क्षेत्र के उस भाग को जो वृत्त की दो त्रिज्याओं और उनके संगत चाप द्वारा घिरा हो, उस वृत्त का एक त्रिज्यखण्ड कहते है। दिए गए चित्र में APB लघु त्रिज्यखण्ड तथा AQB दीर्घ त्रिज्यखण्ड है।



त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल जिसका त्रिज्यखण्ड कोण θ है $= \dfrac{\theta}{360^0} \times \pi r^2$

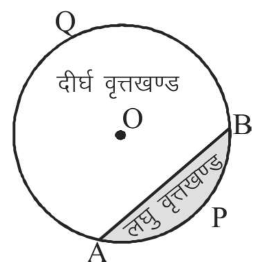
$= \dfrac{1}{2} \times$ चाप की लम्बाई $\times$ त्रिज्या $= \dfrac{1}{2} lr$

कोण θ वाले त्रिज्यखण्ड के संगत चाप की लम्बाई $= \dfrac{\theta}{360^0} \times 2\pi r$

$$= \frac{\theta}{360^0} \times \pi d$$

4. वृत्तखण्ड और उसका क्षेत्रफल :

वृत्तीय क्षेत्र का वह भाग जो एक जीवा और संगत चाप के बीच में परिबद्ध हो, एक वृत्तखण्ड कहलाता है। दिए गए चित्र में APB लघु वृत्तखण्ड तथा AQB दीर्घ वृत्तखण्ड है।



वृत्तखण्ड APB का क्षेत्रफल = त्रिज्यखण्ड OAPB का क्षेत्रफल $-$ ΔOAB का क्षेत्रफल

5. कुछ महत्वपूर्ण परिणाम :

(i) यदि दो वृत्त अन्तः स्पर्श करते हैं, तो उनके केन्दों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के अन्तर के बराबर होती है।

(ii) यदि दो वृत्त बाहयतः स्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योगफल के बराबर होती है।

(iii) किसी घूमते हुए पहिये द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी उस पहिये की परिधि के बराबर होती है।

(iv) किसी घूमते हुए पहिये द्वारा मिनट में लगाये गये चक्करों की संख्या

$$= \frac{\text{एक मिनट में चली गयी दूरी}}{\text{पहिये की परिधि}}$$

(v) लघु त्रिज्यखण्ड वृत्त के केन्द्र पर लघु कोण (मान लीजिए θ) आन्तरित करता है जबकि दीर्घ त्रिज्याखण्ड केन्द्र पर अधिककोण $(360° - \theta)$ आन्तरित करता है।

(vi) वृत्त के लघु तथा दीर्घ त्रिज्याखण्डों के क्षेत्रफलों का योगफल वृत्त के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

(vii) किसी त्रिज्यखण्ड का परिमाप उसकी संगत चाप तथा संगत त्रिज्याओं के योगफल के बराबर होता है।

(viii) घंटे की सुई द्वारा 1 मिनट में बना कोण $=\left(\frac{1}{2}\right)^{o}$

(ix) मिनट की सुई द्वारा 60 मिनटों में बनाया कोण $= 360^0$

(x) मिनट की सुई द्वारा 1 मिनट में बनाया गया कोण $= 6^0$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि एक अर्धवृत्ताकार चॉदे का व्यास 14 सेमी है, तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।
2. एक वृत्त की परिधि तथा क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से समान हो तो वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए।
3. 'a' सेमी भुजा वाले वर्ग के अन्तर्निहित एक वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
4. एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या r तथा संगत चाप की लम्बाई l है।
5. एक पहिए की त्रिज्या 0.25 मी. है। पहिए द्वारा 11 किमी दूरी तय करने में लगाए गए चक्करों की संख्या ज्ञात कीजिए।
6. यदि एक वृत्त का क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी हो तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।
7. एक 6 सेमी वाले वर्ग के अन्तनिहिर्त वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
8. एक वृत्त का क्षेत्रफल दो वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है। दोनों वृत्तों की त्रिज्याएं 24 सेमी तथा 7 सेमी है तो बड़े वृत का व्यास ज्ञात कीजिए।
9. एक तार को मोड़कर 35 सेमी त्रिज्या का वृत्त बनाया जा सकता है। यदि इसी तार को एक वर्ग के आकार में मोड़ा जाए तो वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
10. एक वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी0 है तथा एक चाप की लम्बाई 3π सेमी0 है। इस चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण का मान ज्ञात कीजिए।
11. एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात करने के सूत्र लिखिए जिसका केन्द्र पर कोण θ तथा त्रिज्या $\mathbf{r}$ है।

12. यदि दो वृत्तों की परिधियों 2:3 के अनुपात में हो, तो इनके क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

13. एक वृत्त की परिधि तथा त्रिज्या का अन्तर 37 सेमी0 हो तो वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।

$\left(\pi = \frac{22}{7}\text{ लीजिए}\right)$

14. यदि एक वृत्त का व्यास 40% बढ़ा दिया जाए तो कितने प्रतिशत से इसका क्षेत्रफल बढ़ेगा।

15. एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 6 सेमी है। प्रातः 11:20 बजे से 11:55 बजे तक मिनट की सुई द्वारा अंकित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

16. 14 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड का परिमाप 68 सेमी है। उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

17. एक वृत्त की परिधि 39.6 सेमी है। उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए) (CBSE 2020)

18. एक घड़ी में मिनट की सुई की लम्बाई 14 cm है। मिनट की सुई के द्वारा 1 मिनट में कितना क्षेत्रफल तय किया जाएगा?

($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए)

19. उस त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल जिसके संगत चाप की लम्बाई 'l' तथा त्रिज्या 'r' हो, ___________ है।

20. r त्रिज्या वाले वृत्त की परिधि होगी ....

21. S त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल होगा ....

22. त्रिज्या r वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड, जिसका कोण अंशों में θ है, के संगत चाप की लंबाई .... होती है।

23. त्रिज्या r वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड, जिसका कोण अंशों में θ है, का क्षेत्रफल .... होता है।

24. एक वृत्त का क्षेत्रफल = संगत त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ....

लघुत्तरात्मक प्रश्न 1

25. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 सेमी0 है।

($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

26. 10 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त की किसी चाप की लम्बाई 5π सेमी. हो तो उस चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण का मान ज्ञात कीजिए।

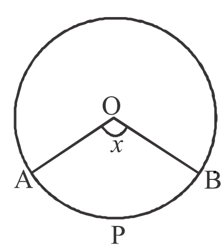
27. यदि एक वर्ग, वृत्त के अन्तर्निहित हो, तो वृत्त तथा वर्ग के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

28. उस वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 44 सेमी है। (CBSE 2020)

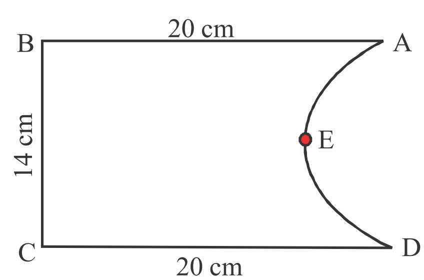
29. यदि एक वृत्त की परिधि एक वर्ग के परिमाप के बराबर हो जबकि वर्ग की भुजा की लम्बाई 1 इकाई है। तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

30. एक वृत्त का व्यास तथा एक समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई समान हो तो इनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

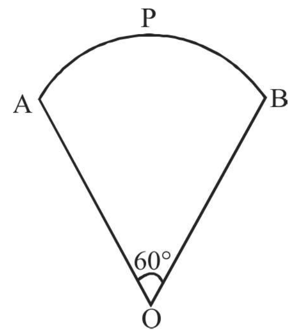
31. संलग्न चित्र में, O एक वृत्त का केन्द्र है। यदि त्रिज्यखण्ड OAB का क्षेत्रफल, वृत्त के क्षेत्रफल का $\frac{5}{18}$ हो तो x ज्ञात कीजिए।



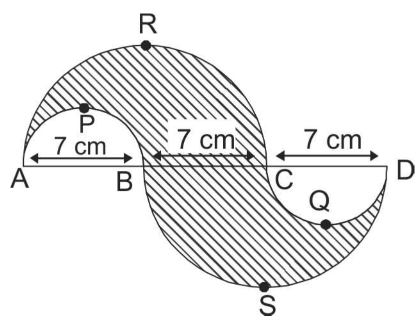
32. दिए गए चित्र में जहां AED एक अर्धवृत्त तथा ABCD एक आयत है तो चित्र का परिमाप ज्ञात कीजिए। (CBSE 2015)



33. दिया गया चित्र एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 10.5 सेमी. है, का त्रिज्यखण्ड है। इस त्रिज्यखण्ड का परिमाप ज्ञात कीजिए।



34. छायांकित भाग का परिमाप ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

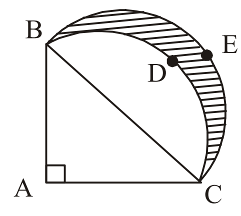


लघु उत्तरीय प्रश्न 2

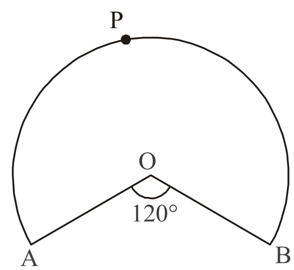
35. 36 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त का त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल 54π वर्ग सेमी. हो तो संगत चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

36. एक घड़ी की मिनट की सुई 5 सेमी. लम्बी है। मिनट की सुई द्वारा प्रात : 6:05 बजे से 6:40 बजे तक बुहार किया गया क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

37. आकृति में ABDC एक वृत का चतुर्थांश है जिसकी त्रिज्या 28 cm है। BC को व्यास मान कर BEC एक अर्धवृत खींचा गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)



38. दिए गए चित्र में OAPB, एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 3.5 सेमी तथा कोण AOB = 120^0 का त्रिज्यखण्ड है। OAPBO का परिमाप ज्ञात कीजिए।



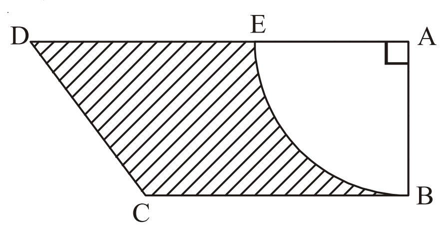
39. एक वृत्ताकार पदपथ (फुटपाथ) जिसकी चौड़ाई 2 मी. है, को रू20 प्रतिवर्ग मी0 की दर से एक वृत्ताकार, पार्क जिसकी त्रिज्या 1500 मी0. के चारों ओर बनाया गया है। पदपथ (फुटपाथ) को बनाने में कुल कितना खर्च आएगा? (π = 3.14 लीजिए)

40. एक लड़का इस प्रकार साईकिल चला रहा है कि साईकिल के पहिए प्रति मिनट 140 चक्कर लगाते हैं यदि पहिए का व्यास 60 सेमी0 हो तो साईकिल की चाल ज्ञात कीजिए।

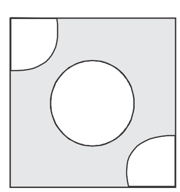
41. 4 सेमी0 त्रिज्या और 30° कोण वाले लघु त्रिज्यखण्ड AOB तथा दीर्घ त्रिज्यखण्ड AOB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

42. r त्रिज्या वाले वृत के अर्धवृत में अन्तरित बड़ी से बड़ी त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

43. आकृति में समलब ABCD का क्षेत्रफल 24.5 वर्ग सेमी है। AD $\parallel$ BC, $\angle DAB = 90°$, AD = 10 cm और BC = 4 cm है। यदि ABE एक वृत का चतुर्थांश है तो छायाकिंत भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

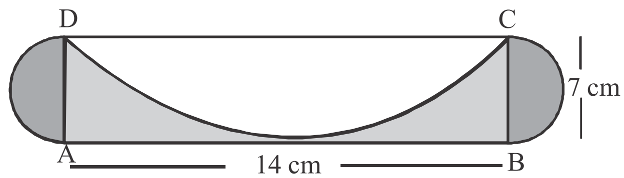


44. एक 6 सेमी0 भुजा वाले वर्ग के दो सम्मुख कोणों से 1.4 सेमी0 त्रिज्या के दो चतुर्थांश काटे गए हैं। वर्ग के बीच में 4.2 सेमी0 व्यास का एक अन्य वृत्त भी काटा गया है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



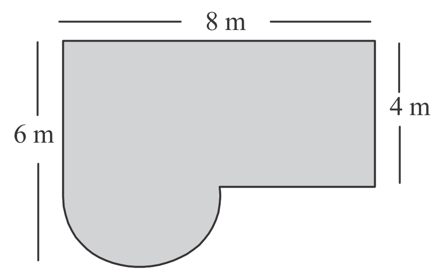
45. एक 100° का त्रिज्यखण्ड एक वृत्त से काटा गया है जिसका क्षेत्रफल 70.65 वर्ग सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए).

46. दिए गए चित्र में, ABCD एक आयत है जिसमें AB = 14 सेमी और BC=7 सेमी है। DC, BC तथा AD को व्यास मानकर, तीन अर्धवृत्त खींचे गए है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



47. एक वर्गाकार पानी के टैंक के आधार की प्रत्येक भुजा 40 मी0 है। इसके चारों ओर चार अर्धवृत्ताकार घास के मैदान है। रू 1.25 प्रति वर्ग मी0 की दर से मैदान को समतल कराने का व्यय कीजिए ($\pi = 3.14$ लें)

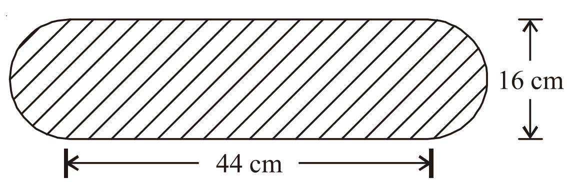
48. छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



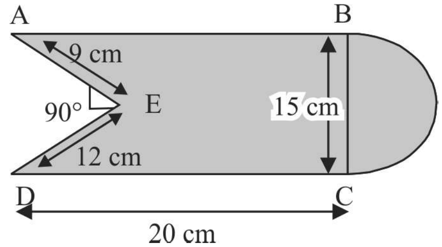
49. 21 सेमी0. त्रिज्या वाले वृत्त की कोई जीवा वृत्त के केन्द्र पर 120^0 का कोण बनाती है। जीवा द्वारा काटे गये लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

50. एक तार को मोड़कर, वृत्त के केन्द्र पर 45^0 का कोण अन्तरित करने वाली चाप के रूप में बनाया जा सकता है। यदि तार की लम्बाई 11 सेमी0 हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

51. दिए गए चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

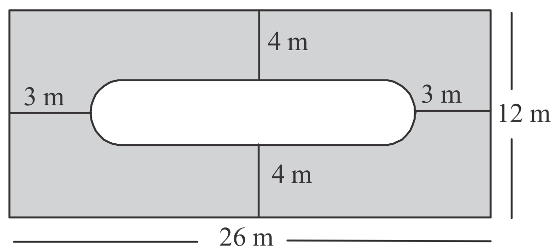


52. दिए गए चित्र का क्षेत्रफल वर्ग सेमी0 में ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)



53. यदि एक वृत्त की परिधि इसके व्यास से 16.8 सेमी0 अधिक हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

54. छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (NCERT Exemplar)



दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

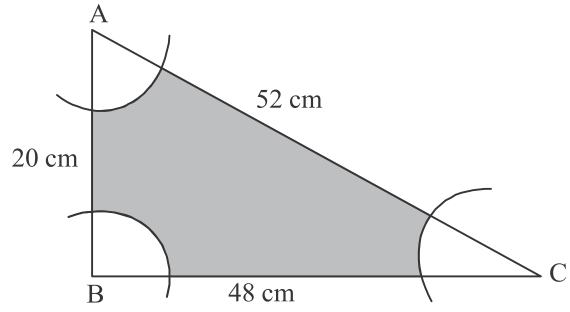
55. दो वृत्त बाहयतः स्पर्श करते हैं। यदि इनके क्षेत्रफलों का योग 130π वर्ग सेमी0 है तथा इनके केन्द्रों के बीच की दूरी 14 सेमी0 है, तो इन वृत्तों की त्रिज्यायें ज्ञात कीजिए।

56. तीन वृत्त जिनकी त्रिज्याऐं 7 सेमी0 हैं, इस प्रकार खींचे गए हैं कि हर वृत्त बाकी दो वृत्तों को स्पर्श करता है। तीनों वृत्तों के बीच वाले भाग को क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

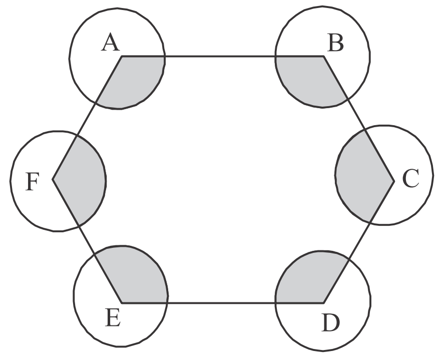
57. एक पहिए का क्षेत्रफल 6.16 वर्ग मी0 है। पहिए को 572 मी0 की दूरी तय करनें के लिए कुल कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे।

58. एक समचतुर्भुज के सभी शीर्ष एक वृत्त पर है, यदि वृत्त का क्षेत्रफल 2464 वर्ग सेमी0 हो तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

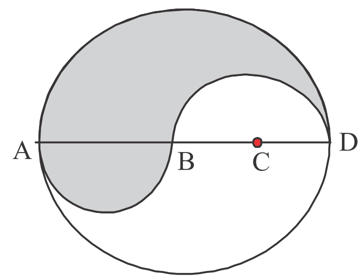
59. त्रिभुज ABC के शीर्ष A, B तथा C को केन्द्र लेकर तीन त्रिज्यखण्ड बनाए गए हैं जिनकी त्रिज्या 6 सेमी0 है। यदि AB=20 सेमी0 BC =48 सेमी0 और CA=52 सेमी0 हो, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



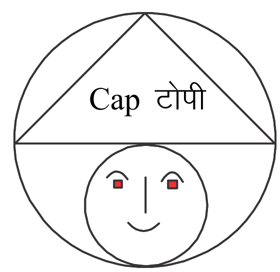
60. दी गई आकृति में, ABCDEF एक समषट्भुज है जिसके शीर्षों को केन्द्र मानकर समान त्रिज्या r के वृत्त खींचे गए हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



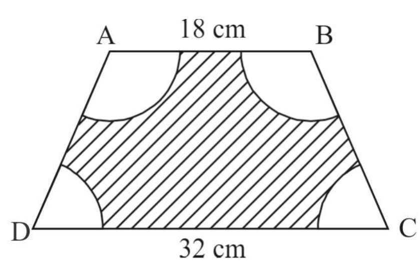
61. एक 6 सेमी0 त्रिज्या के वृत्त का व्यास ABCD इस प्रकार है कि AB, BC तथा CD बराबर है। चित्र के अनुसार AB और BD को व्यास मानकर अर्धवृत्त खींचे गए हैं। छायांकित भाग का परिमाप तथा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)



62. सड़क पर एक गरीब कलाकार बच्चों के लिए मजाकिया कार्टून बनाता है तथा अपनी जीविका अर्जित करता है। एक बार उसने आकृति में दर्शाए अनुसार एक हास्यकर मुख बनाया, जिसके लिए उसने एक वृत्त के अन्दर वृत्त खींचा, जहां बड़े वृत्त की त्रिज्या 30 सेमी0 और छोटे वृत्त की त्रिज्या 20 सेमी0 है। इस आकृति में टोपी के लिए कितना क्षेत्रफल दिया गया है?

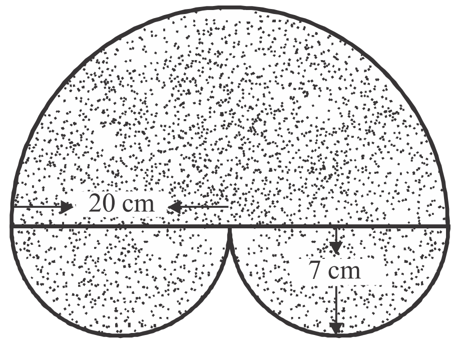


63. दिए गए चित्र में, ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है $AB \| DC$, AB = 18 cm, DC = 32 cm तथा AB और DC के बीच की दूरी 14 cm है। यदि 7 cm की चाप A, B, C तथा D को केन्द्र मानकर खीचीं जाएं तो छायाकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

64. दिए गए चित्र में, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)



उत्तर तथा संकेत

1. $\pi r + d = \frac{22}{7} \times 7 + 14 = 36$ cm

2. $2\pi r = \pi r^2 \quad \Rightarrow \quad$ व्यास $= 4$ इकाई

3. वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास

   $\pi r^2 = \pi \frac{a^2}{4}$ (भुजा a, त्रिज्या $= \frac{a}{2}$)

4. $l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$

   क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

   $\Rightarrow \quad \frac{l \times \pi r^2}{2\pi r} = \frac{lr}{2}$ वर्ग इकाई

5. दूरी / परिधि $= \frac{11 \times 1000 \times 7 \times 100}{2 \times 22 \times 25}$

   $= 7000$

6. $\pi r^2 = 616$

   $\Rightarrow \quad r = 14$ cm

   or $\quad 2\pi r = 88$ cm

7. वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास

   $\Rightarrow \quad r = 3$ cm

   $\pi r^2 = \pi(3)^2 = 9\pi$ cm^2

8. $\pi R^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$\Rightarrow$ R = 25 cm

और व्यास = 50 cm

9. $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 35 = 220$ cm

वर्ग की भुजा $= \frac{220}{4} = 55$ cm

वर्ग का क्षेत्रफल $= 55 \times 55 = 3025$ cm^2

10. $l = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$\Rightarrow$ $3\pi = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi \times 6$

$\Rightarrow$ $\theta = 90°$

11. $\frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

12. $\frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ $r_1 = \frac{2}{3} r_2$

or $\frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{\left(\frac{2}{3} r_2\right)^2}{r_2^2}$

$= \frac{\frac{4}{9} r_2^2}{r_2^2} = 4:9$

13. $(2\pi r - r) = 37$

or $r = 7,$

$2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$ सेमी

14. 96%

15. $\dfrac{210° \times 22 \times 6 \times 6}{360° \times 7} = 66 \text{ cm}^2$

$\begin{pmatrix} 11:20 \text{ to } 11:55 = 35 \text{ minutes} \\ \theta = 210° \end{pmatrix}$

16. 280 वर्ग सेमी.
17. 124.74 वर्ग सेमी.
18. 10.27 cm^2
19. $A = \dfrac{1}{2} lr$
20. $2\pi r$
21. πs^2
22. $\dfrac{\theta}{360°} \times 2\pi r$
23. $\dfrac{\theta}{360°} \times \pi r^2$
24. संगत त्रिभुज का क्षेत्रफल
25. $2\pi r = 22$

$$r = \frac{7}{2}$$

वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{22 \times 7 \times 7}{7 \times 4 \times 2 \times 2}$$
$$= 9.625 \text{ cm}^2$$

26. $l = \dfrac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

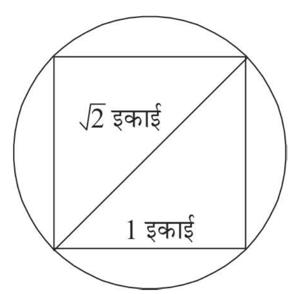
$$\Rightarrow \quad 5\pi = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi \times 10$$
$$\Rightarrow \quad \theta = 90°$$

27. यदि वर्ग की भुजा = 1 इकाई

तब पाइथागोरस प्रमेय के द्वारा

व्यास या विकर्ण = $\sqrt{2}$ इकाई

वर्ग का क्षेत्रफल = 1 × 1 = 1 वर्ग इकाई



वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= \pi \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} = \frac{11}{7}$$

अभीष्ट अनुपात = 11 : 7

28. 154 वर्ग सेमी.

29. $2\pi r = 4$ इकाई

और $$\frac{2\pi r}{4 \text{ इकाई}} = \text{वृत्त की परिधि / वर्ग का परिमाप}$$

$$r = \frac{7}{11} \text{ इकाई}$$

$$\frac{\pi r^2}{1} = \frac{22}{7} \times \frac{7}{11} \times \frac{7}{11} = \frac{14}{11}$$

और 14 : 11

30. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2$

अभीष्ट अनुपात $= \sqrt{3} : \pi$

31. $\frac{\theta}{360°} \pi r^2 = \pi r^2 \times \frac{5}{18} \Rightarrow \theta = 100°$

32. 20 cm + 14 cm + 20 cm + πr

$= 20 \text{ cm} + 14 \text{ cm} + 20 \text{ cm} + \frac{22}{7} \times 7$

$= 76 \text{ cm}$

33. $\frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$$= \frac{60° \times 2 \times 22 \times 105}{360° \times 7 \times 10}$$

$= 11 \text{ cm}$

परिमाप = (10.5 + 10.5 + 11) cm = 32 cm

34. छायांकित भाग का परिमाप = अर्ध वृत्तों के परिमाप

$$= ARC + APB + BSD + CQD$$

$$= \pi(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)$$

$$= \frac{22}{7}\left(7+\frac{7}{2}+7+\frac{7}{2}\right)$$

$$= \frac{22}{7}\times 21 = 66 \text{ cm}$$

35. $54\pi = \dfrac{\theta\times\pi\times 36\times 36}{360°}$

$$\theta = 15°$$

$$l = \frac{\theta}{360°}\times 2\pi r$$

$$= \frac{15°\times 2\times\pi\times 36}{360°} = 3\pi \text{ cm}$$

36. क्षेत्रफल $= \dfrac{\theta}{360°}\times\pi r^2$

$$= \frac{210°\times 22\times 5\times 5}{360°\times 7}$$ ($\theta = 210°$, 35 मिनट में)

$$= \frac{1650}{36} = 45\frac{5}{6}\text{cm}^2$$

37. $AC = 28$ cm,

$BC = 28\sqrt{2}$ cm (पाइथागोरस प्रमेय द्वारा)

त्रिज्या $= 14\sqrt{2}$ cm $= \dfrac{BC}{2}$

छायांकित भाग = अर्धवृत्त का क्षेत्रफल – BCD वृत्त खण्ड का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}\pi\left(14\sqrt{2}\right)^2 - \frac{90°}{360°}\times\pi(28)^2 + \frac{1}{2}\times 28\times 28$$

$$= 392 \text{ cm}^2$$

38. $l = \dfrac{240° \times 2 \times 22 \times 35}{360° \times 7 \times 10} = 14.67$

OAPBO की लम्बाई

$= 14.6 + 3.5 + 3.5$

$= 21.67$ cm

39. $\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right)$

कुल खर्चा $= \pi[(1502)^2 - (1500)^2] \times 20$ रूपये

$= 3.14[(1502)^2 - (1500)^2] \times 20$ रूपये

$= 377051.2$ रूपये

40. साइकिल के पहिये की परिधि $= 2\pi r$

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 30$ cm

$= 188.57$ cm

साइकिल की गति

$= \dfrac{18857 \times 140 \times 60}{100 \times 1000}$

$= 15.84$ km/h

41. लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$= \dfrac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

$= \dfrac{30°}{360°} \times 3.14 \times 4 \times 4 \text{ cm}^2$

$= 4.19 \text{ cm}^2$

दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$= \dfrac{\theta}{360°} \pi r^2$

$= \dfrac{330}{360°} \times 3.14 \times 4 \times 4$

$= 46.1 \text{ cm}^2$(approx)

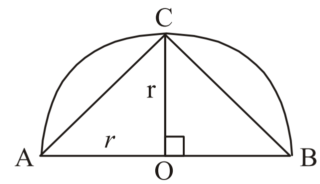
42. त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \text{ आधार } \times \text{ ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} AB \times OC$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2r \times r$$

$= r^2$ वर्ग इकाई



43. माना $AB = h$ cm

समलंब का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}(AD + BC) \times AB$$

$$24.5 = \frac{1}{2}(10 + 4) \times h \ (AB = h)$$

$$h = 3.5 \text{ cm}$$

(ABE) चतुर्थांश का क्षेत्रफल

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \ (3.5)^2 \text{ वर्ग सेमी.} = 9.625 \text{ वर्ग सेमी.}$$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$= 24.5 - 9.625$

$= 14.875$ वर्ग सेमी.

44. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= वर्ग का क्षेत्रफल – वृत्त का क्षेत्रफल – (2 × चतुर्थांश का क्षेत्रफल)

$$= 64 - \frac{22 \times 42 \times 42}{7 \times 10 \times 10} - \frac{22 \times 14 \times 14 \times 1}{7 \times 10 \times 10 \times 2}$$

$= 64 - 55.44 - 3.08$

$= 5.48 \text{ cm}^2$

45. $$\frac{70.65}{100} = \frac{100^\circ \times 314 \times r^2}{360^\circ \times 100}$$

$$\frac{7065 \times 360}{100 \times 314} = r^2$$

$$9 = r$$

$$r = 9 \text{ cm}$$

46. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2 + AB \times BC - \frac{\pi\left(\frac{DC}{2}\right)^2}{2}$$

$$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 + \left(98 - \frac{22 \times 7 \times 7}{7 \times 2}\right)$$

$= 38.5 + (98 - 77)$

$= 59.5 \text{ cm}^2$

47. चार अर्धवृत्त = 2 वृत्त

2 वृत्तों का क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

$= 2 \times 3.14 \times 20 \times 20$

$= 2512 \text{ m}^2$

कुल खर्च = 2125×1.25

= 3140 रुपये

48. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= l \times b + \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= 8 \times 4 + \pi \times \frac{2 \times 2}{2}$$

$= (32 + 2\pi) \text{ cm}^2$

49. वृत्तखंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल – त्रिभुज का क्षेत्रफल

वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 462 \text{ cm}^2$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{441}{2}\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

वृत्तखंड का क्षेत्रफल

$$= \left(462 - \frac{441}{4}\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$$

$$= \frac{21}{4}(88 - 21\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

50. $l = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$$11 = \frac{45° \times 2 \times 22 \times r}{360° \times 7}$$

$14 = r$

$r = 14$ cm

51. छायांकित क्षेत्रफल $= l \times b + \pi r^2$

$= (44 \times 16 + \pi \times 8 \times 8)$

$= (704 + 64\,\pi)$ cm^2

52. छायांकित क्षेत्रफल $= 20 \times 15 + 28.12\,\pi - \frac{1}{2} \times 12 \times 9$

$= 300 + 28.12\pi - 54$

$= 300 + 88.39 - 54$

$= 334.39$ cm^2

53. $2\pi r = 2r + 16.8$

$$2 \times \frac{22}{7} r - 2r = \frac{168}{10}$$

or $2r\left(\frac{22}{7} - 1\right) = \frac{168}{10}$

or $2r\left(\frac{15}{7}\right) = \frac{168}{10}$

or $r = \frac{168 \times 7}{10 \times 2 \times 15} = \frac{1176}{300} = 3.92$ cm

54. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= आयत का क्षेत्रफल – [दो अर्धवृत्तों का क्षेत्रफल + आयत का क्षेत्रफल]

$$= L \times B - \left[\frac{2\pi r^2}{2} + l \times b\right]$$

$= 26 \times 12 - [\pi \times 2 \times 2 + 16 \times 4]$

$= 312 - 4\pi - 64$

$= (248 - 4\pi)$ m^2

55. $\pi r_1^2 + \pi r_2^2 = 130\pi$

$\Rightarrow r_1^2 + r_2^2 = 130$ ...(1)

और $r_1 + r_2 = 14$ ...(2)

(2) से r_1 का मान (1) में रखने पर

$2r_1^2 - 28r_1 + 66 = 0$

$r_2^2 - 14r_2 + 33 = 0$

$r = 11$ cm and $r = 3$ cm

56. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= त्रिभुज का क्षेत्रफल – 3 त्रिज्यखंडों का क्षेत्रफल

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14 \times 14$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 196 = 49\sqrt{3}$ वर्ग सेमी.

3 त्रिज्यखंडों का क्षेत्रफल

$= \frac{3 \times 60°}{360°} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 77$ वर्ग सेमी.

छायांकित भाग का क्षेत्रफल $= (49\sqrt{3} - 77)$ वर्ग सेमी.

57. $\pi r^2 = \frac{616}{100}$

or $r^2 = 1.96$

or $r = 1.4$ m

$2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{14}{10}$

$= \frac{616}{70} = 8.8$ m

चक्करों की संख्या $= \frac{572}{8.8} = 65$

58. $\pi r^2 = 2464 \text{ cm}^2$

$r = 28 \text{ cm}$

या $d = 28 + 28 = 56 \text{ cm}$

समबाहु चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} d_1 d_2$ या $\frac{1}{2} d_2^2 (d_1 = d_2)$

$= \frac{1}{2} \times 56 \times 56 = 1568 \text{ cm}^2$

59. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$= \Delta$ का क्षेत्रफल $- 3$ त्रिज्यखंडों का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times 48 \times 20 - \frac{\pi r^2}{360°} (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$

$= 480 - \frac{22 \times 6 \times 6}{7 \times 360°} (180°)$

$= 480 - 56.57 = 423.43 \text{ cm}^2$

60. $2\pi r^2$ (क्षेत्रफल $= 2$ वृत्तों का क्षेत्रफल)

61. परिमाप $= \frac{2\pi r_1}{2} + \frac{2\pi r_2}{2} + \frac{2\pi r_3}{2}$

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times \frac{6}{2} + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{4}{2} + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{2}{2} \right]$

$= 2 \times \frac{22}{7} [3 + 2 + 1] = \frac{264}{7} = 37.71 \text{ cm}$

क्षेत्रफल $= \left[\frac{\pi r_1^2}{2} - \frac{\pi r_2^2}{2} + \frac{\pi r_3^2}{2} \right] = 31.71 \text{ cm}^2$

62. बड़े वृत्त की त्रिज्या (केन्द्र O) $= 30$ cm

छोटे वृत्त की त्रिज्या (केन्द्र O′) $= 20$ cm

उनकी त्रिज्याओं का अंतर

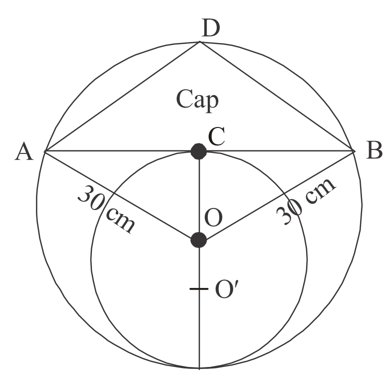
$= (30 - 20) = 10 \text{ cm}$

AB छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है

त्रिज्या = O'C तथा OD⊥AB

$\therefore \quad \angle OAC = 90° = \angle OCB$

$\therefore \quad \Delta OCA$ में पाइथागोरस प्रमेय के द्वारा



$AC = 20\sqrt{2}$ cm

$\Rightarrow$ $AB = 2 \times 20\sqrt{2}$ cm

$= 40\sqrt{2}$ cm

CD = बड़े वृत्त की त्रिज्या – OC = 30 – 10 = 20 cm

टोपी का क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} AB \times CD$

$$= \frac{1}{2} \times 40\sqrt{2} \times 20 \text{ cm}^2 = 400\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

63. समलम्ब का क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times h(a+b)$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times (18+32) = 350 \text{ cm}^2$$

4 त्रिज्यखंडों का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi r^2}{360^\circ} \times (\angle A + \angle B + \angle C + \angle D) = \frac{\pi \times 7 \times 7 \times 360^\circ}{360^\circ}$$

$= 49\pi \text{ cm}^2 = 154 \text{ cm}^2$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$= 350 - 154$

$= 196 \text{ cm}^2$

64. छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \left(\frac{\pi r_1^2}{2} + \frac{\pi r_2^2}{2} + \frac{\pi r_3^2}{2}\right) = \pi\left(\frac{17 \times 17}{2} + \frac{10 \times 10}{2} + \frac{7 \times 7}{2}\right)$$

$= 688.28 \text{ cm}^2$

अभ्यास प्रश्न पत्र

वृत्तों से सम्बन्धित क्षेत्रफल

समयः 1 घंटा | *अंक : 20*

खण्ड—अ

1. यदि दो वृन्तों की परिधि बराबर हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा? 1
2. यदि चाँदे का व्यास 21cm हो तो इसका परिमाप ज्ञात कीजिए। 1
3. P त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल .... होगा। 1
4. सही उत्तर चुनिये 1

   यदि किसी वृत्त का परिमाप तथा क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर हो तो वृत्त की त्रिज्या होगी:

   (a) 2 इकाई (b) π इकाई

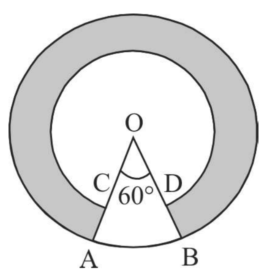
   (c) 4 इकाई (d) 7 इकाई

खण्ड—ब

5. एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 14 cm है। मिनट की सूई द्वारा 8 मिनट में तय किया क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2
6. यदि एक वृत्त की परिधि 22 सेमी. हो तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2
7. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 44 सेमी. है 2

खण्ड—स

8. एक घोड़े को 28 सेमी लम्बी रस्सी द्वारा एक खम्भे से बॉधा गया है। घोड़े द्वारा खायी जाने वाली घास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3
9. दिए गए चित्र में OA = 42 सेमी. , OC = 21 सेमी. तथा $\angle AOB = 60^0$ है तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए) 3



खण्ड—द

10. यदि 10 सेमी. त्रिज्या के वृत्त में एक जीवा AB वृत्त के केन्द्र पर समकोण बनाती हो, तो लघु तथा दीर्घ वृत्तखण्ड के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (दिया है : $\pi = 3.14$) 4

13
अध्याय

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

महत्वपूर्ण बिन्दु:

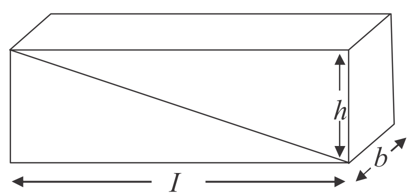
1. **घनाभ** = 3– आयामी आकार जैसे किताब, माचिस की डिब्बी, अलमारी इत्यादि घनाभ कहलाती हैं।

माना लम्बाई = l, चौड़ाई = b, ऊंचाई = h

आयतन = $l \times b \times h$

ठोस घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2h(l + b)$

ठोस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$



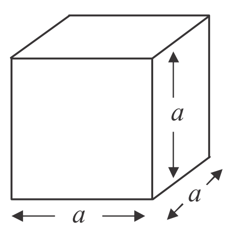
2. **घन** = 3– आयामी आकर जैसे आइस–क्यूबस, लूडो का पासा इत्यादि घन कहलाती हैं।

माना लम्बाई = चौड़ाई = ऊंचाई = a

आयतन = a^3

ठोस घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$

ठोस घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$



3. बेलन = 3– आयामी आकार जैसे जार, स्तंभ, पाइप, रोड़–रोलर इत्यादि बेलन कहलाते हैं।

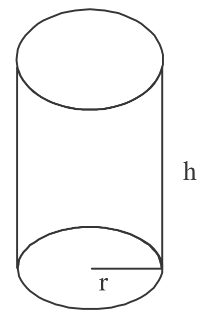
(क) माना आधार त्रिज्या = r

ऊंचाई = h

आयतन = $\pi r^2 h$

ठोस बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

ठोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h)$



(ख) बेलन (खोखला) के लिए,

बाह्य त्रिज्या = R

अन्तः त्रिज्या = r

ऊंचाई = h

आयतन = $\pi(R^2 - r^2)h$

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi(R+r)h$

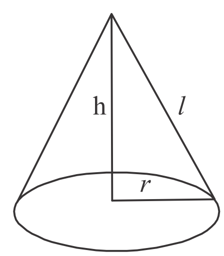
कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi(R+r)h + 2\pi(R^2 - r^2)$

4. **शंकु** : 3– आयामी आकार जैसे टैंट, आइसक्रीम कोन इत्यादि को शंकु कहते हैं।

माना आधार त्रिज्या = r

ऊंचाई = h

तिरछी ऊंचाई = l



$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

ठोस शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl

ठोस शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(l+r)$

ध्यान दें,

यदि एक शंकु व एक बेलन दोनों की आधार त्रिज्याएं समान हों व दोनों की ऊंचाई भी समान हो तब

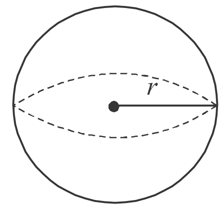
$3 \times$ शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

5. **गोला** : 3– आयामी आकार जैसे क्रिकेट बॉल, फूटबॉल इत्यादि को गोला कहते हैं।

(क) माना त्रिज्या $= r$

आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$



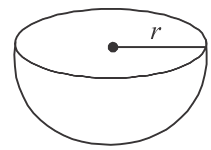
(ख) अर्ध गोलाकार (ठोस)

त्रिज्या $= r$

आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$



6. **छिन्नक** : जब एक शंकु को आधार के समांतर काटा जाता है तो उस कटाव से नीचे आधार तक के भाग को शंकु का छिन्नक कहते हैं।

उदाहरणः—तुर्की टोपी

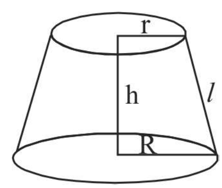
माना,

आधार त्रिज्या $= \mathrm{R}$

उपरी त्रिज्या $= r$

तिर्यक ऊंचाई $= h$

$l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$

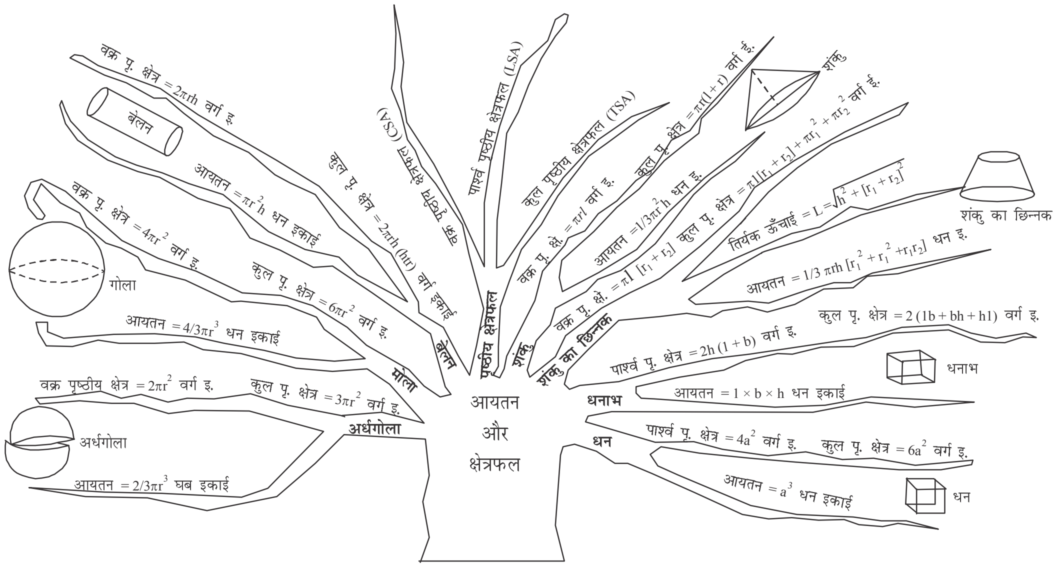


आयतन $= \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (ठोस) $= \pi l(\mathrm{R} + r)$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (ठोस) $= \pi l(R + r) + \pi(R^2 + r^2)$

माइंड मैपिंग



अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. मिलान कीजिएः

कॉलम I	कॉलम II
(a) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल	(i) $2\pi rh$
(b) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	(ii) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
(c) धनाभ का आयतन	(iii) $2\pi r (r + h)$
(d) अर्धगोले का आयतन	(iv) $\frac{1}{3}\pi h(r^2 + R^2 + rh)$
(e) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल	(v) $\pi r (r + l)$
(f) अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	(vi) $l \times b \times h$
(g) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल	(vii) $\frac{2}{3}\pi r^3$
(h) शंकु का आयतन	(viii) $\pi r l$
(i) बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	(ix) $3\pi r^2$
(j) शंकु के छिन्नक का आयतन	(x) $4\pi r^2$

2. रिक्त स्थान भरिएः

(i) $a \times a \times b$ विमाओं वाले धनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ——— है।

(ii) आधार त्रिज्या r और ऊँचाई 2r वाले लम्ब वृत्तीय बेलन का आयतन ———— है।

(iii) आधार त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले लम्ब वृत्तीय बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ———— है।

(iv) आधार त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले लम्ब वृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ——— है।

(v) यदि एक शंकु की ऊँचाई उसके आधार के व्यास के बराबर हो, तो शंकु का आयतन ——— है।

(vi) त्रिज्या r वाले एक ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल —— है।

(vii) बाहरी त्रिज्या R, वाले आंतरिक त्रिज्या r और ऊँचाई h के एक खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ——— है।

(viii) यदि किसी गोले की त्रिज्या दोगुनी हो जाए, तो इसका आयतन मूल गोले के आयतन से ——— गुना हो जाएगा।

(xi) यदि किसी गोले की त्रिज्या आधी हो जाए, तो इसका आयतन मूल गोले के आयतन से ————— गुना हो जाएगा।

3. निम्नलिखित में से प्रत्येक में 'सत्य' या 'असत्य' लिखिएः

(i) समान आधार त्रिज्या r वाले दो ठोस अर्धगोलों को उनके आधारों के अनुदिश में जोड़ दिया गया है। इस संयोजन (Combination) का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $6\pi r^2$ है।

(ii) त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले एक बेलन को उसी ऊँचाई और त्रिज्या वाले बेलन के ऊपर रख दिया जाता है। इस प्रकार बने आकार का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $(4\pi rh + 4\pi r^2)$ है।

(iii) त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले एक ठोस शंकु को उसी आधार त्रिज्या और ऊँचाई वाले एक ठोस बेलन के ऊपर रख दिया जाता है। संयोजित ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $\pi r\left[\sqrt{r^2 + h^2 + 3r + 2h}\right]$ है।

(iv) भुजा a वाले एक घनाकार बक्से के अंदर एक ठोस गेंद पूर्णयता ठीक–ठीक रखी जा सकती है। गेद का आयतन $\frac{4}{3}\pi a^3$ है।

(v) शंकु के एक छिन्नक का आयतन $\frac{1}{3}\pi h[r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2]$ होता है, जहाँ h छिन्नक की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई है और r_1, r_2 सिरों की त्रिज्याएँ हैं।

4. r त्रिज्या वाले एक ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल है

(a) πr^2 (b) $2\pi r^2$

(c) $3\pi r^2$ (d) $4\pi r^2$

5. एक गोले का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर है, तो गोले की त्रिज्या है

(a) 0 मात्रक (b) 1 मात्रक

(c) 2 मात्रक (d) 3 मात्रक

6. समान आधार और समान ऊँचाई वाले एक बेलन, एक शंकु और एक अर्धगोले के आयतनों का अनुपात है

(a) 1:2:3 (b) 2:1:3

(c) 3:1:2 (d) 3:2:1

7. 'r' त्रिज्या वाले एक ठोस गोले को पिघला कर 'r' ऊँचाई वाला एक ठोस शंकु बनाया गया है। शंकु के आधार की त्रिज्या है

(a) 2r (b) r

(c) 4r (d) 3r

8. 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी व्यास वाले तीन ठोस गोलों को पिघला कर एक ठोस गोला बनाया गया है। नए गोले का व्यास है

(a) 6 सेमी (b) 4.5 सेमी

(c) 3 सेमी (d) 12 सेमी

9. एक शंकु के छिन्नक, जो 40 सेमी ऊँचा है, के सिरों की त्रिज्याएँ 38 सेमी और 8 सेमी है। शंकु के छिन्नक की तियर्क ऊँचाई है

(a) 50 सेमी (b) $10\sqrt{7}$ सेमी

(c) 60.96 सेमी (d) $4\sqrt{2}$ सेमी

10. क्रमशः आंतरिक और बाहरी व्यास 4 सेमी और 8 सेमी वाले एक धातु के गोलाकार खोल को पिघालकर आधार व्यास 8 सेमी के एक शंकु के आकार में ढाला जाता हैं। इस शंकु की ऊँचाई है

(a) 12 सेमी (b) 14 सेमी

(c) 15 सेमी (d) 18 सेमी

11. विमाओं 49 सेमी $\times 33$ सेमी $\times 24$ सेमी के घनाभ के आकार के लोहे के किसी ठोस टुकड़े को पिघालकर एक ठोस गोले के रूप में ढाला जाता हैं। गोले की त्रिज्या है

(a) 21 सेमी (b) 23 सेमी

(c) 25 सेमी (d) 19 सेमी

12. बैडमिंटन खेलने में प्रयोग की जाने वाली शटलकॉक (चिड़ी) का आकार निम्नलिखित का संयोजन है (NCERT Exemplar)

(a) एक बेलन और एक गोला

(b) एक बेलन और एक अर्धगोला

(c) एक गोला और एक शंकु

(d) शंकु का छिन्नक और अर्धगोला

13. तिर्यक ऊँचाई 45 सेमी वाली एक बाल्टी के ऊपरी और निचले सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 28 सेमी और 7 सेमी हैं। इस बाल्टी का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल है (NCERT Exemplar)

(a) 4950 वर्ग सेमी (b) 4951 वर्ग सेमी

(c) 4952 वर्ग सेमी (d) 4953 वर्ग सेमी

14. एक ठोस आकृति को दूसरी ठोस आकृति में रूपांतरण के दौरान, नई ठोस आकृति के आयतन पर क्या प्रभाव होगा?

15. शंकु को आधार के समांतर विभाजित करने पर होता प्राप्त छिन्नक का उपरी अनुप्रस्थ काट का क्षेत्र किस आकृति का है?

16. एक ठोस अर्ध गोलाकार, जिसकी त्रिज्या 7 सेमी है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।

17. दो गोलों के आयतन का अनुपात 64 : 125 है। इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए।

18. बेलन व शंकु के आयतन का अनुपात बताइए यदि इनके आधार की त्रिज्या समान है व दोनों की ऊंचाई भी समान है।

19. एक घन का आयतन 1331 घन सेमी है। इसकी भुजा की लम्बाई बताइए।

लघु उत्तरीय प्रश्न–I

20. दो शंकुओं की ऊँचाइयों में 1 : 3 का अनुपात है तथा उनकी त्रिज्याओं में 3 : 1 का अनुपात है। उनके आयतनों का अनुपात क्या है? (CBSE 2020)

21. एक ठोस घनाभ जिसकी भुजाएँ 16 सेमी × 12 सेमी × 10 सेमी है, में से 2 सेमी भुजा वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं?

22. 729 घन सेमी आयतन वाले घन में से अधिक से अधिक कितनी ऊँचाई वाला शंकु काटा जा सकता है?

23. 216 घन सेमी आयतन वाले दो घनों को मिलाकर घनाभ बनाया जाता है। इस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

24. एक 2 सेमी व्यास व 16 सेमी ऊँचाई वाले ठोस धातु के बेलन को पिघलाकर बारह एक ही आकार के ठोस गोले बनाए गए। प्रत्येक गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

25. बाल्टी के दो सिरों का व्यास 44 सेमी और 24 सेमी है। बाल्टी की ऊँचाई 35 सेमी है। बाल्टी का आयतन ज्ञात कीजिए।

26. एक लंब वृत्तीय बेलन जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या के समान है, का आयतन $25\frac{1}{7}$ घन सेमी है। इस बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

27. शंकु के छिन्नक के रूप की बाल्टी 28,490 लीटर पानी से पूरी तरह भरी है। इसके ऊपर और नीचे की त्रिज्याएँ क्रमशः 28 सेमी व 21 सेमी क्रमशः है। बाल्टी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

(NCERT Exemplar)

28. तीन एक ही धातु के घनों की भुजाओं का अनुपात 3 : 4 : 5 है। इन तीनों को पिघलाकर एक बड़ा घन बनाया गया, जिसका विकर्ण $12\sqrt{3}$ सेमी है। तीनों घनों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

29. 10.5 सेमी त्रिज्या वाले बेलनाकार टैंक की गहराई ज्ञात कीजिए, यदि इसका आयतन 15 सेमी × 11 सेमी × 10.5 सेमी के घनाभ के आयतन के बराबर हो।

30. 8 सेमी त्रिज्या और 12 सेमी ऊँचाई के एक शंकु को उसके आधार के समांतर धुरी के मध्यबिंदु से दो भागों में बाँटा गया है। दोनों भागों के आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(NCERT Exemplar HOTS)

31. एक पैट्रोल टैंक मध्य से 28 सेमी व्यास व 24 सेमी लम्बाई का बेलनाकार रूप में है। इसके दोनों छोर 28 सेमी व्यास व 9 सेमी लम्बाई के शंकुओं से जुड़े हैं। इस टैंक का आयतन बताइए।

32. 6 मी चौड़ी और 1.5 मी गहरी एक नहर में पानी 10 किमी / घंटा की चाल से बह रहा है। 30 मिनट में, यह नहर कितने क्षेत्रफल की सिंचाई कर पाएगी, जबकि सिंचाई के लिए 8 सेमी गहरे पानी की आवश्यकता होती है? (CBSE 2019)

33. एक ठोस बेलन के आकार का है, जिसके दोनो सिरे अर्ध गोलाकार हैं। ठोस की कुल लम्बाई 20 सेमी है तथा बेलन का व्यास 7 सेमी है। ठोस का कुल आयतन ज्ञात कीजिए।

($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019)

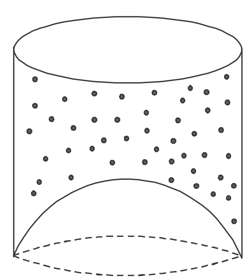
34. एक ही धातु के दो गोलों का भार 1 किलोग्राम तथा 7 किलोग्राम है। छोटे गोले की त्रिज्या 3 सेमी है। दोनों गोलों को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया गया। नए गोले का व्यास ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)

35. मॉडल बनाने वाली मिटट्ी से बने एक शंकु की ऊँचाई 24 सेमी तथा आधार की त्रिज्या 6 सेमी है। एक बच्चा इसका आकार बदल कर इसे एक गोले में बदल देता है। इस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए तथा इस गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2019)

36. एक किसान अपने खेत में बनी 10 मी. व्यास वाली तथा 2 मी. गहरी एक बेलनाकार टंकी को आंतरिक व्यास 20 सेमी वाले एक पाइप द्वारा एक नहर से जोड़ता है। यदि पाइप में पानी 3 किमी / घंटा की चाल से बह रहा है, तो कितने समय बाद टंकी पूरी भर जाएगी?
CBSE 2019)

37. एक जूस बेचने वाला अपने ग्राहकों को आकृति में दर्शाए गए गिलासों में जूस देता है। बेलनाकार गिलास का आंतरिक व्यास 5 सेमी था, परन्तु गिलास के निचले आधार में एक उभारा हुआ अर्धगोला था, जिससे गिलास की धारिता कम हो जाती थी। यदि एक गिलास की ऊँचाई 10 सेमी थी, तो गिलास की आभासी धारिता तथा उसकी वास्तविक धारिता ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019, 2009)



38. एक लड़की रेत से भरी एक बेलनाकार बाल्टी को, जिसकी आधार त्रिज्या 18 सेमी तथा ऊँचाई 32 सेमी है, फर्श पर इस प्रकार खाली करती है कि रेत का शंक्वाकार ढेर बनता है। यदि इस शंक्वाकार ढेर की ऊँचाई 24 सेमी है, तो तियर्क ऊँचाई (दशमलव के 1 स्थान तक) ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)

39. 5 किमी / घंटा की दर से पानी का एक पाइप, जिसका व्यास 14 सेमी है, में से बहकर एक आयताकार आधार वाली टंकी में गिर रहा है, जिसकी लंबाई 50 मी. तथा चौड़ाई 44 मी. है। कितने समय में टंकी में पानी का स्तर 7 सेमी ऊँचा हो जाएगा? ($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019)

40. एक आयतकार मैदान की लंबाई 20 मी. तथा चौड़ाई 14 मी. है। 10 मी. गहरा तथा 7 मी. व्यास वाला एक कुआँ, मैदान के एक कोने में खोदा जाता है। खुदाई से निकलने वाली मिटट्ी को मैदान के शेष भाग में बराबर फैला दिया जाता है। ज्ञात कीजिए कि मैदान की ऊँचाई कितनी बढ़ जायेगी? ($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019)

41. एक 24 सेमी × 11 सेमी × 7 सेमी विमाओं वाले ठोस धातु के धनाभ को पिघलाकर, 3.5 सेमी आधार त्रिज्या तथा 6 सेमी ऊँचाई वाले शंकुओं में ढाला गया। इस प्रकार बने शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

42. 4 सेमी आधार त्रिज्या वाले एक शंकु को उसकी ऊँचाई के बीचों बीच से होकर जाते हुए तथा इसके आधार के समांतर एक समतल द्वारा दो भागों में विभाजित किया गया। इन दो भागों के आयतनों की तुलना कीजिए। (CBSE 2020)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

43. शंकु के छिन्नक के आकार की ऊपर से खुली एक बाल्टी का आयतन 12308.8 घन सेमी है। इसके ऊपरी तथा निचले वृत्तीय सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 20 सेमी तथा 12 सेमी है। बाल्टी की ऊँचाई तथा इसके बनाने में लगी धातु की चादर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए) (CBSE 2019)

44. लोहे के एक ठोस खंभे में 220 सेमी ऊँचाई के एक बेलन जिसके आधार का व्यास 24 सेमी है, के ऊपर 60 सेमी ऊँचाई का एक अन्य बेलन अध्यारोपित है जिसकी त्रिज्या 8 सेमी है। इस खंभे का भार ज्ञात कीजिए, जबकि दिया गया है कि 1 घन सेमी लोहे का भार लगभग 8 ग्राम है। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019)

45. त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 15 सेमी वाले एक लंब–वृत्तीय बेलन के आकार का बर्तन आइसक्रीम से पूरा भरा हुआ है। इस आइसक्रीम को 10 बच्चों में बाँटने के लिए बराबर–बराबर शंकुओं में भरा जाना है, जिनका ऊपरी सिरा अर्धगोले के आकार का है। यदि शंक्वाकार भाग की ऊँचाई इसके आधार की त्रिज्या का 4 गुना है, तो आइसक्रीम शंकु की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)

46. धातु की चादर से बना, ऊपर से खुला एक बर्तन शंकु के छिन्नक के आकार का है जिसकी ऊँचाई 16 सेमी है तथा निचले तथा ऊपरी सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 सेमी तथा 20 सेमी हैं। इसमें पूरी तरह से भरे जा सकने वाले ₹. 50 प्रति लीटर वाले दूध का मूल्य ज्ञात कीजिए। इस बर्तन को बनाने में लगी धातु की चादर का मूल्य भी ज्ञात कीजिए जबकि इसकी दर ₹ 10 प्रति 100 वर्ग सेमी है। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए)

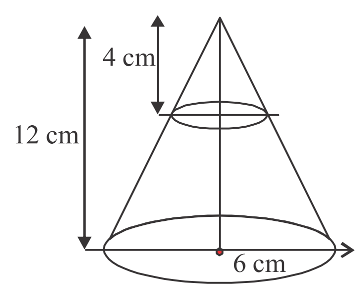
(CBSE 2019)

47. एक धातु की ऊपर से खुली बाल्टी, शंकु के छिन्नक के आकार की है। यदि इसके ऊपरी तथा निचले वृत्तीय सिरों के व्यास क्रमशः 45 सेमी तथा 25 सेमी हैं तथा बाल्टी की सीधी (ऊर्ध्वाधर) ऊँचाई 24 सेमी है, तो इस बाल्टी को बनाने में लगी धातु की चादर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यह भी ज्ञात कीजिए कि इसमें कितना पानी आ सकता है?

($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए)

48. दी गई आकृति में, 12 सेमी ऊँचाई के एक ठोस शंकु जिसके आधार की त्रिज्या 6 सेंमी है के उपरी भाग से आधार के समांतर तल द्वारा 4 सेमी0 ऊँचाई वाला शंकु काट दिया गया। शेष बचे ठोस का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

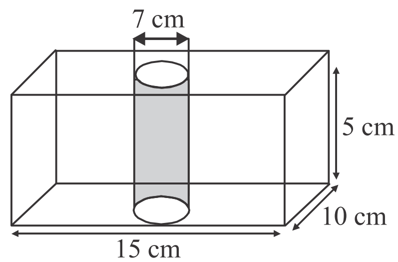
($\pi = \frac{22}{7}$ और $\sqrt{5} = 2.236$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2015)



49. एक ठोस लकड़ी का खिलौना, अर्ध गोले पर अध्यारोपित समान त्रिज्या के शंकु के आकार का है। अर्ध गोले की त्रिज्या 3.5 सेमी. है तथा इस खिलौने को बनाने में $166\frac{5}{6}$ घन सेमी. लकड़ी लगी है। खिलौने की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। खिलौने के अर्ध गोलाकार पृष्ठीय तल को ₹ 10 प्रति वर्ग सेमी. की दर से रंग करवाने का व्यय भी ज्ञात कीजिए।

($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2015)

50. दी गई आकृति में धातु के एक ठोस घनाभाकार ब्लाक की है। इसकी भुजाएं 15 सेमी × 10 सेमी × 5 सेमी हैं। इसमें से 7 सेमी व्यास वाला एक बेलनाकर छेद काट कर निकाल दिया गया है। शेष बचे ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए)



51. एक ठोस खिलौना बेलनाकार है जिसका एक सिरा अर्धगोलीय तथा दूसरे सिरे पर शंकु है। इन सभी का व्यास 4.2 सेमी है तथा बेलनाकार और शंक्वाकार भाग की ऊँचाई क्रमशः 12 सेमी और 7 सेमी है। खिलौने का आयतन ज्ञात कीजिए।

52. एक टैन्ट 3 मी. की ऊँचाई तक बेलनाकार और उसके ऊपर शंकु के आकार का है। टैन्ट की कुल ऊँचाई 13.5 मी. तथा आधार की त्रिज्या 14 मी. है। टैन्ट को बनाने में लगे कपड़े का व्यय ₹ 80 प्रति वर्ग मी की दर से ज्ञात कीजिए।

53. 22 मी. × 20 मी. की छत से वर्षा का पानी एक बेलनाकार बर्तन जिसके आधार का व्यास 2 मी. और ऊँचाई 3.5 मी. है, में डाला गया। यदि पानी से बर्तन पूरा भर जाए, तो बताइए कितने सेमी वर्षा हुई?

54. 14 सेमी लम्बे एक लंब खोखले बेलन के बाहरी तथा अंदर के व्रक पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अंतर 88 वर्ग सेमी. है। यदि बेलन को बनाने में लगी धातु का आयतन 176 घन सेमी. हो, तो बेलन के बाह्य तथा आन्तरिक व्यास ज्ञात कीजिए। (HOTS)

55. एक खुली बाल्टी, शंकु के छिन्नक के आकार की है जिसकी ऊँचाई 21 सेमी तथा निचले तथा ऊपरी वृत्तीय सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 10 सेमी तथा 20 सेमी हैं। ₹ 40 प्रति लीटर की दर से, उस दूध का मूल्य ज्ञात कीजिए जो बाल्टी को पूरा भर सके।

(CBSE 2020)

56. एक ठोस एक अर्धगोले पर अध्यारोपित एक शंकु के आकार का है। दोनों की त्रिज्याएँ 3.5 सेमी हैं तथा ठोस की कुल ऊँचाई 9.5 सेमी है। इस ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2020)

57. एक घनाकार लकड़ी के ब्लाक जिसकी भुजा 21 सेमी है, के एक फलक को अंदर की ओर से काटकर एक अर्ध गोलाकार गड्ढ़ा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्ध गोले का व्यास घन के किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2020)

58. 12 सेमी व्यास तथा 15 सेमी ऊँचाई वाले एक धातु के ठोस बेलन को पिघलाकर एक अर्धगोले पर अध्यारोपित उसी त्रिज्या के शंकु जैसे 12 खिलौनों में ढाला गया। अर्धगोले की त्रिज्या तथा खिलौने की कुल ऊँचाई ज्ञात कीजिए जबकि दिया है कि शंकु की ऊँचाई इसकी त्रिज्या की तीन गुनी है। (CBSE 2020)

उत्तर और संकेत

1. (a) (x) $4\pi r^2$
   (b) (v) $\pi r (r + l)$
   (c) (vi) $l \times b \times h$
   (d) (vii) $\frac{2}{3}\pi r^3$
   (e) (viii) πrl
   (f) (ix) $3\pi r^2$
   (g) (i) $2\pi rh$
   (h) (ii) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
   (i) (iii) $2\pi r (r + h)$
   (j) (iv) $\frac{1}{3}\pi h (r^2 + R^2 + rR)$

2. (i) $2a^2 + 4ab$
   (ii) $2\pi r^3$
   (iii) $2\pi r (r + h)$
   (iv) $\pi r\sqrt{r^2 + h^2}$
   (v) $\frac{2}{3}\pi r^3$
   (vi) $3\pi r^2$
   (vii) $2\pi h(R + r)$
   (viii) 8
   (ix) $\frac{1}{8}$

3. (i) असत्य
(ii) असत्य
(iii) असत्य
(iv) असत्य
(v) सत्य
4. (c) $3\pi r^2$
5. (d) 3 मात्रक
6. (c) 3 : 1 : 2
7. (a) $2r$
8. (d) 12 सेमी
9. (a) 50 सेमी
10. (b) 14 सेमी
11. (a) 21 सेमी
12. (d) शंकु का छिन्नक और अर्धगोला
13. (a) 4950 वर्ग सेमी
14. अपरिवर्तित
15. वृत्त
16. 462 वर्ग सेमी
17. 16 : 25
18. 3 : 1
19. 11 सेमी.
20. 3 : 1
21. घनों की संख्या $= \dfrac{16\times12\times10}{2\times2\times2} = 240$
22. घन की भुजा $= \sqrt[3]{729} = 9$ सेमी
    सबसे बड़े शंकु की ऊँचाई = घन की भुजा = 9 सेमी
23. घन की भुजा $= \sqrt[3]{216} = 6$ सेमी.
    नए घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12 सेमी., 6 सेमी. और 6 सेमी. है।
    घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल
    $= 2[12 \times 6 + 6 \times 6 + 6 \times 12]$
    = 360 वर्ग सेमी.
24. 12 ठोस गोलों का आयतन = ठोस बेलन का आयतन
    $12\times\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi(1)^2 \times 16$
    $r^3 = 1$
    $r = 1$ सेमी.

25. बाल्टी का आयतन

$$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 35\ [(22)^2 + (12)^2 + 22 \times 12]$$

$$= 32706\frac{2}{3} \text{ घन सेमी.}$$

26. माना बेलन की ऊँचाई व त्रिज्या क्रमशः x सेमी व x सेमी है।

बेलन का आयतन $= \dfrac{176}{7}$ घन सेमी

$$\frac{22}{7} \times (x)^2 \times x = \frac{176}{7}$$

$x^3 = 8$

$x = \sqrt[3]{8} = 2$ सेमी

27. बाल्टी का आयतन $= 28490$ घन सेमी.

$$\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times h\,[(28)^2 + (21)^2 + 28 \times 21] = 28490$$

h = 15 सेमी.

28. माना तीन घनों की भुजा क्रमशः $3x$ सेमी, $4x$ सेमी तथा $5x$ सेमी है।

नए घन का आयतन = तीनों घनों के आयतन का योग

$(\text{भुजा})^3 = (3x)^3 + (4x)^3 + (5x)^3$

भुजा = $6x$ सेमी

बड़े घन का विकर्ण $= 12\sqrt{3}$ सेमी

$\sqrt{3}(6x) = 12\sqrt{3}$

$x = 2$

अतः तीनों घनों की भुजा क्रमशः 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी है।

29. बेलनाकार टैंक का आयतन = आयताकार टैंक का आयतन

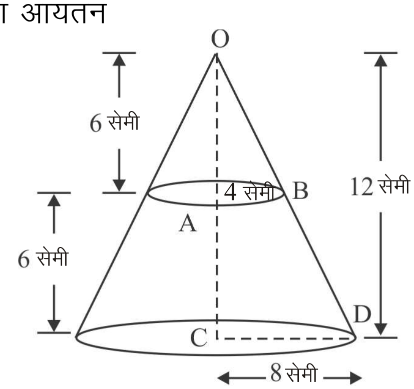
$$\frac{22}{7}\times(10.5)\times h = 15 \times 11 \times 10.5$$

$h = 5$ सेमी.

30. $\Delta OAB \sim \Delta OCD$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OC}$$

$\therefore$ AB = 4 सेमी.



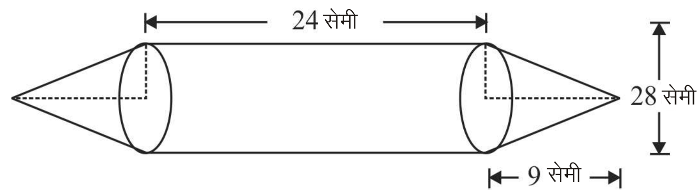
$$\frac{\text{शंक्वाकार भाग का आयतन}}{\text{छिन्नक भाग का आयतन}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}\pi(4)^2 \times 6}{\frac{1}{3}\pi \times 6[(8)^2 + (4)^2 + 8 \times 4]} = \frac{1}{7}$$

अतः अभीष्ट अनुपात 1 : 7 या 7 : 1 है।

31. टैंक का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन + 2 × शंक्वाकार भाग का आयतन

= 18480 घन सेमी.



32. 30 मिनटों में नहर द्वारा तय की लम्बाई

= 5000 मीटर

∴ 30 मिनट में बह पानी का आयतन

= 6 × 1.5 × 5000 घन मी.

सींचा गया क्षेत्रफल $= \frac{6 \times 1.5 \times 5000}{0.08} = 562500$ वर्ग मी.

33. बेलन की ऊँचाई = 20 – 3.5 – 3.5

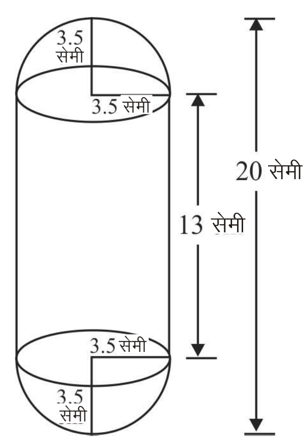
= 13 सेमी.

ठोस का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन

+ 2 × अर्ध गोलाकार भाग का आयतन

$$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 13 + 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3$$

$$= 680\frac{1}{6} \text{ घन सेमी.}$$



34. पहले गोले की त्रिज्या = 3 सेमी

माना द्यातु का घनत्व d किग्रा./घन सेमी. है।

$$\therefore \quad \frac{4}{3}\pi(3)^3 \times d = 1 \qquad ...(1)$$

माना दूसरे गोले की त्रिज्या r सेमी है।

$$\therefore \quad \frac{4}{3}\pi(r)^3 \times d = 7 \qquad ...(2)$$

(1) और (2) के द्वारा, हमें प्राप्त

$$r^3 = 7(3)^3$$

माना नए गोले की त्रिज्या R सेमी है।

प्रश्नानुसार,

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3$$

$R^3 = (3)^2 + 7(3)^3$

R = 6 सेमी.

$\therefore$ नए गोले का व्यास = 2 × 6 = 12 सेमी.

35. गोले का आयतन = शंकु का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi(6)^2 \times 24$$

$$r = 6 \text{ सेमी.}$$

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4 \times \pi \times (6)^2 = 144\pi$ वर्ग सेमी.

36. टैंक भरने का समय = $\dfrac{\text{बेलनाकार टैंक का आयतन}}{\text{1 घंटे में बहे पानी का आयतन}}$

$$= \frac{\pi(5)^2 \times 2}{\pi\left(\frac{1}{10}\right)^2 \times 3000} = 100 \text{ मिनट या 1 घंटा 40 मिनट}$$

37. आभासी धारिता = $3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 10 = 196.25$ घन सेमी.

वास्तविक धरिता = बेलनाकार भाग का आयतन – अर्धगोलाकार भाग का आयतन

$$= 196.25 - \frac{2}{3} \times 3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \text{लगभग } 163.54 \text{ घन सेमी.}$$

38. शंक्वाकार ढेर का आयतन = बेलनाकार बाल्टी का आयतन

$\frac{1}{3}\pi r^2 \times 24 = \pi(18)^2 \times 32$

$r =$ 36 सेमी.

तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{(36)^2 + (24)^2} = 43.2$ सेमी.

39. टैंक में बढ़े हुए पानी का आयतन $= 50 \times 44 \times \frac{7}{100} = 154$ घन मी.

1 घंटे में बहे पानी का आयतन $= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{100}\right)^2 \times 5000 = 77$ घन मी.

अभीष्ट समय $= \frac{154}{77} = 2$ घंटे

40. बढ़ी हुई ऊँचाई $= \frac{\text{खोदी गई मिट्टी}}{\text{मैदान के शेष भाग का क्षेत्रफल}}$

$= \frac{\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 10}{\left[22 \times 14 - \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right]} =$ लगभग 1.5 मी.

41. शंकुओं की संख्या $= \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{एक शंकु का आयतन}}$

$= \frac{24 \times 11 \times 7}{\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 6} = 24$

42. 1 : 7 या 7 : 1

43. बाल्टी का आयतन = 12308.8 घन सेमी.

$\frac{1}{3} \times 3.14 \times h \left[(20)^2 + (12)^2 + 20 \times 12\right] = 12308.8$

$h = 15$ सेमी.

$l = \sqrt{(15)^2 + (20-12)^2} = 17$ सेमी.

धातु की चादर का क्षेत्रफल $= 3.14 \times 17 \times (20 + 12) + 3.14 \times (12)^2$

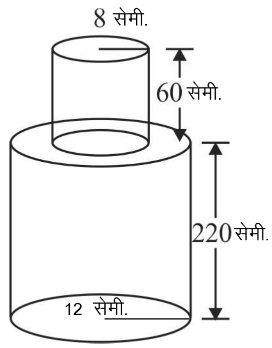
$= 2160.32$ वर्ग सेमी

44. ठोस का आयतन $= 3.14 \times (12)^2 \times 220 + 3.14 \times (8)^2 \times 60$

$= 111532.8$ घन सेमी

खंभे का भार $= 111532.8 \times \frac{8}{1000}$ किग्रा

$= 892.2624$ किग्रा



45. माना शंक्वाकार भाग की त्रिज्या r सेमी है।

अतः शंक्वाकार भाग की ऊँचाई 4r सेमी है।

प्रश्नानुसार

$10 \times$ आइसक्रीम के एक शंकु का आयतन = बेलनाकार बर्तन का आयतन

$$10 \times \left[\frac{1}{3}\pi r^2 \times 4r + \frac{2}{3}\pi r^3\right] = \pi (6)^2 \times 15$$

$r = 3$ सेमी

46. बर्तन का आयतन $= \frac{3.14 \times 16}{3} \left[(20)^2 + (8)^2 + 20 \times 8\right]$

= लगभग 10450 घन सेमी = 10.45 लीटर

दूध का मूल्य $= 10.45 \times 50 =$ ₹ 522.50

तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{(16)^2 + (20-8)^2} = 20$ सेमी

बर्तन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3.14 \times 20 \times (20 + 8) + 3.14 \times (8)^2$

$= 1959.36$ वर्ग सेमी

धातु की चादर का मूल्य $= \frac{10}{100} \times 1959.36 =$ ₹ 195.94.

47. तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{(24)^2 + \left(\frac{45}{2} - \frac{25}{2}\right)^2} = 26$ सेमी

बाल्टी का पृष्ठीय का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 26 \times \left(\frac{45}{2} + \frac{25}{2}\right) + \frac{22}{7} \times \frac{25}{2} \times \frac{25}{2}$

= लगभग 3351.07 वर्ग सेमी

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 24 \times \left[\left(\frac{45}{2}\right)^2 + \left(\frac{25}{2}\right)^2 + \frac{45}{2} \times \frac{25}{2}\right]$$

= लगभग 23728.57 घन सेमी

48. छिन्नक की त्रिज्याएँ 6 सेमी और 2 सेमी है। छिन्नक की ऊँचाई $= 12 - 4 = 8$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{(8)^2 + (6-2)^2} = 4\sqrt{5}$ सेमी.

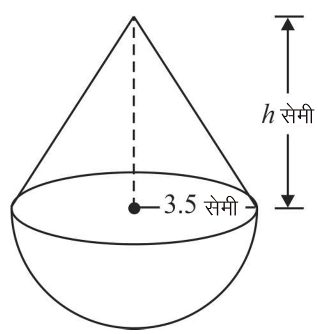
छिन्नक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 4 \times 2.236 \times [6+2] + \frac{22}{7} \times (6)^2 + \frac{22}{7} \times (2)^2$

= लगभग 350.592 वर्ग सेमी

49. खिलौने का आयतन $= \frac{1001}{6}$ घन सेमी

$$\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times h = \frac{1001}{6}$$

h = 6 सेमी



खिलौने के अर्धगोलाकार भाग का क्षेत्रफल $= 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$

= 77 वर्ग सेमी

रंग करने का मूल्य = 77 × 10 = ₹ 770

50. शेष बचे ठोस पृष्ठीय क्षेत्रफल = घनाभाकार ब्लाक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल – 2 × वृत्ताकार आधार का क्षेत्रफल

$= 2(15 \times 10 + 10 \times 5 + 15 \times 5) + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 5 - 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$

= 583 वर्ग सेमी

51. खिलौने का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन + अर्धगोलाकार भाग का आयतन + शंक्वाकार भाग का आयतन

$= \frac{22}{7} \times (2\,.\,1)^2 \times 12 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (2\,.\,1)^2 \times 7 + \frac{2}{3} \times (2.\,1)^3$

= 218.064 घन सेमी.

52. तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{(14)^2 + (10.5)^2}$ = 17.5 मी

टैन्ट का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 14 + \frac{22}{7} \times 14 \times 17.5 = 1034$ वर्ग मी.

कपड़े का मूल्य = 1034 × 80 = ₹ 82720.

53. वर्षा की मात्रा = $\frac{\text{बेलनाकार बर्तन का आयतन}}{\text{छत्त का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{22}{7} \times (1)^2 \times 3.5}{22 \times 20} = \frac{1}{40}$ मी. या 2.5 सेमी

54. माना खोखले बेलन की आंतरिक व बाहरी त्रिज्या क्रमशः r सेमी और R सेमी है।
बाहरी व आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अंतर = 88 वर्ग सेमी

$2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (R - r) = 88$

$R - r = 1 \qquad \ldots(1)$

खोखले बेलन का आयतन = 176 घन मी.

$\frac{22}{7} \times 14 \times (R^2 - r^2) = 176$

$R^2 - r^2 = 4$

$(R - r)(R + r) = 4$

$R + r = 4 \qquad \ldots.\ (2)$ [$\because$ (1) से]

समीकरण (1) और (2) को हल करने पर, R = 2.5 सेमी. व r = 1.5 सेमी.
अतः बाहरी व आंतरिक व्यास क्रमशः 5 सेमी. व 3 सेमी. है।

55. बाल्टी का आयतन $= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 21\times[(10^2)+(20)^2+10\times 20]$

$= 15400$ घन सेमी

$= 15.4$ लीटर

₹ 40 प्रति लीटर की दर से दूध का मूल्य $= 15.4 \times 40 =$ ₹ 616

56. शंकु की ऊँचाई $= 9.5 - 3.5 = 6$ सेमी

ठोस का आयतन $= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times(3.5)^3 + \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times(3.5)^2\times 6$

$= 166.83$ घन सेमी लगभग

57. अर्ध गोले की त्रिज्या $= \frac{21}{2} = 10.5$ सेमी

शेष बचे ठोस का आयतन $= (21)^2 - \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times(10.5)^3$

$= 6835.5$ घन सेमी

58. माना शंकु की त्रिज्या $= x$ सेमी

तथा शंकु की त्रिज्या $= 3x$ सेमी

$12\times$ एक खिलौने का आयतन = ठोस बेलन का आयतन

$$12\times\left[\frac{2}{3}\pi x^3+\frac{1}{3}\pi(x)^2 3x\right] = \pi(6)^2\times 15$$

$\Rightarrow x^3 = 27$

$\Rightarrow x = 3$

$\therefore$ अर्धगोले की त्रिज्या $= 3$ सेमी

व खिलौने की कुल ऊँचाई $= 3 + (3\times 3)$

$= 3 + 9 = 12$ सेमी

अभ्यास प्रश्न पत्र

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

समयः 1 घंटा *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. त्रिज्या r वाले एक अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ––––– है। **1**

2. एक शंकु को उसके आधार के समांतर काटने पर कौन–सी दो ज्यामिति आकृतियाँ प्राप्त होती है?

   (A) एक बेलन और एक शंकु

   (B) एक शंकु और एक अर्धगोला

   (C) एक गोला और एक शंकु

   (D) शंकु का छिन्नक और एक शंकु **1**

3. 4.2 सेमी भुजा वाले एक घन से काटे जा सकने वाले बड़े से बड़े लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या (सेमी में) है।

   (A) 4.2 (B) 2.1 (C) 8.4 (D) 1.05 **1**

4. एक घन का आयतन 1000 घन सेमी है। घन की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए। **1**

खण्ड–ब

5. एक शंकु के छिन्नक, जो 45 सेमी ऊँचा है, के सिरों की त्रिज्याएँ 28 सेमी और 7 सेमी हैं। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। **2**

6. 10.5 सेमी त्रिज्या के एक ठोस गोले को पिघला कर छोटे ठोस शंकु बनाए गए, जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 3.5 सेमी तथा ऊँचाई 3 सेमी है। इस प्रकार बने शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए। **2**

7. एक घन तथा एक गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल समान है। गोले तथा घन के आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए। **2**

खण्ड–स

8. एक बर्तन उलटे हुए शंकु के आकार का है जिसकी ऊँचाई 8 सेमी तथा खुले हुए ऊपरी सिरे की त्रिज्या 5 सेमी है। शंकु को पानी से भरा जाता है। उसमें कुछ सीसे की गोलियाँ डालने पर, जिनकी त्रिज्या 0.5 सेमी है, एक–चौथाई पानी बिखर जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियाँ की संख्या ज्ञात कीजिए। **3**

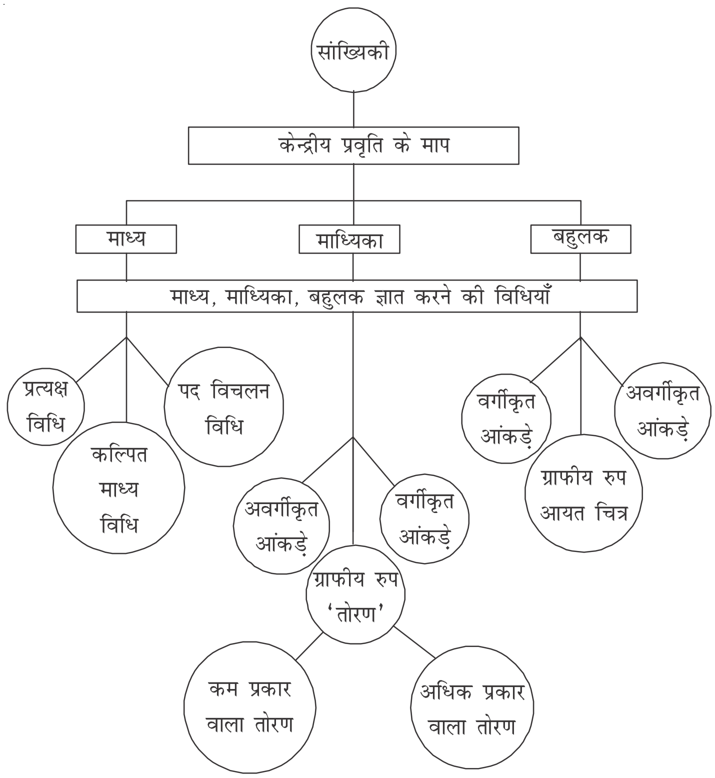
9. अधिकतम विमाओं वाले एक लम्ब वृत्तीय शंकु को एक 9 सेमी किनारे वाले ठोस घन में से काटा गया हैं। बचे हुए ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। **3**

खण्ड–द

10. एक अस्पताल में प्रयोग किए गए पानी को 2 मी. व्यास तथा 5 मी. ऊँचाई के एक बेलनाकार टैंक में एकत्र किया जाता है। पुनर्चक्रमण के पश्चात, इस पानी को अस्पताल के एक पार्क जिसकी लम्बाई 25 मी. और चौड़ाई 20 मी. है, की सिंचाई के लिए प्रयोग किया जाता है। यदि टैंक पूर्णतः भरा हो, तो इससे पार्क में सिचाई के लिए ठहरे पानी की ऊँचाई क्या होगी? **4**

14
अध्याय

सांख्यिकी



महत्त्वपूर्ण बिन्दु :

1. माध्य $\overline{x}$

(a) अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

अर्थात $\overline{x} = \dfrac{\text{आकड़ों का योग}}{\text{आकड़ों की संख्या}}$

(b) वर्गीकृत आंकड़ों के लिए

(i) यदि हल आसान हो तो हम प्रत्यक्ष विधि का प्रयोग करेंगे :

$$\overline{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

(ii) यदि आंकड़े बड़े हों या हल मुश्किल हो तो हम कल्पित माध्य विधि या पद विचलन विधि का प्रयोग करेंगे:

→ कल्पित माध्य विधि $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$, a = कल्पित माध्य और $d_i = x_i - a$

→ पद विचलन विधि $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

$u_i = \frac{d_i}{h}$, h = वर्ग माप

2. माध्यिका

(a) अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए, पहले आंकड़ों को बढ़ते क्रम से या घटते क्रम से लगाएें। फिर आंकड़ों की संख्या गिनें, माना n

यदि n विषम हैं तो माध्यिक $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ वाँ आंकड़ा

यादि n सम है तो माध्यिका

$= \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \text{वाँ मान} + \left(\frac{n}{2}+1\right) \text{वाँ मान}}{2}$

(b) वर्गीकृत आंकड़ों के लिए

माध्यिक $= l + \frac{\left(\frac{n}{2} - cf\right)}{f} \times h$

3. बहुलक $= l + \left(\frac{f_1 - f_o}{2f_1 - f_o - f_2}\right) \times h$ वगीकृत आंकड़ों के लिए

अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए बहुलक वह आंकड़ा है जो सबसे अधिक बार आए।

नोटः

1. माध्य, माध्यिका और बहुलक में सम्बन्ध

बहुलक = 3 (माध्यिका) – 2 (माध्य) (अनुभवजन्य संबंध)

2. यदि वर्ग अंतराल सतत् न हो तो उन्हें सतत् बनाने के लिए निम्न वर्ग में से 0.5 घटाओ और उपरि सीमा में 0.5 जोड़ो।

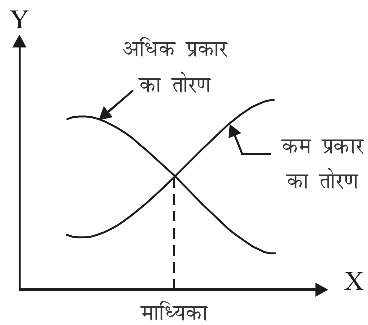
3. x_i = वर्ग चिन्ह $= \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा} + \text{निम्न वर्ग सीमा}}{2}$

4. h = वर्ग माप = उपरि सीमा – निम्न सीमा

5. बहुलक वर्ग → वह अंतराल जिसकी बारंबारता सबसे अधिक हो।

6. माध्यिका वर्ग – वह अतंराल जिसकी संचयी बारंबारता $\frac{n}{2}$ से बड़ी या लगभग आसपास हो। $\left(n = \sum f_i\right)$

7. किसी वर्ग अंतराल की माध्यिका, उस बिन्दु का x अक्ष होता है, जो कम प्रकार और अधिक प्रकार के तोरण का प्रतिच्छेदी बिन्दु होता है (आलेखी विधि)



8. यदि $x_1, x_2, ..., x_n$ का माध्य $\bar{x}$ हो, तो
   (a) $kx_1, kx_2, ..., kx_n$ का माध्य $k\bar{x}$ होगा।
   (b) $\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k}$ ......, $\frac{x_n}{k}$ का माध्य $\frac{\bar{x}}{k}$ होगा।
   (c) $x_1 + k, x_2 + k$ ....., $x_n + k$ का माध्य $\bar{x} + k$ होगा।
   (d) $x_1 - k, x_2 - k$, ... $x_n - k$ का माध्य $\bar{x} - k$ होगा।

9. यदि n_1 आंकड़ों का माध्य $\bar{x}_1$ हो और n_2 आंकडो का माध्य $\bar{x}_2$ हो, तो इनका संयुक्त माध्य $= \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$

10. $\Sigma x_i = n\bar{x}$

11. परिसर = अधिकतम आंकड़ा – न्यूनतम आंकड़ा

12. बहुलक, ग्राफ पर आयत चित्र द्वारा दर्शाया जाता है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. पहली 12 अभाज्य संख्याओं का माध्य क्या होगा?

2. 20 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि प्रत्येक संख्या में 2 जोड़ दिया जाए, तो नया माध्य क्या होगा?

3. पाँच प्रेक्षणों 3, 5, 7, x और 11 का माध्य 7 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

4. पहली 5 प्राकृत संख्याओं का माध्यक क्या होगा?

5. यदि निम्न आकड़ों का माध्यक 27.5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
24, 25, 26, $x + 2$, $x + 3$, 30, 33, 37

6. निम्न, आंकड़ों का बहुलक क्या है?
5, 7, 8, 5, 7, 6, 9, 5, 10, 6.

7. एक आंकड़ें का माध्य तथा बहुलक क्रमशः 24 और 12 है, इसका माध्यक ज्ञात कीजिए।

8. वर्ग 19.5 – 29.5 का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए।

9. बहुविकल्पी प्रश्न

(i) यदि किसी बारंबारता सारणी के वर्ग अंतराल 1–10, 11–20, 21–30, – – – – – 51–60 हो, तो हर वर्ग अंतराल का माप होगा :

(a) 9 (b) 10

(c) 11 (d) 5.5

(ii) यदि किसी बारंबारता सारणी के वर्ग अंतराल 1–10, 11–20, 21–30, – – – –, 61–70 हो, तो 21–30 की उपरिसीमा होगी :

(a) 21 (b) 30

(c) 30.5 (d) 20.5

(iii) निम्न बारंबारता सारणी में माध्यिका वर्ग होगा :

वर्ग	0–5	6–11	12–17	18–23	24–29
बारंबारता	13	10	15	8	11

(a) 17 (b) 17.5

(c) 18 (d) 18.5

(iv) किसी फैक्टरी के कर्मचारियों की दैनिक मजदूरी निम्न है

दैनिक मजदूरी (₹ में)	121–126	127–132	133–138	139–144	145–150
कमर्चचारियों की संख्या	5	27	20	18	12

इस सारणी के बहुलक वर्ग की निम्न सीमा होगी :

(a) ₹ 127 (b) ₹ 126

(c) ₹ 126.50 (d) ₹ 133

(v) निम्न तालिका में माध्यिका वर्ग और बहुलक वर्ग की निम्न सीमाओं का योग होगा :

वर्ग	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25
बारंबारता	10	15	12	20	9

(CBSE 2020)

(a) 15 (b) 25

(c) 30 (d) 35

(vi) एक बारंबारता बंटन के माध्यक तथा बहुलक क्रमशः 26 तथा 29 है, तो इसका माध्य है: (CBSE 2020)

(a) 27.5 (b) 24.5

(c) 28.4 (d) 25.8

10. वर्गों 10–25 और 35–55 के वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

11. रिक्त स्थान भरें:

(a) बहुलक = 3 .... – 2 .....

(b) तोरण वक्र का प्रयोग .... ज्ञात करने में होता है।

(c) यदि कम प्रकार और अधिक प्रकार के तोरण का प्रतिछेदी बिन्दु (20.5, 30.7) हो, तो माध्यिका का मान .... होगा।

(d) किसी बारंबारता सारणी का बहुलक आलेख पर .... द्वारा प्राप्त होता है।

(e) यदि बहुलक 8 हो और माध्य भी 8 हो, तो माध्यिका का मान .... होगा।

(f) वह केन्द्रीय प्रवृत्ति जो ग्राफ द्वारा प्राप्त नही हो सकती, ... है।

(g) यदि एक सत्तत् बारंबारता सारणी के वर्ग चिन्ह् 22, 30, 38, 46, 54, 62 हो, तो वर्ग चिन्ह् 46 का वर्ग अंतराल .... होगा।

(h) संयची बारंबारता सारणी का प्रयोग .... ज्ञात करने में मदद करता है।

(i) माध्य ज्ञात करने की पद विचलन विधि का फार्मूला .... होता है।

(j) वर्गीकृत आंकड़ों की माध्यिका ज्ञात करने का सूत्र .... होता है।

(k) वर्गीकृत आंकड़ों का बहुलक ज्ञात करने का सूत्र .... होता है।

(l) आंकड़ों 255, 125, 130, 160, 185, 170, 103 का परिसर .... होगा।

(m) वर्गचिन्ह $= \frac{1}{2}$ (——— + ———)

(n) प्रथम दस अभाज्य संख्याओं की माध्यिका ––––––––– होगी।

(o) माध्य ज्ञात करने की कल्पित माध्य विधि का सूत्र –––––––– होता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न–I

12. 11 प्रेक्षणों का माध्य 50 है। यदि पहले 6 प्रेक्षणों का माध्य 49 तथा अंतिम 6 प्रेक्षणों का माध्य 52 हो, तो छठा प्रेक्षण ज्ञात कीजिए।

13. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए :

x	12	16	20	24	28	32
f	5	7	8	5	3	2

14. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए:

x	10	12	14	16	18	20
f	3	5	6	4	4	3

15. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग	0–5	5–10	10 –15	15–20	20–25	25–30
बारंबारता	2	7	18	10	8	3

16. निम्न आंकड़ों के लिए 'से कम प्रकार' का तोरण खीचिंए:

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
20 से कम	0
30 से कम	4
40 से कम	16
50 से कम	30
60 से कम	46
70 से कम	66
80 से कम	82
90 से कम	92
100 से कम	100

17. निम्न आकड़ों की 'से कम संचयी बारंबारता' तालिका बनाइए:

अंक	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
विद्यार्थियों की संख्या	7	9	6	8	10

18. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55
बारंबारता	25	34	50	42	38	14

(CBSE 2018-19)

19. निम्न आंकड़ों का माध्यक क्या हैं? (CBSE 2011)

x	10	20	30	40	50
f	2	3	2	3	1

20. एक बारंबारता बंटन का माध्य (x) 45 है। यदि $\sum f_i = 20$ है, तो $\sum f_i x_i$ का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)

लघु उत्तरीय प्रश्न–II

21. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वर्ग	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11	11 – 13
बारंबारता	5	10	10	7	8

22. निम्न आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वर्ग	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120	120-140
बारंबारता	6	8	10	12	6	5	3

23. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वस्तुओं का आकार (सेमी में)	0 – 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20	20 – 24	24 – 28
बारंबारता	5	7	9	17	12	10	6

24. यदि निम्न आकड़ों का माध्य 54 हो, तो P का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100
बारंबारता	7	P	10	9	13

25. निम्न बारंबारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए:

C.I.	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
f	5	3	10	6	4	2

26. निम्न बारंबारता का माध्यक 24 वर्ष है। x का मान ज्ञात कीजिए।

आयु (वर्षों में)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
व्यक्तियों की संख्या	5	25	x	18	7

27. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए:

अंक	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम	60 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	0	12	20	28	33	40

28. निम्न आकड़ों का 'से अधिक प्रकार' का तोरण खीचिए:

वजन (कि.ग्रा में)	30–35	35–40	40–45	45–50	50–55	55–60
व्यक्तियों की संख्या	2	4	10	15	6	3

29. निम्न आकंड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिएः

ऊचाई (सेमी.में)	30से अधिक	40से अधिक	50से अधिक	60से अधिक	70से अधिक	80से अधिक
पेड़ों की संख्या	34	30	27	19	8	2

30. नीचे दिया हुआ बंटन 100 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त अंको को दर्शा रहा हैः

प्राप्तांक	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65
विद्यार्थियों की संख्या	14	16	28	23	18	8	3

विद्यार्थियों के माध्य अंक ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018-19)

31. निम्न बंटन एक मोहल्ले के बच्चों का जेब खर्च को दर्शाता है। माध्य जेब खर्च ₹18 है। लुप्त बारंबारता ज्ञात कीजिए।

दैनिक जेब भत्ता (₹ में)	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
बच्चों की संख्या	3	6	9	13	k	5	4

(CBSE 2018)

32. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिएः

वर्ग अतंराल	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
विद्यार्थियों की संख्या	15	18	21	29	17

ऊपर दिए गए आंकड़ों का माध्य 53 है। अनुभवजन्य संबंध द्वारा माध्यिका का अनुमान लगाओ।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

33. निम्न आंकड़ों का माध्य 53 है, तो f_1 और f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100	योग
बारंबारता	15	f_1	21	f_2	17	100

34. निम्न आंकड़ों का माध्यक 28.5 हो, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	योग
बारंबारता	5	8	x	15	y	5	60

35. निम्न बंटन का माध्यक 35 है, a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	योग
बारंबारता	10	20	a	40	b	25	15	170

36. निम्न बांरबारता बंटन का माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिएः

वर्ग अंतराल	1–15	16–20	21–25	26–30	31–35	36–40	41–45	46–50
बारंबारता	2	3	6	7	14	12	4	2

37. एक शहर में 60 दिनों में दर्ज की गई वर्षा निम्न तालिका में दी गई हैः

वर्षा (सेमी. में)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
दिनों की संख्या	16	10	8	15	5	6

'से अधिक प्रकार' के तोरण द्वारा माध्यक ज्ञात कीजिए।

38. पद विचलन विधि द्वारा निम्न आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिएः

दैनिक व्यय (रुपये में)	100–150	150–200	200–250	250–300	300–350
घरों की संख्या	4	5	12	2	2

39. निम्न आंकड़े एक कक्षा के 100 विद्यार्थियों के प्राप्तांकों को दर्शातें हैः

अंक	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
विद्यार्थियों की संख्या	4	6	10	10	25	22	18	5

इन आंकड़ों द्वारा 'से कम प्रकार' तथा 'से अधिक प्रकार' के तोरण खींचिए। इस आलेख की सहायता से इसका माध्यक ज्ञात कीजिए।

40. एक औद्योगिक क्षेत्र की 30 फैक्ट्रियों द्वारा अर्जित वार्षिक लाभ निम्न है।

लाभ (लाख रु. में)	**फैक्ट्रियों की संख्या**
5 के बराबर या अधिक	30
10 के बराबर या अधिक	28
15 के बराबर या अधिक	16
20 के बराबर या अधिक	14
25 के बराबर या अधिक	10
30 के बराबर या अधिक	7
35 के बराबर या अधिक	3
40 के बराबर या अधिक	0

इन आंकड़ों के लिए दोनों प्रकार के तोरण खीचकर माध्यक ज्ञात कीजिए।

41. निम्नलिखित बंटन को 'से कम प्रकार' के बंटन में बदलिए और फिर उसका तोरण खींचिए।

वर्ग अंतराल	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
बारंबारता	7	5	8	10	6	6	8

(CBSE 2018-19)

42. यदि निम्न बंटन का माध्य 65.6 हो, तो अज्ञात बारंबारताएँ f_1 और f_2 ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90	90 – 110	110 – 130	कुल
बारंबारता	5	8	f_1	20	f_2	2	50

(CBSE 2017)

43. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक 36 है, तो लुप्त बारंबारता (f) ज्ञात कीजिए:

(CBSE 2020)

(CBSE 2020)

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
बारंबारता	8	10	f	16	12	6	7

44. निम्न बारंबारता बंटन का माध्य 18 है। वर्ग अंतराल 19-21 की बारंबारता f लुप्त है। f ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

वर्ग अंतराल	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
बारंबारता	3	6	9	13	f	5	4

45. निम्न तालिका एक गाँव के 100 गेहूँ के फार्मों की प्रति हेक्टेयर उत्पाद दर्शाती है:

उत्पाद	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 55	65 – 70
फार्मों की संख्या	4	6	16	20	30	24

इस बटंन को ''से अधिक प्रकार के'' बटंन के रूप में बदलकर उसका तोरण खींचिए।

उत्तर एवं संकेत

1. 16.4 लगभग

2. 20

3. 9

4. 3

5. $x = 25$

6. 5

7. माध्यक = 20

8. 24.5

9. (i) B (पहले वर्ग अंतराल को सतत् बनाएं)

(ii) C

(iii) B

(iv) C

(v) B $\begin{bmatrix} \text{(बहुलक वर्ग 15–20} \\ \text{माध्यिका वर्ग 10–15)} \end{bmatrix}$

(vi) B

10. 17.5 और 45

11. (a) 3 माध्यिका – 2 माध्य

(b) माध्यिका

(c) 20.5

(d) आयत चित्र

(e) 8

(f) माध्य

(g) 42–50

(दो लगातार आंकड़ों के बीच का अंतर 8 है।
$\therefore$ 46 में से $\frac{8}{2}$ घटाकर निम्न वर्ग प्राप्त करें और
46 में $\frac{8}{2}$ जोड़कर उपरि वर्ग प्राप्त करें।)

(h) माध्यिका

(i) $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

(j) माध्यिका $= l + \frac{\left(\frac{n}{2} - cf\right)}{f} \times h$

(k) बहुलक $= l + \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_2 - f_0)} \times h$

(l) परिसर $= 255 - 103 = 152$

(m) $\frac{1}{2}$ (उपरि सीमा + निम्न सीमा)

(n) 12.9

(o) $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

12. 56

13. 20

14. 14

15. 12.89 लगभग

17.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
10 से कम	7
20 से कम	16
30 से कम	22
40 से कम	30
50 से कम	40

18.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या	
25–30	25	
30–35	$34 = f_0$	
35–40	$50 = f_1$	बहुलक वर्ग
40–45	$42 = f_2$	
45–50	38	
50–55	14	

$$\text{बहुलक} = l + \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)} \times h$$

$$= 35 + \frac{(50-34)}{(100-34-42)} \times 5 = 35 + \frac{16 \times 5}{24}$$

$$= 35 + 3.33 = 38.33 \text{ लगभग}$$

19.

x_i	f_i	cf_i
10	2	2
20	3	5
30	2	7
40	3	10
50	1	11
कुल	11	

N = 11 odd

$$\text{माध्यक} = \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{ वाँ मान} = 6\text{वाँ मान}$$

$\therefore$ माध्यक = 30

20. $$\overline{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$\Rightarrow \quad 45 = \frac{\Sigma f_i x_i}{20}$$

$$\Rightarrow \quad \Sigma f_i x_i = 900$$

21. 8.15 **22.** 62.5

23. 14.46 सेमी. **24.** 11

25. 27 **26.** 25

27. 30 **29.** 63.75 सेमी.

30.

प्राप्तांक	x_i	d_i	u_i	f_i	$f_i u_i$
30–35	32.5	–15	–3	14	–42
35–40	37.5	–10	–2	16	–32
40–45	42.5	–5	–1	28	–28
45–50	47.5 = a	0	0	23	0
50–55	52.5	5	1	18	18
55–60	57.5	10	2	8	16
60–65	62.5	15	3	3	9
				110	–59

$$\overline{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$$

$$= 47.5 - \frac{59}{110} \times 5$$

$$= 47.5 - 2.68$$

$$= 44.82$$

31. (Q 26 के जैसे सारणी बनाए)

$$\overline{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$$

$$18 = 18 + \frac{(k-8)}{(40+k)} \times 2$$

$$2k - 16 = 0$$

$$k = 8$$

32. $$\text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{(29-21)}{2 \times 29 - 21 - 17} \times 20 = 68$$

बहुलक = 3 माध्यिका − 2 माध्य

68 = 3 माध्यिका − 2 × 53

68 + 106 = 3 माध्यिका सरल करें,

माध्यिका = 58

33. $f_i = 18, f_2 = 29$

34. $x = 20, y = 7$

35. $a = 35, b = 25$

36. माध्य = 32, माध्यक = 33, बहुलक = 34.39 लगभग

37. माध्य = 25 सेमी.

38. माध्य = 211 रुपये

39. माध्यक = 24

40. माध्यक = 17.5 लाख रुपये

41.

से कम प्रकार	f	cf
40 से कम	7	7
50 से कम	5	12
60 से कम	8	20
70 से कम	10	30
80 से कम	6	36
90 से कम	6	42
100 से कम	8	50

बिंदु (40, 7), (50, 12), (60, 20), (70, 30), (80, 36), (90, 42), (100, 50) को आलेख पर लगाएँ व मिलाकर तोरण बनाएं।

42.

वर्ग अंतराल	f_i	x_i	f_ix_i
10–30	5	20	100
30–50	8	40	320
50–70	f_1	60	$60\,f_1$
70–90	20	80	1600
90–110	f_2	100	$100\,f_2$
110–130	2	120	240
	$35+f_1+f_2$		$2260+60f_1+100f_2$

$35 + f_1 + f_2 = 50 \quad \Rightarrow \quad f_1 + f_2 = 15 \quad ...(1)$

$$\overline{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$65.6 = \frac{2260 + 60 f_1 + 100 f_2}{50} \quad \Rightarrow \quad 3f_1 + 5f_2 = 51 \ ...(2)$$

(1) और (2) को सरल करें

$f_1 = 12, f_2 = 3$

43. $f = 10$

44. $f = 8$

अभ्यास प्रश्न–पत्र

सांख्यिकी

समय : 1 घंटा *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. $a - b$ का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए। **1**

2. 11 से 21 के बीच की सभी सम संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए। **1**

3. तोरण वक्र की मदद से हम क्या ज्ञात करते हैं? **1**

(a) परिसर (b) माध्य (c) बहुलक (d) माध्यिका

4. सत्य/असत्य बताएं: **1**

"माध्य आलेखी विधि द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।"

खण्ड–ब

5. 50 प्रेक्षणों का माध्य 20 है। यदि प्रत्येक संख्या को 3 से गुणा किया जाए, तो नया माध्य ज्ञात कीजिए। **2**

6. 10 प्रेक्षणों का माध्य 15.3 है। यदि 6 और 9 के स्थान पर क्रमशः 8 और 14 रखा जाता है, तो नया माध्य ज्ञात कीजिए। **2**

7. निम्न बारंबारता सारणी का बहुलक वर्ग बताइए: **2**

वर्ग अंतराल	1–4	5–8	9–12	13–16	17–20	21–24
बारंबारता	8	9	1	12	8	9

खण्ड–स

8. माध्य ज्ञात कीजिए: **3**

अंक	20 से कम	40 से कम	60 से कम	80 से कम	100 से कम
छात्रों की संख्या	4	10	28	36	50

9. यदि निम्न आंकड़ों का बहुलक 58 वर्ष है तो x का मान ज्ञात करिए। **3**

आयु (वर्षों में)	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
रोगियों की संख्या	5	13	x	20	18	19

खण्ड–द

10. निम्न बंटन का माध्य 57.6 और बारंबारताओं का योग 50 हैं तो f_1 तथा f_2 का मान ज्ञात कीजिए। **4**

वर्ग अंतराल	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100	100–120
बारंबारता	7	f_1	12	f_2	8	5

अथवा

हॉस्पिटल में एक मास के दौरान दाखिल दिल के रोगियों की आयु को निम्न बंटन दर्शाता है:

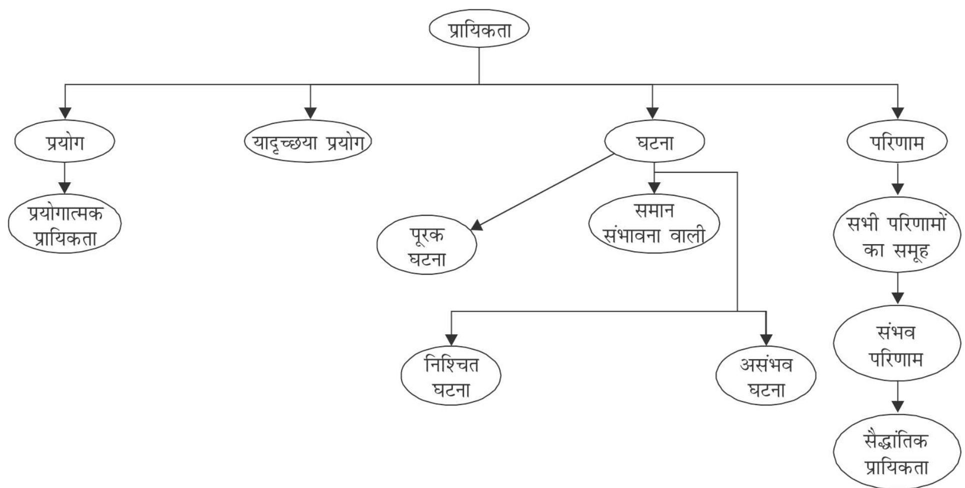
आयु (वर्षों में)	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
रोगियों की संख्या	2	8	15	12	10	5

'कम प्रकार का' तथा 'अधिक प्रकार का तोरण खींचिए और माध्यक भी ज्ञात कीजिए।

15

अध्याय

प्रायिकता



महत्वपूण ाबन्दु:

1. किसी घटना के होने की संभवाना की माप प्रायिकता होती है।

2. किसी घटना E की प्रायिकता $= \dfrac{\text{E के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$

3. $\mathbf{0 \le P(E) \le 1}$

4. यदि $P(E) = 0$ हो, तो वह असंभव घटना होती है।

5. यदि $P(E) = 1$ हो, तो वह निश्चित घटना होती है।

6. घटना E की पूरक घटना $\bar{E}$ होती है।

7. $P(\bar{E}) = 1 - P(E) \Rightarrow P(E) + P(\bar{E}) = 1$

8. प्रायिकता कभी भी ऋणात्मक नहीं होती।

9. प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space): सभी संभव परिणामों से प्रतिदर्श समष्टि मिलता है।

कुछ घटनाओं की परिणाम (प्रतिदर्श समष्टि)

1. जब एक सिक्के को उछाल जाए, तो कुल परिणाम = H, T
2. जब दो सिक्के उछाले जाऐं, तो कुल परिणाम = HH, TT, HT, TH

3. जब तीन सिक्के उछाले जाऐं, तो कुल परिणाम = HHH, TTT, HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT

4. अब चार सिक्के उछालें जाऐं, तो कुल परिणाम = HHHH, TTTT, HTTT, THTT, TTHT, TTTH, HHTT, TTHH, HTHT, THTH, HTTH, THHT, THHH, HTHH, HHTH, HHHT

$H \rightarrow$ चित्त, $T \rightarrow$ पट

1 सिक्का	2 सिक्के	3 सिक्के	4 सिक्क
2 परिणाम	$2 \times 2 = 4$ परिणाम	$2 \times 2 \times 2 = 8$ परिणाम	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ परिणाम

1. जब एक पासा फेंका जाए, तो कुल परिणाम S = 1, 2, 3, 4, 5, 6, n(S) = 6
2. जब दो पासे फेंके जाए तो कुल परिणाम $n(S) = 6 \times 6 = 36$.

   S = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2,5) (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4) (6, 5), (6, 6)
3. जब तीन पासे फेंके जाऐं तो $n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$ परिणाम

ताश के पत्ते = 52

लाल रंग के पत्ते = 26 — पान (13), ईट (13)

काले रंग के पत्ते = 26 — हुकुम (13), चिड़ी (13)

प्रत्येक में 1 इक्का, 1 बादशाह, 1 बेगम और 1 गुलाम, 9 नंबर कार्ड 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 जिसमें 12 तस्वीर वाले कार्ड होते हैं तस्वीर कार्ड में 4 बादशाह, 4 बेगम 4 गुलाम बाकी 40 पत्ते बिना तस्वीर वाले होते हैं जिनमें 4 इक्के होते है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. रिक्त स्थान भरिए:

(a) किसी कार्य को करने की प्रायिकता .... से बड़ी या बराबर और .... से छोटी या बराबर होती है। (NCERT)

(b) किसी अंसभव कार्य की प्रायिकता .... होती है।

(c) किसी शत् प्रतिशत संभव कार्य की प्रायिकता .... होती है और इसे .... कहते हैं। (NCERT)

(d) सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग .... होता है। (NCERT)

(e) किसी घटना E का प्रायिकता + किसी घटना के न होने की प्रायिकता ($\bar{E}$) = ... होती है। (NCERT)

(f) यदि किसी खेल को जीतने की प्रायिकता $\frac{4}{9}$ है, तो इसको हारने की प्रायिकता .... होगी।

(g) यदि एक सिक्के को दो बारा उछाला जाए, तो सभी संभव परिणामों की संख्या .... होगी।

(h) यदि किसी पासे को दो बार उछाला जाए, तो सभी संभव परिणामों की संख्या .... होगी।

2. सत्य/असत्य बताइए:

(a) किसी घटना की प्रायिकता ऋणात्मक हो सकती है।

(b) किसी घटना की प्रयिकता 1 से ज्यादा हो सकती है।

3. बहु विकल्पीय प्रश्न:

(i) निम्न में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती है? (NCERT)

(a) 0.7 (b) $\frac{2}{3}$ (c) – 1.5 (d) 15%

(ii) निम्न में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता हो सकती है? (NCERT Exemplar)

(a) –0.04 (b) 1.004 (c) $\frac{18}{23}$ (d) $\frac{8}{7}$

(iii) कोई घटना होने की संभावना न के बराबर हो, तो उसकी प्रायिकता किसके पास होगी? (NCERT Exemplar)

(a) 0.0001 (b) 0.001 (c) 0.01 (d) 0.1

(iv) एक अंकीय अभाज्य संख्याओं में से एक संख्या यादृच्छया चुनी गई। यह संख्या सम होने की प्रायिकता होगीः

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{2}{5}$

(v) जब एक पासे को फेंका जाए, तो 3 से कम विषम संख्या आने की प्रायिकता होगीः

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(vi) रशमी के पास एक पासा है जिसके 6 सतह पर निम्न अक्षर दिए हैं:

$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{A}$ $\boxed{C}$

यदि वह पासा एक बार फेंके, तो C आने की प्रायिकता होगीः

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{6}$

(vii) ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। यदि तस्वीर वाला पत्ता नहीं आने की घटना E है तो E के कुल परिणामों की संख्या होगीः

(a) 51 (b) 40 (c) 36 (d) 12

4. दिए गए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनेः

(i) यदि किसी घटना के होने की प्रायिकता p हो, तो इसके न होने की प्रायिकता होगीः

(a) $p-1$ (b) p (c) $1-p$ (d) $1-\frac{1}{p}$

(ii) एक परिवार में 3 बच्चे हैं। इनमें कम से कम एक लड़का होने की प्रायिकता होगीः (CBSE 2014)

(a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{5}{8}$ (d) $\frac{3}{4}$

(iii) संख्याओं 1, 2, 3, ... 15 में से यादृच्छया एक संख्या चुनी गई। क्या प्रायिकता है कि वह 4 की गुणज हैं? (CBSE 2020

(a) $\frac{4}{15}$ (b) $\frac{2}{15}$ (c) $\frac{1}{15}$ (d) $\frac{1}{5}$

(iv) जो वर्ष लीप वर्ष न हो, उसमें 53 सोमवार होने की प्रायिकता होगीः

(a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{5}{7}$

(v) एक बैंग में 6 लाल और 5 नीली गेंदे हैं। एक गेंद यादृच्छया से निकाली गई। नीली गेंद आने की प्रायिकता होगीः

(a) $\frac{2}{11}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{5}{11}$ (d) $\frac{6}{11}$

(vi) MATHEMATICS के अक्षरों में से एक अक्षर चुना गया। उस अक्षर के स्वर (Vowel) होने ही प्रायिकता होगीः

(a) $\frac{6}{11}$ (b) $\frac{5}{11}$ (c) $\frac{3}{11}$ (d) $\frac{4}{11}$

(vii) दो सिक्के एक साथ उछाले गए। अधिक से अधिक एक चित्त आने की प्रायिकता हैः (CBSE 2020)

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

5. ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह न तो इक्का हो और न ही बादशाह हो।

6. एक बक्से में 250 बल्ब है, जिनमें से 35 बल्ब खराब हैं। बक्से में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह बल्ब खराब नहीं है।

7. किसी घटना के विपरित 3:4. है। इस घटना के घटने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

8. यदि (1, 4, 9, 16, 25, 29) में से 29 को हटा दिया जाए, तो एक अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

9. ताश की एक गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। इसके तस्वीर वाला कार्ड होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

10. 1000 लॉटरी के टिकटो में 5 टिकटों पर इनाम है। यदि एक व्यक्ति एक टिकट खरीदे, तो उसके ईनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

11. ताश की गड्डी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। इसके काला बादशाह होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

12. एक पासा एक बार उछाला जाता है। पूर्ण वर्ग संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

13. दो पासों को एक साथ उछाला जाता है। दोनों पासों पर अंकों का योग 10 या 10 से अधिक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

14. 1, 2, 3, ...,33, 34, 35 में 7 का गुणज आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

15. यदि पासों के एक युग्म को एक बार उछाला गया, तो योगफल 8 आने की क्या प्रायिकता है? (CBSE 2020)

16. अंग्रेजी भाषा का एक अक्षर यादृच्छया चुना गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया अक्षर, एक व्यंजक है। (CBSE 2020)

17. यदि किसी खेल के जीतने की प्रयिकता 0.07 है, तो उसके हारने की प्रायिकता क्या है? (CBSE 2020)

लघु उत्तरीय प्रश्न–I

18. ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह न तो लाल रंग का है और न ही बेगम है। (CBSE 2016)

19. दो विभिन्न पासों को एक साथ फेंका जाता हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

(a) दोनों पर समान संख्या आए।

(b) दोनों पर आई संख्याओं का योग 10 हो। (CBSE 2018)

20. एक बक्से में 12 गेंदे हैं जिनमें कुछ लाल रंग की हैं। यदि 6 लाल रंग की गेंदे इस बक्से में और डाली जाए, तो अब लाल रंग की गेंद आने की प्रायिकता पहली प्रायिकता की दुगुनी हो जाती है। बक्से में लाल रंग की कितनी गेंदे हैं? (CBSE 2018)

21. 1 से 100 में से यादृच्छया एक पूर्णांक चुना गया। क्या प्रायिकता होगी कि (i) वह 8 से विभजित होता है। (ii) 8 से विभजित नहीं होता है? (CBSE 2018)

22. तीन विभिन्न सिक्कों को एक साथ उछाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए (i) सिर्फ और सिर्फ दो चित्त आए (ii) कम से कम 2 चित्त आए।

23. एक बक्से में कुछ कार्ड जिन पर क्रमशः संख्याएं 3, 4, 5, ... 50 अंकित हैं। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जो एक पूर्ण वर्ग है। (CBSE 2016)

24. एक थैले में 5 लाल गेंदें तथा कुछ नीली गेंदें हैं। यदि थैले में से यादृच्छया एक नीली गेंद निकालने की प्रायिकता, एक लाल गेंद के निकालने की प्रायिकता का तीन गुना है, तो थैले में नीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

25. दो विभिन्न पासों को एक साथ उछाला गया। इन पर आने वाली संख्याओं का योगफल 5 से कम होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

26. किसी यादृच्छया लिए गए वर्ष के नवम्बर मास में 5 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

27. तीन बच्चों वाले एक परिवार में, कम से कम दो लड़के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

28. दो पासे एक साथ उछाले गए। दोनों पासों पर भिन्न–भिन्न संख्याएँ आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

29. संख्याओं –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 में से एक सख्या x यादृच्छया चुनी गई। $x^2 \leq 4$ की प्रायिकता क्या है?

लघु उत्तरीय प्रश्न - II

30. संख्या 1, 2, 3 और 4 में से यादृच्छया एक संख्या x चुनी गई। फिर संख्या 1, 4, 9 और 16 में से यादृच्छया एक संख्या y चुनी गई। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि x तथा y का गुणनफल 16 से कम हो। (CBSE 2016)

31. दो विभिन्न पासों को एक बार फेंका गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

(a) दोनों पासों पर अभाज्य संख्या है।

(b) दोनों पर आई संख्याओं का योग 9 या 11 हो।

32. एक बैंग में 15 सफेद और कुछ काली गेंदे हैं। यदि काली गेंद निकालने की प्रायिकता, सफेंद गेंद की प्रायिकता से तीन गुना हो, तो बैंग में कितनी काली गेंदे होंगी? (CBSE 2017)

33. दो पासों को एक साथ फेंका जाता है।

(a) इन दो पासों पर आई संख्याओं का गुणनफल 12 हो, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(b) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि संख्याओं का योग ज्यादा से ज्यादा 5 हो।

34. एक बैग में कुछ कार्ड है जिनपर 1 से 100 तक की संख्याएँ लिखी हैं। इस बैग में से यादृच्छया एक कार्ड निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गए कार्ड पर आई सख्ंयाः

(i) 9 से विभजित होती है और एक पूर्ण वर्ग है।

(ii) 80 से बड़ी अभाज्य संख्या है।

35. एक लाटरी में 10 इनाम और 25 खाली हैं। इनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। इस घटना के लिए $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ की जाँच कीजिए। (CBSE 2020)

36. किसी खेल की जीतने की प्रायिकता $\frac{x}{12}$ है। यदि इसे हारने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

37. एक बक्से में कुछ कार्ड जिन पर क्रमशः संख्याएं 3, 4, 5, ..., 50 अंकित है। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जो

(i) 7 से विभाजित होती है (ii) दो अंकों वाली संख्या है

38. एक थैले में 5 सफेद गेंदे, 7 लाल गेंदे, 4 काली गेंदे तथा 2 नीली गेंदे हैं। थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकालने पर प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद

(i) सफेद या नीली है। (ii) लाल या काली है।

(iii) सफेद नहीं है। (iv) न सफेद तथा न काली है।

39. 52 पत्तों वाली ताश की गड्डी में से ईंट के बादशाह, बेगम तथा गुलाम निकाल दिये जाते हैं। शेष पत्तों में से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकला पत्ता

(i) ईंट का होगा। (ii) गुलाम का होगा।

40. 400 अंडों में से एक खराब अंडा निकालने की प्रायिकता 0.035 है। खराब अंड़ों की संख्या ज्ञात कीजिए। एक ठीक अंडा निकालने की प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए।

41. किसी मेले में एक खेल की स्टॉल पर एक डिब्बे में कुछ परचियाँ रखी है जिन पर 3,3,5,7,7,7,9,9,9,11 लिखा है। एक व्यक्ति तब जीतता है यदि पर्ची पर संख्याओं का माध्य लिखा हो। उसके न जीतने की प्रायिकता क्या होगी?

42. एक बाक्स में 90 डिस्क हैं जिन पर 1 से 90 तकी की संख्याएं अंकित है। इस बाक्स में से एक डिक्स यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर जो संख्या अंकित होगी वह

(i) दो अंको की संख्या होगी। (ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या होगी।

(iii) 5 से विभाजित होगी।

43. ताश की अच्छी तरह से फेंटी गई गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता

(i) हुकुम का है या इक्का है। (ii) एक लाल बादशाह है।

(iii) न बादशाह तथा न बेगम। (iv) या तो एक बादशाह या एक बेगम।

44. ताश की अच्छी तरह फेंटी गई गड्डी से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है उसके

(i) चित्र पत्ता। (ii) लालरंग का चित्रपत्ता।

(iii) काले रंग का चित्रपत्ता

होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

45. रमेश को 24000 रूपये त्यौहार के बोनस के रूप में मिले। उसने 5000 रूपये मंदिर को, 12000 रूपये अपनी पत्नी को, 2000 रूपये अपने नौकर को और शेष राशि अपनी बेटी को दे दी।

(i) पत्नी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ii) नौकर को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(iii) बेटी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

46. एक हास्टल में 240 विद्यार्थी रहते हैं। जिसमें 50% प्रातःकाल योग क्लास जाते हैं, 25% जिम क्लब तथा 15% मार्निंग वाक को जाते हैं। शेष विद्याथी लाफिंग क्लब से जुड़े हैं। लाफिंग क्लब से जुड़े विद्यार्थियों की प्रायिकता क्या होगी?

47. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर संख्याएँ 11 से 123 लिखें हैं। इस बक्से में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला गया। क्या प्रायिकता है कि जो कार्ड निकाला गया उस पर

(i) वर्ग संख्या है। (ii) 7 का गुणज है।

48. एक पासे को दो बारा उछाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

(i) कम से कम एक पासे पर 5 का एक बार आए।

(ii) 5 एक बार भी नहीं आए।

49. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर क्रमशः संख्याएँ 1, 3, 5 ...... 49 अंकित है। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जोः

(i) उसे 3 से विभाजित होगी।

(ii) एक भाज्य संख्या हैं।

(iii) पूर्ण वर्ग नहीं है।

(iv) 3 और 5 के गुणज है। (CBSE 2017)

50. 52 पत्तों की ताश की एक गड्डी में से लाल रंग की बेगमें और काले रंग के गुलाम हटा दिए गए। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता (CBSE 2015)

(i) चिड़ी का हो या इक्का हो

(ii) काले रंग का बादशाह हो।

(iii) न तो गुलाम हो न ही बादशाह हो।

(iv) बादशाह या बेगम हो।

51. एक बाक्स में 100 लाल रंग के, 200 पीले रंग में और 50 नींले रंग के कार्ड हैं। इस बक्से में से यादृच्छया एक कार्ड निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह कार्ड

(i) नीले रंग का है।

(ii) पीला नहीं है।

(iii) न तो पीला है न ही नीला है।

उत्तर और संकेत

1. (a) 0, 1 (b) 0 (c) 1, निश्चित घटना

(d) 1 (e) 1 (f) $\frac{5}{9}$

(g) 4 (h) 36

2. (a) असत्य, $(0 \le P(A) \le 1)$ (b) असत्य, $(0 \le P(A) \le 1)$

3. (i) (c) (ii) (c) (iii) (a) (होने की संभावना बहुत कम हैं)

(iv) B (अभाज्य संख्या 2, 3, 5, 7) (v) (a)

(vi) (a)

(vii) (b) (तस्वीर कार्ड = 12, शेष कार्ड = 40)

4. (i) (a)

(ii) (a) A (संभावित परिणाम = GGG, BGG, GBG, GGB, BBG, GBB, BGB, BBB)

(iii) (d) (प्रायिकता $\frac{1}{5}$)

(iv) (a) (कुल सप्ताह हैं 52, शेष दिन = 1

संभावित परिणाम = {रविवार, सोमवार, मंगलवार, बुधवार, वीरवार, शुक्रवार, शनिवार}

(v) (c)

(vi) (d) (स्वर A, A, E, I)

(vii) (d)

5. कुल पत्ते = 52

इक्कों की संख्या = 4

बादशाहों की संख्या = 4

P (न ही इक्का न ही बादशाह) $= \frac{44}{52} = \frac{11}{13}$

6. P (बल्ब खराब नहीं है) $= 1 - \frac{35}{250} = \frac{43}{50}$

7. कुल परिणाम $= 3 + 4 = 7$

P (घटना घटने की) $= \frac{4}{7}$

8. P (अभाज्य संख्या) = 0

9. तस्वीर वाले पत्तों की संख्या = 12

P (तस्वीर वाले पत्ते) $= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

10. P (ईनाम जीतने की) $= \frac{5}{1000} = 0.005$

11. कुल काले बादशाह = 2

$\therefore$ P (काले बादशाह) $= \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

12. कुल परिणाम: 1, 2, 3, 4, 5, 6

पूर्ण वर्ग: 1, 4

P (पूर्ण वर्ग) $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

13. कुल परिणाम = 36

संभावित परिणाम: (4,6) (5,5) (6,4) (5,6) (6,5), (6, 6)

P (संख्याओं का योग ≥ 10) $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

14. 7 के गुणज 7, 14, 21, 28, 35

P (7 के गुणज) $= \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

15. प्रायिकता $= \frac{5}{36}$

16. प्रायिकता $= \frac{21}{26}$

17. 1 – 0.07 = 0.93

18. लाल पत्तों की संख्याऐं = 26

बेगम की संख्या = 4 − 2 = 2 (2 लाल बेगम आ चुकी हैं)

जो पत्ते न तो लाल है न बेगम = 56 – (26 + 2) = 24

प्रायिकता $= \frac{24}{52} = \frac{6}{13}$

19. (i) समान संख्या वाले परिणामः (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)

प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ii) योग 10 वाले परिणामः (4,6), (5,5), (6,4)

प्रायिकता $= \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

20. $\frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right)$

$\Rightarrow x = 3$

21. 1 से 100 के बीच के कुल परिणाम = 98

(i) 8 से विभाजित संख्याएंः– 8, 16, 24 ....., 96

अनुकूल परिणाम = 12

प्रायिकता $= \frac{12}{98} = \frac{6}{49}$

(ii) P (8 से विभाजित न होने की) $= 1 - \frac{6}{49} = \frac{43}{49}$

22. कुल परिणामः HHH, TTT, HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT

(i) P (सिर्फ और सिर्फ 2 चित्त) $= \frac{3}{8}$

(ii) P (2 या 2 से ज्यादा चित्त) $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

23. कुल कार्ड $= 50-3+1=48$

पूर्ण वर्गः– 4,9,16,25,36,49

प्रायिकता $= \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

24. माना नीली गेंदों की संख्या $= x$

कुल गेंदे $= (5 + x)$

P (नीली गेंद) = 3 × P (लाल गेंद)

$$\frac{x}{5+x} = 3\times\left(\frac{5}{5+x}\right)$$

$\Rightarrow$ क $x = 15$

25. अनुकुल परिणामः (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)

प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

26. नवम्बर मास में कुल दिनों की संख्या = 30

अर्थात् 4 पूर्ण सप्ताह और 2 दिन

प्रायिकता $= \frac{2}{7}$

27. प्रायिकता $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

28. प्रायिकता $= \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

29. अनुकुल परिणामः –2, –1, 0, 1, 2

प्रायिकता $= \frac{5}{7}$

30. कुल परिणाम (1,1), (1,4), (1,9), (1,16)

(2,1), (2,4), (2,9), (2,16)

(3,1), (3,4), (3,9), (3,16)

(4,1), (4,4), (4,9), (4,16)

अनुकूल परिणाम $xy < 16$

(1,1), (1,4), (1,9), (2,1), (2,4), (3,1), (3,4), (4,1)

प्रायिकता $= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

31. कुल परिणाम $= 36$

(a) अनुकूल परिणाम (2,2), (2,3), (2,5), (3,2), (3,3), (3,5) (5,2), (5,3), (5,5)

प्रायिकता $= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

(b) अनुकल परिणाम (3,6), (4,5), (5,4), (6,3), (5,6), (6,5)

प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

32. $\frac{x}{15+x} = \frac{3 \times 15}{15+x}$

$x = 45$

24. (a) काली गेंदों की संख्या $= 45$

कुल परिणाम $= 36$

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)

(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)

(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)

(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)

(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)

(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

अनुकूल परिणाम (2,6), (3,4), (4,3), (6,2)

प्रायिकता $= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(b) अनुकुल परिणाम (योग ≤ 5)

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)

प्रायिकता $= \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

34. (i) कुल संख्याएं $= 100$

9 से विभाजित होने वाली संख्याएं तथा पूर्ण वर्गः 9,36,81

प्रायिकता $= \frac{3}{100} = 0.03$

(ii) 80 से बड़ी अभाज्य संख्याएंः 83, 89, 97

प्रायिकता $= \frac{3}{100} = 0.03$

35. कुल टिकट $= 35$

P(E) : P (जीतने की) $= \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$

$P(\overline{E})$: P (न जीतने की) $= \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$

$P(E) + P(\overline{E}) = \frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} = 1$

36. P (जीतने की) + P (हारने की) = 1

$\frac{x}{12} + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow x = 8$

37. कुल कार्ड $= 50–3+1 = 48$

(i) 7 से विभाजित होने वाली संख्याएंः 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49

प्रायिकता $= \frac{7}{48}$

(ii) दो अंकों वाली संख्याएँः 10, 11, 12, ..., 50

अनुकूल परिणामों की संख्या $= 50 - 10 + 1 = 41$

प्रायिकता $= \frac{41}{48}$.

38. (i) $\frac{5+2}{18} = \frac{7}{18}$ (ii) $\frac{7+4}{18} = \frac{11}{18}$ (iii) $\frac{7+4+2}{18} = \frac{13}{18}$

(iv) $\frac{7+2}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

39. (i) शेष कुल पत्ते $= 52 - 3 = 49$

शेष ईट के पत्ते $= 13 - 3 = 10$

प्रायिकता $= \frac{10}{49}$

(ii) P (गुलाम का पत्ता) $= \frac{3}{49}$ (1 गुलाम हटाने पर)

40. कुल अंडे $= 400$

P (खराब अंडे) $= 0.035$

माना खराब अंडों की संख्या $= x$

$$\frac{x}{400} = 0.035$$
$$x = 400 \times 0.035$$
$$x = 14$$
$$P\text{ (ठीक अंडे)} = 1 - 0.035$$
$$= 0.965$$

41. माध्य $= \dfrac{3+3+5+7+7+7+9+9+9+11}{10} = \dfrac{70}{10} = 7$

$$P\text{ (हारने की)} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

42. कुल संख्या $= 90$

(1) दो अंको वाली संख्याः 10, 11, 12 ...., 90

अनुकूल परिणामों की संख्या $= 90 - 10 + 1 = 81$

प्रायकिता $= \dfrac{81}{90} = \dfrac{9}{10}$

(2) पूर्ण वर्ग संख्याः 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81

प्रायिकता $= \dfrac{9}{90} = \dfrac{1}{10}$

(3) 5 से विभाजित होने वाली संख्याः 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90

प्रायिकता $= \dfrac{18}{90} = \dfrac{1}{5}$

43. (i) P(हुकुम या इक्का) $= \dfrac{13+3}{52} = \dfrac{16}{52} = \dfrac{4}{13}$

(ii) P (लाल बादशाह) $= \dfrac{2}{52} = \dfrac{1}{26}$

(iii) P (न ही बादशाह न ही बेगम) $= 1 - \dfrac{8}{52} = 1 - \dfrac{2}{13} = \dfrac{11}{13}$

(iv) P (बादशाह या बेगम) $= \dfrac{8}{52} = \dfrac{2}{13}$

44. (i) $\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$ (ii) $\frac{6}{52}=\frac{3}{26}$ (iii) $\frac{6}{52}=\frac{3}{26}$

45. (i) P (पत्नी को प्राप्त राशि) $= \frac{12000}{24000}=\frac{1}{2}$

(ii) P (नौकर को प्राप्त राशि) $= \frac{2000}{24000}=\frac{1}{12}$

(iii) P (बेटी को प्राप्त राशि) $= \frac{5000}{24000}=\frac{5}{42}$

46. 10% विद्यार्थी लाफिंग क्लब से जुड़े

प्रायिकता $= \frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

47. कुल कार्ड = 123–11+1 = 113

(i) वर्ग संख्याः 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121

प्रायिकता $= \frac{8}{113}$

(ii) 7 के गुणजः 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119

प्रायिकता $= \frac{16}{113}$

48. कुल परिणाम = 36

(i) P (कम से कम एक बार 5 आए) $= \frac{11}{36}$

(अनुकूल परिणामः (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4),(5,6))

(ii) P (एक बार भी 5 ना आए) $= 1-\frac{11}{36}=\frac{25}{36}$

49. कुल परिणाम = 25 (1, 3, 4, ..., 49)

(i) 3 से विभाजित संख्याएँः 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45

प्रायिकता $= \frac{8}{25}$

(ii) भाज्य संख्याएँः

9, 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39, 45, 49

प्रायिकता $= \frac{10}{25}=\frac{2}{5}$

(iii) P(पूर्ण वर्ग न होने की)

$= 1 - P$ (पूर्ण वर्ग संख्या) [पूर्ण वर्ग संख्याः 1, 9, 25, 49]

$= 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$

(iv) 3 और 5 के गुणज

$\Rightarrow$ 15 के गुणज = 15, 45

प्रायिकता = $\frac{2}{25}$

50. (i) $\frac{16}{48} = \frac{1}{3}$

(ii) $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$

(iii) $1 - \frac{6}{48} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

(iv) $\frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

51. (a) P(नीला कार्ड) = $\frac{50}{350} = \frac{1}{7}$

(b) P(पीला कार्ड नहीं) = $\frac{150}{350} = \frac{3}{7}$

(c) P(ना ही पीला और ना ही नीला) = $\frac{100}{350} = \frac{2}{7}$

अभ्यास प्रश्न पत्र

प्रायिकता

समय : 1 घंटा *अंक : 20*

खण्ड—अ

1. एक पासा एक बार फेंका जाता है तो विषम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

2. एक थैले में 4 लाल तथा 6 काली गेंदे हैं। थैले में से 1 गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। काली गेंद आने की प्रायिकता बताइए। 1

3. PROBABILITY में से एक अक्षर चुना गया। वह अक्षर स्वर होगा इसकी प्रायिकता है। 1

4. 900 सेब में से खराब सेब आने की प्रायिकता 0.18 है। खराब सेबों की संख्या है। (CBSE 2017) 1

खण्ड—ब

5. एक अधिवर्ष में 53 शुक्रवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

6. ताश को अच्छी तरह फेंटी गई गड्डी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। उसके काले रंग का चित्र पत्ता या लाल रंग का चित्र पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

7. एक सिक्के को दो बार उछाला। कम से कम एक पट आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014) 2

खण्ड—स

8. एक बक्से में 5 लाल, 4 हरे तथा 7 सफेद कंचे है। बक्से में से 1 कंचा यादृच्छया निकालने पर उसके 3

(i) सफेद ना होने की।

(ii) न लाल और न ही सफेद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

9. एक पासा एक बार फेंका जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्राप्त होने वाली संख्या

(i) एक सम अभाज्य संख्या है।

(ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या है। 3

खण्ड–द

10. एक थैले में कार्ड है, जिस पर 1, 3, 5, ..., 35 संख्याएँ अंकित है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि एक निकाले गये कार्ड पर 4

(*i*) 15 से कम वाली अभाज्य संख्या अंकित है।

(*ii*) 3 तथा 15 दोनों से विभाजित होने वाली संख्या अंकित है।

अथवा

52 ताश के पत्तों की गड्डी से चिड़ी का बादशाह, बेगम तथा गुलाम हटाए गए तथा शेष पत्तों में से एक पत्ता खींचा गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि खींचा गया पत्ता

(*i*) पान का पत्ता होगा। (*ii*) बेगम होगा।

(*iii*) चिड़ी का पत्ता होगा।

CASE STUDY BASED QUESTIONS

1. एक “स्वास्थय जाँच कैम्प” लगाने के लिए, तीन तरह के मरीजों ने रजिस्ट्रेशन कराया। 68 को जोड़ों के दर्द की समस्या है, 84 को किसी तरह का बुखार है और 108 डायबिटिज के मरीज हैं। आर्गेनाइजर डॉक्अर को इस कैम्प के लिए बुलाना चाहते हैं।

(i) अधिकतम कितने डॉक्टरों को बुलाया जाए कि प्रत्येक डॉक्टर समान संख्या में हर तरह के मरीजों को देखें।

(*a*) 64 (*b*) 14 (*c*) 16 (*d*) 12

(ii) प्रत्येक डॉक्टर कितने मरीज देखेगा

(*a*) 7 (*b*) 12 (*c*) 21 (*d*) 9

(iii) दिन के अंत में जब मरीजों की संख्या की गणना की गई तो जोड़ों के दर्द के 48 मरीज आए थे, बुखार पीडित 60 थे और डायबिटिज के मरीज 72 थे। प्रत्येक डॉक्टर ने कितने मरीज देखें।

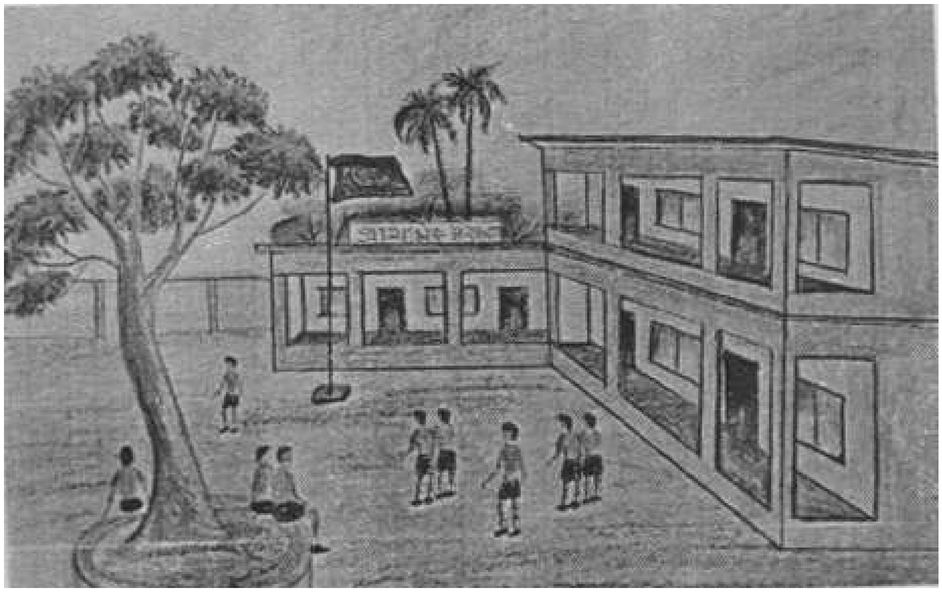
(*a*) 21 (*b*) 15 (*c*) 14 (*d*) 12

(iv) यदि म०स०व० $(48, 60, 72) = 7m - 2$, तो m का मान क्या होगा।

(*a*) 2 (*b*) 1 (*c*) 3 (*d*) 12

(v) यदि म०स०व० $(60, 108) = 60a + 108b$ तो a और b का मान क्या होगा।

(*a*) 2, 1 (*b*) –2, 1 (*c*) –2, –1 (*d*) 2, –1



2. बाल दिवस पर मिड डे मिल के सप्लायर ने बिस्किट और चॉकलेट के पैकेट दो स्कूलों A और B में भेजे। एक बड़े बिस्किट के पैकेट में 20 छोटे पैकेट हैं और चॉकलेट के एक पैकेट में 12 चॉकलेट है। स्कूल में $2p$ पैकेट बिस्किट के और यही मात्रा चॉकलेट की भेजी।

(i) स्कूल A में कितने विद्यार्थी हैं?

(*a*) 60 (*b*) 240 (*c*) 840 (*d*) 1200

(ii) स्कूल A में बिस्किट के कितने बड़े पैकेट भेजे गए?

(*a*) 42 (*b*) 20 (*c*) 14 (*d*) 28

(iii) स्कूल में चॉकलेट के कितने पैकेट भेजे गए?

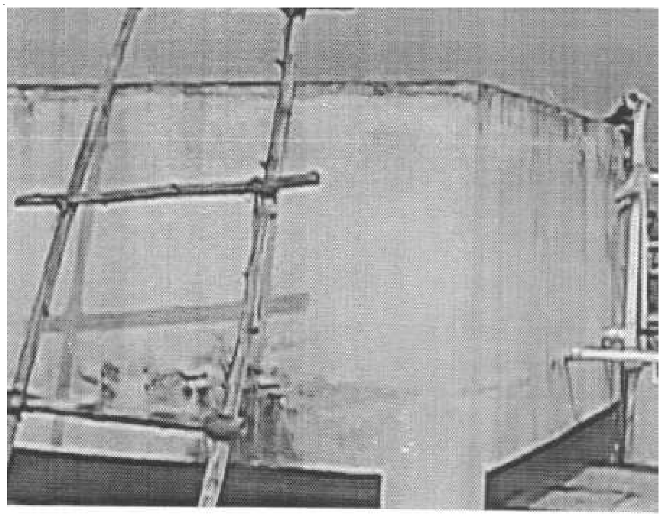
(*a*) 42 (*b*) 35 (*c*) 70 (*d*) 40

(iv) स्कूल B में कितने बड़े पैकेट बिस्किट के भेजे गए?

(*a*) 42 (*b*) 84 (*c*) 28 (*d*) 24

(v) स्कूल B में कुल कितने विद्यार्थी हैं?

(*a*) 2520 (*b*) 840 (*c*) 1680 (*d*) 420



3. सदस्यों के एक परिवार के लिए एक आयताकार (Cuboid) पानी की टंकी बनाई गई। टंकी का आयतन बहुपद $p(x) = x^3 + 10x^2 + 27x + 18$ घन इकाई है।

(i) टंकी की संभव विमाएं क्या होंगी, यदि सबसे लम्बी भुजा टंकी की लम्बाई है और सबसे छोटी टंकी की ऊँचाई हैं और तीसरी भुजा चौड़ाई है।

(*a*) $(x + 9), (x + 2), (x + 1)$ (*b*) $(x + 6), (x + 3), (x + 1)$

(*c*) $(x - 6), (x + 3), (x - 1)$ (*d*) $(x - 9), (x - 2), (x + 1)$

(ii) यदि $x = 2$ तो प्रत्येक सदस्य को कितने पानी की आवश्यकता होगी

(*a*) 120 घन इकाई (*b*) 40 घन इकाई

(*c*) 30 घन इकाई (*d*) 56 घन इकाई

(iii) यदि 2 और सदस्य परिवार में आ जाएं तो अब कितने पानी की आवश्यकता होगी। (घन इकाई में)

(*a*) 180 (*b*) 200 (*c*) 80 (*d*) 50

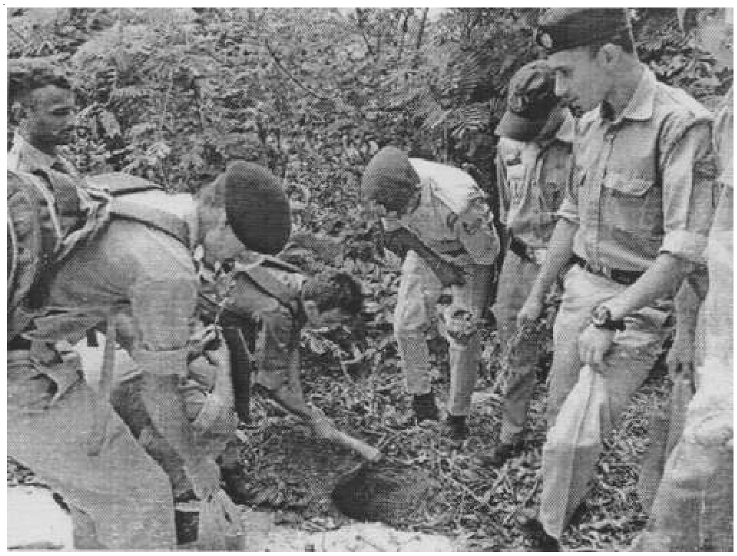
(iv) यदि अब ये सदस्य परिवार के साथ ही रहेंगे तो पानी की टंकी की ऊँचाई कितनी और बढ़ाई जाए कि 5 सदस्यों की पानी की आवश्यकता पूरी हो जाए, जबकि लम्बाई और चौड़ाई समान रहे।

(*a*) 5 (*b*) 2 (*c*) 3 (*d*) x

(v) यदि x का मान न बदले तो टंकी के एक आयतन के लिए प्रयुक्त बहुपद क्या होगा।

(*a*) $(x + 3) (x + 9) (x + 1)$ (*b*) $(x + 3) (x + 3) (x + 6)$

(*c*) $(x - 6) (x + 3) (x + 3)$ (*d*) $(x + 6) (x + 3) (x - 3)$



4. एक कॉलेज के तीन NCC कैडेट ने कुछ पौधे लगाएं। उनके द्वारा लगाए गए पौधों की संख्या बहुपद $P(x) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$ के द्वारा दर्शायी गई है। यदि उनमें से एक कैडेट अकूल ने 5 पौधे लगाए, तो

(i) शेष दो कैडेट ने कुल कितने पौधे लगाए?

(*a*) 12 (*b*) 47 (*c*) 9 (*d*) 7

(ii) दोनों ने कितने–कितने पौधे लगाए?

(*a*) 3, 4 (*b*) 5, 4 (*c*) 5, 3 (*d*) 12, 5

(iii) दिये गए बहुपद $p(x)$ के गुणनखण्ड क्या होगें?

(*a*) $(x - 5)(x + 4)(x - 3)$ (*b*) $(x - 5)(x - 4)(x + 3)$

(*c*) $(x - 12)(x - 5)(x - 1)$ (*d*) $(x - 5)(x - 4)(x - 3)$

(iv) 5 की जगह यदि स्कूल ने भी 4 पौधे लगाए होते तो बहुपद क्या होगा

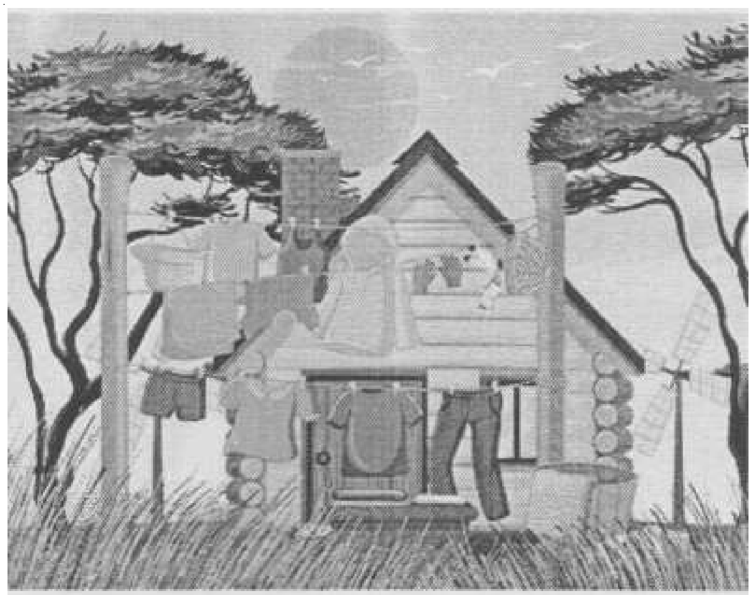
(*a*) $x^3 - 5x^2 + 40x - 48$ (*b*) $x^3 - 8x^2 + 8x - 48$

(*c*) $x^3 - 11x^2 + 40x - 48$ (*d*) $x^3 - 5x^2 + 8x - 48$

(v) शेष दोनों कैडेट द्वारा लगाए गए पौधों को बहुपद रूप में व्यक्त कीजिए।

(*a*) $x^2 - x - 12$ (*b*) $x^2 - x + 12$

(*c*) $x^2 - 7x + 12$ (*d*) $x^2 + 7x + 12$



5. एक परिवार में पानी की खपत दो प्रकार की है पहली अचर है और दूसरी प्रत्येक द्वारा खपत। छः सदस्यों के एक परिवार के लिए 445 घन इकाई पानी की आवश्यकता होती है और 8 सदस्यों के एक परिवार के लिए 575 घन इकाई पानी की आवश्यकता होती है। इसके लिए रैखिक युग्म का निर्माण करो।

(i) ये रेखाएं कैसी हैं:

(*a*) समांतर (*b*) प्रतिच्छेदी (*c*) संपाती (*d*) असंगत

(ii) प्रत्येक द्वारा खपत और अचर खपत का मान क्या होगा

(*a*) 55, 65 (*b*) 65, 55 (*c*) 55, 55 (*d*) 65, 65

(iii) यदि हम इन रैखिक समीकरणों के युग्म का ग्राफ बनाये तो प्रतिच्छेदन बिन्दु की y–अक्ष से लम्बवत् दूरी क्या होगी?

(*a*) 55 (*b*) 65 (*c*) 45 (*d*) 50

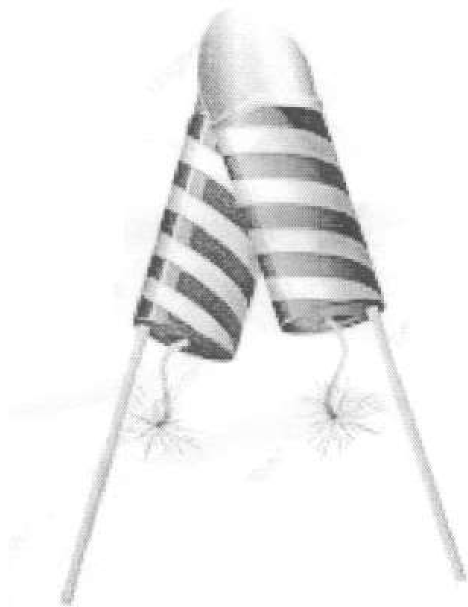
(iv) 4 सदस्यों के परिवार के लिए कितने घन इकाई पानी की आवश्यकता होगी?

(*a*) 260 (*b*) 315 (*c*) 265 (*d*) 245

(v) 4 सदस्यों के परिवार के लिए प्रयुक्त पानी की खपत को रैखिक समीकरण के रूप में लिखने पर

(*a*) $x + 4y = 265$ (*b*) $y + 4x = 315$

(*c*) $x + 4y = 315$ (*d*) $y + 4x = 265$



6. दिवाली के अवसर पर दो रॉकेट पटाखे एक ही समय दो अलग–अलग स्थानों से जो एक दूसरे के सम्मुख हैं, से चलाए गए। उनके द्वारा तय किया गया रास्ता निम्न रैखिक समीकरणों द्वारा दर्शाया गया $3x - 2y = 6$ और $x + y = 12$

(i) ये रेखाएं किस प्रकार की है?

(*a*) प्रतिच्छेदित रेखाएं (*b*) समांतर

(*c*) संगत (*d*) कहना संभव नहीं

(ii) पहले रॉकेट का प्रारंभ बिन्दु अर्थात् x-अक्ष से प्रतिच्छेदन बिन्दु क्या होगा?

(*a*) (0, 2) (*b*) (2, 0) (*c*) (3, 0) (*d*) (0, 3)

(iii) दूसरी रेखा y-अक्ष को किस बिन्दु पर काटती है?

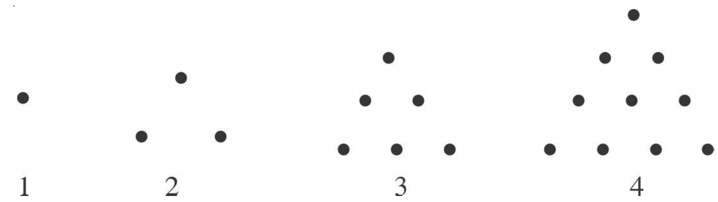
(*a*) (0, 12) (*b*) (12, 0) (*c*) (6, 0) (*d*) (0, 6)

(iv) दोनों रॉकेटों का प्रतिच्छेदन बिन्दु क्या है?

(*a*) (6, 0) (*b*) (6, 6) (*c*) (0, 6) (*d*) (–6, –6)

(v) यदि दोनों x-अक्ष से छोड़े गए हों तो दोनों किस ऊँचाई पर एक दूसरे को पार करेंगे।

(*a*) 6 (*b*) 12 (*c*) 4 (*d*) 24



7. A एक सख्या p को ऐसे लिख जा सकता है $p = \frac{n(n+1)}{2}$, जहाँ n एक धनात्मक पूर्णांक है।

इसे ऐसे भी लिख सकते हैं $n^2 + n - 2p = 0$, जिसे 'n' में द्विघात समीकरण कहते हैं।

(i) द्विघात समीरण $x^2 + 5x - 6 = 0$ को देखिए, x के निम्न मानों को इस समीकरण में रखकर ज्ञात कीजिए कि कौन सा मान इसे संतुष्ट करता है

(*a*) $x = -6$ (*b*) $x = -3$ (*c*) $x = 0$ (*d*) $x = 1$

(ii) $2x^2 - 3x = 0$ के मूल क्या होंगे?

(*a*) 0, 2 (*b*) 2, 3 (*c*) 3, 0 (*d*) 0, $\frac{3}{2}$

(iii) द्विघात समीकरण के बराबर मूलों के लिए:

(*a*) D < 0 (*b*) D = 0 (*c*) D ≥ 0 (*d*) D > 0

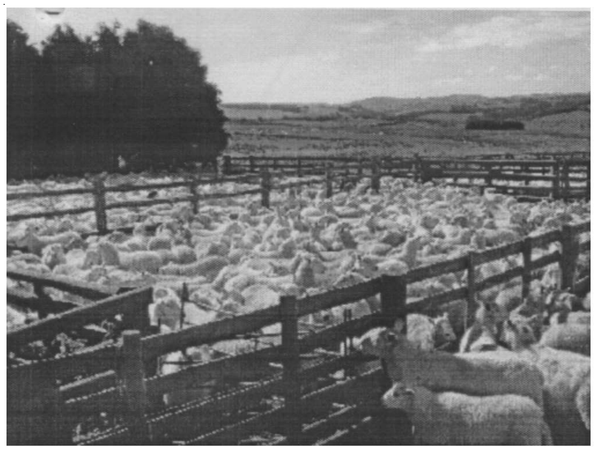
(iv) समीकरण $3x^2 + 4x - 5 = 0$ के मूलों का योग क्या होगा?

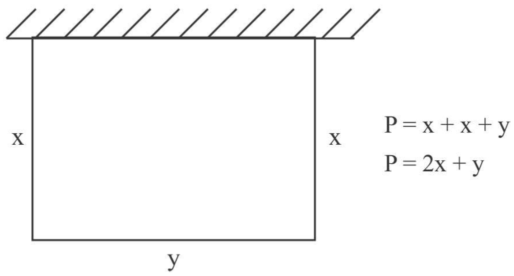
(*a*) $\frac{2}{3}$ (*b*) $\frac{-2}{3}$ (*c*) $\frac{-5}{3}$ (*d*) $\frac{-4}{3}$

(v) यदि $ax^2 + bx + c = 0$ एक द्विघात समीकरण हो तो अनिवार्य

(*a*) $a = 0$ (*b*) $b \neq 0$ (*c*) $a \neq 0$ (*d*) $c = 0$

8. एक किसान अपनी भेड़ों के लिए अपने घर के पास बगीचे में एक आयताकार बाड़ा बनाना चाहता है। बाड़ा बनाने के लिए किसान उसकी तीन ओर लकड़ी की बाड़ लगाने की योजना बनाता है। उसके पास बाड़ के लिए 60 मी. जिससे तीन ओर बन सकते हैं और दूसरी ओर ईंट दीवार होगी।





(i) यदि चौड़ाई x हो तो बाड़े की लम्बाई

(*a*) $60 - 2x$ (*b*) $2x + 6$ (*c*) $6x + 20$ (*d*) $20 - 6x$

(ii) दी गई स्थिति में बाड़े का क्षेत्रफल है (संकेतः (*i*) में ज्ञात लंबाई का प्रयोग करें)

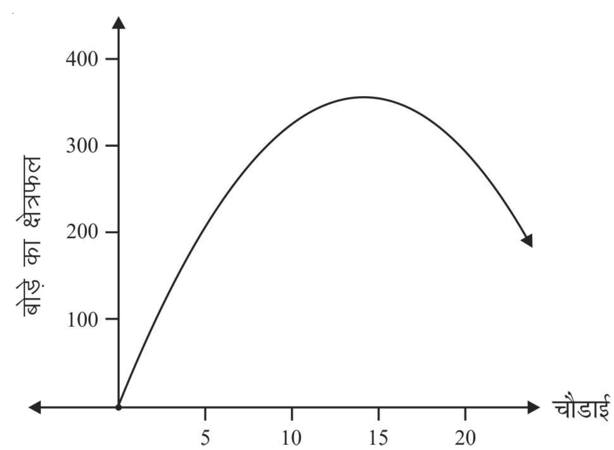
(*a*) $60x^2 - 2x$ (*b*) $60x + 2x^2$ (*c*) $6x - 20x^2$ (*d*) $60x - 2x^2$

(iii) यदि बाडे का क्षेत्रफल 250 हो तो द्विघात समीकरण होगा

(*a*) $x^2 - 30x + 250 = 0$ (*b*) $2x^2 - 30x + 250 = 0$

(*c*) $x^2 - 30x + 125 = 0$ (*d*) $2x^2 - 60x + 125 = 0$

(iv) प्रश्न 3 में मिली द्विघात समीकरण का ग्राफ बनाते हैं जो कि ऐसा हैः–



क्षेत्रफल अधिकतम है जब

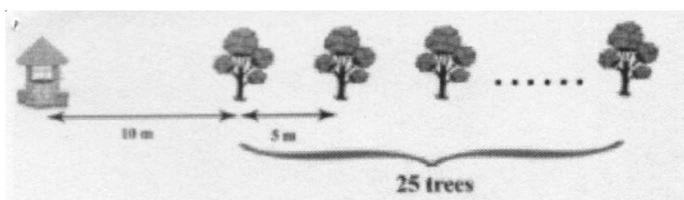
(*a*) चौड़ाई = 20 m (*b*) चौड़ाई = 15 m

(*c*) चौड़ाई = 25 m (*d*) चौड़ाई = 35 m

(v) यदि बाड़े का क्षेत्रफल 400 हो तो चौड़ाई है

(*a*) 10 या 20 (*b*) 40 या 20 (*c*) 20 या 20 (*d*) 40 या 40

9. जैसा कि हम जानते हैं कि पेड़ या पौधों को उगाने के लिए सूरज की रोशनी के साथ मिट्टी और पानी दोनों की जरूरत होती है। उनकी पत्तियों को हरा और फलों को बढ़ने के लिए पानी और सूरज से आवश्यक पोषण होगा। एक ग्रामीण भारतीय स्कूल माली ने पानी की जगह से कुछ दूरी पर एक अनुक्रम में स्कूल के कुछ पेड़ लगाए। कुएँ के साथ, एक पंक्ति बनाते हुए 5 मी. की समान दूसरी पर 25 पेड़ है व कुएँ के निकटमक पेड़ की दूरी 10 मी. है। माली हर पेड़ को अलग–अलग से पानी देता है, कुएं से शुरू कर वह पानी देकर कुएं तक वापिस आता है अगले पेड़ के लिए पानी लेने के लिए,



(i) निकटतम पेड़ को पानी देने व कुएँ तक वापिस आने में तय की गई दूरी हैः

(*a*) 10 m (*b*) 15 m (*c*) 20 m (*d*) 25 m

(ii) उपरोक्त स्थिति में बनी श्रेढ़ी है

(*a*) 20, 30, 40, 50 .... (*b*) 15, 30, 45, 60 ....

(*c*) 10, 15, 20, 25 .... (*d*) 25, 35, 45, 55 ....

(iii) कुल दूरी ज्ञात करने के लिए हमे सूत्र का प्रयोग करना होगा

(*a*) $a_n = a + (n + 1)d$ (*b*) $a_n = a + (n - 1)d$

(*c*) $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n + 1)d)$ (*d*) $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$

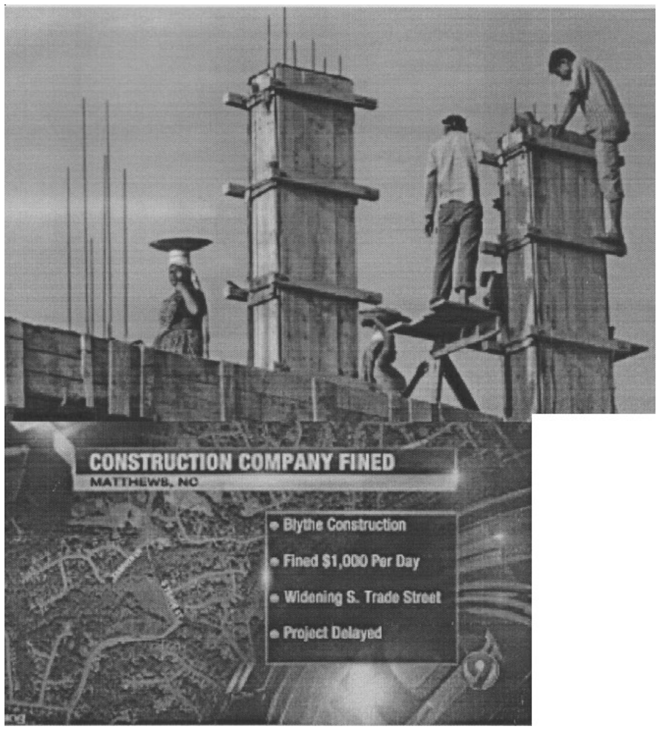
(iv) 25वां पेड़ को पानी देने में तय की गई दूरी

(*a*) 250 m (*b*) 260 m (*c*) 270 m (*d*) 280 m

(v) माली सभी पेड़ों को पानी देने में कुल दूरी तय करेगा

(*a*) 3000 m (*b*) 3500 m (*c*) 3800 m (*d*) 4000 m

10. एक निर्माण कंपनी को पुल निर्माण में देरी के लिए प्रति दिन के हिसाव से दंडित किया जाएगा। पहले दिन के लिए जुर्माना ₹ 4000 होगा और ₹1000 प्रतिदिन के हिसाबसे बढ़ता जाएगा। अपने बजट के आधार पर, कंपनी अधिकतम दंड ₹ 165000 अदा कर सकती है।



(i) निर्माण कंपनी द्वारा पहले दिन से अदा किए जाने वाला जुर्माना, श्रेढ़ी के रुप में

(*a*) 4000, 8000, 12000 .... (*b*) 4000, 5000, 6000 ....

(*c*) 5000, 6000, 7000 .... (*d*) 1000, 5000, 9000 ....

(ii) ऊपर की श्रेढ़ी का पहला पद और सार्व अंतर क्रमशः है

(*a*) 4000 और 4000 (*b*) 5000 और 1000

(*c*) 4000 और 1000 (*d*) 1000 और 4000

(iii) काम पूरा होने में अधिकतम दिनों की देरी हो सकती है ($S_n = 165000$)

(*a*) 10 दिन (*b*) 20 दिन (*c*) 15 दिन (*d*) 25 दिन

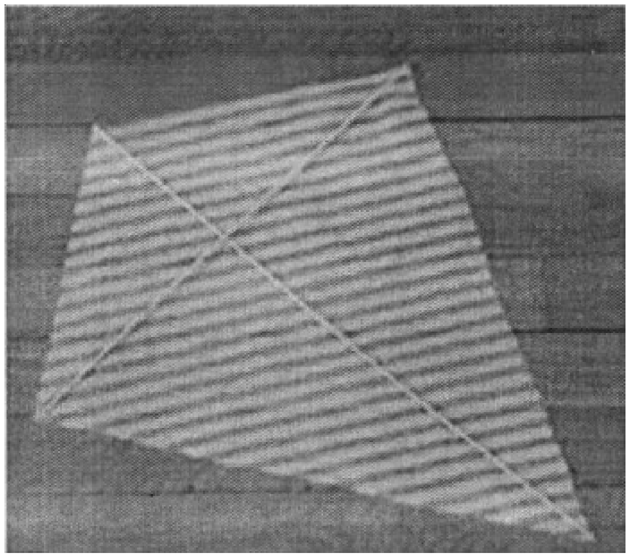
(iv) 10वें दिन लगाया गया जुर्माना

(*a*) 16000 (*b*) 15000 (*c*) 14000 (*d*) 13000

(v) यदि $(x + 1)$, $3x$ और $(4x + 2)$ समांतर श्रेढ़ी के प्रथम तीन पद हैं तो 5वां पद है

(*a*) 14 (*b*) 19 (*c*) 24 (*d*) 28

11. राहुल 10वीं कक्षा में पढ़ रहा है। वह रविवार को उड़ाने के लिए एक पतंग बना रहा है। पतंग बनाते हुए उसके दिमाग में कुछ प्रश्न आए। आकृति को देखकर उसके प्रश्नों के उत्तर दो



(i) राहुल तीलियों को दूसरे से कितने कोण पर बाँधे?

(*a*) 30° (*b*) 60° (*c*) 90° (*d*) 120°

(ii) पतंग के ऊपर के भाग के छोटे त्रिभुजों के लिए कौन सी समानता कसौटी लागू है?

(*a*) RHS (*b*) SAS (*c*) SSA (*d*) AAS

(iii) दो समरूप त्रिभुज की भुजाएं 4 : 9 के अनुपात में है। इन त्रिभुजों की संगत माध्यिकाओं का अनुपात हैः

(*a*) 2 : 3 (*b*) 4 : 9 (*c*) 81 : 16 (*d*) 16 : 81

(iv) एक त्रिभुज में, यदि एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है। यह प्रमेय कहलाती हैः

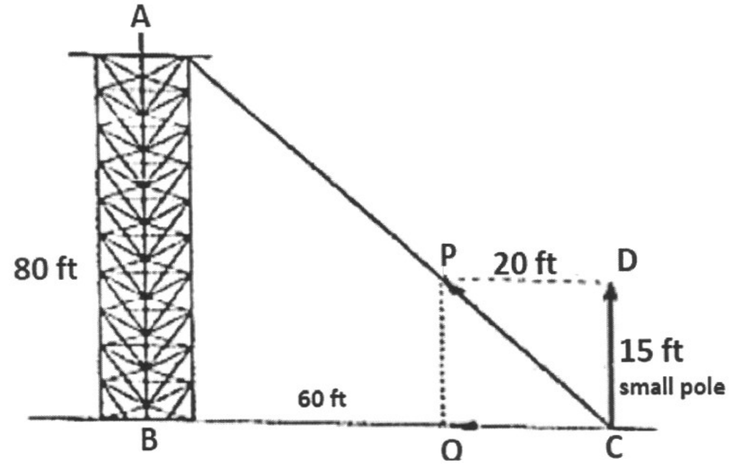
(*a*) पाइथागोरस प्रमेय (*b*) थेल्स प्रमेय

(*c*) थेल्स प्रमेय का विलोम (*d*) पाइथागोरस प्रमेय का विलोम

(v) पतंग को क्षेत्रफल क्या है, अगर वह 6 cm और 8 cm लम्बाई वाली दो लम्बवत् तीलियों से बनी है?

(*a*) 48 cm^2 (*b*) 14 cm^2 (*c*) 24 cm^2 (*d*) 96 cm^2

12. शंकर के घर के पास एक टावर मौजूद है। टॉवर AB के शीर्ष को स्टील के तार से जमीन पर बाँधा गया है। एक दिन शंकर ने पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करते हुए सबसे लम्बे तार को मापने की कोशिश की



(i) आकृति में तार AC की लम्बाई है। (BC = 60 ft लें)

(*a*) 75 ft (*b*) 100 ft (*c*) 120 ft (*d*) 90 ft

(ii) ΔABC का क्षेत्रफल क्या है?

(*a*) 2400 ft^2 (*b*) 4800 ft^2 (*c*) 6000 ft^2 (*d*) 3000 ft^2

(iii) PC तार की लम्बाई क्या है?

(*a*) 20 ft (*b*) 30 ft (*c*) 25 ft (*d*) 40 ft

(iv) ΔABC में कर्ण की लम्बाई क्या है?

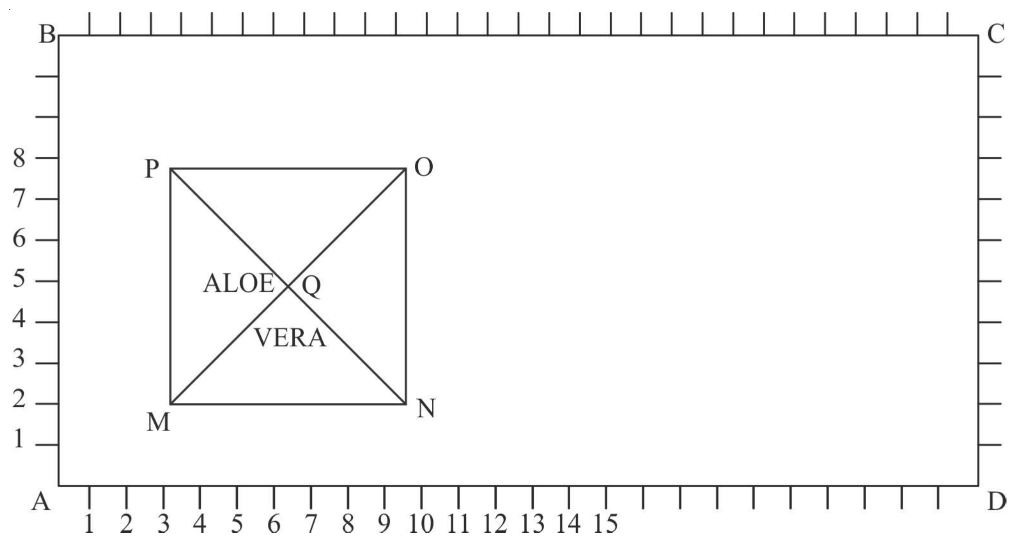
(*a*) 100 ft (*b*) 80 ft (*c*) 60 ft (*d*) 120 ft

(v) ΔPOC का क्षेत्रफल क्या है?

(*a*) 100 ft^2 (*b*) 150 ft^2 (*c*) 200 ft^2 (*d*) 250 ft^2

13. रोहिणी के एक उच्च माध्यमिक विद्यालय के इको क्लब को एक आयताकार भूखंड में हर्बल गार्डन बनाना है (चित्र देखें) इस भूखंड की सीमा पर चारों ओर 1 मीटर की दूरी पर तुलसी के पौधे लगाए गए हैं। इस भूखंड में एक वर्गाकार खंड है (चित्र में देखें) जिसमें एलोवेरा (ALOEVERA) लगाए जाएंगे। शेष क्षेत्र में विद्यार्थी अन्य हर्बल पौधे लगाऐंगे।

चित्र के नीचे दिए प्रश्नों के उत्तर दीजिएः–



(i) यदि A मूल बिन्दु हो तो M के निर्देशांक क्या होंगे?

(*a*) (4, 0) (*b*) (4, 2) (*c*) (4, 1) (*d*) (0, 4)

(ii) D के निर्देशांक क्या होंगे?

(*a*) (0, 23) (*b*) (22, 0) (*c*) (23, 0) (*d*) (23, 1)

(iii) MO की दूरी कितनी होगी?

(*a*) $\sqrt{2}$ (*b*) $3\sqrt{3}$ (*c*) $5\sqrt{2}$ (*d*) $6\sqrt{2}$

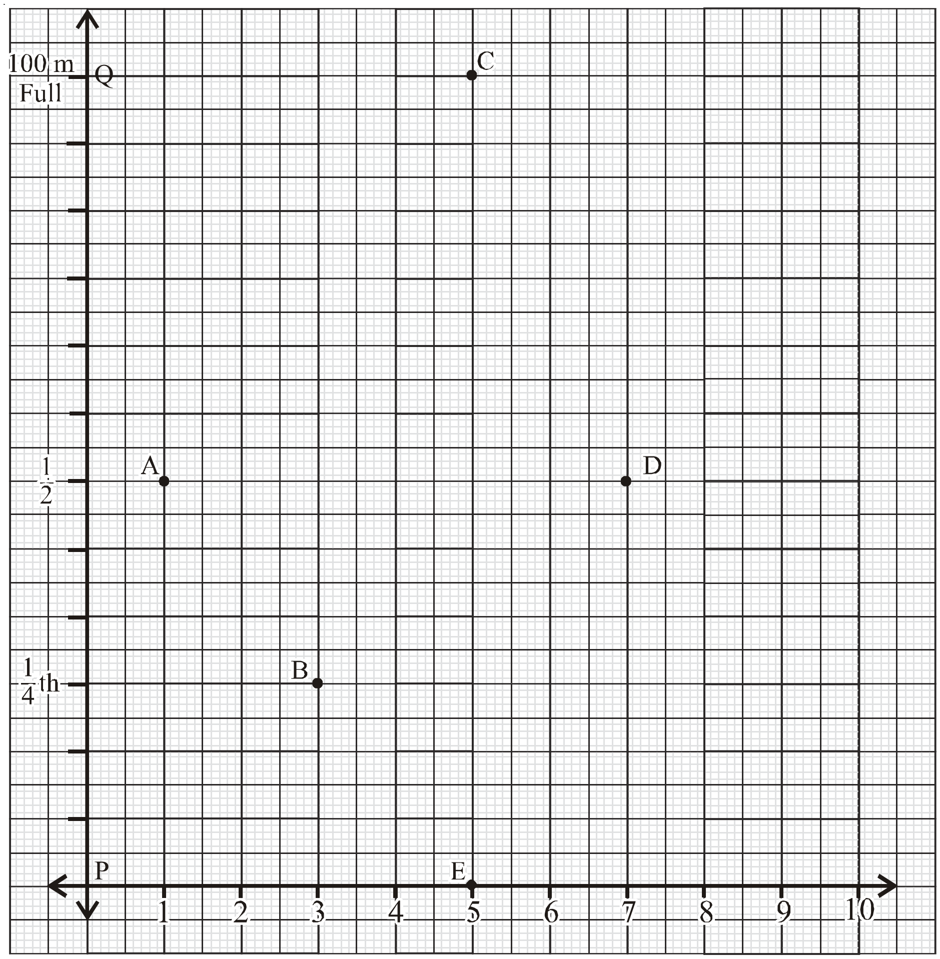
(iv) PN का मध्यबिन्दू क्या होगा?

(*a*) (7, 5) (*b*) (14, 10) (*c*) (4, 8) (*d*) (10, 2)

(v) यदि वर्ग MNOP के दोनों विकर्णों को मिलाएं तो बिन्दु Q, विकर्ण PN और MO को किस अनुपात में विभाजित करेगा?

(*a*) 2 : 1 (*b*) 1 : 1 (*c*) K : 1 (*d*) m : n

14. RPVV सूरजमल के खेल दिवस पर 100 मीटर की दौड़ का एक कार्यक्रम है। प्रतिभागियों को 1 मीटर की दूर पर बनी पंक्तियों में दौड़ना है जैसा चित्र में दर्शाया गया है। किसी एक समय पर प्रतियोगी A, B, C, D पर स्थित हैं। A ने PQ की आधी दूरी तय की है, B ने PQ की एक चौथाई दूरी तय की है, C ने दूरी PQ तय कर ली है तथा D ने PQ की आधी दूरी तय की है। P को मूल बिन्दु मानते हुए, चित्र के नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिएः–



(i) A, B, C, D को मिलाने पर आपको क्या आकृति मिलती है?

(*a*) वर्ग (*b*) आयत (*c*) समचतुर्भुज (*d*) चतुर्भुज

(ii) ABCD के अंतर्गत क्षेत्रफल बताऐं

(*a*) 250 वर्ग इकाई (*b*) 275 वर्ग इकाई

(*c*) 225 वर्ग इकाई (*d*) 300 वर्ग इकाई

(iii) यदि बिन्दु E पर एक और प्रतिभागी हो जो जूते की समस्या के कारण भाग ही नहीं पाया तो E के निर्देशांक क्या होंगे?

(*a*) (0, 5) (*b*) (5, 10) (*c*) (5, 0) (*d*) (5, 5)

(iv) C तथा E के बीच दूरी कितनी होगी?

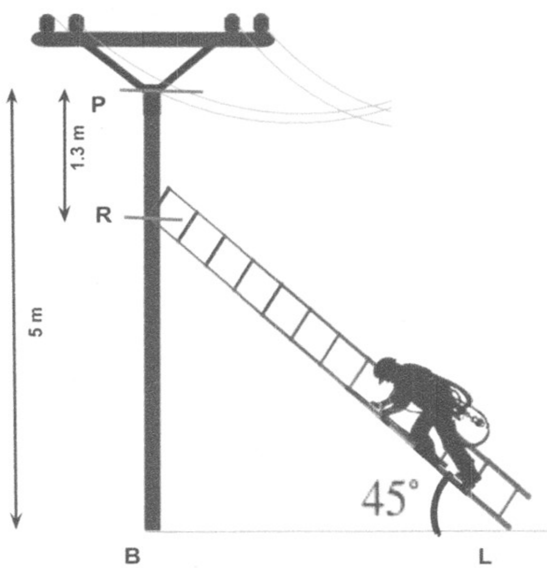
(*a*) 10 (*b*) 100 (*c*) 50 (*d*) 70

(v) बिन्दु B, AE को किस अनुपात में विभाजित करता है?

(*a*) 2 : 1 (*b*) 1 : 2 (*c*) 3 : 2 (*d*) 1 : 1

15. एक बिजली मिस्त्री को एक 5 m ऊँचे खंभे पर आई खराबी की मरम्मत करनी है। मरम्मत का काम करने के लिए उस खंभे के शिखर से 1.3 नीचे एक बिन्दु तक वह पहुँचना चाहता है। सीढ़ी को क्षैतिज से 45° के कोण पर झुका कर खड़ा किया गया है।

(यहाँ आप $\sqrt{2} = 1.41$ ले सकते हैं।)



(i) RB की लम्बाई कितनी है?

(*a*) 3.7 m (*b*) 1.3 m (*c*) 7.4 m (*d*) 2.6 m

(ii) खंभे के पाद–बिन्दु और सीढ़ी के पाद–बिन्दु के बीच की दूरी कितनी है?

(*a*) 1.3 m (*b*) 3.7 m (*c*) 7.4 m (*d*) $3.7\sqrt{2}$ m

(iii) सीढ़ी की लम्बाई कितनी है?

(*a*) 3.7 m (*b*) 7.4 m (*c*) 5.217 m (*d*) 7.05 m

(iv) ∠LRB का माप क्या है?

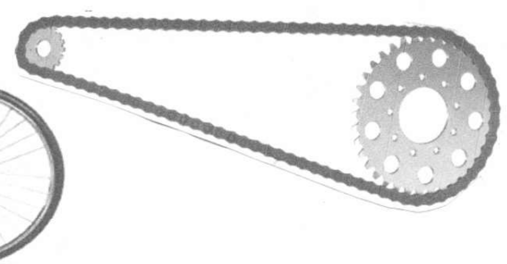
(*a*) 90° (*b*) 30° (*c*) 60° (*d*) 45°

(v) ∠LRB किस प्रकार का त्रिभुज है?

(*a*) विषमबाहु त्रिभुज (*b*) अधिककोण त्रिभुज

(*c*) समबाहु त्रिभुज (*d*) समद्विबाहु त्रिभुज

16. सुरेश अपनी साइकिल से अपने स्कूल जा रहा था। अचानक उसकी साइकिल की चेन में खराबी आ जाती है। वह साइकिल को नजदीक के साइकिल मैकेनिक के पास ले जाता है। वहाँ पर वह साइकिल के चेन पहियों को ध्यानपूर्वक देखता है। उसे पता लगता है कि दोनों चेन पहिए लगभग वृत्त के आकार के हैं।

(i) यदि दोनों चेन पहियों को वृत्त माना जाए तो स्पर्श रेखाओं की कुल संख्या हैः

(*a*) 1 (*b*) 2 (*c*) 3 (*d*) 4

(ii) यदि दोनों चेन पहियों को एक दूसरे से स्पर्श करते हुए सटा कर रखा जाए और इनके व्यास 42 cm तथा 14 cm हों, तो इनके केन्द्रों के बीच की दूरी हैः

(*a*) 7 cm (*b*) 14 cm (*c*) 28 cm (*d*) 56 cm

(iii) वृत्त और उसकी स्पर्श रेखा का उभयनिष्ठ बिन्दु कहलाता हैः

(*a*) स्पर्श रेखा का बिन्दु (*b*) वृत्त का बिन्दु

(*c*) त्रिज्या का बिन्दु (*d*) स्पर्श बिन्दु

(iv) वृत्त की दो समांतर स्पर्श रेखाओं के बीच की दूरी, सदैव बराबर होती हैः

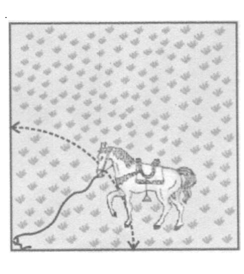
(*a*) त्रिज्या के (*b*) जीवा के

(*c*) व्यास के (*d*) छेदक रेखा के

(v) केन्द्र O तथा त्रिज्या 14 cm वाले वृत्त के किसी बाह्य बिन्दु P से इस पर स्पर्श रेखा PT = 48 cm खींची जाती है। OP की लम्बाई हैः

(*a*) 62 cm (*b*) 50 cm (*c*) 25 cm (*d*) 34 cm

17. 15 भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खूँटे से एक घोड़े को 5 m लंबी रस्सी से बाँध दिया गया है। निम्न प्रश्नों को हल करने के लिए $\pi = 3.14$ लीजिए।



(i) घास के मैदान का क्षेत्रफल क्या है?

(*a*) 225 m (*b*) 225 m^2 (*c*) 225 πm^2 (*d*) $\frac{225}{4}\pi m^2$

(ii) मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जहाँ घोड़ा घास चर सकता है:

(*a*) 19.625 m^2 (*b*) 78.5 m^2 (*c*) 196.25 m^2 (*d*) 19.265 m^2

(iii) यदि रस्सी की लम्बाई 10 m हो तो चरे जा सकने वाला क्षेत्रफल है:–

(*a*) 7.85 m^2 (*b*) 78.5 m^2 (*c*) 225 m^2 (*d*) 785 m^2

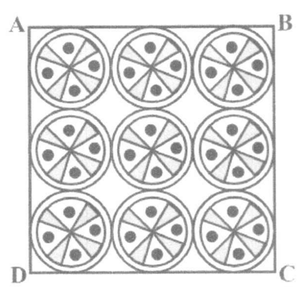
(iv) चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि, यदि घोड़े को 5 m लंबी रस्सी के स्थान पर 10 m लंबी रस्सी से बाँध दिया जाए:–

(*a*) 58.875 m^2 (*b*) 58 m^2 (*c*) 58.758 m^2 (*d*) 78.5 m^2

(v) घोड़े द्वारा घास के मैदान को चरने में अंतरित किया गया कोण है:–

(*a*) 45° (*b*) 90° (*c*) 60° (*d*) 360°

18. एक वर्गाकार रूमाल पर, नौ वृत्ताकार डिजाइन बने हैं, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या 7 cm है।



(i) वर्ग की भुजा की लम्बाई क्या है?

(*a*) 7 cm (*b*) 21 cm (*c*) 42 cm (*d*) 84 cm

(ii) वर्ग का क्षेत्रफल कितना है?

(*a*) 1764 cm^2 (*b*) 441 cm^2 (*c*) 49 cm^2 (*d*) 7056 cm^2

(iii) एक वृत्ताकार डिजाइन का क्षेत्रफल कितना है?

(*a*) 49 π cm^2 (*b*) 7 π cm^2 (*c*) 9 π cm^2 (*d*) 14 π cm^2

(iv) नौ वृत्ताकार डिजाइनों का क्षेत्रफल क्या है?

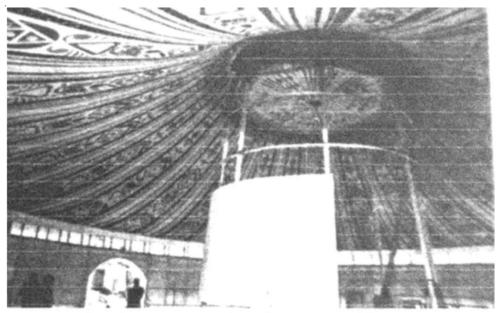
(*a*) 154 cm^2 (*b*) 1386 cm^2 (*c*) 1836 cm^2 (*d*) 451 cm^2

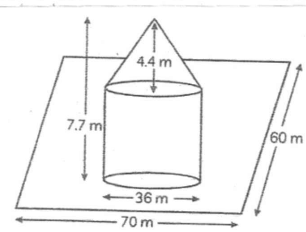
(v) वर्गाकार रुमाल के शेष भाग का क्षेत्रफल क्या है?

(*a*) 378 cm^2 (*b*) 783 cm^2 (*c*) 738 cm^2 (*d*) 387 cm^2

19. उत्तर तंत्र सरबजनिन दुर्गोत्स्तव समिति ने मेगा बजट को ध्यान में रखते हुए अपनी दुर्गा पूजा की योजना एक वर्ष पहले शुरू कर दी थी।

नगर निगम, बदायूं (उत्तर प्रदेश), भारत द्वारा भोलाराम टेंट को मेगा फंक्शन के पड़ाल (टेंट) को सेटअप करने का अनुबंध दिया जा रहा है। वास्तुकार ने 7.7 मीटर ऊँचाई के टेंट का डिजाइन किया जोकि 36 मी व्यास व 4.4 मी ऊँचाई वाले एक लम्ब गोलाकार बेलन पर अध्यारोपित एक लम्ब गोलाकार शंकु के रूप में है। यह टेंट, 70 मी $\times$ 60 मी विमाओं वाले एक आयताकार पार्क में सेटअप है जैसाकि नीचे दिखाया गया है। टेंट कैनवास से बना है। ($\pi = 3.14$ लीजिए)





उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्ही चार के उत्तर दीजिए:

(i) मजदूरों के लिए सामान की खरीद को अंतिम रूप देने के लिए, शंक्वाकार भाग की ऊँचाई है:

(*a*) 2.3 मीटर (*b*) 6.3 मीटर (*c*) 3.3 मीटर (*d*) 12.1 मीटर

(ii) शंक्वाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई है:

(*a*) 18.3 मीटर (*b*) 18.7 मीटर (*c*) 19.1 मीटर (*d*) 19.4 मीटर

(iii) कैनवास को खरीदने के लिए, टेंट बनाने में प्रयोग किए गए कैनवास का क्षेत्रफल लगभग है:

(*a*) 1353 वर्ग मीटर (*b*) 1386 वर्ग मीटर

(*c*) 1406 वर्ग मीटर (*d*) 1533 वर्ग मीटर

(iv) ₹ 4.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से कैनवस का मूल्य है:

(*a*) ₹ 6327 (*b*) ₹ 6237 (*c*) ₹ 6898.50 (*d*) ₹ 6088.50

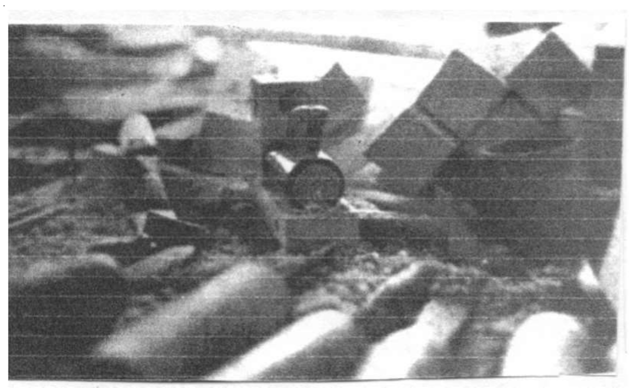
(v) टेंट के बाहर के आयताकार पार्क का क्षेत्रफल है:

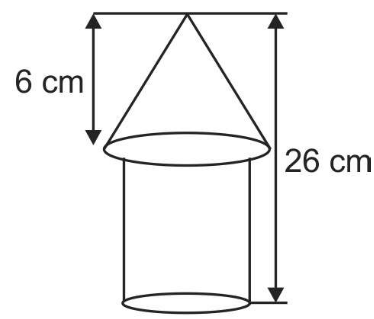
(*a*) 1883 वर्ग मीटर (*b*) 2864.64 वर्ग मीटर

(*c*) 3182.64 वर्ग मीटर (*d*) 4200 वर्ग मीटर

20. एक खिलौने बनाने वाली कम्पनी में, एक खिलौना बनाने के लिए लकड़ी के टुकड़ों को जोड़ा जाता है और उसे रंगा जाता है। एक विशिष्ट खिलौना जोकि बेलन के ऊपर शंकु के आकार का है। लकड़ी प्रसंस्करण गतिविधि केन्द्र के लिए, लकड़ी की स्टोरेज से बाहर निकाला जाता है। उसके बाद उस रफ पॉलिशिंग की जाती है। फिर इसे काटकर ड्रिल किया जाता है और इसमें उस पर छेद किए जाते हैं। फिर सैंड पेपर के द्वारा इसे अच्छी तरह पॉलिश किया जाता है।

खुदरा पैकजिंग और विवरण गतिविधि केन्द्र के लिए, पॉलिश किए गए लकड़ी के सभी भागों को एक साथ जोड़ा जाता है। फिर पेंट का उपयोग करके इसे सजाया जाता है।





खिलौने की कुल ऊँचाई 26 सेमी है और शंक्वाकार भाग की ऊँचाई 6 सेमी है। शंक्वाकार भाग का व्यास 5 सेमी तथा बेलनाकार भाग का व्यास 4 सेमी है।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्ही चार के उत्तर दीजिए:

(i) यदि इसके बेलनाकार भाग पर पीला रंग किया जाए, तो रंगे जाने वाले भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा–

(*a*) 80 π वर्ग सेमी (*b*) 82 π वर्ग सेमी

(*c*) 84 π वर्ग सेमी (*d*) 88 π वर्ग सेमी

(ii) यदि इसके शंक्वाकार भाग पर हरा रंग किया जाए, तो रंगे जाने वाले भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा–

(*a*) 26.5 π वर्ग सेमी (*b*) 22.5 π वर्ग सेमी

(*c*) 20.5 π वर्ग सेमी (*d*) 18.5 π वर्ग सेमी

(iii) इस खिलौने को बनाने में लगी लकड़ी का आयतन है–

(*a*) 92.5 π घन सेमी (*b*) 89.5 π घन सेमी

(*c*) 85.5 π घन सेमी (*d*) 72.5 π घन सेमी

(iv) यदि खिलौने को रंगने का खर्च 3 पैसे प्रति वर्ग सेमी हो, तो एक खिलौने को रंगने का खर्च होगाः (π = 3.14 लीजिए)

(*a*) ₹ 10 (*b*) ₹ 9.65 (*c*) ₹ 9.84 (*d*) ₹ 10.25

(v) यदि रंगने वाले खिलौनों की संख्या 100 या उससे अधिक हो, तो रंग करने वाली कम्पनी 5% की छूट देती है। 200 खिलौनों को रंगने का खर्च होगा–

(*a*) ₹ 1900.50 (*b*) ₹ 1869.50 (*c*) ₹ 1833.50 (*d*) ₹ 1805.50

21. 'स्वच्छ भारत अभियान' के अंतर्गत, दिल्ली के एक क्षेत्र के कुछ घरों ने कुछ पौधों को लगाकर अपने क्षेत्र के एक स्कूल की सफाई और सौंदयीकरण का फैसला किया। इस कार्य के लिए उन्होंने विद्यालय के बच्चों तथा स्थानीय लोगों को शामिल किया।

विभिन्न घरों द्वारा दिए गए पौधों की संख्या को निम्न तालिका में दर्शाया गया हैः

दिए गए पौधों की संख्या	1 – 3	4 – 6	7 – 9	10 – 12	13 – 15	16 – 18
घरों की संख्या	10	8	x	7	12	4

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिएः

(i) यदि दिए गए पौधों की संख्या का औसत 8.9 है, तो 7 से 9 पौधे लगाने वाले घरों की संख्या कितनी है?

(*a*) 6 घर (*b*) 7 घर (*c*) 8 घर (*d*) 9 घर

(ii) विद्यालय की सुंदरता बढ़ाने के लिए कितने घरों ने सहयोग किया?

(*a*) 50 घर (*b*) 49 घर (*c*) 48 घर (*d*) 47 घर

(iii) बारंबारता वितरण का बहुलक है:

(*a*) 11.5 (*b*) 12.65 (*c*) 13.25 (*d*) 13.65

(iv) माध्य, माध्यक व बहुलक के अनुकरणीय (Empirical) संबंध का प्रयोग करते हुए बारंबारता वितरण का माध्यक ज्ञात कीजिए।

(*a*) 9.77 (*b*) 10.48 (*c*) 10.35 (*d*) 10.15

(v) बारंबारता विरण का माध्यक वर्ग है:

(*a*) 3.5 – 6.5 (*b*) 6.5 – 9.5 (*c*) 9.5 – 12.5 (*d*) 12.5 – 15.5

22. एक टेलीफोन डायरेक्टरी से 100 उपनामों को यादृच्छया लिया गया और उपनामों में अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का बारंबारता विरण निम्नानुसार प्राप्त किया गया है।

अक्षरों की सख्या	1 – 4	4 – 7	7 – 10	10 – 13	13 – 16	16 – 19
उपनामों की सख्या	6	30	40	16	4	4

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिए:

(i) माध्यक वर्ग की ऊपरी सीमा क्या है?

(*a*) 10 (*b*) 13 (*c*) 16 (*d*) 19

(ii) उपनामों में अक्षरों का माध्यक ज्ञात कीजिए।

(*a*) 8.5 (*b*) 8 (*c*) 7.88 (*d*) 8.32

(iii) बहुलक वर्ग की ऊपरी सीमा क्या है?

(*a*) 13 (*b*) 19 (*c*) 10 (*d*) 16

(iv) माध्यक व बहुलक वर्ग की निम्न सीमा का योग है:

(*a*) 10 (*b*) 12 (*c*) 20 (*d*) 14

(v) माध्यक वर्ग की संचयी बारंबारता है:

(*a*) 36 (*b*) 76 (*c*) 92 (*d*) 96

23. एक क्लब में, आदमी ताश का गेम खेल रहे हैं। रमेश नाम का आदमी, अच्छी तरह फेंटे गए ताश के पत्तों में से एक पत्ता निकालता है।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्ही चार के उत्तर दीजिए:

(i) लाल रंग के बादशाह की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(*a*) $\frac{1}{26}$ (*b*) $\frac{3}{13}$ (*c*) $\frac{3}{26}$ (*d*) $\frac{1}{52}$

(ii) चित्र वाले पत्ते की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(*a*) $\frac{1}{26}$ (*b*) $\frac{3}{13}$ (*c*) $\frac{3}{26}$ (*d*) $\frac{1}{52}$

(iii) पान के गुलाम की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(*a*) $\frac{1}{26}$ (*b*) $\frac{3}{13}$ (*c*) $\frac{1}{52}$ (*d*) $\frac{1}{4}$

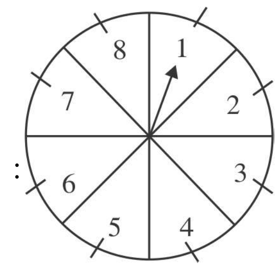
(iv) चिड्डी के पत्ते की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(*a*) $\frac{1}{26}$ (*b*) $\frac{3}{13}$ (*c*) $\frac{1}{52}$ (*d*) $\frac{1}{4}$

(v) ईंट की बेगम की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(*a*) $\frac{1}{26}$ (*b*) $\frac{3}{13}$ (*c*) $\frac{1}{52}$ (*d*) $\frac{1}{4}$

24. संयोग के एक खेल में एक तीर को घुमाकर 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, में से किसी एक पर आकर रुक जाती है (जैसाकि चित्र में दिखाया गया है।) और इसमें आने वाले सभी परिणामों की संभावनाएँ बराबर है।



उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिएः

(i) सभी संभव परिणामों की संख्या क्या होगी?

(*a*) 8 (*b*) 1 (*c*) 36 (*d*) 4

(ii) घुमावदार तीर के 8 दर्शाने की प्रायिकता क्या होगी?

(*a*) $\frac{1}{8}$ (*b*) $\frac{1}{2}$ (*c*) $\frac{3}{4}$ (*d*) 1

(iii) घुमावदार तीर के 2 से अधिक दर्शाने की प्रायिकता क्या होगी?

(*a*) $\frac{1}{8}$ (*b*) $\frac{1}{2}$ (*c*) $\frac{3}{4}$ (*d*) 1

(iv) घुमावदार तीर के विषम संख्या की दर्शाने की प्रायिकता क्या होगी?

(*a*) $\frac{1}{8}$ (*b*) $\frac{1}{2}$ (*c*) $\frac{3}{4}$ (*d*) 1

(v) घुमावदार तीर के 9 से कम संख्या को दर्शाने की प्रायिकता क्या होगी?

(*a*) $\frac{1}{8}$ (*b*) $\frac{1}{2}$ (*c*) $\frac{3}{4}$ (*d*) 1

उत्तर

1. (i) (d) 12

(ii) (c) 21

(iii) (b) 15

(iv) (a) m = 2

(v) (d) 2, – 1

2. (i) (c) 840

(ii) (a) 42

(iii) (c) 70

(iv) (b) 84

(v) (c) 1680

3. (i) (b) $(x + 6), (x + 3), (x + 1)$

(ii) (b) 40 घन इकाई

(iii) (b) 200

(iv) (b) 2

(v) (b) $(x + 3)(x + 3)(x + 6)$

4. (i) (d) 7

(ii) (a) 3, 4

(iii) (d) $(x - 5)(x - 4)(x - 3)$

(iv) (c) $x^3 - 11x^2 + 40x - 48$

(v) (c) $x^2 - 7x + 12$

5. (i) (b) प्रतिच्छेदी

(ii) (b) 65, 55

(iii) (a) 55

(iv) (b) 315

(v) (c) $x + 4y = 315$

6. (i) (a) प्रतिच्छेदी

(ii) (b) (2, 0)

(iii) (d) (0, 6)

(iv) (b) (6, 6)

(v) (a) 6

7. (i) (d) $x = 1$

(ii) (d) $x = 0, \frac{3}{2}$

(iii) (b) $D = 0$

(iv) (d) $-\frac{4}{3}$

(v) (c) $a \neq 0$

8. (i) (a) $60 - 2x$
   (ii) (d) $60x - 2x^2$
   (iii) (c) $x^2 - 30x + 125 = 0$
   (iv) (b) चौड़ाई = 15 मी
   (v) (a) 10 or 20
9. (i) (c) 20 मी
   (ii) (a) 20, 30, 40, 50 .....
   (iii) (d) $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$
   (iv) (b) 260 मी
   (v) (b) 3500 मी
10. (i) (b) 4000, 5000, 6000
   (ii) (c) 4000 और 1000
   (iii) (c) 15 दिन
   (iv) (d) 13000
   (v) (d) 28
11. (i) (c) 90°
   (ii) (b) SAS
   (iii) (b) 4 : 9
   (iv) (d) पाइथागोरस का विलोम
   (v) (a) 48 वर्ग से.मी.
12. (i) (b) 100 फीट
   (ii) (a) 2400 वर्ग फीट
   (iii) (c) 25 फीट
   (iv) (a) 100 फीट
   (v) (b) 150 वर्ग फीट
13. (i) (b) M (4, 2)
   (ii) (c) (23, 0)

(iii) (d) $6\sqrt{2}$

(iv) (a) (7, 5)

(v) (b) 1 : 1

14. (i) (d)

(ii) (c)

(iii) (c)

(iv) (b)

(v) (d)

15. (i) (a)

(ii) (b)

(iii) (c)

(iv) (d)

(v) (d)

16. (i) (b)

(ii) (c)

(iii) (d)

(iv) (c)

(v) (b)

17. (i) (b)

(ii) (a)

(iii) (b)

(iv) (a)

(v) (b)

18. (i) (c)

(ii) (a)

(iii) (a)

(iv) (b)

(v) (a)

19. (i) (c) 3.3 मीटर

(ii) (a) 18.3 मीटर

(iii) (d) 1533 वर्ग मीटर

(iv) (c) ₹ 6898.50

(v) (c) 3182.64 वर्ग मीटर

20. (i) (c) 84 π वर्ग सेंटीमीटर

(ii) (d) 18.5 π वर्ग सेंटीमीटर

(iii) (a) 92.5 π घन सेंटीमीटर

(iv) (b) ₹ 9.65

(v) (c) ₹1833.50

21. (i) (d) 9 घर (ii) (a) 50 घर

(iii) (c) 13.65 (iv) (b) 10.48

(v) (b) 6.5 – 9.5

22. (i) (a) 10 (ii) (a) 8.5

(iii) (c) 10 (iv) (d) 14

(v) (b) 76

23. (i) (a) $\frac{1}{26}$ (ii) (b) $\frac{3}{13}$

(iii) (c) $\frac{1}{52}$ (iv) (d) $\frac{1}{4}$

(v) (c) $\frac{1}{52}$

24. (i) (a) 8 (ii) (a) $\frac{1}{8}$

(iii) (c) $\frac{3}{4}$ (iv) (b) $\frac{1}{2}$

(v) (d) 1

गणित अभ्यास प्रश्न पत्र–1

समय : 3 घंटे **अधिकम अंक : 80**

सामान्य निर्देश :

1. इस प्रश्न पत्र में दो भाग 'अ' और 'ब' है।

2. भाग – अ और भाग – ब दोनों में आंतरिक विकल्प प्रदान किये गए हैं।

भाग – अ

1. इसमें दो खंड है, I और II।
2. खंड – I में 1 अंक के 16 प्रश्न हैं। 5 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गये हैं।
3. खंड – II में स्थिति पर आधारित (Case study Based) 4 प्रश्न हैं। प्रत्येक में 5 उप–भाग हैं परीक्षार्थी को 5 उप–भागों में से किसी भी 4 उप–भागों को हल करना है।

भाग – ब

1. प्रश्न संख्या 21 से 26 अति लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 2 अंक का है।
2. प्रश्न संख्या 27 से 33 लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 3 अंक का है।
3. प्रश्न संख्या 34 सये 36 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं और प्रत्येक 5 अंक का है।
4. आंतरिक विकल्प 2 अंकों के 2 प्रश्नों में, 3 अंकों के 2 प्रश्नों में तथा 5 अंकों के 1 प्रश्न में प्रदान किया गया है।

भाग – अ

खंड – I

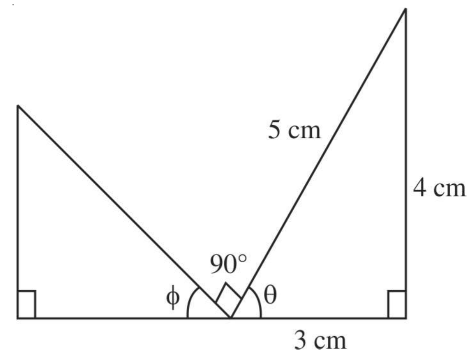
1. यदि दो घनात्मक पूर्णांकों P और q को $p = a^3b^2$ और $q = ab^3c^2$ के रूप में दर्शाया जा सकता है, जहाँ a, b, c अभाज्य संख्याएँ है तो p और q का L.C.M क्या होगा?

अथवा

दिया है, HCF (306, 657) = 9, तो LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए।

2. यदि एक बहुपद $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + k$, का एक मूल है तो k का मान ज्ञात कीजिए।

3. दी गई आकृति में $\cos\phi$ का मान ज्ञात कीजिए।



4. यदि $ad \neq bc$, तो पता लगाइए कि रैखिक समीकरण के युग्म, $ax + by = p$ और $cx + dy = q$ का कोई हल नहीं, अद्वितीय हल या अनगिनत हल होंगे।

5. k के किस मान के लिए समीकरण $kx(x - 2) + 6 = 0$ के बराबर मूल होंगे।

6. द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें मूल 3 और –3 हो।

अथवा

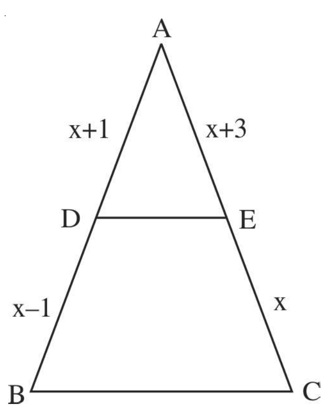
गुणनंखड विधि द्वारा हल कीजिए $\sqrt{3}x^2 + 10x + 7\sqrt{3} = 0$

7. A.P., 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ------- + 10 का हल ज्ञात किजिए।

अथवा

2, 7, 12, ... सं. क्षें. (A.P.) का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

8. दी गई आकृति में $DE \| BC$. तो x का मान ज्ञात कीजिए।



9. बिंदु A, के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वृत का व्यास है जिसका केन्द्र (2, –3) और B (1,4) है।

10. व्यंजक ($\cos^2 23° - \sin^2 67°$) का मान ज्ञात किजिए।

अथवा

Δ ABC, समकोण है B पर, AB = 24 cm, BC = 7 cm. sin A का मान पता लगाइए।

11. एक रेखा m, 5 cm त्रिज्या वाले वृत की स्पर्श रेखा है। केन्द्र और रेखा m के बीच की दूरी ज्ञात किजिए।

12. बिन्दु P पर स्पश रेखा PQ 5 cm त्रिज्या वाले वृत को केन्द्र O से गुजरने वाली रेखा को बिन्दु Q पर मिलती है, जिसमें OQ = 13cm, तो PQ की लम्बाई क्या होगी।

अथवा

यदि केन्द्र O वाले वृत पर बिंदु P से बनी दो स्पर्श रेखाएँ PA और PB एक दूसरे पर 80°, का कोण बनाते हें, $\angle$POA का माप क्या होगा?

13. रेखाखंड AB को अनुपात 2 : 3, में बाँटने के लिए, किरण AX बनाई जाती है जबकि $\angle$BAX न्यून कोण है और फिर AX पर बराबर दूरी पर चापें लगाए जाते हैं। इन चापों की न्यूनतम संख्या ज्ञात किजिए।

14. अर्द्धगोलाकार चाँदे का परिमाप निकालिए जिसकी त्रिज्या 7cm है।

15. एक धातु के ठोस शंकु को बराबर त्रिज्या वाले बेलन में बदला गया। यदि बेलन की ऊँचाई 5 cm हो तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

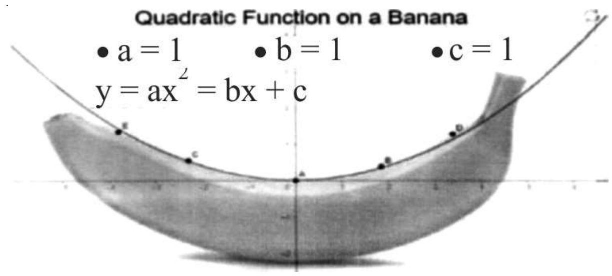
16. ΔABC जिसके शीर्ष बिंदु A(7, –3), B(5, 3) और C(3, –1) है तो माध्यिकाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।

खंड-II

केस स्टडी आधारित प्रश्न

नीचे दिए गए स्टडी आधारित प्रश्नों को पढ़ें और पाँच में से किन्हीं चार का उत्तर दीजिए।

17. निम्न द्विघात बहुपद केले की प्राकृतिक आकृति को दर्शा सकता है। अब, हम जानते हैं कि परवलय आकृति का द्विघात बहुपद होगा इसलिए इसका मानक रूप $f(x) = ax^2 + bx + c$ है। केले की परवलय आकृति का समीकरण ज्ञात करने के लिए a, b, और c का मान ज्ञात करना होगा।



1. यदि द्विघात बहुपद $x^2 + 3x + k$ का एक मूल 2, है तो k का मान है।

(a) 10 (b) – 10 (c) 5 (d) –5

2. केले की आकृति के लिए दिए बहुपद के शून्यकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

3. यदि केले का वक्र $f(x) = x^2 + x - 12$ द्वारा दर्शाया गया हो तो शून्यक ज्ञात किजिए।

(a) 2,6 (b) 4, –3 (c) –4, 3 (d) – 2, 6

4. द्विघात बहुपद जिसका एक शून्यक 4 और शून्यकों का योग 0 हो तो वक्र दर्शाया जाएगा।

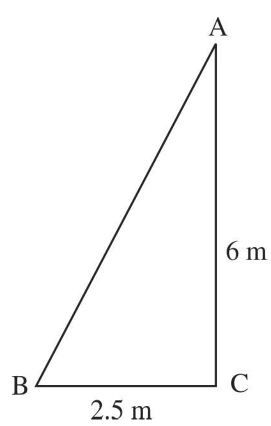
(a) $x^2 - 4$ (b) $x^2 - 8$ (c) $x^2 + 16$ (d) $x^2 - 16$

5. केले की आकृति में, हम देख सकते हैं कि द्विघात बहुपद केले को दर्शा सकते हैं, यदि $a = 1, b = 0,$ और $c = 0$ तो बहुपद होगा –

(a) $p(x) = 0.1 \times 2$ (b) $p(x) = x^2 + 1$

(c) $p(x) = x^2$ (d) $p(x) = x^2 - x$

18. किसी घर में आग लगने की घटना घटी। खिड़की में से घर में घुसने का प्रयास किया क्योंकि मुख्य द्वार बंद था। खिड़की मैदान से 6 m ऊपर है। उसने दीवार पर सीढ़ी लगाई जिसका पाद दीवार से 2.5 m दूरी पर है और उसका उपरि सिरा खिड़की पर पहुँचता है।



(i) यहाँ, _______ सीढ़ी और ___________ खिड़की वाली दीवार है।

(a) CAAB (b) AB, AC (c) AC,BC (d) AB, BC

(ii) सीढ़ी की लंबाई ज्ञात करने के लिए हम पाइथागोरस प्रमेय का इस्तेमाल करते हैं यह है,

(a) $AB^2 = BC^2 - CA^2$ (b) $CA^2 = BC^2 + A^2$

(c) $BC^2 = AB^2 + CA^2$ (d) $AB^2 = BC^2 + CA^2$

(iii) सीढ़ी की लंबाई है ––––––

(a) 4.5 m (b) 2.5 m (c) 6.5 m (d) 42.25 m

(iv) सीढ़ी की लंबाई क्या होगी यदि वह दीवार से 6 m दूर रखी जाए और खिड़की जमीन से 8 m ऊपर हो?

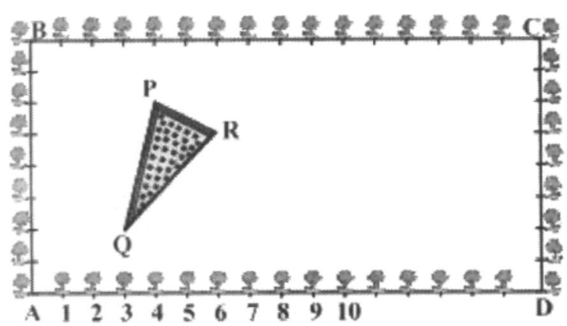
(a) 12 m (b) 10 m (c) 14 m (d) 8 m

(v) सीढ़ी को दीवार से कितनी दूरी पर रखें यदि अग्निशामक को 9 m लम्बी सीढ़ी मिलें?

(a) 6.7 m (लगभग) (b) 7.7 m (लगभग)

(c) 3.7 m (लगभग) (d) 4.7 m (लगभग)

19. कृष्णानगर के उच्च माध्यमिक विद्यालय के कक्षा X के विद्यार्थियों को बागवानी की क्रिया के लिए एक आयताकार मैदान का क्षेत्र दिया गया। गुलमोहर की पौध उस क्षेत्र की सीमा पर एक–दूसरे से 1 m की दूरी पर लगाई गई। आकृति के अनुसार क्षेत्र के बीच में त्रिभुजाकार घासीय मैदान है। विद्यार्थियों को बचे हुए क्षेत्र में फूलदार पौधों के बीज बोने है।



1. A को मूल बिंदु मानकर, A के निर्देशांक क्या होंगें?

(a) (0, 1) (b) (1, 0) (c) (0, 0) (d) (–1, –1)

2. P के निर्देशांक क्या है?

(a) (4, 6) (b) (6, 4) (c) (4, 5) (d) (5, 4)

3. R के निर्देशांक क्या है?

(a) (6, 5) (b) (5, 6) (c) (6, 0) (d) (7, 4)

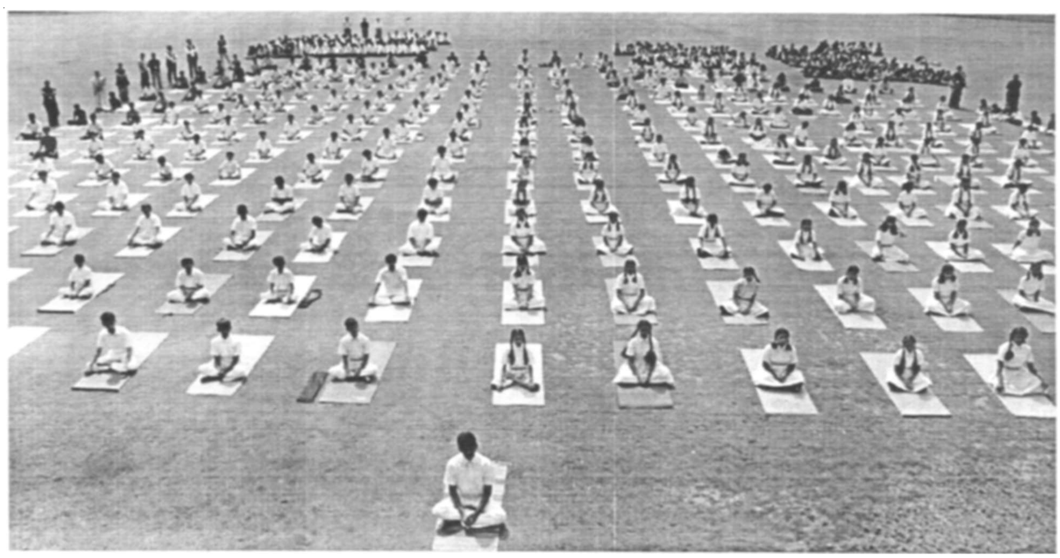
4. D के निर्देशांक क्या है?

(a) (16, 0) (b) (0, 0) (c) (0, 16) (d) (16, 1)

5. यदि D को मूल बिन्दु लिया जाए तो P के निर्देशांक क्या है?

(a) (12, 2) (b) (–12, 6) (c) (12, 3) (d) (6, 10)

20. अंतर्राष्ट्रीय योग दिवस उत्सव में उम्र के अनुसार एक विद्यालय के विद्यार्थियों ने 'सैन्ट्रल सिटी' पटना मैदान में भाग लिया जो कि नीचे दर्शाया गया है। इस आँकडों को समझकर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए –



आयु (वर्षों में)	5 – 7	7 – 9	9 – 11	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19
विद्यार्थियों की संख्या	x	15	18	30	50	48	x

यदि बारंबारता का योग 181 है तो निम्न ज्ञात कीजिए।

1. आँकडों क बहुलक

(a) 17.81 (b) 11.81 (c) 18.41 (d) 14.81

2. लुप्त बारंबारतता (x) का मान है –

(a) 12 (b) 10 (c) 13 (d) 14

3. बहुलक वर्ग है :

(a) 13-15 (b) 11 – 13 (c) 15 – 17 (d) 17 – 19

4. बहुलक वर्ग की ऊपरि सीमा हे :

(a) 17 (b) 19 (c) 15 (d) 13

5. संचयी आवृत्ति तालिका की रचना उपयोगी है :

(a) माध्य (b) माध्यिका (c) बहुलक (d) उपरोक्त सभी

भाग–'ब'

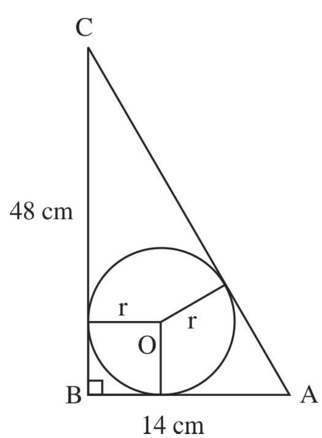
खंड-III

सभी प्रश्न अनिवार्य है। आंतरिक विकल्प की स्थिति में कोई एक करिए।

21. दिया है कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है, तो दर्शाइए $\frac{(2+3\sqrt{2})}{7}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

22. यदि $\sin(36+\theta)^\circ = \cos(16+\theta)^\circ$, तो θ ज्ञात कीजिए, जहाँ $(36+\theta)^\circ$ और $(16+\theta)^\circ$ दोनों न्यून कोण है।

23. दी गई आकृति में, ABC एक त्रिभुज है जिसमें $\angle B = 90^\circ$, BC = 48 cm और AB = 14 cm. एक वृत इस त्रिभुज में अंतरित है जिसका केन्द्र O है अंतरित वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (सेमी. में)



अथवा

सिद्ध कीजिए वृत्त के व्यास के सिरों पर बनी स्पर्श रेखाएं समांतर होती है।

24. एक समकोण त्रिभुज ΔABC बनाइए जिसमें $BC = 12$ cm, $AB = 5$ cm, और $\angle B = 90°$. मापक गुणक (scale factor) 2/3 के समरूप त्रिभुज की रचना कीजिए। क्या नया त्रिभुज भी समकोण त्रिभुज होगा?

अथवा

त्रिज्या 6 cm वाले वृत्त की रचना कीजिए। केन्द्र से 10 cm की दूरी पर एक बिंदु से स्पर्श रेखाओं के युग्म की रचना कीजिए और उनकी लंबाई मापिए।

25. निम्न बारंबारता तालिका का माध्य 25 है। p का मान ज्ञात किजिए।

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
बारंबारता	5	18	15	P	6

26. दो दोस्तों अनि और बीजू की आयु का अंतर 3 वर्ष है। अनि के पिता धरम की आयु अनि की आयु की दुगुनी और बीजू अपनी बहन कैथी की उम्र का दुगुना है। कैथी और धरम की उम्र का अंतर 30 वर्ष है। अनि और बीजू की उम्र ज्ञात कीजिए।

खंड–IV

27. यदि बहुपदो $f(x) = (x + 3)(2x^2 – 3x + a)$ और

$g(x) = (x – 2)(3x^2 + 10x – b)$ का H.C.F $(x + 3)(x – 2)$ हो तो a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।

28. बराबर और वास्तविक मूल होने के लिए k का मान ज्ञात कीजिए

$(k + 1)x^2 + 2(k + 3)x + (k + 8) = 0$

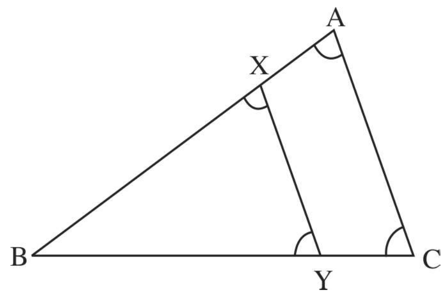
29. A.P. 1, –5/6, –2/3, –1/2,..., 10/3 में कितने पद हैं।

30. BL और CM Δ ABC जो कि A. पर समकोण है, की माध्यिकाएँ हैं। सिद्ध कीजिए

$4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$

अथवा

दी गई आकृति में रेखाखंड XY||AC और XY त्रिभुजाकार क्षेत्र ABC को बराबर क्षेत्रपफल वाले दो भागों में बाँटता है, AX/AB ज्ञात कीजिए।

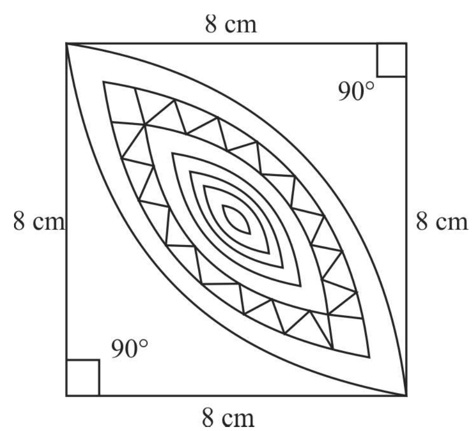


31. एक व्यक्ति मीनार के उपरी बिंदु को देखने के लिए 30° का उन्नयन कोण बनाता है। वह मीनार के पाद की ओर जमीन पर 50 m चलता है और 60° का उन्नयन कोण बनता है, मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध किजिए $\left(\dfrac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A}\right)=\left(\dfrac{1-\tan A}{1-\cot A}\right)^2=\tan^2 A$, जहाँ कोण A न्यून कोण है।

32. आकृति डिजाइन वाले क्षेत्र को क्षेत्रफल निकालिए 4 cm वाले जो कि वृत्त के दोनों चतुर्थांशों में समान है।



33. समस्या को समीकरणों के युग्म के रूप में लिखिए और फिर हल किजिए।

2 महिलाएं और 5 पुरुष मिलकर कढ़ाई का कार्य 4 दिनों में खत्म कर सकते हैं जबकि 3 महिलाएं और 6 पुरुष 3 दिन में खत्म कर सकते हैं। 1 महिला द्वारा कार्य खत्म करने में लगने वाले समय ज्ञात कीजिए और 1 पुरुष द्वारा लगा समय भी ज्ञात किजिए।

खंड–V

34. एक 15 m मी ऊँची इमारत शिखर से एक मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। इमारत के पाद बिन्दु से इसी मीनार का उन्नयन कोण 45° है। इस मीनार की ऊँचाई तथा इमारत और मीनार के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक शिकारी जो कि एक झील से 12 मीटर ऊपर से एक पक्षी को 30° उन्नयन कोण पर देखता है और झील में पक्षी की परछाई को 60° अवनमन कोण पर देखता है। पक्षी और शिकारी के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

35. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है। अर्धगोले की त्रिज्या 3.5 cm और शंकु की ऊँचाई 4 cm है। इस ठोस को एक बेलनाकार टब में रखा गया। जो कि पूर्ण रूप से पानी से भरा हुआ है, कि वह पानी में डूब जाए। बेलनाकार ठब की त्रिज्या 5 cm तथा ऊँचाई 10.5 cm है। इस टब में शेष पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए।}\right)$

36. दो पासों को एक साथ उछाला गया। प्रायिकता ज्ञात किजिए कि दोनों पर प्राप्त संख्याओं का

(i) योग सम हो। (ii) गुणनफल सम हो।

अभ्यास प्रश्न पत्र–1

1. दी गई संख्याएँ

$p = a^3b^2$ और $q = ab^3c^2$

ल.स.व $(p, q) = a^3b^3c^2$

अथवा

ल.स.व = 22,338

2. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + k$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + k$$

$$f(1) = 1^3 - 2(1)^2 + 4 \times 1 + k$$

$$0 = 1 - 2 + 4 + k$$

$$k = -3.$$

3. 4/5

4. रखिक समीकरणों का युग्म ax + by = p और cx + dy = q

$$ad \neq bc \text{ or}$$

$$a/c \neq b/d$$

अतः दिये गए रैखिक समीकरणों का अद्वितीय हल है।

5. k = 6

6. $x^2 - 9$

अथवा

$$x = -\sqrt{3}, -\frac{7}{\sqrt{3}}$$

7. 55

अथवा

47

8. 3

9. (3, – 10)

10. 0 अथवा 7/25

11. रेखा m, 5 cm त्रिज्या वाले वृत की स्पर्श रेखा है।

$\therefore$ अतः रेखा m और केन्द्र के बीच की दूरी = r = 5 cm

12. 12 सेमी

अथवा

50°

13. रेखा AB के लिए अनुपात 2 : 3.

अतः न्यूनतम चापों की संख्या = 2 + 3 = 5

14. 36 सेमी

15. माना कि शंकु की ऊँचाई = h, सेमी

दिया है बेलन की ऊँचाई (h) = 5 सेमी

बेलन की आयतन = $\pi r^2 h$ .... (i)

शंकु का आयतन = $1/3\pi r^2 h_1$ .... (ii)

प्रनानुसार,

$$\pi r^2 h = 1/3\pi r^2 h_1$$

$$h_1 = 3h$$

$\Rightarrow$ $h_1 = 3 \times 5 = 15$ सेमी Ans.

16. त्रिभुज के शीर्ष A(7, – 3), B(5, 3) और C(3 – 1)

D के निर्देशांक $= [(3 + 5)/2, (-1 + 3)/2$

$= (4, 1)$

$$AD^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$= (7 - 4)^2 + (3 + 1)^2$$

$$= 3^2 + 4^2$$

$$= 9 + 16 = 25$$

AD = 5 सेमी

खण्ड–II

17. (i) (b) – 10 (ii) (c) 1

(iii) (c) –4, 3 (iv) (d) $x^2 - 16$

(v) (c) $p(x) = x^2$

18. (i) (b) AB, AC (ii) (d) $AB^2 = BC^2 + CA^2$

(iii) (c) 6.5 m (iv) (b) 10 m

(v) (a) 6.7 m (लगभग)

19. बिन्दु P, Q और R के निर्देशांक क्रमशः (4, 6), (3, 2), और (6, 5) है।

(i) (c) (0, 0) (ii) (a) (4, 6) (iii) (a) (6, 5) (iv) (a) (16, 0)

(v) (b) (–12, 6)

20. सभी बारबारताओं = 181

$\Rightarrow x + 15 + 18 + 30 + 50 + 48 + x = 181$

$\Rightarrow$ $2x + 161 = 181$

$\Rightarrow$ $x = 10$

अतः लुप्त बारम्बारता हैं 10 और 10.

अतः बहुलक वर्ग है 13 – 15, क्योंकि अधिकतम बारम्बारता इस वर्ग अंतराल में है।

$\therefore$ 1 = 13, h = 2, $f_1 = 50$, $f_0 = 30$, $f_2 = 48$

$$\text{बहुलक} = M_0 = l + \left\{h \times \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)}\right\} = 13 + \frac{2[50-30]}{2(50)-30-48}$$

$$= 13 + 1.81 = 14.81$$

(i) (d) 14.81 (ii) (b) 10 (iii) (a) 13 – 15

(4) (c) 15 (v) (b) माध्यिका

खण्ड–III

21. माना कि $(2+3\sqrt{2})/7$ एक परिमेय संख्या है।

तो $(2+3\sqrt{2})/7 = p/q, q \neq 0$, HCF(p, q) = 1

$\Rightarrow \quad 3\sqrt{2}/7 = p/q - 2$

$\Rightarrow \quad \sqrt{2}/7 = (p-2q)/3q$

$\Rightarrow \quad \sqrt{2} = 7(p-2q)/3q$

R.H.S परिमेय संख्या है और L.H.S अपरिमेय संख्या है

अतः $(2+3\sqrt{2})/7$ एक अपरिमेय संख्या है।

22. $\sin(36+\theta)^\circ = \cos(16+\theta)^\circ$

$$\sin\theta = \cos(90^\circ - \theta)$$

or, $\cos(90^\circ - (36+\theta^\circ)) = \cos(16+\theta)^\circ$

or, $90^\circ - 36^\circ - \theta = 16^\circ + \theta$

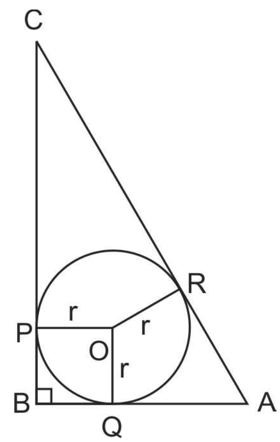
$$2\theta = 90^\circ - 36^\circ - 16^\circ = 38^\circ$$

$\therefore \quad \theta = 19^\circ$

23. $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$= 14^2 + 48^2 = 2500$$

AC = 50 सेमी



$\angle OQB = 90°$

$\Rightarrow$ OPBQ एक वर्ग है,

$\Rightarrow$ $BQ = r$

$QA = 14 - r = AR$ (बाह्य बिन्दु से स्पर्श रेखाओं की समान लम्बाई), $PB = r$,

$PC = 48 - r$

$= RC = 48 - r$

$AR + RC = AC$

$\Rightarrow$ $14 - r + 48 - r = 50$

$\Rightarrow$ $r = 6$ सेमी

अथवा

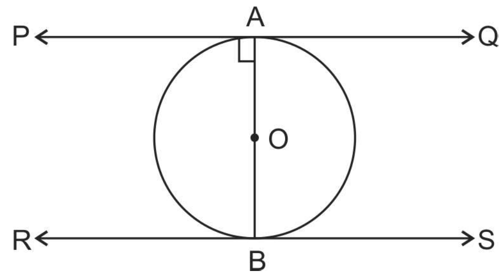
सिद्ध करना हैः $PQ \parallel RS$

दिया है : एक वृत जिसका केन्द्र O है और व्यास AB है माना कि PQ बिन्दु A से स्पर्श रेखा है और RS बिन्दु B पर

उत्तपत्ति : PQ बिन्दु A पर स्पश रेखा है,

$OA \perp PQ$

$\angle OQP = 90°$ ...(1)



OB $\perp$ RS

$\angle OBS = 90°$ ...(2)

From (1) & (2)

$\angle OAP = \angle OBS$

$\Rightarrow$ $\angle BAP = \angle ABS$

$\angle BAP = \angle ABS$ जोकि एकांतर अंतः कोण है।

PQ $\parallel$ RS

24. अनुपात गुणक 2/3 < 1, अतः वांछित त्रिभुज, दिये गये (Scale Factor) ΔABC से छोटा होगा।

अथवा

सही रचना

25. 16

वर्ग अंतराल	**बारम्बारता (f_1)**	**वर्ग चिन्ह x_i**	**(fi × xi)**
0 – 10	5	5	25
10 – 20	18	15	270
20 – 30	15	25	375
30 – 40	p	35	35p
40 – 50	6	45	270
	Σfixi = (44 + p)		Σ(fi × xi) = (+940 + 35p)

$\therefore$ माध्य = Σ(fi × xi)/Σfi

$\Rightarrow$ (940 + 35p)(44 + p) = 25

$\Rightarrow$ p = 16

26. माना कि अनि और बीजू की वर्तमान आयु क्रमशः x वर्ष और y वर्ष है।

धर्म की आयु = 2x वर्ष

कैथी की आयु = $\frac{y}{2}$ वर्ष

स्थिति I $\qquad x - y = 3 \qquad$ ...(1)

$$2x - \frac{y}{2} = 30$$

$$4x - y = 60 \qquad ...(2)$$

स्थिति II $\qquad 3x = 60 - 3 = 57$

$\Rightarrow$ $\qquad x$ = अनि की आयु (वर्तमान) = 19 वर्ष

बीजु की आयु = 19 – 3 = 16 वर्ष

स्थिति II

$$y - x = 3 \qquad ...(3)$$

$$2x - \frac{y}{2} = 30$$

$$\Rightarrow \qquad 4x - y = 60 \qquad ...(4)$$

$$3x = 63$$

$$\Rightarrow \qquad x = 21$$

खण्ड–IV

27. $$f(x) = (x + 3)(2x^2 - 3x + a)$$

$$g(x) = (x - 2)(3x^2 + 10x - b)$$

$(x + 3)(x - 2)$ = f(x) और g(x) का HCF

$\therefore$ $x - 2$ बहुपद $2x^2 - 3x + a$ का एक गुणनखंड है ...(i)

$x + 3$ बहुपद $3x^2 + 10x - b$ का एक गुणनखंड है ...(ii)

$\Rightarrow$ $\qquad a = -2$ & $b = -3$

a और b का मान क्रमशः –2 और –3 है।

28. $(k + l)x^2 + 2(k + 3)x + (k + 8) = 0$

$a = k + 1$, $b = 2(k + 3)$ और $c = k + 8$

अत: $D = b^2 - 4ac$

$$D = [2(k + 3)]^2 - 4 \times (k + 1) \times (k + 8)$$
$$= 4[k + 3]2 - 4[k^2 + 8k + k + 8]$$
$$= 4[k^2 + 9 + 6k] - 4[k^2 + 9k + 8]$$
$$= 4k^2 + 36 + 24k - 4k2 - 36k - 32$$
$$= - 12k + 4$$

अत: $D = - 12k + 4$

क्योंकि मूल वास्तविक और समान है।

$$D = 0$$

$\Rightarrow$ $- 12k + 4 = 0$

$\Rightarrow$ $12k = 4$

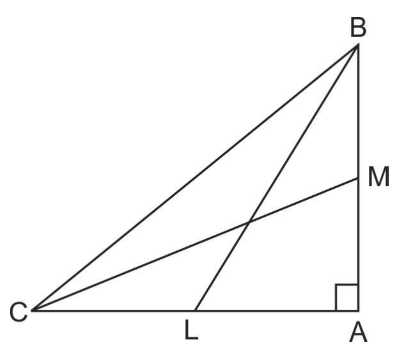
$\therefore$ $k = 1/3$

29. A.P: $-1, -5/6, -2/3 - 1/2, ..., 10/3$

$(a) = -1$

$$(a_n) = 10/3$$
$$(d) = a_2 - a$$
$$= -5/6 - (-1) = 1/6$$
$$a_n = a + (n - 1)\, d,$$
$$10/3 = -1 + (n - 1)1/6$$
$$n = 27$$

30.



BL और CM, ΔABC की माध्यिकाएं हैं, $\angle A = 90°$

ΔABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ....(i)

समकोण त्रिभुज ΔABL,

$$BL^2 = AL^2 + AB^2$$

i.e., $$BL^2 = (AC/2)^2 + AB^2$$

$$\Rightarrow \quad 4BL^2 = AC^2 + 4AB^2 \qquad ...(ii)$$

इसी प्रकार ΔCMA,

$$4CM^2 = 4AC^2 + AB^2 \qquad ...(iii)$$

(ii) + (iii),

$4(BL^2 + CM^2) = 5(AC^2 + AB^2) = 5BC^2$ (i)

अथवा

$XY \parallel AC$

$$\angle BXY = \angle BAC$$

$$\angle BYX = \angle BAC \qquad \text{(संगत कोण)}$$

$$\Delta BXY \sim \Delta BAC \qquad \text{(A.A. समरूपता नियम)}$$

$$\therefore \quad \frac{ar\,(\Delta ABXY)}{ar\,(\Delta BAC)} = \frac{BX^2}{BA^2}$$

लेकिन $ar\,(\Delta BXY) = ar\,(XYCA)$

अतः $2(\Delta BXY) = ar\,(\Delta BXY) + ar\,(XYCA)$

$= ar\,(\Delta BAC)$

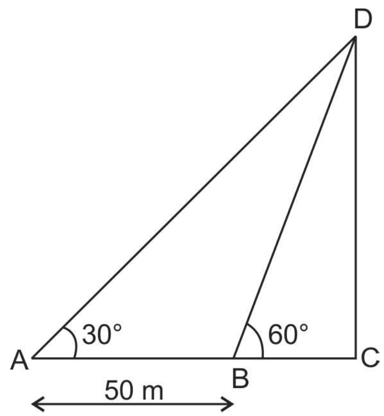
अतः $$\frac{ar\,(\Delta BXY)}{ar\,(\Delta BAC)} = \frac{1}{2}$$

अतः $$\frac{BX^2}{BA} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

अतः $$\frac{BA - BX}{BA} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

31.



माना की मीनार की ऊँचाई DC = h m और BC = x m AC = x m AC = (50 + x)m

In ΔDBC, $h/x = \tan 60° = \sqrt{3}$

$\Rightarrow$ $h = \sqrt{3}\,x$ ...(i)

ΔDAC, $h(x + 50) = \tan 30° = 1\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ $\sqrt{3}\,h = 50 + x$ ...(ii)

$3x = x + 50$

$\Rightarrow$ $x = 25$ m

$h = 25\sqrt{3} = 25 \times 1.732$ m

$= 43.3$ m

मीनार की ऊँचाई = 43.3 m.

अथवा

L.H.S. $\left(\dfrac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A}\right) = \dfrac{\sec^2 A}{\cos ec^2 A}$ [$\therefore$ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$, $1 + \cot^2\theta = \cos ec^2\theta$]

(सर्वसमिका द्वारा)

$= \dfrac{1}{\cos^2 A} \times \dfrac{\sin^2 A}{1} = \tan^2 A =$ R.H.S.

मध्य $= \left(\dfrac{1-\tan A}{1-\cot A}\right)^2 = \left(\dfrac{1-\tan A}{1-\dfrac{1}{\tan A}}\right)^2 = \left(\dfrac{1-\tan A}{\dfrac{\tan A - 1}{\tan A}}\right)^2$

$$= \left(\dfrac{1-\tan A}{\dfrac{-(1-\tan A)}{\tan A}}\right) = (-\tan A)^2 = \tan^2 A = \text{R.H.S.}$$

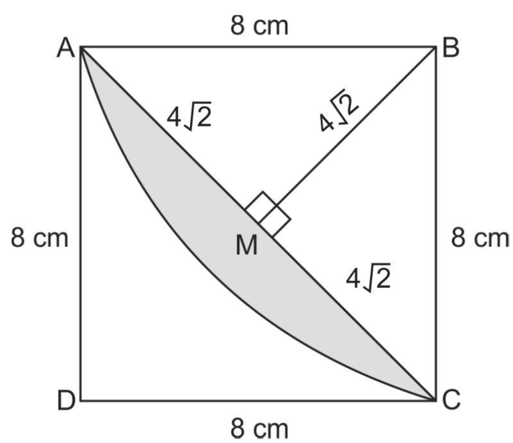
32. समकोण ADC, में

$AC^2 = AD^2 + CD^2$ .....

$\Rightarrow$ $AC = 8^2 + 8^2 = 64 + 64 = 128$

$\Rightarrow$ $AC = \sqrt{128} = AC = 8\sqrt{2}$

$BM \perp AC$ की रचना कीजिए



तो $AM = MC = 1/2AC$

$= 1/2(8\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$ cm

AMB में $AB^2 = AM^2 + BM^2$ ......

$\Rightarrow$ $(8)^2 = (4\sqrt{2})^2 + BM^2$

$\Rightarrow$ $64 = 32 + BM^2$

$\Rightarrow$ $BM^2 = 64 - 32$

$\Rightarrow$ $BM^2 = 32$

$\Rightarrow$ $BM = 4\sqrt{2}$ सेमी

अतः ΔABC का क्षे. = $1/2 AC \times BM$ वर्ग मी

= $1/2 \times 8\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}$ = 32 सेमी

अतः छायांकित भाग = $1/4\pi (8)^2 - 32$ वर्ग सेमी

= $16\pi - 32$

= $16 \times 22/7 - 32 = 128/7$ वर्ग सेमी

डिजाईन भाग का क्षेत्र

= $2 \times 128/7 = 256/7$ सेमी

33. माना कि एक महिला अकेले कढ़ाई पूरी कर सकती है = x दिन में

माना कि एक पुरुष अकेले कढ़ाई पूरी कर सकते है = y दिन में

1 महिला द्वारा 1 दिन का कार्य = $1/x$

1 पुरुष द्वारा 1 दिन का कार्य = $1/y$

2 महिलाओं द्वारा 1 दिन का कार्य = $2/x$

5 पुरूषों द्वारा 1 दिन का कार्य = $5/y$

अतः $4(2/x + 5/y) = 1 \Rightarrow 2/x + 5/y = 1/4$ ...(I)

और $3(3/x + 6/y) = 1 \Rightarrow 3/x + 6/y = 1/3$ ...(II)

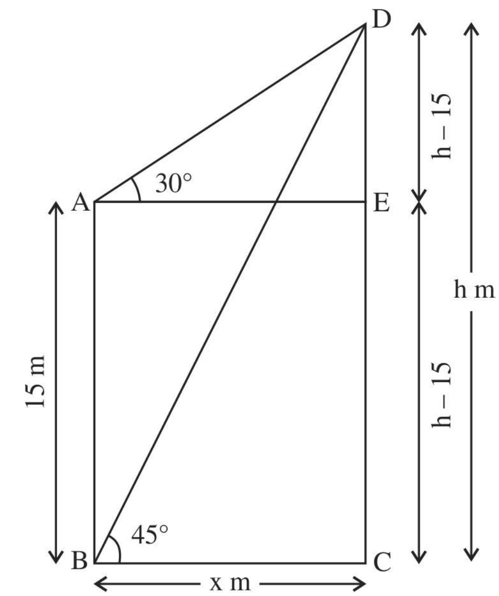
माना $1/x = u$ और $1/y = v$

एक महिला द्वारा लिया गया समय x = 18 दिन

एक पुरूष द्वारा लिया गया समय y = 36 दिन

खण्ड-V

34.



$\angle DAE = 30°$

$\angle DBC = 45°$

BC और CD

ΔDEA,

$$DE/x = \tan 30° \quad (AE = BC = x)$$

$\Rightarrow \quad (h-15)/x = 1\sqrt{3} \quad ...(i)$

ΔDCB

$$h/x = \tan 45°$$

$\Rightarrow \quad h = x \quad ....(ii)$

$$x = 35.49$$

माना $h = 35.49$ मी

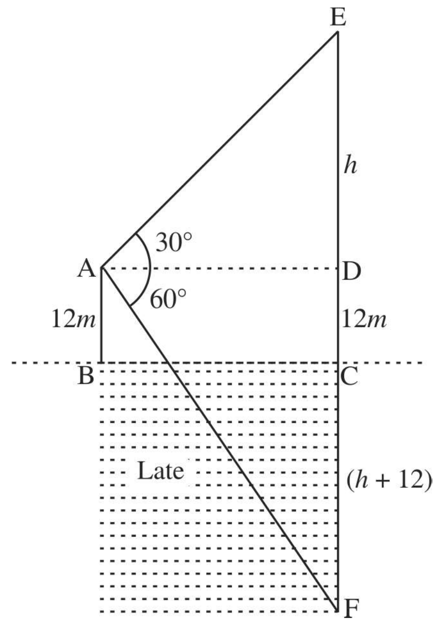
OR

$$DE = h \text{ मी}$$

$$AB = 12 \text{ मी}$$

ΔADF,

$$\tan 60^\circ = DF/AD$$



$$\sqrt{3} = \frac{h+12+12}{AD}$$

$$AD = \frac{h+24}{\sqrt{3}} \qquad ...(1)$$

ΔAED, $$\tan 30^\circ = \frac{h}{AD}$$

$$AD = h\sqrt{3} \qquad ...(2)$$

(I) और (II)

$$h = 12 \text{ मी}$$

ΔADE, $$\sin 30^\circ = h/AE$$

$$AE = 24 \text{ मी}$$

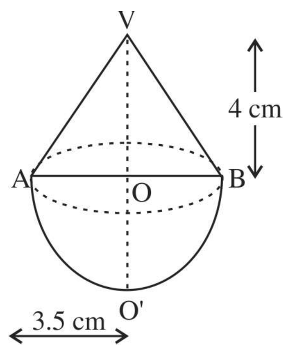
35. अर्धगोले की त्रिज्या = 3.5 cm

शंकु की ऊँचाई = 4 cm

बेलन की त्रिज्या = 5 cm

बेलन की ऊँचाई = 10.5 cm

ठेस का आयतन = शंकुभाग का आयतन + अर्धगोलाकार भाग का आयतन



$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + 4/3\pi r^3$

$= 1/3 \times 22/7 \times (7/2)^2 \times 11$

शेष पानी का आयतन = बेलन का आयतन – ठोस का आयतन

$= \pi r^2 h$ – ठोस का आयतन

= 683.83 घन सेमी

36. (i) कुल केस = 36

अनुकूल केस (1, 3) (1, 5) (1, 1) (2, 2) (2, 4) (2, 6) (3, 1) (3, 3) (3, 5) (4, 2) (4, 4) (4, 6) (5, 1) (5,3) (5, 5)(6, 2) (6, 4) (6, 6) =18

P(A) = 18/36

P(A) = 0.5

(ii) कुल केस = 36

अनुकूल केस (1, 2) (1, 4) (1, 6) (2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5)

(2, 6) (3, 2) (3, 4) (3, 6) (4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6) (5, 2) (5, 4) (5, 6) (6, 1) (6,2)

(6,3) (6,4) (6,5) (6,6) = 27

P(A) = 27/36 = 0.75

गणित अभ्यास प्रश्न पत्र–2

समय : 3 घंटे **अधिकम अंक : 80**

सामान्य निर्देश :

1. इस प्रश्न पत्र में दो भाग 'अ' और 'ब' है।

2. भाग – अ और भाग – ब दोनों में आंतरिक विकल्प प्रदान किये गए हैं।

भाग – अ

1. इसमें दो खंड है, I और II।
2. खंड – I में 1 अंक के 16 प्रश्न हैं। 5 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गये हैं।
3. खंड – II में स्थिति पर आधारित (Case study Based) 4 प्रश्न हैं। प्रत्येक में 5 उप–भाग हैं परीक्षार्थी को 5 उप–भागों में से किसी भी 4 उप–भागों को हल करना है।

भाग – ब

1. प्रश्न संख्या 21 से 26 अति लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 2 अंक का है।
2. प्रश्न संख्या 27 से 33 लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 3 अंक का है।
3. प्रश्न संख्या 34 से 36 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं और प्रत्येक 5 अंक का है।
4. आंतरिक विकल्प 2 अंकों के 2 प्रश्नों में, 3 अंकों के 2 प्रश्नों में तथा 5 अंकों के 1 प्रश्न में प्रदान किया गया है।

भाग – अ

खंड – I

1. 429 को अभाज्य गुणनखण्डों के रूप में व्यक्त कीजिए।

अथवा

यदि p एक अभाज्य संख्या है तो p, p^2 और p^3 का लघुत्तम समापवर्तक LCM ज्ञात कीजिए।

2. शून्यकों –2 और 5 से कितने बहुपद बन सकते है?

3. k के किस मान के लिए रैखिक समीकरणों के युग्म $3x + y = 3$ और $6x + ky = 8$ का कोई हल नहीं है।

4. उस रेखा का समीकरण लिखिये जो $4x + 3y = 14$ के द्वारा दर्शाई गई रेखा के समांतर हो।

5. यदि एक A.P. $-1, 4, 9, 14, \ldots$ का nवाँ पद 129 है तो n का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक समांतर श्रेढ़ी (A.P) में $d = -4, n = 7, a_n = 4$, हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।

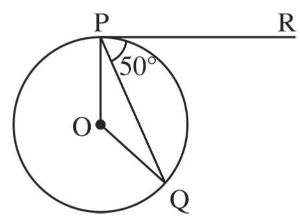
6. k के किस मान के लिए, समीकरण $x^2 + 4x + k = 0$ के मूल वास्तविक है?

7. k के किस मान के लिए, समीकरण $3x^2 - 10x + k = 0$ के मूल एक–दूसरे के गुणात्मक प्रतिलोम है?

अथवा

$x^2 + 7x + 10 = 0$ के हल निकालिए।

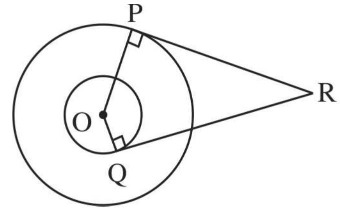
8. दी गई आकृति में केन्द्र 'O' वाले वृत्त में PQ एक जीवा है तथा PR स्पर्श रेखा वृत्त पर बिन्दु P पर स्पर्श करते हुए PQ के साथ 50° का कोण बनाती है। $\angle POQ$ का मान ज्ञात कीजिए।



9. केन्द्र O वाले वृत्त में बिन्दु P पर स्पर्श रेखा PQ है। यदि ΔOPQ एक समद्विबाहु त्रिभुज है तो $\angle OQP$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

दी गई आकृति में, यदि PR = 12 cm, OP = 5cm, Q = 4cm, तो RQ ज्ञात किजिए।



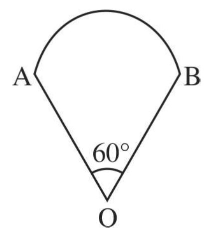
10. ΔABC में, $AB = 6\sqrt{3}$ cm, AC = 12 cm, BC = 6 cm है $\angle B$ का मान ज्ञात किजिए।

11. दिया है, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, $\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{1}{3}$ $\dfrac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)}$ ज्ञात किजिए।

12. मान ज्ञात कीजिए : $\dfrac{1}{\operatorname{cosec}^2\theta} + \dfrac{1}{1+\tan^2\theta}$

13. मान ज्ञात किजिए : $\left(\dfrac{\sin 35°}{\cos 55°}\right)^2 + \left(\dfrac{\cos 43°}{\sin 47°}\right) - 2\cos 60°$

14. दी गई आकृति में, OAB एक 10.5 cm त्रिज्या वाले वृत का त्रिज्याखंड है। त्रिज्याखंड का परिमाप ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \dfrac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$



15. एक गोले का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से समान है। गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

16. एक ताश की 52 पत्तों की गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। वह पत्ता चित्र पत्ता हो इसकी प्रायिकता ज्ञात किजिए।

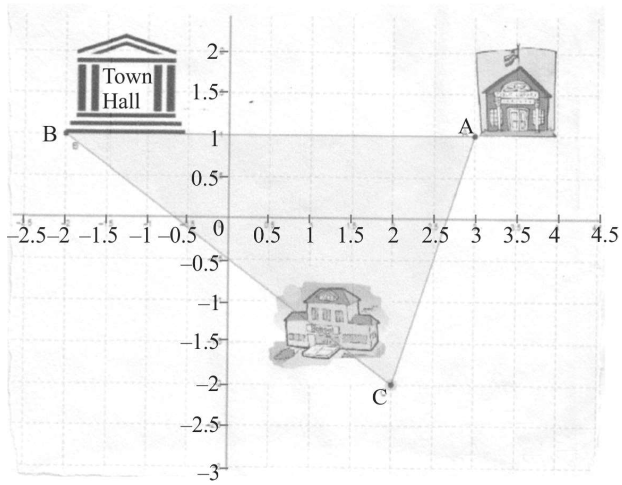
अथवा

एक पासे को एक बार उछालने पर उस पर एक सम अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड-II

17. स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–1

दिया गया चित्र एक मैप को दर्शाता हैं जहाँ पर पुस्तकालय बिंदु A पर स्थित है, सिटी हॉल बिल्डिंग B पर, विद्यालय C पर स्थित है।



(i) सिटी हॉल बिल्डिंग के निर्देशांक क्या है?

(a) (3, –1) (b) (2, –2) (c) (1, –2) (d) (–2, 1)

(ii) पुस्तकालय और सिटी हॉल बिल्डिंग के बीच की दूरी है?

(a) 15 इकाई (b) 1 इकाई (c) 5 इकाई (d) 7.5 इकाई

(iii) विद्यालय और पुस्तकालय को मिलाने वाली रेखा का मध्य बिन्दु निम्न में से बताएँ।

(a) $\left(\frac{5}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ (b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (c) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (d) (0, 0)

(iv) तीनों बिंदुओं को मिलाने से कौन–सी आकृति बनती है?

(a) चतुर्भुज (b) समकोण त्रिभुज

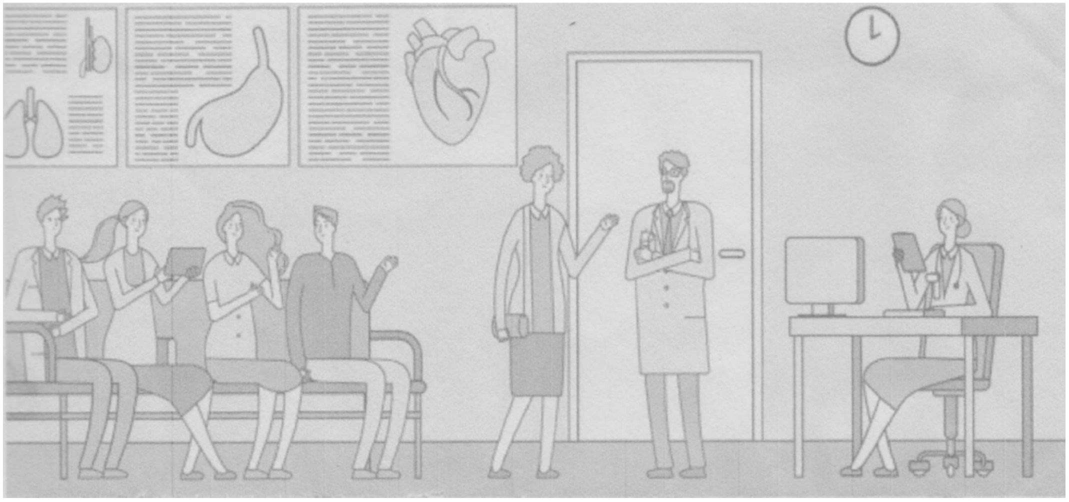
(c) न्यूनकोण त्रिभुज (d) अधिक कोण त्रिभुज

(v) ΔABC का क्षेत्रफल है –

(a) 3.5 वर्ग इकाई (b) 7.5 वर्ग इकाई

(c) 10 वर्ग इकाई (d) 15 वर्ग इकाई

18. स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–2



निम्न सारणी एक अस्पताल में एक सप्ताह में OPD चिकित्सा में आने वाले मरीजों की संख्या को दर्शाती है।

आयु (वर्ष)	5–15	15–25	25–35	35–45	45–55	55–65
मरीजों की संख्या	10	12	25	14	5	4

(i) वर्ग अंतराल की चौड़ाई क्या है?

(a) 10 (b) 2.5 (c) 5 (d) 65

(ii) वर्ग 15–25 का वर्ग चिन्ह क्या है?

(a) 15 (b) 25 (c) 20 (d) 40

(iii) दिए गए प्रेक्षणों का बहुलक वर्ग क्या है?

(a) 15–25 (b) 25–35 (c) 35–45 (d) 55–65

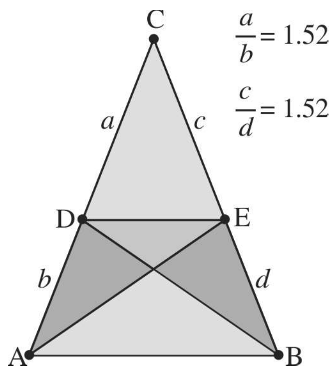
(iv) दिए गए प्रेक्षणों का माध्यक वर्ग क्या है?

(a) 15–25 (b) 35–45 (c) 25–35 (d) 45–55

(v) बहुलक वर्ग की निम्न वर्ग सीमा और माध्यक वर्ग की ऊपरी वर्ग सीमा का अंतर क्या है?

(a) 40 (b) 5 (c) 10 (d) 25

19. स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–3



दी गई आकृति में, ΔABC में $CD = a$, $AD = b$, $CE = c$, $BE = d$ है।

(i) निम्न में सही उत्तर चुनिये।

(a) $a = b$ (b) $a > b$ (c) $a < b$ (d) $c = d$

(ii) निम्न में कौन सा कथन सत्य है?

(a) $DE = \frac{1}{2} AB$ (b) $DE \parallel AB$

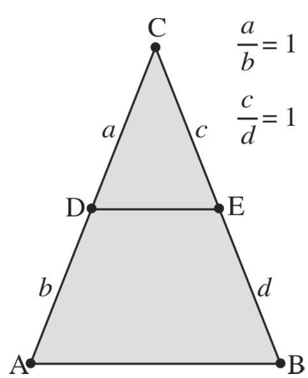
(c) ABED एक समलंब है। (d) (b) और (c) दोनों

(iii) ΔADE और ΔBED के बीच क्या संबंध है?

(a) $ar(\Delta ADE) \simeq 2\, ar(\Delta BED)$ (b) $ar(\Delta ADE) = ar(\Delta BED)$

(c) $ar(\Delta ADE) = \frac{1}{2} ar(\Delta BED)$ (d) इनमें से कोई नहीं

(iv) यदि दी गई आकृति में कुछ बदलाव करके नई आकृति बनाई गई (जैसा कि संलग्न चित्र में दर्शाया गया है) तो निम्न में से कौन–सा कथन सही है?



(a) D और E क्रमशः AC तथा BC के मध्य बिन्दु है।

(b) a = c

(c) b = d

(d) a + b = c + d

(v) ''यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करें तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।''

यह कथन निम्न में से किस प्रमेय का हैं?

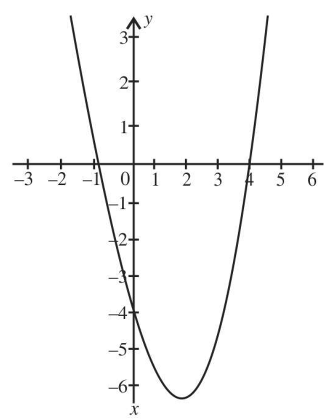
(a) आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय

(b) मध्य बिंदु प्रमेय

(c) पाइथागोरस प्रमेय का विलोम

(d) आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का विलोम

20. स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–4



रमेश एक कॉपर के तार को मोड़कर वृत्त बनाना चाहता था। परन्तु उसके द्वारा तार को मोड़ने पर, जैसा दी गई। आकृति में दर्शाया गया है, एक दूसरी आकृति प्राप्त हुई।

(i) तार को मोड़ने पर प्राप्त आकृति का नाम क्या है?

(a) गोला (b) दीर्घवृत (c) परवलय (d) त्रिभुज

(ii) यदि मोड़े गए तार को ग्राफ पर निर्देशित किया जाए, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है, तो इसके कितने शून्यक हैं?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(iii) बहुपद के शून्यक है–

(a) –1, 1 (b) –1, 4 (c) 1, –4 (d) –1, –4

(iv) इस बहुपद का व्यंजक है?

(a) $x^2 + 3x + 4$ (b) $x^2 - 3x + 4$

(c) $x^2 + 3x - 4$ (d) $x^2 - 3x - 4$

(v) इस द्विघात बहुपद का $x = 0$ पर मान है –

(a) 4 (b) –4 (c) 3 (d) –3

भाग–ब

खण्ड–III

21. तीन घंटिया क्रमशः 9, 12, 15 मिनट के अंतराल पर बजती है। यदि वे एक साथ एक समय पर बजती हैं तो वे पुनः एक साथ कब बजेगी?

22. x व y के मध्य संबंध ज्ञात कीजिए यदि बिंदु A(x, y), B(–4, 6) व C(–2, 3) संरेखी हैं।

अथवा

k का मान ज्ञात कीजिए यदि ΔABC जिसके शीर्ष A(k +1, 1), B(4, –3) व C(7, –k) हैं, का क्षेत्रफल 6 वर्ग इकाई है।

23. यदि $(k - 1)x^2 + kx + 1$, का एक शून्यक –3 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

24. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएं 4 cm, 5 cm तथा 7 cm हैं। इसके एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा दिये गये त्रिभुज की संगत भुजा की $\frac{2}{3}$ गुने के बराबर है।

25. यदि $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = 0$ और $0° < \theta < 90°$ है तो θ का मान ज्ञात किजिए।

अथवा

सिद्ध किजिएः

$(\sin\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2 + (\cos\theta + \sec\theta)^2 = 7 + \tan^2\theta + \cot^2\theta$

26. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के व्यास के सिरों पर बनी स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।

खण्ड–IV

27. दिया हैः $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध कीजिए कि $5-\frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

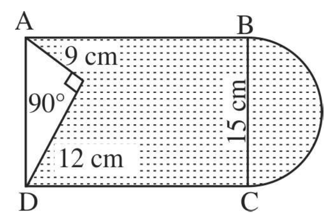
28. एक भिन्न का अंश, हर से 3 कम है। यदि अंश और हर दोनों में 2 जोड़ दिया जाए तो पुराने भिन्न और नए भिन्न का योग $\frac{29}{20}$ हो जाता है। पुराना भिन्न ज्ञात किजिए।

अथवा

यदि द्विघात समीकरण $(a-b)x^2+(b-c)x+(c-a)=0$ के मूल समान हैं तो सिद्ध कीजिए :

$2a = b + c.$

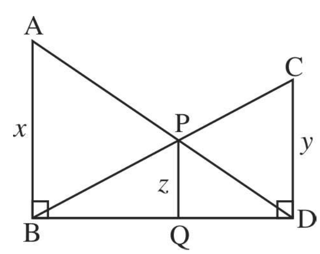
29. दी गई आकृति में, ABCD एक आयताकार क्षेत्र है जिसमें AB = 20 cm है तथा समकोण त्रिभुज AED काटकर निकाला गया है। दूसरी तरफ BC को व्यास मानकर बाहर की तरफ एक अर्धवृत्त खींचा गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात किजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$



30. पाइथागोरस प्रमेय को सिद्ध कीजिए।

अथवा

दी गई आकृति में, AB||PQ||CD, AB = x, CD = y, PQ = z है तो सिद्ध कीजिए $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$



31. निम्न प्रेक्षणों का बहुलक 67 है। बारंबारता x का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग	40~50	50–60	60–70	70–80	80–90
बारंबारता	5	x	15	12	7

32. एक मीनार के शिखर पर 7 मीटर ऊँचा एक ध्वजदंड लगा है। भूमि तल पर स्थित एक बिन्दु पर दंड के शिखर व पाद के उन्नयन कोण क्रमशः $45°$ व $30°$ के है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात किजिए।

33. तीन सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। निम्न के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात किजिए।

(i) केवल दो चित्त

(ii) कम से कम दो चित्त

(iii) कम से कम दो पट

खण्ड–V

34. गणतंत्र दिवस के उपलक्ष्य में 1.2m लम्बी लड़की भूमि से 88.2m की ऊँचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण $60°$ हैं। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर $30°$ हो जाता है। इस अंतराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा

दो समान ऊँचाई के खंभे एक 150m चौडी सड़क के दोनों ओर खड़े हैं। सड़क के बीच किसी बिंदु से, दोनों खम्भों के शीर्षों का उन्नयन कोण $60°$ व $30°$ है। खम्बों की ऊँचाई व बिन्दु की स्थिति ज्ञात कीजिए।

35. एक ठोस, एक अर्ध गोले के ऊपर एक शंकु को रखकर बनाया गया है। यदि अर्ध गोले की त्रिज्या और शंकु की आधार त्रिज्या है 7cm है तथा शंकु की ऊँचाई 3.5cm है तो ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$

36. एक नाव धारा के प्रतिकूल 30 km जाने में तथा धारा के अनुकूल 44 km आने में 10 घंटे लेती है। यह 13 घंटे में, 40 km धारा के प्रतिकूल तथा 55 km धारा के अनुकूल जा सकती है। धारा की चाल तथा नाव की शांत जल में चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर

1. $429 = 3 \times 11 \times 13$ अथवा $LCM = p^3$

2. अनंत

3. $k = 2$ अथवा $k \neq \frac{8}{3}$

4. कई संभावित रेखाओं में से एक $8x + 6y = 10$ हो सकती है।

5. $n = 27$ अथवा $a = 28$

6. $k \leq 4$

7. $k = 3$ अथवा $-5, -2$

8. $100°$

9. $45°$ अथवा $RQ = \sqrt{153}$ cm

10. $B = 90°$

11. $\frac{1}{9}$

12. 1

13. 1

14. 32 cm

15. 3 इकाई

16. $\frac{3}{13}$ अथवा $\frac{1}{6}$

17.	(i) (d)	**18.**	(i) (a)	**19.**	(i) (b)	**20.**	(i) (c)
	(ii) (c)		(ii) (c)		(ii) (d)		(ii) (c)
	(iii) (a)		(iii) (b)		(iii) (b)		(iii) (b)
	(iv) (c)		(iv) (c)		(iv) (a)		(iv) (d)
	(v) (b)		(v) (c)		(v) (d)		(v) (b)

21. 180 मिनट

22. $3x + 2y = 0$ अथवा $k = 3$

23. $\frac{4}{3}$

25. $\theta = 30°$

28. $\frac{7}{10}$

29. 334.39 cm^2

31. $x = 8$

32. 9.6 m

33. (i) $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{1}{2}$

34. $58\sqrt{3}$m

अथवा

ऊँचाई 64.95 m, दूरी = 112.5 m (60° क उन्नयन कोण बनाने वाले खंबे से)

35. 898.33 cm^3

36. धारा की चाल = 4 km/hour

शांत जल में नाव की चाल = 7 km/hour

गणित अभ्यास प्रश्न पत्र–3

समय : 3 घंटे **अधिकम अंक : 80**

सामान्य निर्देश :

1. इस प्रश्न पत्र में दो भाग 'अ' और 'ब' है।

2. भाग – अ और भाग – ब दोनों में आंतरिक विकल्प प्रदान किये गए हैं।

भाग – अ

1. इसमें दो खंड है, I और II।
2. खंड – I में 1 अंक के 16 प्रश्न हैं। 5 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गये हैं।
3. खंड – II में स्थिति पर आधारित (Case study Based) 4 प्रश्न हैं। प्रत्येक में 5 उप–भाग हैं परीक्षार्थी को 5 उप–भागों में से किसी भी 4 उप–भागों को हल करना है।

भाग – ब

1. प्रश्न संख्या 21 से 26 अति लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 2 अंक का है।
2. प्रश्न संख्या 27 से 33 लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 3 अंक का है।
3. प्रश्न संख्या 34 से 36 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं और प्रत्येक 5 अंक का है।
4. आंतरिक विकल्प 2 अंकों के 2 प्रश्नों में, 3 अंकों के 2 प्रश्नों में तथा 5 अंकों के 1 प्रश्न में प्रदान किया गया है।

भाग – अ

खंड – I

1. $\frac{27}{2^2 \times 5^3}$ कितने स्थानों के बाद दशमलव प्रसार सांत हो जाएगा।

2. यदि बहुपद $x^2 - px + 1$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का ऋणात्मक हो तो p का मान क्या होगा।

3. वह बड़ी से बड़ी संख्या क्या होगी जिससे 245 तथा 1029 को भाग देने पर सदा 5 शेष बचे।

अथवा

निम्न में से कौन–सी संख्या अपरिमेय संख्या का दशमलव प्रसार है।

(i) 3.205 (ii) 2.33 (iii) 4.07007000 (iv) 4.03

4. x = b c = a के ग्राफ द्वारा किस तरह की रेखाएं प्रदर्शित की गई हैं।

(i) क्रमशः y-अक्ष तथा x-अक्ष के समांतर (ii) प्रतिच्छेदी

(iii) संपाती (iv) (0,0) से गुजरती हुई

5. 1260 को अभाज्य संख्याओं के गुणन के रूप में लिखिए।

6. यदि एक वृत्त का क्षेत्रफल 38.5 वर्ग सेंटीमीटर है तो उसका व्यास क्या होगा।

अथवा

10 सेंटीमीर त्रिज्या वाले वृत्त की एक जीवा वृत्त के केंद्र पर समकोण अंतरित करती है तो जीवा की लंबाई क्या होगी।

7. दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात 3 : 4 है तो उन त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?

अथवा

ΔPQR में S तथा T क्रमशः भुजाओं PQ और PR पर ऐसे बिंदु है और $ST \parallel QR$ है। यदि PT = 2 सेंटीमटर तथा TR = 4 सेंटीमीटर हो तो ΔPST और ΔPQR के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?

8. R और r दो सकेंद्री वृतों की त्रिज्याए हैं बड़े वृत और छोटे वृत के बीच के भाग का क्षेत्रफल क्या होगा? $(R > r)$

9. AB और CD दो समान ऊँचाई की मीनार है। दोनों के पादों के बीच 20 मीटर की दूरी है यदि एक मीनार के पाद से दूसरे मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण $60°$ है तो दूसरे मीनार के शीर्ष से पहले मीनार के पाद का अवनमन कोण क्या होगा?

10. 14 सेंटीमीटर त्रिज्या वाले वृत के एक त्रिज्यखंड का परिमाप 68 सेंटीमीटर है उस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

11. एक बारंबारता बंटन का माध्य और बहुलक क्रमशः 26 और 29 हैं तो इसका माध्यक क्या होगा?

12. एक वृत पर 4 सेंटीमीटर लंबी स्पर्श रेखाओं का युग्म बिंदु P से खींचने के लिए, जिसकी दूरी केंद्र से 5 सेंटीमीटर है की त्रिज्या क्या होगी?

13. यदि रैखिक समीकरणों का एक युग्म संगत है तो निरूपित रेखाएं कैसी होगी?

(i) समांतर (ii) प्रतिच्क्षेदित रंखाएं या संपाती रेखाएं

(iii) हमेशा संपाती रेखाएं (iv) हमेशा प्रतिच्क्षेदित रेखाएं

14. निम्न में से कौन सी एक घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती

(i) 0.3 (ii) –0.3 (iii) 1/3 (iv) 1

OR

यदि P(E) = 0.60 है तो P(E नहीं) का मान क्या होगा।

15. भूमि के एक बिंदु से 10 मीटर ऊँची मीनार का उन्नयन कोण 45° है मीनार के पाद की बिंदु से दूरी क्या होंगी।

16. 52 पत्तों की एक गड्डी से एक पत्ता यादच्छा निकाला गया वह पता काले रंग का फेस कार्ड हो इसकी प्रायिकता क्या होगी।

खंड – II

स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–1

17. दैनिक जीवन में बीजगणित बहुत महत्वपूर्ण है बहुपद भी उतने ही महत्वपूर्ण है। यहाँ एक परिस्थिति बताई गई है। जहाँ हम बहुपदों का प्रयोग कर रहे है। एक कला प्रतियोगिता में बाँटे गए स्कैच पैनों की संख्या बहुपद x^2-9x+20 से दर्शायी गयी हे। संलग्न चित्र में इसका ग्राफीय निरूपण है। प्रत्येक प्रतिभागी को समान संख्या में स्कैच पैन दिये गए। कुल प्रतिभागियों की संख्या प्रत्येक प्रतिभागी को दिये गए स्कैच पैन की संख्या से अधिक है।

(i) प्रतिभागियों की संख्या और प्रत्येक को दिए गए स्कैच पैन की संख्या के लिए संभव व्यंजक क्या होगें?

(a) (x – 4), (x + 5) (b) (x + 4), (x + 5)

(c) (x – 4), (x – 5) (d) (x – 5)(x – 4)

(ii) बहुपद के शून्यक क्या होंगे?

(a) 4 – 5 (b) –4, –5 (c) –4, – 5 (d) 4, 5

(iii) उस बिन्दु के निर्देशांक जहाँ ग्राफ x-अक्ष को काटता है।

(a) (0,5) (b) (0, –5) (c) (4, 0) (d) (–4,0)

(iv) ग्राफ x-अक्ष को कितने बिन्दुओं पर काटेगा?

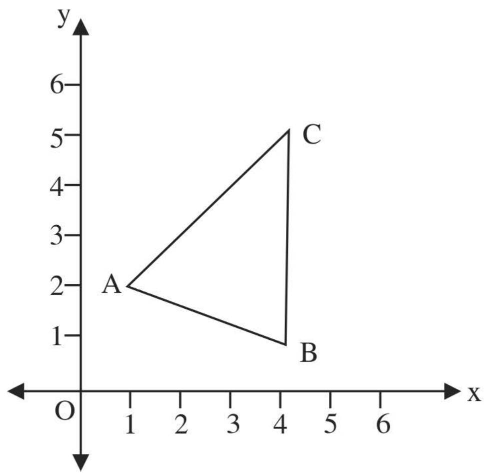
(a) 1 (b) 3 (c) 2 (d) 0

(v) एक बहुपद बनाइये जिसके शून्यक दिये गए बहुपद के शून्यकों के दूगने हों।

(a) $x^2 – 18x + 80$ (b) $x^2 + 18x + 80$

(c) $x^2 – 18x – 80$ (d) $x^2 + 18x – 80$

18. स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–2



मेलों में रस्सी पर चलने वाली नट हम लोग अक्सर देखते है। वह रस्सी पर गुरुत्वाकर्षण केन्द्रिय बल द्वारा अपने आप को संतुलित करती है। एक नटनी बिन्दु A से चलना प्रारंभ करती है, संलग्न चित्र में वह बिन्दु A से B पर B से C पर और C से A पर जाती है।

(i) भुजा BC के मध्य बिन्दु D के निर्देशांक क्या होगें।

(a) (3, 4) (b) (4, 3) (c) (8, 6) (d) (4, 6)

(ii) यदि वह BC भुजा की माध्यिका पर चले तो वह कितनी दूरी तय करती है (इकाई में)

(a) $\sqrt{10}$ (b) $\sqrt{50}$ (c) $\sqrt{34}$ (d) $\sqrt{26}$

(iii) A से B तथा B से D चलने में उसने कुल कितनी दूरी तय की।

(a) $\sqrt{2}+10$ (b) $2+\sqrt{10}$ (c) $\sqrt{10}$ (d) $\sqrt{20}$

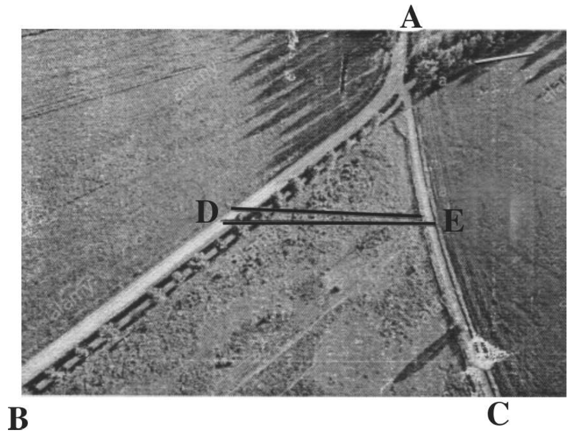
(iv) B और C बिन्दुओं के साथ निम्न में से कौन–सा बिन्दु संरेखी होगा।

(a) (1,2) (b) (4,4) (c) (2, 4) (d) (2, 3)

(v) A का समीपवर्ती बिन्दु

(a) B (b) C (c) D (d) B और D

19. स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–3



ज्यामिति गणित की एक महत्वपूर्ण शाखा है जिसका प्रयोग हम अपनी सुविधाओं के लिए भी करते है। संलग्न चित्र में एक गाँव के बहुत बड़े त्रिभुजाकार खेत को दर्शाया गया है। गाँव के वृद्धजनों के लिए उसके बीच से एक छोटी सड़क DE बनाई गयी तथा $DE \| BC$ है।

(i) निम्न में से कौन–सा सही नहीं है।

(a) AD/DB = AE/EC　　(b) AD/DB = AE/AC

(c) AD/AB = AE/AC　　(d) DB/AB = EC/AC

(ii) ज्यामिति के कौन–सी प्रमेय का प्रयोग किया गया है?

(a) पाइथागोरस प्रमेय　　(b) पाइथागोरस प्रमेय का विलोम

(c) थेल्स प्रमेय　　(d) थेल्स प्रमेय का विलोम

(iii) यदि AD = 4 सेमी DB = 6 सेमी DE = 5 सेमी तो भूजा BC की लम्बाई क्या होगी?

(a) 7 सेमी　　(b) 7.5 सेमी　　(c) 10 सेमी　　(d) 12.5 सेमी

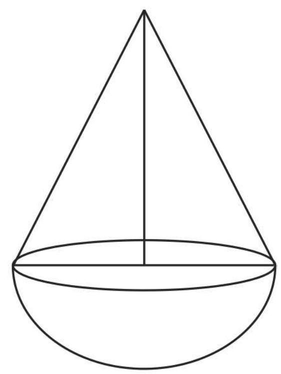
(iv) यदि D और E क्रमशः भुजा AB और AC के मध्य बिन्दु है तो निम्न में से कौन–सा कथन सत्य है।

(a) AD = AE　　(b) 2DE = BC　　(c) AD = 2DB　　(d) DE = 2BC

(v) निम्न में से कौन–सा समरूपता नियम $\Delta ADE - \Delta ABC$ दर्शाता है।

(a) SSS　　(b) ASA　　(c) AA　　(d) RHS

20. स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Question)–4



एक खिलौने बनाने वाले उत्पादक ने अपने बेटे के पहले जन्मदिन पर प्रत्येक आमंत्रित बच्चे को हिटमी खिलौना गिफ्ट करना चाहता है। खिलौने को बनाने के लिए प्रयोग की जाने वाली प्लास्टिक शीट की चौड़ाई 50 सेमी है अर्धगोले की त्रिज्या 5 सेमी है और शंकु की ऊँचाई त्रिज्या के दूगने से 2 सेमी अधिक है। एक खिलौने को बनाने में यदि 0.9 सेमी प्लास्टिक शीट सिलाई में प्रयुक्त होती है तो

(i) शंकु की ऊँचाई क्या होगी?

(a) 10 (b) 5 (c) 12 (d) 20

(ii) शक्वाकार भाग की तिरछी ऊँचाई क्या होगी?

(a) 12 (b) 5 (c) 7 (d) 13

(iii) यदि उसने 250 बच्चों को आमंत्रित किया है, तो उनको दिए जाने के लिए खिलौने में प्रयोग होने वाली प्लास्टिक शीट की लम्बाई कितनी होगी?

(a) 77 मी (b) 770 मी (c) 7.7 मी (d) 15.4 मी

(iv) यदि वह एक खिलौना ऐसा बनाए कि उसकी त्रिजया व ऊँचाई दूगनी हो तो कितनी लम्बी प्लास्टिक शीट लगेगी?

(a) 29.16 सेमी (b) 28.26 सेमी (c) 1413 सेमी (d) 450 सेमी

(v) यदि वह इस बड़े खिलौने को चमकी (glitters) से भरना चाहता है तो कितने ग्राम चमकी की आवश्यकता होगी यदि 1 घन सेमी चमकी = 1 ग्राम हो?

(a) 440 ग्राम (b) 4.605 किलो ग्राम (c) 460 ग्राम (d) 465 ग्राम

भाग–ब

खण्ड–III

21. बिंदु P(x, y) बिंदुओं A (5, 1) और B(–1, 5), से समान दूरी पर स्थित है तो दर्शाइए कि 3x = 2 y है।

अथवा

एक वृत्त के व्यास के अंतः बिंदु (-4,2) और (4,-3) है। वृत्त के केंद्र और त्रिज्या की लंबाई ज्ञात कजिए।

22. एक आयत ABCD, में बिंदु P एक अतः बिंदु है सिद्ध कीजिए $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ है।

23. दो सेकेंद्री वृत्त की त्रिज्याएँ क्रमशः 25 सेंटीमीटर और 7 सेंटीमीटर है। बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटेवृत्त को स्पर्श करती हो।

24. एक वृत जिसकी त्रिज्या 4 सेंटीमीटर है, के केंद्र से 6 सेंटीमीटर की दूरी पर स्थित एक बिंदु से वृत पर दो स्पर्श रेखाएं खींचिए। स्पर्श रेखा की लंबाई भी ज्ञात किजिए।

25. यदि $\tan\theta = \sqrt{3}$ हो तो $(\sin\theta - \cos\theta)/(\sin\theta + \cos\theta)$ का मान ज्ञात कीजिए।

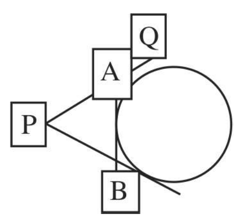
अथवा

यदि $x = 3\sin\theta + 4\cos\theta$ और $y = 3\cos\theta - 4\sin\theta$ हो तो सिद्ध कीजिए $x^2 + y^2 = 25$ है।

26. 6 से विभाजित होने वाली 2 अंकों की कितनी संख्याएँ होंगी, ज्ञात कीजिए।

27. यदि √3 क अपरिमेय संख्या है तो सिद्ध कीजिए 2 – √3 क अपरिमेय संख्या है।

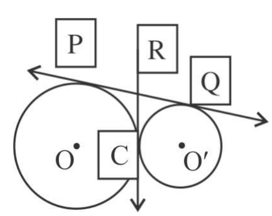
28. संलग्न चित्र में, सिद्ध किजिए कि



त्रिभुज का परिमाप = 2 x स्पर्श रेखा की लंबाई

अथवा

संलग्न चित्र में दो वृत्त एक दूसरे को बिंदु C पर स्पर्श करते हैं PQ एक उभनिष्ठ स्पर्श रेखा है। सिद्ध कीजिए कि CR, PQ को संमद्विभाजित करता है।



29. a और b का मान ज्ञात किजिए जिसके लिए दिए रैखिक समीकरणों के युग्म के असंख्य हल हो: $2x - 3y = 7; (a + b) x - (a + b - 3) y = 4a + b$

30. दो अंकों वाली सभी प्राकृतिक संख्याओं के समूह में से एक 2 अंक वाली संख्या यादच्छा चुनी गई। प्रायिकता ज्ञात किजिए कि चुनी गई संख्या

(i) के दोनों अंक समान है।

(ii) 10 के गुणज है।

अथवा

दो पासे एक साथ उछाले गए। निम्न की प्रायिकता ज्ञात किजिए।

(i) दोनों पासों पर सम संख्या आने की

(ii) पासों पर दोनों संख्याओं को योग 9 से अधिक हो।

31. एक ठोस अर्ध गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 वर्ग सेंटीमीटर है तो इसका आयतन ज्ञात कीजिए।

32. सिद्ध कीजिए $(\tan\theta + \sec\theta - 1) / (\tan\theta - \sec\theta + 1) = (1 + \sin\theta)/\cos\theta$.

33. तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ऐसे हैं कि पहले के वर्ग तथा अन्य दो पूर्णांकों के गुणलनफल को जोड़ने पर 46 प्राप्त होता है पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

अथवा

मोना की 3 वर्ष पूर्व की आयु और अब से 5 वर्ष बाद की आयु के व्युत्क्रमों का योग 1/3 है तो उसकी वर्तमान आयु क्या होगी?

34. एक मीनार के शीर्ष से 50 मीटर ऊँची एक मकान के शीर्ष और पाद के अवनमन कोण क्रमशः $30°$ और $60°$ है तो मीनार की ऊँचाई कीजिए।

35. एक समांतर श्रेणी का दसवां पद 25 है और पहले 20 पदों का योग 610 है। इसके पहले 30 पदों का योग क्या होगा?

36. यदि निम्न आँकड़ों का माध्यक 31 है तो x और y का मान ज्ञात किजिए।

वर्ग अंतराल	बारंबारता
0-10	5
10-20	X
20-30	6
30-40	Y
40-50	6
50-60	5
कुल	40

अभ्यास प्रश्न पत्र (उत्तरमाला)

1. तीन दशमलव स्थान

2. $\alpha + \beta = 0 \Rightarrow p = 0$

3. $245 - 5 = 240,\ 1029 - 5 = 1024$

HCF (240, 1024) = 16

अथवा

(*iii*) 4.07007000 ...

4. y-अक्ष और x-अक्ष के समान्तर

5. $1260 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

6. वृत्त का क्षेत्रफल = 38.5 वर्ग सेमी

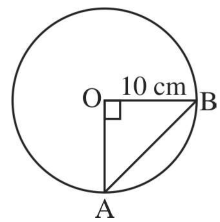
$r^2 = \dfrac{38.5 \times 7}{22} = \dfrac{7}{2} \times \dfrac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad r = \dfrac{7}{2}$ सेमी

अथवा

$r = 10$ सेमी

$OB^2 + OA^2 = AB^2$

$AB = 10\sqrt{2}$ सेमी



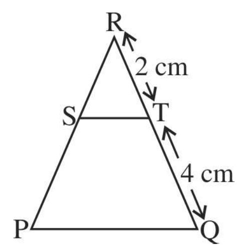
7. $\dfrac{\text{क्षेत्र त्रिभुज I}}{\text{क्षेत्र त्रिभुज II}} = \dfrac{(\text{भुजा त्रिभुज I})^2}{(\text{भुजा त्रिभुज II})^2}$

$$= \frac{3^2}{4^2} = 9 : 16$$

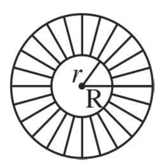
अथवा

$\Delta PST \sim \Delta PQR$ (AA समरूपता नियम)

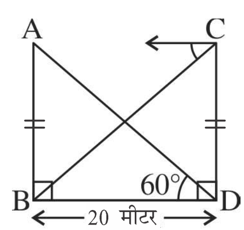
$$\frac{\text{क्षे.}(\Delta PST)}{\text{क्षे.}(\Delta PQR)} = \frac{PT^2}{TR^2} = 1:4$$



8. क्षेत्रफल $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$



9. अवनमन कोण $= 60°$



10. त्रिज्याखण्ड का परिमाप $= 2r + l$

$68 = 28 + l$

$\Rightarrow \quad 68 = 28 + \dfrac{\pi r\theta}{180°} \quad \Rightarrow \quad \theta = \dfrac{40 \times 180°}{\pi \times 14}$

त्रिज्यखण्ड का क्षे. $= \dfrac{\pi r^2\theta}{360°} = 280$ वर्ग सेमी

11. बहुलक = 3 माध्यक – 2 माध्य

$\Rightarrow$ $29 + 2 \times 26 = 3$ माध्यक

$\Rightarrow$ माध्यक $= \frac{81}{3} = 27$

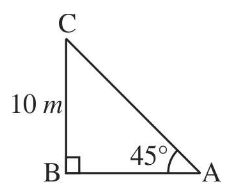
12. $r = 3$ सेमी

13. (ii) प्रतिच्छेदित रेखाएं या सपाती रेखाएं

14. (ii) –0.3 अथवा P(नहीं) = 1 – 0.60 = 0.40

15. $\tan 45° = \frac{BC}{AB}$

$\Rightarrow$ AB = BC = 10 मी



16. $P(E) = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

17. (i) (c) $(x-4), (x-5)$

(ii) (d) (4, 5)

(iii) (c) (4, 0)

(iv) (c) 2

(v) (a) $x^2 - 18x + 80$

18. (i) (b) (4, 3)

(ii) (a) $AD = \sqrt{10}$

(iii) (b) $AB + BD = 2 + \sqrt{10}$

(iv) (a) (1, 2)

(v) (d) B and D

19. (i) (b) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

(ii) (c) थेल्स प्रमेय

(iii) (d) 12.5 सेमी

(iv) (b) 2DE = BC

(v) (c) AA

20. (i) (c) 12 सेमी

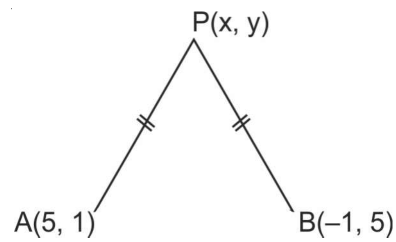
(ii) (d) 13 सेमी

(iii) (d) 15.4 सेमी

(iv) (a) 29.16 सेमी

(v) (b) 4.605 किग्रा

21. $PA = PB \Rightarrow PA^2 = PB^2$



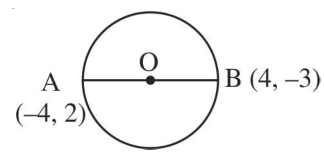
$(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = (x + 1)^2 + (y - 5)^2$

$\Rightarrow -10x - 2y + 25 + 1 = 2x - 10y + 1 + 25$

$\Rightarrow 12x - 8y = 0$

$\Rightarrow 3x = 2y$

अथवा



O के निर्देशांक $= \left(\frac{-4+4}{2}, \frac{2-3}{2}\right) = \left(0, -\frac{1}{2}\right)$

$$OA = \sqrt{(O+4)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{89}{4}}$$

$\Rightarrow$ $OA = \frac{\sqrt{89}}{2}$ मात्रक

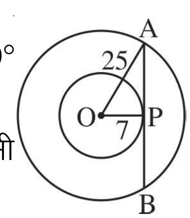
22. $BD = AC \rightarrow I$ (आयत की विकर्ण)

$AP = PC \rightarrow II$ और $BP = PD \rightarrow III$

I, II, III से, $AP = PC = BP = DP$

$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$

23. AB बड़े वृत की जीवा है जो छोटे वृत की स्पर्श रेखा है। अतः $\angle OPA = 90°$ और $AP = PB$ है।



$\angle OPA$ समकोण त्रिभुज है जिसमें पाइथागोरस प्रमेय द्वारा PA = 24 सेमी होगी। अतः $AB = 2 \times 24 = 48$ सेमी है।

24. वृत की रचना जब $r = 4$ सेमी

बाह्य बिन्दु P जो कि केन्द्र 0 से 6 सेमी दूरी पर है

स्पर्श रेखाओं की रचना

25. प्रत्येक पद को $\cos\theta$ से भाग देने पर

$$\frac{\tan\theta-1}{\tan\theta+1}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$$ {$\tan\theta=\sqrt{3}$ रखने पर}

अथवा

$$\text{LHS} = x^2 + y^2 = (3\sin\theta + 4\cos\theta)^2 + (3\cos\theta - 4\sin\theta)^2$$

$$= 9(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + 16(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + 24\sin\theta\cos\theta - 24\sin\theta\cos\theta$$

$$= 25 = \text{RHS}$$

26. समांतर श्रेणी 12,18, ..., 96

$a = 12,\ d = 6,\ an = 96$

$a + (n-1)d = 96$

$\Rightarrow\ 12 + (n-1)6 = 96$

$$(n-1)=\frac{96-12}{6}=\frac{\cancel{84}^{14}}{\cancel{6}}$$

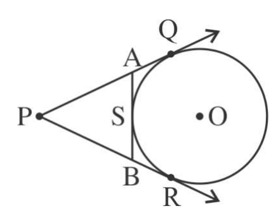
$\Rightarrow\quad n = 14 + 1 = 15$

27. $\dfrac{p}{q}=2-\sqrt{3}$, $q\neq 0$, HCF (p, q) = 1

$$\sqrt{3}=2-\frac{p}{q}\quad\Rightarrow\quad \underbrace{\sqrt{3}}_{\text{अपरिमेय}}=\underbrace{\frac{2q-p}{q}}_{\text{परिमेय}}$$

$\therefore\quad 2-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

28. त्रिभुज ΔPAB का परिमाप $= PA + PB + AB$ बाह्य बिन्दुओं A और B से खींची गई स्पर्श रेखाएं बराबर होंगी



अतः $AS = AQ$, $BS = BR$ और $PQ = PR$

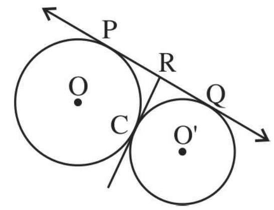
त्रिभुज का परिमाप $\Delta PAB = PA + PB + AB$

$= PA + PB + AQ + BR$

$= PQ + PR$

$= 2PQ$

$= 2 \times$ स्पर्श रेखा की लम्बाई



अथवा

बाह्य बिन्दु R से O केन्द्र वाले वृत पर स्पर्श रेखाएं बराबर होगी।

अतः $RP = RC - I$ और $RQ = RC - II$

I और II से $\Rightarrow PR = RC = RQ \Rightarrow$ RC रेखाखण्ड PQ को समद्विभाजित करती है।

29. $2x - 3y = 7$

$(a + b)x - (a + b - 3)y = 4a + b$

$a_1 = 2, b_1 = -3, c_1 = 7$

$a_2 = (a + b), b_2 = -(a + b - 3), c_2 = 4a + b$

अंसख्या हल के लिए

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{2}{a+b} = \frac{-3}{-(a+b-3)} = \frac{7}{4a+b}$$

$\Rightarrow \quad 2(a + b - 3) = 3(a + b)$ और $2(4a + b) = 7(a + b)$

$2a + 2b - b = 3 - 3b = 0$

$-a - b + 6 = 0$

$8a + 2b - 7a - 7b = 0$

$a - 5b = 0$

$\Rightarrow \quad a + b = 6 \; ...(1)$ और $a = 5b \; ...(2)$

(1) और (2) को सरल करने पर

$\therefore \quad a = 5$ और $b = 1$

30. दो अंकों वाली कुल संख्याएँ = 90

(i) दोनों अंक समान हो ऐसी संख्याएँ = 9 = E

$$P(E) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

(ii) 10 का गुणज हो ऐसी संख्याएँ = 9 = E

$$P(E) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

अथवा

कुल अनुकूल परिणाम = 36

(i) सम संख्या (दोनों पर) = 9 = E

$$P(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(ii) संख्याओं का योग 9 से अधिक = 3 = E

$$P(E) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

31. अर्धगोले का कुल पृ. क्षे. = $3\pi r^2$

$$\Rightarrow \quad 462 = 3 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$r^2 = \frac{462 \times 7}{3 \times 22} \Rightarrow r = 7 \text{ cm}$$

$\therefore$ अर्धगोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = \frac{44 \times 49}{3} = \frac{2156}{3}$ घन सेमी

32. LHS $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{\tan\theta + \sec\theta - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$

$$= \frac{(\tan\theta + \sec\theta)(\tan\theta + 1 - \sec\theta)}{(\tan\theta - \sec\theta + 1)}$$

$$= \tan\theta + \sec\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = \text{RHS}$$

33. $I^2 + II \times III = 46$

माना संख्याऐ है $x, x + 1, x + 2$

अतः $x^2 + (x + 1)(x + 2) = 46$

$\Rightarrow \quad 2x^2 + 3x - 44 = 0$

$\Rightarrow \quad x = 4, -\frac{11}{2}$ (छोड दे)

$\therefore \quad x, x + 1, x + 2 = 4, 5, 6$

अथवा

माना कि मोना की वर्तमान आयु = x वर्ष

3 वर्ष पूर्व मोना की आयु = $(x - 3)$ वर्ष

5 वर्ष बाद मोना की आयु = $(x + 5)$ वर्ष

$$\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow 3x(2x+2) = x^2 + 2x - 15$

$\Rightarrow \quad x^2 - 4x - 21 = 0$

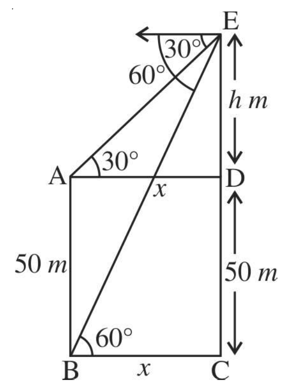
$\Rightarrow x^2 - 7x + 3x - 21 = 0$

$\Rightarrow (x-7)(x+3) = 0$

$\Rightarrow \quad x = 7, x - 3$

अतः मोना की वर्तमान आयु =7 वर्ष

34. ΔADE में



$$\frac{h}{x} = \tan 30° \Rightarrow \sqrt{3}\,h = x$$

ΔBCE में, $\dfrac{h+50}{x} = \tan 60° \Rightarrow \dfrac{h+50}{\sqrt{3}} = x$

$$\sqrt{3}h = \frac{h+50}{\sqrt{3}}$$

$2h = 50$

$\therefore \quad h = 25$

टावर की ऊँचाई $= 75$ m

$x = 25\sqrt{3}$m

35. $a_{10} = 25, S_{20} = 610, S_{30} = ?$

$$a + 9d = 25 \; ... \text{(I) and } \frac{20}{2}[2a + 19d] = 610$$

$\Rightarrow \quad 2a + 19d = 61 \; ... \text{(I)}$

(I) और (II) से $d = 11, a = 25 - 99 = -74$.

अतः $\quad S_{30} = \dfrac{30}{2}[2 \times (-74) + 29 \times 11] = 15 \times 171 = 2565$

36.

वर्ग अंतराल	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता
0–10	5	5
10–20 s	x	5+x
20–30	6	11+x
30–40	y	11+x+y
40–50	6	17+x+y
50–60	5	22+x+y
	40	

$x + y = 18 \rightarrow (I)$

$$\frac{N}{2} = 20$$

माध्यिका 31 है अतः माध्यिका 30–40 में स्थित है।

$l = 30$

$f = y$

$cf = 11 + x$

$h = 10$

$$\text{माध्यिका} = 1 + \frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right) \times h}{x}$$

$$31 = 30 + \left(\frac{20 - 11 - x}{y}\right) \times 10$$

$\Rightarrow \quad 10x + 5y = 90 \ldots(II)$

(I) और (II) से

$x = 8, y = 10$

गणित अभ्यास प्रश्न पत्र–4

समय : 3 घंटे **अधिकम अंक : 80**

सामान्य निर्देश :

1. इस प्रश्न पत्र में दो भाग 'अ' और 'ब' है।

2. भाग – अ और भाग – ब दोनों में आंतरिक विकल्प प्रदान किये गए हैं।

भाग – अ

1. इसमें दो खंड है, I और II।
2. खंड – I में 1 अंक के 16 प्रश्न हैं। 5 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गये हैं।
3. खंड – II में स्थिति पर आधारित (Case study Based) 4 प्रश्न हैं। प्रत्येक में 5 उप–भाग हैं परीक्षार्थी को 5 उप–भागों में से किसी भी 4 उप–भागों को हल करना है।

भाग – ब

1. प्रश्न संख्या 21 से 26 अति लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 2 अंक का है।
2. प्रश्न संख्या 27 से 33 लघु उत्तरीय प्रश्न है और प्रत्येक 3 अंक का है।
3. प्रश्न संख्या 34 से 36 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं और प्रत्येक 5 अंक का है।
4. आंतरिक विकल्प 2 अंकों के 2 प्रश्नों में, 3 अंकों के 2 प्रश्नों में तथा 5 अंकों के 1 प्रश्न में प्रदान किया गया है।

भाग – अ

खंड – I

निर्देश (प्र. 1-16) खंड –1 में 1 अंक वाले 16 प्रश्न है। 5 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गए हैं।

1. P तथा q का ल. स. ज्ञात कीजिए जब $P = a^2b^3$ तथा $q = ab^4$, a तथा b अभाज्य संख्याएँ है।

अथवा

लम्बी विभाजन विधि का प्रयोग किए बिना बताइए $\frac{987}{10500}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असांत आवर्ती।

2. यदि α, β बहुपद $f(x) = px^2 - 2x + 3p$ के शून्यक हैं तथा $\alpha + \beta = \alpha\beta$ हो तो p का मान बताएँ।

3. यदि रेखाएँ $3x + 2ky = 2$ और $2x + 5y = -1$ समांतर हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

4. दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्मों के अन्तगिनत हल कब होंगे?

5. किसी समांतर श्रेणी AP 5, 9, 13, ... 185 का अंत से 9वाँ पद ज्ञात किजिए।

अथवा

यदि किसी समांतर श्रेणी में A.P, में $a_{18} - a_{14} = 32$ हो तो सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

6. $\cot^2\theta - \dfrac{1}{\sin^2\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. 52 पत्तों की ताश की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह पत्ता या तो लाल रंग का होगा या वह एक बेगम होगी?

अथवा

दो विभिन्न पासों को एक बार फेंका गया। प्रायिकता ज्ञात किजिए कि दोनों पर आई संख्याओं का योग 4 होगा।

8. यदि किसी समांतर श्रेणी AP का nवाँ पद $\dfrac{3+n}{4}$ हो तो इस समांतर श्रेणी का 8वाँ पद ज्ञात कीजिए।

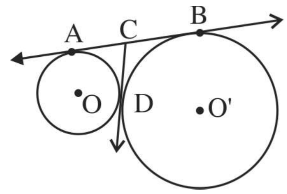
9. k के किस मान के लिए, –2 द्विघात समीकरण $3x^2 + 4x + 2k = 0$ का एक मूल होगा।

अथवा

द्विघात समीकरण $4\sqrt{2}x^2 + 8x + 2\sqrt{2} = 0$ का विवितकर ज्ञात कीजिए।

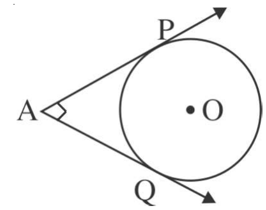
10. यदि दो समरूप त्रिभुजों के परिमापों का अनुपात 9 : 16 हो तो इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

11. AB तथा CD दो वृत्तों की उभ्यनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ है जैसा चित्र में दर्शाया गया है। यदि AB = 6 सेमी हो तो CD का मान ज्ञात किजिए।



अथवा

दिए गए चित्र में AP और AQ बाह्य बिन्दु A से केन्द्र O वाले वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ है। AP और AQ एक–दूसरे पर लम्बवत् है तथा AP = AQ = 5 सेमी है। इस वृत्त क त्रिज्या ज्ञात किजिए।



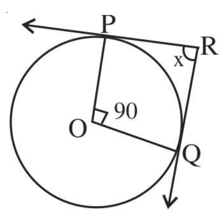
12. $\sin \theta = \cos \theta$ को सत्यापित करने वाला न्यून कोण θ क्या होगा?

13. एक वृत्त, जिसकी त्रिज्या r तथा चाप की लंबाई l हो, के त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल r तथा l में लिखिए।

14. आधारभूत अनुपातिकता प्रमेय का कथन लिखिए।

15. 5 सेमी भुजा वाले दो घनों को मिलाने पर बने घनाभ का आयतन क्या होगा?

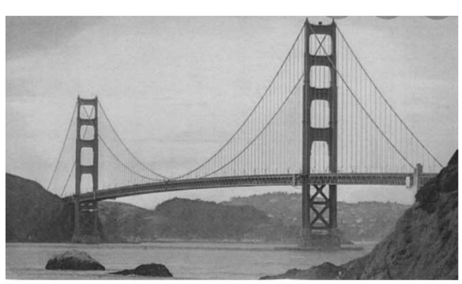
16. दिए गए चित्र में x का मान बताएँ



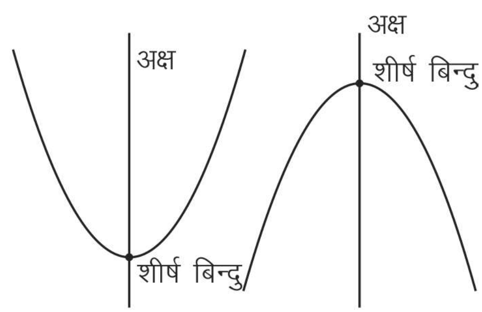
खंड – II

निर्देश (17–20) स्थिति पर आधारित प्रश्न (case study based) अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न के पाँच उपभागों में से कोई भी चार उपभागों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक उपभाग एक अंक का है।

17. दी गई फोटो सैन फ्रांसिस्को के गोल्डन गेट पुल की है। यह एक परवलय व़क्र जैसा है। द्विघात बहुपद $f(x) = ax^2 + bx + c$ का ग्राफ एक परवलय होता है।



गोल्डन गेट पुल



स्थिति पर आधारित प्रश्न के किन्ही चार उपभागों के उत्तर दीजिए :

(a) यदि गोल्डन गेट पुल समीकरण $x^2 - 5x + 6$, से दर्शाया जाए तो इसके शून्यक होंगे।

(i) $x = -3, x = -2$ (ii) $x = 3, x = -2$

(iii) $x = 3, x = 2$ (iv) $x = -3, x = 2$

(b) एक द्विघात बहुपद का आलेख निम्न में से क्या होगा?

(i) सीधी रेखा (ii) परवलय

(iii) वृत्त (iv) इनमें से कोई नहीं

(c) यदि गोल्डन गेट पुल वह द्विघात बहुपद दर्शाता है जिसका एक शून्यक 4 हो और शून्यकों का योग शून्य हो तो वह द्विघात बहुपद निम्न में से क्या होगा?

(i) $x^2 - 16$ (ii) $(x^2 - 8x + 16)$

(iii) $x^2 - 4$ (iv) $x^2 - 6$

(d) गोल्डन गेट पुल को आलेख पर निरूपित किया। द्विघात बहुपद के शून्यक आलेख द्वारा प्राप्त किए जा सकते है। इस बहुपद के शून्यकों की संख्या उन बिन्दुओं की संख्याओं के बराबर होती है जिससे बहुपद का आलेख :–

(i) x-अक्ष पर प्रतिच्छेद करें

(ii) y-अक्ष पर प्रतिच्छेद करें।

(iii) y-अक्ष तथा x-अक्ष पर प्रतिच्छेद करें

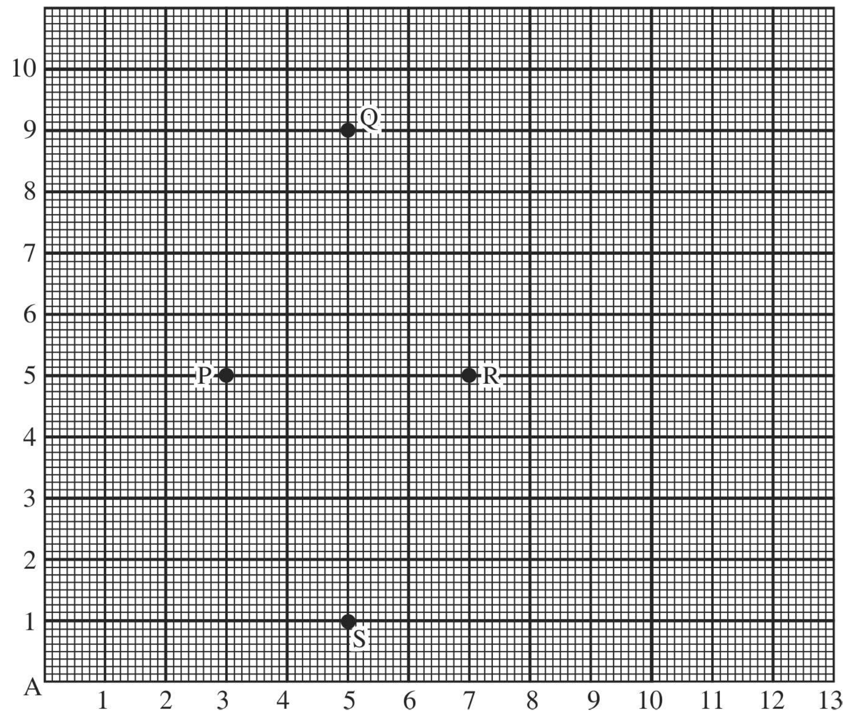
(iv) उपरोक्त में कोई नहीं

(e) बहुपद $P(x) = (x - 3)^2 - 9$ के शून्यकों की संख्या क्या होगी?

(i) 1 (ii) 2

(iii) 0 (iv) 3

18. एक उच्च माध्यमिक विद्यालय के विद्यार्थी अपने खेल के मैदान में पंक्ति और स्तंभ में खड़े होकर एक ड्रिल का अभ्यास कर रहे हैं। दिए गए चित्र में चार विद्यार्थी P, Q, R तथा S पर स्थित है।



A को मूलबिन्दु लेकर निम्न के उत्तर दिजिए।

(a) QS का मध्यबिन्दु ज्ञात करें।

(i) (5, 5) (ii) (3, 5)

(iii) (5, 7) (iv) (–3, –5)

(b) P और Q के बीच की दूरी ज्ञात करें।

(i) $3\sqrt{2}$ (ii) $2\sqrt{2}$

(iii) $2\sqrt{5}$ (iv) $\sqrt{5}$

(c) यदि बिन्दु M, PR को 1 : 3 में विभाजित करे तो M के निर्देशांक क्या होंगे?

(i) (5, 4) (ii) (4, 5)

(iii) (6, 5) (iv) (5, 6)

(d) यदि अमन के निर्देशांक (x, y) है तथा वह P और Q से समदूरस्थ हो तो x तथा y के बीच संबंध क्या होगा?

(i) $-4x - 8y + 48 = 0$ (ii) $4x - 8y - 72 = 0$

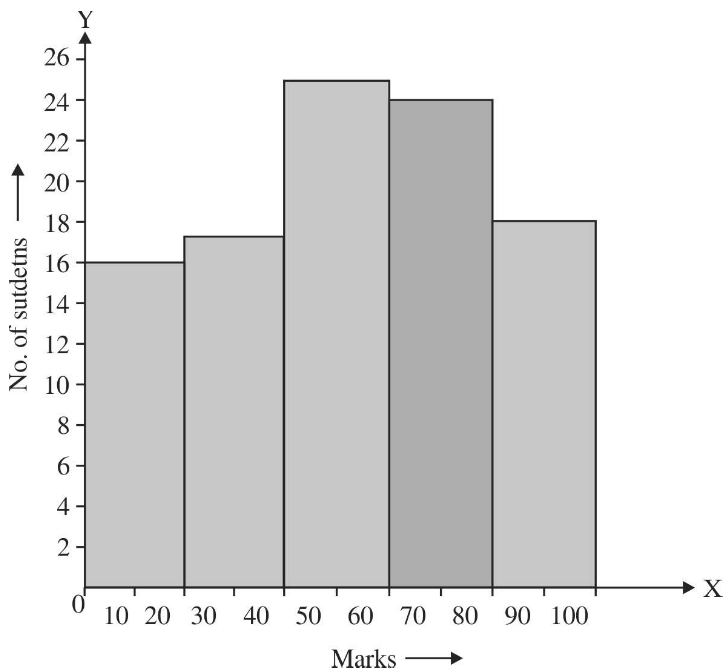
(iii) $x + 2y = 36$ (iv) इनमें से कोई नहीं।

(e) बिन्दु P, Q, R तथा S को मिलाने पर प्राप्त क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(i) 32 वर्ग इकाई (ii) 18 वर्ग इकाई

(iii) 12 वर्ग इकाई (iv) 16 वर्ग इकाई

19. पीरियोडिक टेस्ट 1 में अंग्रेजी की अध्यापिका ने 50 विद्यार्थियों के 100 में प्राप्त अंकों का रिकॉर्ड रखा। इस रिकॉर्ड किए गए आँकड़ों के आधार पर उसने निम्न बारंबारता बहुभुज बनाया।



उपरोक्त बारंबारता बहुभुज को पढ़ें व उत्तर दें।

(a) बहुलक के वर्ग अंतराल की निम्न सीमा क्या होगी?

(i) 60 (ii) 20

(iii) 40 (iv) 80

(b) माध्यिका और बहुलक की वर्ग सीमाओं की उपरि सीमाओं का योग क्या होगा?

(i) 120 (ii) 100

(iii) 140 (iv) 130

(c) कितने विद्यार्थियों ने 60 से अधिक अंक प्राप्त किए?

(i) 50 (ii) 45

(iii) 60 (iv) 42

(d) माध्य अंक क्या होगा?

(i) 53 (ii) 52.2

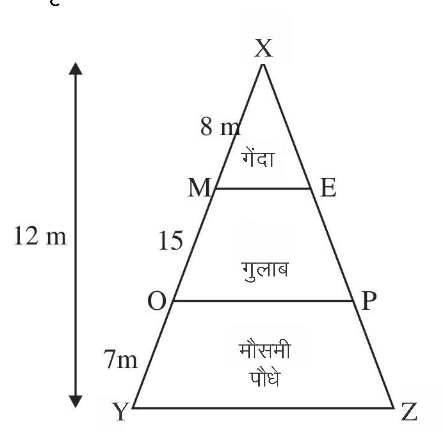
(iii) 54.4 (iv) 50

(e) संचयी बारंबारता सारणी निम्न में से क्या ज्ञात करने में मदद करती है।

(i) माध्य (ii) माध्यिका

(iii) बहुलक (iv) ये सभी

20. पंकज के पास बागवानी के लिए एक त्रिभुजाकार भूखंड (प्लाट) है। उसने इस भूखंड को बाड़ा MN और OP द्वारा विभाजित किया। MN और OP इस प्लाट की सीमा YZ के समांतर है जैसा कि आकृति में दिया है।



(a) बाड़ा MN की लंबाई क्या होगी?

(i) 6 मी (ii) 4 मी

(iii) 8 मी (iv) 2 मी

(b) कितने त्रिभुजाकार प्लाट के जोड़े समरूप है?

(i) 2 जोड़े (ii) 3 जोड़े

(iii) 1 जोड़े (iv) 4 जोड़े

(c) OP की लम्बाई क्या होगी?

(i) 11.5 मी (ii) 11 मी

(iii) 12 मी (iv) 12.5 मी

(d) ΔXMN का क्षेत्रफल क्या होगा?

(i) 25 वर्ग मी (ii) 22 वर्ग मी

(iii) 23.5 वर्ग मी (iv) 6.4 वर्ग मी

(e) इस प्रश्न में प्रयोग हुई प्रमेयों को चुनें।

(i) पाइथागोरस और उसका विलोम

(ii) आधारभूत अनुपातिकता प्रमेय का विलोम

(iii) आधारभूत अनुपातिकता प्रमेय (BPT) और समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों पर आधारित प्रमेय

(iv) पाइथागोरस का विलोम

भाग–ब

खंड–III

निर्देश प्रश्न 21–26 अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक 2 अंक वाले प्रश्न हैं।

21. y का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिन्दु P(2, –3) तथा Q(10, y) के बीच की दूरी 10 इकाई हो।

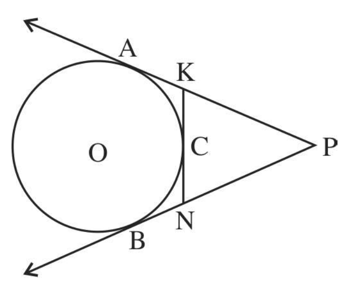
अथवा

बिन्दु (4, –1) और (–2, –3) को मिलाने वाले रेखाखंड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

22. द्विघात समीकरण $t^2 - 15$ के शून्यक ज्ञात किजिए और इसके शून्यकों और गुणांकों में संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

23. सिद्ध करो कि कोई धनात्मक विषम पूर्णांक 4q + 1 या 4q+3, के रूप में होता है जहाँ q एक पूर्णांक है।

24. आकृति में KN, PA और PB वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं। सिद्ध किजिए KN = AK + BN



25. यदि $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ तो सिद्ध कीजिए $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ हैं।

अथवा

$\dfrac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sin^2 59^\circ + \sin^2 31^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

26. एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजा 4.8 सेमी है। एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी प्रत्येक भुजा दिये गये त्रिभुज की संगत भुजा का $\dfrac{7}{4}$ गुने के बराबर है।

खंड–IV

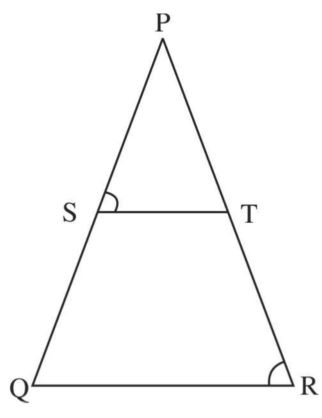
निर्देश (प्र 27–33) यह लघु उत्तरीय प्रश्न है तथा प्रत्येक 3 अंक के प्रश्न हैं।

27. सिद्ध कीजिए $5-3\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है, जब दिया हो कि $\sqrt{2}$ अपरिमेय है।

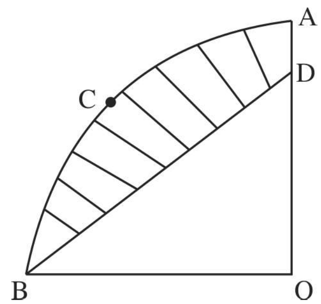
28. पाइथागोरस प्रमेय कथन सहित सिद्ध कीजिए।

अथवा

दी गई आकृति में $\dfrac{PS}{SQ} = \dfrac{PT}{TR}$ तथा $\angle PST = \angle PRQ$, है। सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



29. दिए गए चित्र में OACB एक वृत जिसका केन्द्र o और त्रिज्या 3.5 है, उसका चतुर्थांश है। यदि OD = 2 हो तो (i) चतुर्थांश OACB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (ii) छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



30. x के लिए हल करें : $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$, $x \neq -4, 7$

अथवा

K के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $kx(x-2)+6=0$ के दो बराबर मूल होंगे।

31. 52 पत्तों वाली ताश की गड्डी में से दो काले रंग के बादशाह और 4 लाल रंग के पत्ते (बादशाह नहीं) निकाल दिये जाते है। एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता

(i) एक काला गुलाम है (ii) एक लाल रंग का पत्ता है (iii) एक बादशाह है।

32. एक वायुयान 3000 मी की ऊँचाई पर उड़ रहा है। वह एक दूसरे वायुयान के ऊपर से गुजरता है। ठीक उसी समय दोनों वायुयानों के भूमि तल पर एक बिन्दु पर उन्नयन कोण क्रमश 60^o और 45^o के होते हैं। दोनों वायुयानों के बीच दूरी ज्ञात कीजिए।

33. निम्न बंटन एक कक्षा के 100 विद्यार्थियों के अंक दर्शाती है।

Marks	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40
No. of students	4	6	10	10	25	22	18	5

इन आँकड़ों द्वारा 'से कम प्रकार' तथा 'से अधिक प्रकार' के तोरण खींचिए।

खंड–V

निर्देश (प्र 34–36) यह दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक 5 अंक वाले प्रश्न हैं।

34. धातु की चादर से बना, ऊपर से खुला एक बर्तन शंकु के छिन्नक के आकार का है जिसकी ऊँचाई 16 सेमी है तथा निचले तथा ऊपरी सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 सेमी तथा 20 सेमी है। इसमें पूरी तरह से भरे जा सकने वाले, रुपये 20 प्रति लीटर वाले, दूध का मूल्य ज्ञात कीजिए। इस बर्तन को बनाने में लगी धातु की चादर का मूल्य ज्ञात कीजिए जबकि इसकी दर ₹ 8 प्रति 100 वर्ग सेमी है। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

35. A तथा B सड़क हाइवे में 70 किमी की दूरी पर हैं। दो कारें, A तथा B से एक ही समय पर चलती हैं। जब दोनों कारें एक ही दिशा में चलती है तो वे 7 घंटे बाद मिलती है। यदि में एक–दूसरे की तरफ चलती है तो 1 घंटे बाद मिलती हैं। दोनों कारों की गति ज्ञात कीजिए।

36. 1.5 मी लंबा एक लड़का 30 मी ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा है। जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° से 60° हो जाता है। बताइए कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है।

अथवा

एक 80 मी चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने–सामने समान लंबाई वाले दो खंभे लगे हुए है। इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिन्दु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमश 60° और 30° है। खंभों की ऊँचाई और खंभों से बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए।

Answers

भाग – अ

खंड–I

1. ल.स. = a^2b^4

अथवा

सांत दशमलव क्योंकि हर $2^m \times 5^n$ के रूप में हैं।

2. $p = \frac{2}{3}$

3. $k = \frac{15}{4}, k \neq -5$

4. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

5. 153 अथवा d = 8

6. 1

7. $\frac{7}{13}$ अथवा $\frac{1}{12}$

8. $\frac{11}{4}$

9. K = –2 अथवा D = 0

10. $\frac{81}{256}$

11. 3 सेमी अथवा r = 5 सेमी

12. $\theta = 30^o$

13. $\frac{1}{2}lr$

14. सही कथन

15. 250 वर्ग सेमी

16. 90^o

भाग A, खंड - II स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study)

17. (a) (iii) x = 3, x = 2 (b) (ii) परवलय (c) (i) $x^2 - 16$

(d) (i) x-अक्ष को प्रतिच्छेद करती है (e) (ii) 2

18. (a) (i) (5, 5) (b) (ii) $(2\sqrt{5})$ (c) (ii) (4, 5)

(d) (iii) x + 2y = 36 (e) (iv) 16 वर्ग इकाई

19.

वर्ग अंतराल	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
अंक	16	17	25	24	18

(a) (iii) 40 (b) (i) 120 (c) (iv) 42

(d) (ii) 52.2 (e) (ii) 16 वर्ग इकाई

20. (a) (ii) 4 मी (b) (iii) 3 जोड़े (c) (i) 11.5 मी

(d) (iv) 6.4 वर्ग मीटर

(e) (iii) आधारभूत अनुपातिकता प्रमेय (BPT) और समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों पर आधारित प्रमेय।

21. y = 3, y = –9

भाग – ब

खंड–III

22. शून्यक $\sqrt{15}$, $-\sqrt{15}$

शून्यक का योग $= 0 = \frac{-b}{a}$

शून्यकों का गुणनफल $= -15 = \frac{c}{a}$

23. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका द्वारा सिद्ध करें।

24. बाह्य बिन्दु से बनी स्पर्श रेखाएँ बराबर होते हैं का प्रयोग करें।

25. दोनों तरफ $\cos^2\theta$ से भाग करें तथा $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ का प्रयोग करें।

अथवा

$$\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sin^2 59^\circ + \sin^2 31^\circ} = 1,$$

26. समबाहु त्रिभुज की सही रचना तथा इसके समरूप त्रिभुज की सही रचना।

खंड-IV

27. विरोधाभास विधि द्वारा।

28. कथन, दिया है, सिद्ध करना, रचना एवं उत्पत्ति

अथवा

$\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ = (दिया है)

BPT के विलोम द्वारा $ST \parallel QR \quad \Rightarrow \angle PST = \angle PQR = \angle PRQ$

$\Rightarrow PR = PQ$

$\Rightarrow \Delta PQR$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

29. (i) क्षे (चतुर्थांश OACD) = 9.625 वर्ग सेमी

(ii) क्षे. (छायांकित भाग) = 6.125 वर्ग सेमी

30. $x = 1, 2$ अथवा $k = 6, k \neq 0$

31. (i) $\frac{2}{46}$ or $\frac{1}{23}$ (ii) $\frac{22}{46}$ or $\frac{11}{23}$ (iii) $\frac{2}{46}$ or $\frac{1}{23}$

32. 1268 मी

33. दिए गए बंटन को 'से कम प्रकार' तथा 'से अधिक प्रकार' बंटन में बदलिए फिर तारेण बनाए।

34. दूध का मूल्य = ₹ 209 (लगभग)

धातु की चादर का मूल्य = रुपये 156.75

35. बिन्दु A से चलने वाली कार की गति = 40 किमी/घंटा

बिन्दु B से चलने वाली कार की गति = 30 किमी/घंटा

36. दूरी = $19\sqrt{3}$

अथवा

h = 20/3 मी, दूरी 20 मी एवं 60 मी