

शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री
2021–2022

कक्षा : नौवीं

गणित

मार्गदर्शनः

श्री एच. राजेश प्रसाद
प्रधान सचिव (शिक्षा)

श्री उदित प्रकाश राय
निदेशक (शिक्षा)

डॉ. रीता शर्मा
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयकः

श्री संजय सुभास कुमार
उप शिक्षा निदेशक (परीक्षा)

श्रीमती सुनीता दुआ
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

श्री राजकुमार
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

श्री कृष्ण कुमार
विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

उत्पादन मंडल

अनिल कुमार शर्मा

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरों में प्रभजोत सिंह, सचिव दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2,
पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्रा, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा मुद्रक : नोवा पब्लिकेशन्स एंड प्रिटर्स
प्राइवेट लिमिटेड, फरीदाबाद – नई दिल्ली works@npppl.in

**H. RAJESH PRASAD
IAS**



प्रधान सचिव (शिक्षा)

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र

दिल्ली सरकार

पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054

दूरभाष: 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

E-mail : secyedu@nic.in

Pr. Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187, Telefax : 23890119
E-mail : secyedu@nic.in

MESSAGE

I would like to congratulate the members of Core Academic Unit and the subject experts of the Directorate of Education, who inspite of dire situation due to Corona Pandemic, have provided their valuable contributions and support in preparing the Support Material for classes IX to XII.

The Support Material of different subjects, like previous years, have been reviewed/ updated in accordance with the latest changes made by CBSE so that the students of classes IX to XII can update and equip themselves with these changes. I feel that the consistent use of the Support Material will definitely help the students and teachers to enrich their potential and capabilities.

Department of Education has taken initiative to impart education to all its students through online mode, despite the emergency of Corona Pandemic which has led the world to an unprecedented health crises. This initiative has not only helped the students to overcome their stress and anxiety but also assisted them to continue their education in absence of formal education. The support material will ensure an uninterrupted learning while supplementing the Online Classes.

(H. Rajesh Prasad)

UDIT PRAKASH RAI, IAS
Director, Education & Sports



Directorate of Education
Govt. of NCT of Delhi
Room No. 12, Civil Lines
Near Vidhan Sabha,
Delhi-110054
Ph.: 011-23890172
Mob.: 8700603939
E-mail : diredu@nic.in

MESSAGE

The main objective of the Directorate of Education is to provide quality education to all its students. Focusing on this objective, the Directorate is continuously in the endeavor to make available the best education material, for enriching and elevating the educational standard of its students. The expert faculty of various subjects undertook this responsibility and after deep discussions and persistent efforts, came up with Support Material to serve the purpose.

Every year the Support Material is revised/updated to incorporate the latest changes made by CBSE in the syllabus of classes IX to XII. The contents of each lesson/chapter are explained in such a way that the students can easily comprehend the concept and get their doubts solved.

I am sure, that the continuous and conscientious use of this Support Material will lead to enhancement in the educational standard of the students, which would definitely be reflected in their performance.

I would also like to commend the entire team members for their contributions in the preparation of this incomparable material.

I wish all the students a bright future.

(UDIT PRAKASH RAI)
One
mm

Dr. RITA SHARMA
Additional Director of Education
(School/Exam)



Govt. of NCT of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-110054
Ph.: 23890185

D.O. No. PA/Adm/DE/Sch/31
Dated: 29.06.2021

MESSAGE

It gives me immense pleasure to present the revised edition of the Support Material. This material is the outcome of the tireless efforts of the subject experts, who have prepared it following profound study and extensive deliberations. It has been prepared keeping in mind the diverse educational level of the students and is in accordance with the most recent changes made by the Central Board of Secondary Education.

Each lesson/chapter, in the support material, has been explained in such a manner that students will not only be able to comprehend it on their own but also be able to find solution to their problems. At the end of each lesson/chapter, ample practice exercises have been given. The proper and consistent use of the support material will enable the students to attempt these exercises effectively and confidently. I am sure that students will take full advantage of this support material.

Before concluding my words, I would like to appreciate all the team members for their valuable contributions in preparing this unmatched material and also wish all the students a bright future.



(Rita Sharma)

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक ¹[संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्षा लोकतंत्रात्मक गणराज्य] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक न्याय,
विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म
और उपासना की स्वतंत्रता,
प्रतिष्ठा और अवसर की समता

प्राप्त कराने के लिए,
तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और ²[राष्ट्र की एकता
और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली बंधुता

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर अपनी इस संविधान सभा में आज तारीख 26 नवम्बर, 1949 ई० (मिति मार्गशीर्ष शुक्ला सप्तमी, संवत् दो हजार छह विक्रमी) को एतद्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं ।

-
1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3-1-1977 से) "प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य" के स्थान पर प्रतिस्थापित ।
 2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3-1-1977 से) "राष्ट्र की एकता" के स्थान पर प्रतिस्थापित ।

¹[भाग 4क]

मूल कर्तव्य

51क. मूल कर्तव्य—भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह—

- (क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्र ध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे ;
 - (ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय अंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे .
 - (ग) भारत की प्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखे ;
 - (घ) देश की रक्षा करे और आहान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे ;
 - (ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभाव से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो स्थियों के सम्मान के विरुद्ध हैं ;
 - (च) हमारी सामाजिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्व समझे और उसका परिरक्षण करे ;
 - (छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणि मात्र के प्रति दयाभाव रखे ;
 - (ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और जानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे ;
 - (झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे ;
 - (ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत प्रयास करे जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊंचाइयों को छू ले :]
- ²[(ट) यदि माता-पिता या संरक्षक हैं, छह वर्ष से चौंदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य के लिए शिक्षा के अवसर प्रदान करे ।]

¹ संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की पारा 11 द्वारा (3-1-1977 से) अंतःस्थापित ।

² संविधान (छियासीवां संशोधन) अधिनियम, 2002 की पारा 4 द्वारा (1-4-2010 से) अंतःस्थापित ।

**LIST OF GROUP LEADER AND SUBJECT-EXPERTS
FOR PREPARATION / REVIEW OF SUPPORT MATERIAL**

**Class - IX (2021-22)
Subject : Mathematics**

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1. Ms. Barkha Dawar | Vice-Principal
S Co-ed S S School, 2P-Block,
Pitampura, Delhi (1411007) |
| 2. Ms. Aakanksha | PGT (Mathematics)
Core Academic Unit
(CAU) |
| 3. Dr. Preeti Sharma | TGT (mathematics)
RPVV, Sec. XI, Rohini, Delhi
(1413076) |
| 4. Mr. Sunil Kumar Tiwari | TGT (Mathematics)
SBV, Moti Nagar, Delhi
(1516010) |
| 5. Ms. Namita Tiwari | TGT (Mathematics)
GSKV, B-3, Paschim Vihar
New Delhi, (1617011) |
| 6. Ms. Shalini Bahri | TGT (Mathematics)
SKV No. 1, Narela, Delhi
(13100368) |
| 7. Mr. Julfikar Ahmad | TGT (Mathematics)
Dr. Zakir Hussain Memorial
Sr. Sec. School, Jafrabad
(1105137) |

विषय सूची

क्र. सं.	अध्याय	पष्ठ संख्या
1.	संख्या पद्धति	1
2.	बहुपद	20
3.	निर्देशांक ज्यामिति	32
4.	दो चरों वाले रैखिक समीकरण	42
5.	यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय*	56
6.	रेखाएँ और कोण	64
7.	त्रिभुज	85
8.	चतुर्भुज	100
9.	समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल*	118
10.	वृत्त	132
11.	रचनाएँ	156
12.	हीरोन का सूत्र	161
13.	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	181
14.	सांख्यिकी	203
15.	प्रायिकता	222
	अभ्यास प्रश्नपत्र—1	241
	अभ्यास प्रश्नपत्र—2	255
	अभ्यास प्रश्नपत्र—3	267

*CBSE के दिशानिर्देशानुसार अध्याय सत्र 2021–22 के पाठ्यक्रम में मूल्यांकन की दृष्टि से शामिल नहीं हैं।

MATHEMATICS (IX)

Session 2019-20

The Syllabus in the subject of Mathematics has undergone changes from time to time in accordance with growth of the subject and emerging needs of the society. The present revised syllabus has been designed in accordance with National Curriculum Framework 2005 and as per guidelines given in the Focus Group of Teaching of Mathematics which is to meet the emerging needs of all categories of students. For motivating the teacher to relate the topics to real life problems and other subject areas, greater emphasis has been laid on applications of various concepts.

The curriculum at secondary stage primarily aims at enhancing the capacity of students to employ Mathematics in solving day-to-day life problem and studying the subject as a separate discipline. It is expected that students should acquire the ability to solve problem using algebraic methods and apply the knowledge of simple trigonometry to solve problem of height and distances. Carrying out experiments with numbers and forms of geometry, framing hypothesis and verifying these with further observations form inherent part of Mathematics learning at this stage. The proposed curriculum includes the study of number system, algebra, geometry, trigonometry, mensuration, statistics, graphs and coordinate geometry, etc.

The teaching of Mathematics should be imparted through activities which may involve the use of concrete materials, models, patterns, charts, pictures, posters, games, puzzles and experiments.

Objectives

The broad objectives of teaching of Mathematics at secondary stage are to help the learners to:

- consolidate the Mathematical knowledge and skills acquired at the upper primary stage; acquire knowledge and understanding, particularly by way of motivation and visualization, of basic concepts, terms, principles and symbols and underlying processes and skills; develop mastery of basic algebraic skills;
- develop drawing skills;
- feel the flow of reason while proving a result or solving a problem;
- apply the knowledge and skills acquired to solve problems and wherever possible, by more than one method;
to develop ability to think, analyze and articulate logically;
to develop awareness of the need for national integration, protection of environment, observance of small family norms, removal of social barriers, elimination of gender biases;

- to develop necessary skills to work with modern technological devices and mathematical software's.
- to develop interest in mathematics as a problem-solving tool in various fields for its beautiful structures and patterns, etc.
- to develop reverence and respect towards great Mathematicians for their contributions to the field of Mathematics;
- to develop interest in the subject by participating in related competitions;
- to acquaint students with different aspects of Mathematics used in daily life;
- to develop an interest in students to study Mathematics as a discipline.

COURSE STRUCTURE CLASS - IX

Unit	Unit Name	Marks
I	Number Systems	08
II	Algebra	17
III	Coordinate Geometry	04
IV	Geometry	28
V	Mensuration	13
VI	Statistics & Probability	10
	Total	80

आवधिकीय पाठ्यक्रम
सत्र 2021–22
कक्षा—नवीं
विषय : गणित (कोड़: 041)
Course Structure Term-I

Units	Unit Name	Marks
I	Number Systems	08
II	Algebra	05
III	Coordinate Geometry	14
IV	Geometry	13
V	Mensuration	4
VI	Statistics & Probability	6
	Total	40
	Internal Assessment	10
	Grand Total	50

Term-II

Units	Unit Name	Marks
II	Algebra (Cont.)	12
IV	Geometry (Cont.)	15
V	Mensuration (Cont.)	9
VI	Statistics & Probability (Cont.)	4
	Total	40
	Internal Assessment	10
	Grand Total	50

प्रथम आवधिक

UNIT I : NUMBER SYSTEMS

अध्याय—1 संख्या पद्धति

प्राकृत संख्याओं, पूर्णांकों और परिमेय संख्याओं की संख्या रेखा पर निरूपण की समीक्षा।

आवर्ती / सांत दशमलवों के रूप में परिमेय संख्याएँ, वास्तविक पर संक्रियाएँ।

अनावर्ती / अनवसानी दशमलवों के उदाहरण। अपरिमेय संख्याओं का अस्तित्व जैसे $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ तथा उनका संख्या रेखा पर निरूपण।

$\frac{1}{a+b\sqrt{x}}$ और $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ तथा उनके संयोजनों के रूप में वास्तविक संख्याओं का अस्तित्व जैसे x और y प्राकृत संख्याएँ तथा a और b पूर्णांक हैं।

पूर्णांक घातों के साथ घातांक नियमों का पुनरावलोकन। धनात्मक वास्तविक आधारों वाले परिमेय घातांक (विशेष स्थितियों द्वारा किए जाए तथा सामान्य नियमों को प्राप्त किया जाए)

UNIT-III COORDINATE GEOMETRY

अध्याय-3 निर्देशांक ज्यामिति

कार्तीय तल, एक बिंदु के निर्देशांक, निर्देशांक तल से संबंधित पारिभाषित शब्द एवं नाम, अंकन, बिंदुओं का तल में आलेखन।

UNIT-II ALGEBRA

अध्याय-4 दो चरों वाले रैखिक समीकरण

एक चर वाले रैखिक समीकरणों का पुनरावलोकन। दो चरों वाले रैखिक समीकरणों का परिचय। $ax+by+c=0$ के जैसे रैखिक समीकरणों पर केंद्रित होना। समझाएं कि दो चरों वाले रैखिक समीकरण के अनंत/अनेक हल होते हैं तथा पुष्टि कीजिए कि इन्हें वास्तविक संख्याओं के क्रमित युग्मों के रूप में लिखा जा सकता है। उनका आलेखन करना तथा दर्शाना कि वे एक ही रेखा पर स्थित हैं। दो चरों वाले रैखिक समीकरणों के आलेख। उदाहरण, वास्तविक जीवन की समस्याओं के साथ बीजगणितीय तथा आलेखीय हल किए गए।

UNIT-IV GEOMETRY

अध्याय-6: रेखाएँ और कोण

- (अभिप्रेरणा) यदि एक किरण एक रेखा पर खड़ी हो, तो इस प्रकार बने दोनों आसन्न कोणों का योग 180° होता है तथा विलोम।
- (सिद्ध करना) यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।
- (अभिप्रेरणा) जब तक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को प्रतिच्छेद करती है तो संगत कोण, एकांतर कोण, अंतः कोण के परिणाम।
- (अभिप्रेरणा) वे रेखाएँ जो एक ही रेखा के समांतर हों, परस्पर समांतर होती हैं।
- (सिद्ध करना) किसी त्रिभुज के कोणों का योग 180° होता है।
- (अभिप्रेरणा) यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा को बढ़ाया जाए, तो इस प्रकार बना बहिष्कोण अपने दोनों अंतः अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।

अध्याय-7 : त्रिभुज

- (अभिप्रेरणा) यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (SAS सर्वांगसमता नियम)
- (अभिप्रेरणा) : यदि एक त्रिभुज के दो कोण तथा अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (ASA सर्वांगसमता नियम)
- (अभिप्रेरणा) यदि एक त्रिभुज की तीन भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (SSS सर्वांगसमता नियम)

4. (अभिप्रेरणा) यदि दो समकोण त्रिभुजों में एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा के बराबर हो, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। (RHS सर्वांगसमता नियम)
5. (सिद्ध करना) त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
6. (अभिप्रेरणा) त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

UNIT V : MENSURATION

अध्याय—12 : हीरोन का सूत्र (क्षेत्रफल)

हीरोन के सूत्र (बिना सिद्ध किए) द्वारा त्रिभुज का क्षेत्रफल।

UNIT VI : STATISTICS & PROBABILITY

अध्याय—14: सांख्यिकी

सांख्यिकी का परिचय : आँकड़ों का संग्रह, आँकड़ों का प्रदर्शन — सारणी रूप, अवर्गीकृत / वर्गीकृत, दंड आलेख, आयत चित्र।

➤ मैन्टल मैथ।

➤ सहायक सामग्री की पुनरावृत्ति

द्वितीय आवधिक

UNIT II : ALGEBRA

अध्याय—2 : बहुपद

एक चर वाले बहुपद की परिभाषा, उदाहरण और काउंटर उदाहरण। बहुपद के गुणांक, पद तथा शून्यक। बहुपद की घात। अचर, रैखिक, द्विघातीय और त्रिघातीय बहुपद। एकपरी, द्विपद, त्रिपद। गुणनखंड तथा गुणज। बहुपदों के शून्यक। $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ (जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं) तथा त्रिघातीय बहुपदों का गुणनखण्ड प्रमेय द्वारा गुणनखण्ड। बीजगणितीय व्यंजकों तथा सर्वसमिकाओं का पुनरावलोकन। सर्वसमिकाओं—

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(x \pm y)^3 = x^3 \pm y^3 \pm 3xy(x \pm y)$$

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \pm xy + y^2)$$

का सत्यापन तथा बहुपदों के गुणनखण्ड में इनका उपयोग।

UNIT IV : GEOMETRY

अध्याय—8 : चतुर्भुज

1. (सिद्ध करना) समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।
2. (अभिप्रेरणा) एक समांतर चतुर्भुज में सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं और इसका विलोम।
3. (अभिप्रेरणा) एक समांतर चतुर्भुज में सम्मुख कोण बराबर होते हैं और इसका विलोम।

4. (अभिप्रेरणा) एक चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है, यदि सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर हो और समांतर हो।
5. (अभिप्रेरणा) समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं तथा इसका विलोम।
6. (अभिप्रेरणा) किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है और आधा होता है तथा इसका विलोम।

अध्याय-10: वृत्त

उदाहरणों द्वारा वृत्त की परिभाषा और संबंधित अवधारणाएँ – त्रिज्या, परिधि, व्यास, जीवा, चाप, छेदक रेखा, त्रिज्यखण्ड, वृत्तखण्ड, अंतरित कोण तक पहुँचना।

1. (सिद्ध करना) वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं।
2. (अभिप्रेरणा) एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है और इसका विलोम, एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा पर लम्ब होती है।
3. (अभिप्रेरणा) एक वृत्त की (या सर्वांगसम वृत्तों की) बराबर जीवाएँ केन्द्र से (या केन्द्रों से) समान दूरी पर होती हैं।
4. (अभिप्रेरणा) किसी चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण उसके द्वारा वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।
5. (अभिप्रेरणा) एक वृत्तखण्ड में बने कोण बराबर होते हैं।
6. (अभिप्रेरणा) चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होता है तथा इसका विलोम।

अध्याय-11: रचनाएँ

रेखाखण्ड का समद्विभाजक खींचना, 60° , 90° , 45° इत्यादि मापों के कोणों की रचना तथा समबाहु त्रिभुज की रचना करना।

त्रिभुजों की रचना करना जब आधार दो भुजाओं का योग / अंतर और एक आधार कोण दिया है।

UNIT V : MENSURATION

अध्याय-13 : पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

घन, घनाभ, गोला (अर्ध गोले सहित) और लंबवृत्तीय बेलन, शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन।

UNIT VI : STATISTICS & PROBABILITY

अध्याय 15 – प्रायिकता

इतिहास, प्रायिकता के लिए पुनरावृत प्रयोगों एवं निरीक्षित बारंबारता का दृष्टिकोण।

अनुभवजन्य सूत्र (Empirical Probability) पर केन्द्रित करना। अवधारणा को अभिप्रेरित

करने के लिए सामूहिक एवं व्यक्तिगत क्रियाकलापों में अधिक समय दिया जाए, वास्तविक जीवन की परिस्थितियों से सम्बंधित प्रयोग तथा सांख्यिकी अध्याय से उदाहरण लिए जाएं।

- मैन्टल मैथ |
- सहायक सामग्री की पुनरावृत्ति |

नोट :

1. उपरोक्त पाठ्यक्रम CBSE के दिशा-निर्देशानुसार केवल सत्र 2021–22 के लिए है।
2. यद्यपि प्रस्तुत सहायक सामग्री में उपरोक्त पाठ्यक्रम के अलावा पाठ्य-सामग्री भी शामिल हैं।

MATHEMATICS
QUESTION PAPER DESIGN
CLASS-IX (2021-22)

Time : 3 Hrs.

Maximum Marks : 80

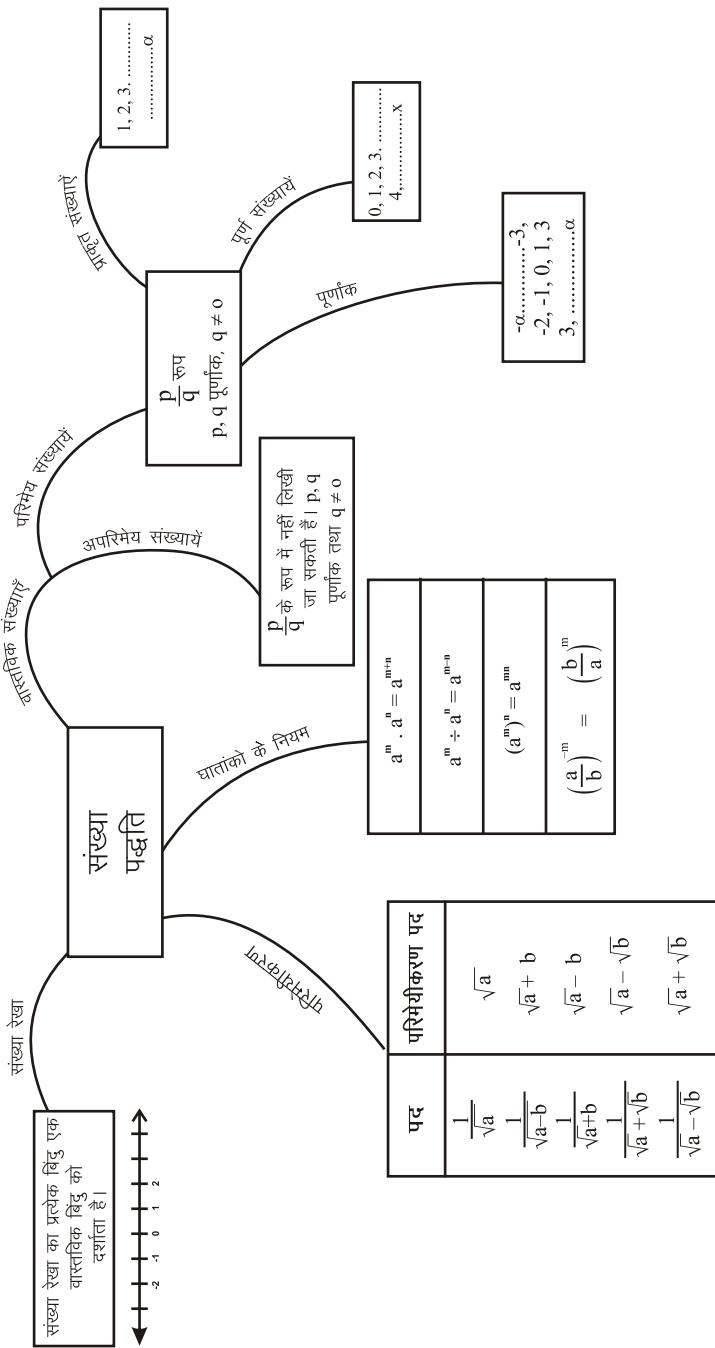
Sr. No.	Typology of Questions	Total Marks	% Weightage (approx.)
1	Remembering : Exhibit memory of previously learned material by recalling facts, terms, basic concepts and answers. Understanding : Demonstrate understanding of facts and ideas by organizing, comparing, translating, interpreting, giving descriptions, and stating main ideas	43	54
2	Applying : Solve problems to new situations by applying acquired knowledge, facts, techniques and rules in a different way.	19	24
3	Analyzing : Examine and break information into parts by identifying motives or causes. Make inferences and find evidence to support generalizations. Evaluation: Present and defend opinions by making Judgements about information, validity of ideas, or quality of work based on a set of criteria. Creating : Compile information together in a different way by combining elements in a new pattern or proposing alternative solutions.	18	22
	Total	80	100

INTERNAL ASSESSMENT	20 Marks
Pen Paper Test and Multiple Assessment (5+5)	10 Marks
Portfolio	05 Marks
Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)	05 Marks

अध्याय – 1

संख्या पद्धति

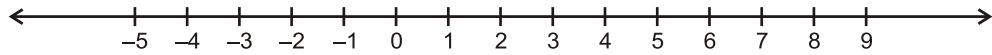
माइड मैप



अध्याय—1

संख्या पद्धति

महत्वपूर्ण बिंदु



- 1, 2, 3.....प्राकृत संख्याएँ हैं, जिन्हें N से प्रदर्शित करते हैं।
- 0, 1, 2, 3 पूर्ण संख्याएँ हैं, जिन्हें W से प्रदर्शित करते हैं।
-−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3.....पूर्णांक हैं, जिन्हें Z या I से प्रदर्शित करते हैं।
- एक संख्या को परिमेय संख्या कहते हैं, यदि—
(a) उसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q कोई पूर्णांक है तथा $q \neq 0$.

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है जैसे ($\frac{2}{5} = 0.4$)

या

- (c) उसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) है, जैसे—
($0.\overline{1234} = 0.12341234\dots$)

- किसी संख्या को अपरिमेय संख्या कहते हैं, यदि

- (a) उस संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है : जैसे ($0.1010010001\dots$)

- सभी परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के समूह को वास्तविक संख्या कहते हैं।
- किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच में असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- संख्या रेखा पर किसी भी बिंदु को एक अद्वितीय वास्तविक संख्या से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात् संख्या रेखा के प्रत्येक बिंदु के संगत एक वास्तविक संख्या होती है। साथ ही, प्रत्येक वास्तविक संख्या के संगत संख्या रेखा पर एक बिंदु होता है।
- हर के परिमेयीकरण का तात्पर्य है अपरिमेय हर को परिमेय के रूप में बदलना।

- $\frac{1}{\sqrt{a} + b}$ के हर के परिमेयीकरण के लिए हम इसे $\frac{\sqrt{a} - b}{\sqrt{a} - b}$, से गुणा करते हैं जहाँ a एक प्राकृत संख्या है तथा b एक पूर्णांक है।
- धातांक के नियमः— यदि $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है तथा m व n परिमेय संख्याएँ हैं, तब

1) $a^m a^n = a^{m+n}$	2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3) $(a^m)^n = a^{mn}$	4) $a^m \cdot b^m = (ab)^m$
5) $a^0 = 1$	6) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- वास्तविक धनात्मक संख्याओं a तथा b के लिए निम्न सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं।

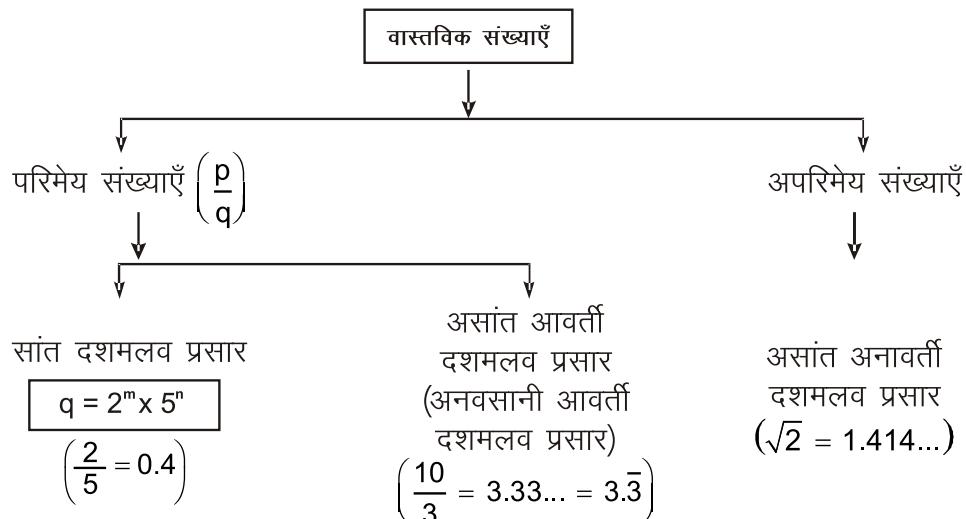
1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	2. $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
3. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$	4. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
5. $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$	

सभी प्राकृत संख्याएं, पूर्ण संख्याएँ और पूर्णांक 'परिमेय संख्या' होते हैं।

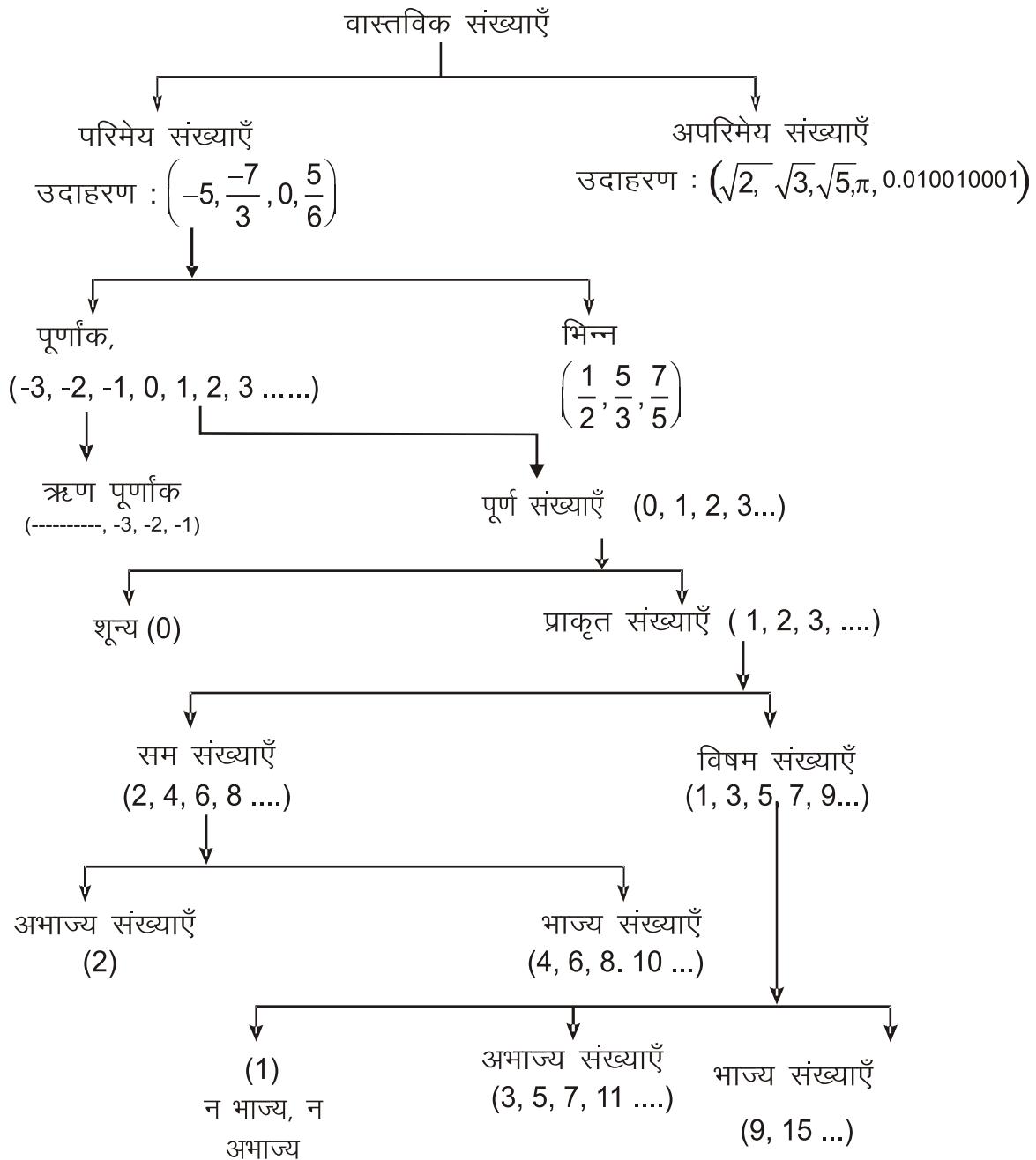
अभाज्य संख्या: सभी प्राकृत संख्याएँ जिनके केवल दो गुणनखण्ड '1' और संख्या स्वयं होते हैं, अभाज्य संख्याएं कहलाती है। जैसे 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

भाज्य संख्याएँ: प्राकृत संख्याएँ जिनके दो से अधिक गुणनखण्ड होते हैं, भाज्य संख्याएँ कहलाती है। जैसे 4, 6, 8, 9, 12,
- 1 न तो अभाज्य है न ही भाज्य संख्या है।

संख्याओं के प्रकार :



- संख्याओं के प्रकार



$$* \quad \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

यहाँ 'a' एक घनात्मक वास्तविक संख्या है तथा 'n' एक घनात्मक पूर्णांक है।

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

यहाँ 'a' एक घनात्मक वास्तविक संख्या है 'm' और 'n' पूर्णांक हैं तथा $n > 0$

अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

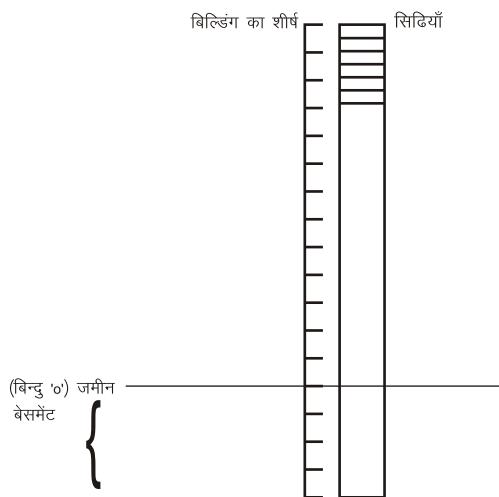
1. यदि $x=2$ and $y=4$ हो तो $\left(\frac{x}{y}\right)^{x-y} + \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} = \dots$
2. $\frac{(32)^{0.2} + (81)^{0.25}}{(256)^{0.5} - (121)^{0.5}} = \dots$
3. $\frac{3}{7}, \frac{42}{99}$ तथा के बीच स्थित हैं।
4. संख्या $0.\overline{32}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप, जहाँ p तथा q पूर्णांक है और $q \neq 0$ में दर्शाइए।
5. संख्या $0.318564318564318564 \dots$ संख्या है।
6. संख्या $0.\overline{7}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में दर्शाइए, जहाँ P तथा Q पूर्णांक है और $q \neq 0$
7. $0.\overline{23} + 0.\overline{22}$ का मान ज्ञात कीजिए।
8. $[3-4(3-4)^4]^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
9. 125 के घनमूल को 25 के वर्गमूल से विभाजित करने पर प्राप्त होता है।
10. यदि $y^2=625$ हो तो y एक संख्या है।
11. $\sqrt[2]{(81)^{2.5}} = \dots$
12. यदि $5^{x-3} \cdot 3^{2x-8} = 225$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।
13. यदि $a=2+\sqrt{3}$, हो तो $\frac{1}{a}$ का मान ज्ञात कीजिए।
14. कौन सी संख्या सबसे छोटी प्राकृत संख्या है ?
15. $\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{9}$ और $\sqrt{25}$ में से कौन सी संख्या परिमेय संख्या नहीं है ?
16. एक पूर्ण संख्या है पर प्राकृत संख्या नहीं है।
17. संख्या $\sqrt{3}$ का दशमलव प्रसार होगा।
18. $\frac{-2}{3}$ तथा $\frac{1}{4}$ के बीच एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
19. $\sqrt{\frac{4}{9}}, \sqrt{\frac{12}{3}}, \sqrt{7}$ और $\sqrt{81}$ में से कौन सी एक अपरिमेय संख्या है ?
20. ऐसी दो अपरिमेय संख्याओं के उदाहरण दीजिए जिनको गुणा करने पर परिमेय संख्या प्राप्त होती है।
21. $\sqrt{6} \times \sqrt{8} = \dots$
22. $\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}$ के हर का परिमेयकरण करने पर, हमें प्राप्त हर है।
23. $[\sqrt{a^3}]^{\frac{2}{3}} = \dots$

24. प्रत्येक परिमेय संख्या एक संख्या है।
25. $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।
26. एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योगफल सदैव संख्या होती है।
27. एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का अंतर सदैव संख्या होती है।
28. प्रत्येक परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो होता है या असांत
.....
29. प्रत्येक अपरिमेय संख्या का दशमलव प्रसार सदैव होता है।
30. प्रत्येक संख्या जिसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है, संख्या होती है।
31. किन्हीं दो भिन्न परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ होती है।
32. किन्हीं दो भिन्न परिमेय संख्याओं के बीच अपरिमेय संख्याएँ होती हैं।
33. किन्हीं दो भिन्न अपरिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ होती हैं।
34. प्रत्येक परिमेय संख्या (शून्य को छोड़कर) का व्युत्क्रम, एक संख्या होती है।
35. प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में प्रदर्शित कीजिए, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$
36. $\frac{17}{8}, \frac{3}{15}, \frac{2}{7}$, तथा $\frac{50}{3}$. का दशमलव प्रसार ज्ञात कीजिए।
37. $\frac{2}{9}$ तथा $\frac{3}{7}$ के बीच चार परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
38. $\sqrt{23}$ तथा $\sqrt{24}$ को दशमलव के तीन स्थानों तक दशमलव रूप में लिखिए।
39. $\sqrt{23}$ तथा $\sqrt{24}$ के बीच में दो अपरिमेय संख्याएँ लिखिए।
40. 2 तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक अपरिमेय तथा एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
41. दो संख्याएँ लिखिए, जिनका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है।

42. $\frac{5}{7}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के आवर्ती खंड में अंकों की अधिकतम संख्या कितनी हो सकती है?
 43. ऐसी दो संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती हो।
 44. $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$ का मान ज्ञात कीजिए।
 45. 2016 तथा 2017 के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

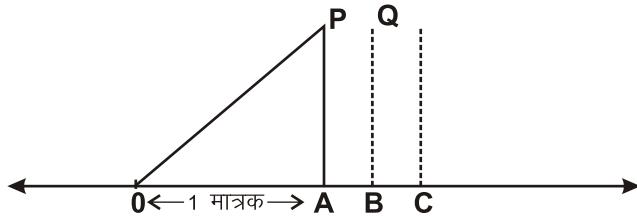
केस स्टडी आधारित प्रश्न

- 46. केस स्टडी 1 :** एक बिल्डिंग है जिसकी 13 मंजिल जमीन से ऊपर तथा चार मंजिल जमीन के नीचे बनी हुई है। इस बिल्डिंग में सीढ़ियाँ बेसमेंट के फर्श से लेकर बिल्डिंग की छत तक जाती हैं। रमेश जमीन पर खड़ा है। यदि इस बिंदु को जीरो मान लिया जाए तथा हर 4 चार सीढ़िओं के बाद रमेश एक गिने, सीढ़ियाँ चढ़ते समय भी और उतरते समय भी। साथ ही सीढ़ियाँ उतरते समय वह ऋणात्मक संख्या गिनता है। निम्न स्थितियों में रमेश की स्थिति को नंबर द्वारा दर्शाइए -



- (i) यदि वह 16 सीढ़ियाँ ऊपर चढ़ा -

47. एक विद्युतालय चित्र में दिखाई दूरी के अनुसार एक पंक्ति में कुछ पेड़ लगाना चाहता है। प्रत्येक पेड़ की ऊँचाई बराबर तथा 1 मात्रक ली गई है। दूरी 'OA' भी 1 मात्रक' ली गई है। पहला पेड़ बिन्दु 'B' पर तथा दूसरा पेड़ बिन्दु 'C' पर लगाया गया है। बिन्दु 'O' इस रेखा का शून्य माना जाए तथा $OB = OP$, $OC = OQ$ तो—



[पेड़ों की मोटाई को नगण्य मानें]

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

48. संख्या रेखा पर $\frac{-7}{5}$ तथा $\frac{1}{5}$ को प्रदर्शित कीजिए।
49. निम्न को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।
- i) $\sqrt{5}$ ii) $\sqrt{3}$ iii) $\sqrt{2}$
50. $\frac{2}{3}$ तथा $\frac{3}{2}$ के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
51. सरल कीजिए: $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{80} + \sqrt{48} - \sqrt{45} - \sqrt{27}}$
52. $[1^3 + 2^3 + 3^3 + 8^2]^{-5/2}$ का मान ज्ञात कीजिए।
53. x का मान बताइए, यदि $x^{1/2} = (36)^{0.5}$
54. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि $(\sqrt{3})^x = 3^7$
55. यदि $2^{5x} \div 2^x = \sqrt[5]{32}$. तो x का मान बताइए।
56. मान ज्ञात कीजिए : $a^{x-y} \cdot a^{y-z} \cdot a^{z-x}$.
57. सरल कीजिए : $12^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{5}}$.
58. नीचे दी गई परिमेय संख्याओं में किसका सांत दशमलव प्रसार होगा या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) दशमलव प्रसार होगा?
- (i) $\frac{135}{50}$ (ii) $\frac{4}{11}$ (iii) $\frac{8}{7}$ (iv) $6\frac{3}{8}$
- (v) $\frac{55}{9}$ (vi) $\frac{5^2 \times 3^3}{2 \times 5^3 \times 27}$ (vii) $\frac{51}{60}$.

दी गई संख्याओं को परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के रूप में भी निरूपित कीजिए।

60. दी गई संख्याओं को परिमेय या अपरिमेय संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।

(i) $\sqrt{27}$ (ii) $\sqrt{36}$ (iii) $\sqrt{5} \times \sqrt{125}$ (iv) $2\sqrt{3}$

$$(v) \quad \frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{343}} \quad (vi) \quad 2 + \sqrt{21} \quad (vii) \quad 5 + 2\sqrt{23} - (\sqrt{25} + \sqrt{92})$$

$$(\text{viii}) \quad \frac{22}{7} \quad (\text{ix}) \quad \pi \quad (\text{x}) \quad \sqrt[3]{27}$$

61. दी गई संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए। जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.

(iii) $0.181818\dots$ (iv) $0.4\overline{37}$

(v) 3.651

- ## 62. निर्देशानुसार कीजिए :

$$(i) \quad \text{जोड़िए} : \sqrt{125} + 2\sqrt{27} \quad \text{तथा} - 5\sqrt{5} - \sqrt{3}$$

(ii) जोड़िए : $\sqrt{7} - \sqrt{11}$ तथा $\sqrt{5} - \sqrt{11} + \sqrt{13}$

(iii) गुणा कीजिए: $2\sqrt{2}$ को $5\sqrt{2}$ से

(iv) गणा कीजिए: $(-3 + \sqrt{5})$ को 3 से

(v) भाग दीजिए : $7\sqrt{5}$ को $-14\sqrt{125}$

(vi) भाग हीजिए : $2\sqrt{216} - 3\sqrt{27}$ को

10 of 10 | Page

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

63. सरल कीजिए:

- (i) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$ (ii) $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2})^2$
 (iii) $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^2$ (iv) $(6 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})$
 (v) $(9 + \sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

64. मान ज्ञात कीजिए:

(i) $\frac{2^{38} + 2^{37} + 2^{36}}{2^{39} + 2^{38} + 2^{37}}$ (ii) $\left[\left(64^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{6}} \right]^2$

65. a का मान ज्ञात कीजिए यदि $\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$.

66. सरल कीजिए: $\left[5 \left(8^{\frac{1}{3}} + 27^{\frac{1}{3}} \right)^3 \right]^{\frac{1}{4}}$

67. सरल कीजिए: $\frac{(25)^{3/2} \times (243)^{3/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}}$

68. यदि $5^{2x-1} - (25)^{x-1} = 2500$, हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

69. $0.6 + 0.\overline{7} + 0.4\overline{7}$ को p/q के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.

70. हर का परिमेयीकरण कीजिए : (i) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$ (ii) $\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}}$

71. a तथा b का मान ज्ञात कीजिए : $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$

72. यदि $x = (3 - 2\sqrt{2})$, तो दर्शाइए कि $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \pm 2$

73. यदि $xyz = 1$, तो सरल कीजिए :

$$(1 + x + y^{-1})^{-1} \times (1 + y + z^{-1})^{-1} \times (1 + z + x^{-1})^{-1}$$

74. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि

(i) $25^{2x-3} = 5^{2x+3}$

(ii) $(4)^{2x-1} - (16)^{x-1} = 384$

75. मान ज्ञात कीजिए: $\frac{64^{\frac{a}{6}}}{4^a} \times \frac{2^{2a+1}}{2^{a-1}}$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

76. सरल कीजिए: $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{a-c}+x^{b-c}}$
77. सरल कीजिए: $\left(\frac{x^a}{x^{-b}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^b}{x^{-c}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^c}{x^{-a}}\right)^{c-a}$
78. दर्शाइए: $\frac{1}{(3-\sqrt{8})} - \frac{1}{(\sqrt{8}-\sqrt{7})} + \frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})} - \frac{1}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})} + \frac{1}{(\sqrt{5}-2)} = 5$
79. यदि $a = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ और $b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$, तो a^2+b^2+ab का मान ज्ञात कीजिए :
80. सरल कीजिए: $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} - \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$
81. यदि $x = 9 - 4\sqrt{5}$, होतो ज्ञात कीजिए :
- i) $x + \frac{1}{x}$
 - ii) $x - \frac{1}{x}$
 - iii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$
 - iv) $x^2 - \frac{1}{x^2}$
 - v) $x^3 + \frac{1}{x^3}$
 - vi) $x^3 - \frac{1}{x^3}$
 - vii) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$
 - viii) $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$
 - ix) $x^4 + \frac{1}{x^4}$
 - x) $x^6 + \frac{1}{x^6}$
 - xi) $x + \frac{14}{x}$
82. यदि $a = 1 + \sqrt{7}$ है तो, $\frac{-6}{a}$ का मान ज्ञात कीजिए।
83. यदि $p=5-2\sqrt{6}$ है, तो $p^2 + \frac{1}{p^2}$ तथा $p^2 - \frac{1}{p^2}$ ज्ञात कीजिए।
84. $0.\overline{3178}$ को p/q के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ हैं।
85. यदि $\sqrt{2}=1.414$ है तो $\sqrt{8} + \sqrt{50} + \sqrt{72} + \sqrt{98}$ का मान ज्ञात कीजिए।
86. निम्न का मान ज्ञात कीजिए।
- $$\frac{4}{(216)^{\frac{-2}{3}}} + \frac{1}{(256)^{\frac{-3}{4}}} + \frac{2}{(243)^{\frac{-1}{5}}}$$

अध्याय-1

संख्या पद्धति

उत्तर

1. 8
2. 1
3. $\frac{42}{99}, \frac{4}{9}$
4. $29/90$
5. परिमेय
6. $\frac{7}{9}$
7. $0.\overline{45}$ or $\frac{45}{99}$
8. -1
9. 1
10. परिमेय
11. 243
12. 5
13. $2 - \sqrt{3}$
14. 1
15. $\sqrt{2}$
16. 0
17. असांत अनावर्ती
18. $\frac{-5}{24}$ या अन्य उत्तर
19. $\sqrt{7}$
20. $4\sqrt{3}$
21. 19
22. a
23. वास्तविक संख्या
24. 1.5 या अन्य कोई उत्तर
25. एक अपरिमेय
26. एक अपरिमेय

28. सांत, आवर्ती
29. असांत अनावर्ती
30. एक अपरिमेय
31. अपरिमित रूप से अनेक (असंख्य)
32. अपरिमित रूप से अनेक (असंख्य)
33. अपरिमित रूप से अनेक (असंख्य)
34. परिमेय
35. $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}$
36. $\frac{17}{8} = 2.125, \frac{3}{15} = 0.2, \frac{2}{7} = 0.\overline{285714}, \frac{50}{3} = 16.\overline{6}$
37. $\frac{15}{63}, \frac{16}{63}, \frac{17}{63}, \frac{18}{63}$ (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
38. $\sqrt{23} = 4.795, \sqrt{24} = 4.898$
39. 4.8010010001, 4.8020020002, (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
40. 2.1, 2.010010001, (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
42. 6
44. 4
45. 2016.1010010001 ... ; 2016.2020020002 ...; (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
46. (i) (c)
(ii) (d)
(iii) (e)
(iv) (b)
(v) पूर्णांक
47. (i) d
(ii) a
(iii) c
(iv) a
(v) c

50. 0.909009000 , 1.10100100010000 या अन्य कोई उत्तर
51. 1
52. $\frac{1}{10^5}$
53. 36
54. 14
55. $x = \frac{1}{4}$
56. 1
57. $(60)^{2/5}$
58. (i) सांत दशमल्व (ii) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत)
 (iii) असांत आवर्ती दशमलव (iv) सांत दशमल्व
 (v) असांत आवर्ती दशमलव (vi) सांत दशमलव
 (vii) सांत दशमलव
59. (i) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत दशमलव) – परिमेय
 (ii) सांत दशमलव – परिमेय
 (iii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
 (iv) सांत दशमलव – परिमेय
 (v) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
 (vi) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
 (vii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
 (viii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
 (ix) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
 (x) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
60. (i) अपरिमेय (ii) परिमेय
 (iii) परिमेय (iv) अपरिमेय
 (v) परिमेय (vi) अपरिमेय

vii) परिमेय

viii) परिमेय

(ix) अपरिमेय

(x) परिमेय

61. (i) $0.0875 = \frac{7}{80}$ (ii) $\frac{2123456789}{1000000000}$ (iii) $\frac{2}{11}$

(iv) $\frac{433}{990}$ (v) $\frac{1643}{450}$

62. (i) $5\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{5} - 2\sqrt{11} + \sqrt{7} + \sqrt{13}$ (iii) 20

(iv) $-9 + 3\sqrt{5}$ (v) $-\frac{1}{10}$ (vi) $4\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$

63. (i) -19 (ii) 2 (iii) $13 + 2\sqrt{42}$

(iv) $12 + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$ (v) $14 + 18\sqrt{2} - 2\sqrt{6} - 18\sqrt{3}$

64. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) 2

65. $a = -2$ 66. 5 67. $\frac{3375}{512}$ 68. $x = 3$

69. $\frac{167}{90}$

$$\begin{aligned} 70. & \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})+\sqrt{7}} \times \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})-\sqrt{7}}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})-\sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{7})^2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{3+5+2\sqrt{15}-7} \\ &= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{1+2\sqrt{15}} = \frac{1-2\sqrt{15}}{1-2\sqrt{15}} \end{aligned}$$

Ans. (i) $\frac{1}{59}(9\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + \sqrt{7} - 2\sqrt{105})$ (ii) $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{30}$

71. $a=0, b=2$

1

73. $\frac{1}{(1+y+xy)(1+z+yz)(1+x+zx)}$

74. (i) $9/2$ (ii) Hint – $4^{2x-1} - 16^{x-1} = 384$

$2^{4x-2} - 2^{4x-4} = 2^7 \times 3$

$$\begin{aligned}
 2^{4x} & \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^4} \right] = 2^7 x 3 \\
 &= 2^{4x-4} x 3 = 2^7 x 3 \\
 x &= \frac{11}{4}
 \end{aligned}$$

75. 4

76. 1

77. 1

79. $a^2 + b^2 + ab = 675$

80. 0

$$\begin{aligned}
 81. \text{ Hint- } \frac{1}{x} &= \frac{1}{9-4\sqrt{5}} \times \frac{9+4\sqrt{5}}{9+4\sqrt{5}} \\
 &= \frac{9+4\sqrt{5}}{81-81} = 9+4\sqrt{5} \\
 x+\frac{1}{x} &= 9-4\sqrt{5}+9+4\sqrt{5} = 18 \\
 x-\frac{1}{x} &= 9-4\sqrt{5}-9-4\sqrt{5} = -8\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{vi}) \quad (x-\frac{1}{x})^3 &= x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x \times \frac{1}{x} (x-\frac{1}{x}) \\
 (-8\sqrt{5})^3 &= (x^3 - \frac{1}{x^3}) - 3(-8\sqrt{5}) \\
 (x^3 - \frac{1}{x^3}) &= -2584\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{vii}) \quad (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 &= (x + \frac{1}{x}) + 2 \\
 &= 18 + 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ix}) \quad (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 &= x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 \\
 (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 - 2 &= x^4 + \frac{1}{x^4}
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Ans. (i) 18 (ii) $-8\sqrt{5}$ (iii) 322

(iv) $-144\sqrt{5}$ (v) 5778 (vi) $-2584\sqrt{5}$

(vii) $2\sqrt{5}$ (viii) 4 (ix) 103682

(x) 33385282 (xi) $8\sqrt{3} - 14\sqrt{2}$

82. $1-\sqrt{7}$ 83. 98, $-40\sqrt{6}$ 84. $\frac{635}{1998}$

$$\begin{aligned}
 85. \quad 28.28 \quad \text{86. Hint-} \quad &= \frac{4}{(6^3)^{-2/3}} + \frac{1}{(4^4)^{-3/4}} + \frac{2}{(3^5)^{-1/5}} \\
 &= \frac{4}{6^{-2}} + \frac{1}{4^{-3}} + \frac{2}{3^{-1}} \\
 &= 214
 \end{aligned}$$

अभ्यास परीक्षा
संख्या पद्धति

समय : 1 घंटा

M.M. 25

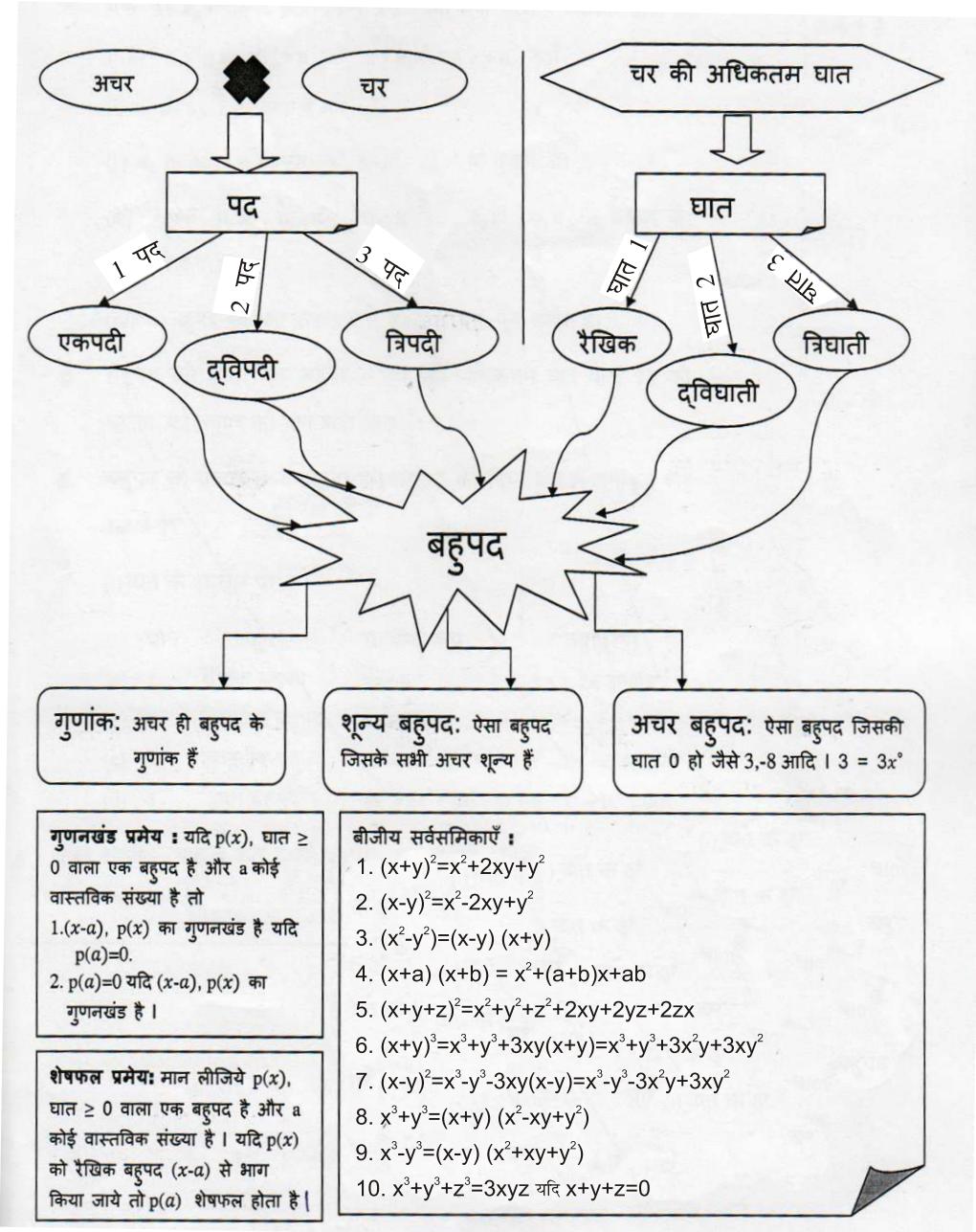
1. यदि $\frac{4}{a} = \frac{a^2}{16}$ है तो ज्ञात कीजिए की a परिमेय है या अपरिमेय संख्या। (1)
2. $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए। (1)
3. यदि $P = 5 - 2\sqrt{6}$ है तो $\frac{1}{P^2}$ का मान ज्ञात करो। (1)
4. सरल कीजिए: $4\sqrt{3} + \sqrt[3]{48} - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{4}{3}}$ (2)
5. यदि $\sqrt{3} = 1.732$ हो तो $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
6. यदि $(5)^{2x-1} - (25)^{x-1} = 2500$ है तो x का मान ज्ञात करो। (2)

7. x और y का मान ज्ञात कीजिए।

$$\frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} = a - b\sqrt{77}$$
 (3)
8. $(2 + \sqrt{3})$ को संख्या रेखा पर दर्शाइये। (3)
9. सरल कीजिए:
$$\frac{16 \times 2^{a+1} - 4 \times 2^a}{16 \times 2^{a+2} - 2 \times 2^{a+2}}$$
 (5)
10. निम्नलिखित को p/q में दर्शाइये जहां p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$
 $0.\overline{4} + 0.1\overline{8}$ (5)

अध्याय – 2

बहुपद माइंड मैप



अध्याय—2

बहुपद

महत्वपूर्ण बिंदु

परिभाषा :

- एक चर x और घात n में बहुपद $p(x)$ निम्न प्रकार का एक बीजीय व्यंजक होता है,
- $$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \text{ जहाँ}$$
- $a_0, a_1, a_2, \dots a_n$ अचर हैं और $a_n \neq 0$.
 - $a_0, a_1, a_2, \dots a_n$ क्रमशः $x^0, x, x^2, \dots x^n$ के गुणांक हैं।
 - प्रत्येक $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, a_{n-2} x^{n-2} \dots, a_2 x^2, a_1 x, a_0$ बहुपद के पद कहलाते हैं।
- (IV) n बहुपद की घात कहलाता है जहाँ n एक पूर्ण संख्या है।

बहुपद के शून्यांक: किसी बहुपद $p(x)$ के लिए यदि जहाँ v वास्तविक संख्या है कि ' a ' बहुपद का शून्यक है।

बहुपद से जुड़े तथ्य:

1. चार अथवा अधिक पदों वाले बहुपदों का कोई विशेष नाम नहीं होता है। इनको केवल बहुपद ही कहा जाता है।
2. घात 4 और उससे अधिक वाले बहुपद के लिए कोई विशेष नाम नहीं होता है।
3. शून्य बहुपद की घात परिभाषित नहीं हैं।
4. एक ' n ' घात के बहुपद के अधिकतम ' n ' शून्यक हो सकते हैं।
5. एक शून्येतर अचर बहुपद का कोई शून्यक नहीं होता है।
6. प्रत्येक वास्तविक संख्या किसी भी शून्य बहुपद की एक शून्यक होती है।

अति-अति लघु उत्तर प्रश्न (1 अंक)

1. बहुपद $x^3 - 4x^2 - 3x + 2$ के सभी पद लिखिए।
2. m का मान ज्ञात कीजिए यदि $y + 2m$ बहुपद $y^5 - 4m^2 y^3 + 2y + 2m + 3$ का एक गुणनखण्ड है।
3. यदि वर्ग की भुजा $(x+2y-z)$ ईकाई हो तो वर्ग का क्षेत्रफल होगा।
4. बहुपद $(p^2 - p - 29)$ को $(p-6)$ से भाग करने पर शेषफल ज्ञात कीजिए।

5. यदि $p+q+r=9$ हो तो $(3-p)^3+(3-q)^3+(3-r)^3$ का नाम ज्ञात कीजिए।
 6. बहुपद $\sqrt{5}$ की घात है।
 7. यदि $q(x)=4x+1$ हो तो $q(-6)-q(-5)$ का नाम ज्ञात कीजिए।
 8. एक द्विघात बहुपद को रैखिक बहुपदों के गुणनफल के रूप में लिखा जा सकता है।
 9. एक त्रिघाती बहुपद के शून्यक होते हैं।
 10. $(49)^3-(30)^3+$ _____ $= 3 \times 49 \times 30 \times 19$
 11. जाँच कीजिए कि क्या $x=3$ बहुपद x^3-3x^2+x-3 का शून्यक है ?
 12. बहुपद $7x+1=0$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।
 13. K का मान ज्ञात कीजिए यदि $x^2+mx-30=(x-5)(x+6)$
 14. यदि बहुपद $q(x)$ को $(x-2)$ से भाग करने पर क्षेत्रफल $q(2)=0$ हो तो $(x-2)$ बहुपद का एक होगा।
 15. शून्य बहुपद की घात है।
 16. बहुपद $(x+a)(x-a)$ के शून्यक हैं।
 17. $x=-1$ पर बहुपद x^3+3x^2+1 का मान ज्ञात कीजिए।
 18. बहुपद का केवल और केवल एक शून्यक होता है।
 19. बहुपद x^3+4x^2-2x+1 में x का गुणांक है।
 20. x^3-64 पदों में घात वाला बहुपद है।
 21. बहुपद -7 को शून्य घात वाले बहुपद में व्यक्त कीजिए।
 22. अचर बहुपद में पद होते / होता हैं।
 23. बहुपद x^2-9 में का गुणांक लिखिए।
 24. एक द्विघाती बहुपद में अधिकतम पद हो सकते हैं।
 25. बहुपद $x + b$ का चर है।
 26. $p(0)$ ज्ञात कीजिए यदि $p(x)=x^3-2x^2+x+1$ है।
- केस-स्टडी आधारित प्रश्न**
27. एक सरकारी विद्यालय में वृक्षारोपण कार्यक्रम आयोजित किया गया। कार्यक्रम के अन्तर्गत कक्षा IX के विद्यार्थियों ने कुल $2x^3+x^2-2x-1$ वृक्ष लगाए। कक्षा नौ के कुल $(x+1)$ विद्यार्थियों ने वृक्ष लगाए तथा प्रत्येक विद्यार्थियों ने समान वृक्ष लगाए। वृक्षों को कुछ पंक्तियों और स्तंभों (Column) में लगाया गया। कुल पंक्तियाँ $(2x+1)$ हैं। दी गई जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
- (i) प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा लगाए गए वृक्षों की संख्या है :

- (a) $x+2$ (b) $x+1$
 (c) $(2x+1)(x+1)$ (d) $(2x+1)(x-1)$

(ii) यदि कुल 2079 वृक्ष लगाए गए तो x का मान है :
 (a) 100 (b) 10
 (c) 1000 (d) 20

(iii) स्तंभों की कुल संख्या है :
 (a) (x^2-1) (b) $(2x+1)$
 (c) $(2x-1)$ (d) x^2+1

(iv) बहुपद $2x^3+x^2-2x-1$ का तीसरा गुणनखण्ड है :
 (a) $(2x-1)$ (b) $(x+1)$
 (c) $(2x+1)$ (d) $(x-1)$

(v) निम्न में से क्या $2x^3+x^2-2x-1$ का शून्यक नहीं है ?
 (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$
 (c) -1 (d) $-\frac{1}{2}$

महेश अपने कमरे की एक दीवार को रंगना चाहता है। वह दीवार को विकर्ण से बाँटते हुए दो रंगों, गुलाबी और सफेद में रंगने का निर्णय करता है। दीवार की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः $(x+4)$ और $(3x+2)$ हैं।
 दीवार का विकर्ण x^2+3x है।

(i) दीवार का क्षेत्रफल एक बहुपद है :
 (a) रैखिक (b) द्विघाती (c) त्रिघाती (d) द्विवर्ग

(ii) दीवार का क्षेत्रफल है :
 (a) $(x+4)(3x+2)$ (b) $(x+4)+(3x+2)$
 (c) $(x+4)-(3x-2)$ (d) $(x+4) \div (3x+2)$

(iii) महेश दीवार के वर्गाकार हिस्से को फूलों के चित्रों से सजाना चाहता है। इसके लिए चौड़ाई को कम करना होगा :
 (a) $2(x+3)$ (b) $(x-4)$ (c) $(3x+2)$ (d) $2(x-1)$

(iv) बहुपद $(x+4)$ का शून्यक है।
 (a) 0 (b) 4 (c) -4 (d) $\frac{1}{4}$

(v) यदि $x=2$ इकाई तो गुलाबी रंगे जाने वाले हिस्से का क्षेत्रफल है :
 (a) 14 वर्ग इकाई
 (b) 20 वर्ग इकाई
 (c) 24 वर्ग इकाई
 (d) 28 वर्ग इकाई

यदि $(x+2)(x-5)=x^2+(a+b)x+ab$ तो $a+b$ का मान ज्ञात कीजिए।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

29. जाँच कीजिए कि $q(x)$, $r(x)$ का गुणज है या नहीं जहाँ $q(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$, तथा $r(x) = 2x + 1$.
30. दर्शाइए कि $(x-5)$ बहुपद $x^3 - 3x^2 - 4x - 30$ का एक गुणनखण्ड है।
31. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(997)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
32. बहुपद $p(x) = x(x-2)(x+3)$ के शून्यक ज्ञात कीजिए?
33. $3x^2 - 7x - 6$ को $(x-3)$ से भाग देने पर भागफल ज्ञात कीजिए।
34. गुणनखण्ड कीजिए : $8x^3 + \sqrt{27}y^3$.
35. यदि $p(x) = x + 9$ है तो $p(x) + p(-x)$ ज्ञात कीजिए।
36. सीधे गुणा न करके 106×94 का मान ज्ञात कीजिए।
37. $(351)^2 - (350)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।
39. बहुपद $5x^2 - 18x + 9$ के गुणनखण्ड $(ax+b)$ और $(x+b)$ हैं। a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।
40. यदि $p(x) = x^2 - 3x + 2$ तो $p(1) + p(-1) + p(10)$ ज्ञात कीजिए।
41. $(x-y)^2$ ज्ञात कीजिए यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$
42. बहुपद $(-x^{140} - 2x^{51} + k)$ को $(x+1)$ से भाग देने पर k का मान ज्ञात कीजिए।
43. दर्शाइए कि -1 बहुपद $3x^4 - x^3 + 3x - 1$ का एक शून्यक है।
44. गुणनफल ज्ञात कीजिए $(x+1)(x-y)$
45. पदों तथा घात के आधार पर बहुपद $x^3 + 3x^2 + 1$ का प्रकार बताइए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

46. गुणनखण्ड कीजिए : $64a^2 + 96ab + 36b^2$
47. गुणनखण्ड कीजिए : $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
48. यदि $x^2 + y^2 = 49$ तथा $x - y = 3$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
49. सरल करो : $(5a - 2b)(25a^2 + 10ab + 4b^2) - (2a + 5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$
50. यदि $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ को $(x - 1)$ तथा $(x + 2)$ से भाग किया जाए तो इस प्रकार प्राप्त शेषफलों का योग ज्ञात कीजिए।
51. गुणनफल ज्ञात कीजिए: $\left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$
52. $7\sqrt{2} k^2 - 10k - 4\sqrt{2}$ का गुणनखण्ड कीजिए।
53. सरल कीजिए: $(3x - 4y)^3 - (3x + 4y)^3$
54. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(2a)^3 + b^3 + (3c)^3 - 18abc$ को प्रसारित करिये।
55. सरल कीजिए: $(x + y + z)^2 - (x - y - z)^2$.
56. गुणनखण्ड कीजिए: $125x^3 + 8y^3 - z^3 - 30xyz$.
57. $(x + 2)$, बहुपद $ax^3 + bx^2 + x - 2$ का एक गुणनखण्ड है तथा $(x - 2)$ से इस बहुपद को भाग देने पर शेषफल 4 प्राप्त होता है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए?
58. यदि बहुपदों $ax^3 + 4x^2 + 3x - 4$ और $x^3 - 4x + a$ को $(x - 3)$ से भाग करें तो समान शेषफल प्राप्त होता है। a का मान ज्ञात कीजिए।
59. यदि $\left(\frac{9}{10}\right)^3 - \left(\frac{2}{5}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{x}{50}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।
60. यदि $(x - 3)$ तथा $(x - \frac{4}{3})$ बहुपद $px^2 + 3x + r$ के गुणनखण्ड हों तो सिद्ध कीजिए कि $p = r$.

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

61. कक्षा IX द्वारा NSS. के अन्तर्गत एक साक्षरता अभियान आयोजित किया गया, रैली हेतु छात्राओं ने $(x - 5)$ पंक्ति (rows), $(3x - 4)$ स्तम्भ (Column) बनाए। कुल छात्राओं की संख्या को बीजीय व्यंजक के रूप में दर्शाइए।
62. (i) उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके, $(-7)^3 + (5)^3 + (2)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
(ii) उस घन की विमाएँ ज्ञात करो जिसका आयतन व्यंजक $4x^2 + 14x + 6$ से प्रदर्शित होता है।
63. निम्न बहुपद आयत के क्षेत्रफल दर्शाते हैं। की लम्बाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजक दीजिए।
(i) $(x^2 + 5\sqrt{5}x + 30)$ वर्ग इकाई
(ii) $(24x^2 - 26x - 8)$ वर्ग इकाई
64. यदि $a + b + c = 0$ है तो

$$\frac{(b+c)^2}{bc} + \frac{(c+a)^2}{ca} + \frac{(a+b)^2}{ab}$$
 का मान ज्ञात कीजिए
65. सरल कीजिए:

$$\frac{(a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3}{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}$$
66. गुणनखण्ड कीजिए:

$$(2a-b-c)^3 + (2b-c-a)^3 + (2c-a-b)^3$$
67. यदि बहुपद $4x^3 - 16x^2 + ax + 7$, $x-1$ से पूर्णतया विभाजित हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए। इसका प्रयोग करते हुए बहुपद का गुणनखंड कीजिए।
68. यदि p , q और r सभी शून्येतर हैं और $p + q + r = 0$, तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{p^2}{qr} + \frac{q^2}{rp} + \frac{r^2}{pq} = 3$$

69. गुणनखंड कीजिएः

$$9x^3 - 27x^2 - 100x + 300$$

70. यदि $(x+4)$ बहुपद $x^3 - x^2 - 14x + 24$ का गुणनखण्ड है तो शेष गुणनखंड भी ज्ञात कीजिए।

71. यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -1$, जहाँ $x \neq 0, y \neq 0$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

72. सरल कीजिए।

$$\frac{155 \times 155 + 155 \times 55 + 55 \times 55}{155 \times 155 \times 155 - 55 \times 55 \times 55}$$

अध्याय - 2 (बहुपद)

उत्तर

- | | |
|-------------------------|---|
| 1. $x^3, -4x^2, -3x, 2$ | 26. 1 |
| 2. $\frac{3}{2}$ | 27. (i) d $(2x+1)(x-1)$ |
| 3. $(x+2y-z)^2$ | (ii) b 10 |
| 4. 1 | (iii) a (x^2-1) |
| 5. $3(3-p)(3-q)(3-r)$ | (iv) d $(x-1)$ |
| 6. 0 | (v) d $\frac{-1}{2}$ |
| 7. -4 | 28. (i) b द्विघाती |
| 8. दो | (ii) a $(x+4)(3x+2)$ |
| 9. तीन | (iii) d $2(x-1)$ |
| 10. $(-19)^3$ | (iv) c -4 |
| 11. शून्य नहीं है | (v) c 24 |
| 12. $\frac{-1}{7}$ | 29. गुणन नहीं है |
| 13. $m=-11$ | 30. $x=5$ रखें |
| 14. गुणनखण्ड | 31. 994009 |
| 15. अपरिभाषित | 32. 0, 2, -3 |
| 16. दो | 33. $3x+2$ |
| 17. 3 | 34. $(2x+\sqrt{3}y)(4x^2-2\sqrt{3}xy+3y^2)$ |
| 18. ऐखिक | 35. 18 |
| 19. -2 | 36. $(100+6)(100-6)=9964$ |
| 20. दो, तीन | 37. 701 |
| 21. $-7x^\circ$ | 38. -3 |
| 22. एक | 39. $a=5, b=-3$ |
| 23. शून्य | 40. 8 |
| 24. तीन | 41. 0 |
| 25. b | 42. $k=-1$ |

44. $x^2 + (1-y)x - y$
45. तीन पद – त्रिपदी
घात 3 – त्रिघाती
46. $(8a + 6b)^2$
47. $(x+1)(x+2)(x+3)$
48. 207
49. $117a^3 - 133b^3$
50. -34
51. $p^8 - \frac{1}{p^8}$
52. $(K - \sqrt[3]{2})(7\sqrt[3]{2} K + 4)$
53. $-8y(16y^2 + 27x^2)$ or $-128y^3 - 216x^2y$
54. $(2a+b+3c)(4a^2+b^2+9c^2 - 2ab - 3bc - 6ac)$
55. $4xy + 4zx$
56. $(5x + 2y + z)(25x^2 + 4y^2 + z^2 - 10xy - 2yz - 5zx)$
57. $a = 0, b = 2$
58. $a = -1$ Hint $p(3) = q(3)$
59. $x = 27$ (Use $a+b+c = 0, a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$)
61. $3x^2 - 19x + 20$
62. i) -210
ii) 2 ; $(x + 3)$; $(2x + 1)$
63. i) $(x + 2\sqrt{5})(x + 3\sqrt{5})$
ii) $(4x + 1), (6x - 8)$
64. 3
65. $(a+b)(b+c)(c+a)$
66. $3(2a-b-c)(2b-c-a)(2c-a-b)$
67. $a = 5, (x-1)(2x+1)(2x-7)$
69. $(3x+10)(x-3)(3x-10)$
70. $(x-3)(x-2)$

71. 0

72.
$$\frac{(155)^2 + (155 \times 55) + (55)^2}{(155)^3 - (55)^3} = \frac{(155)^3 - (55)^3}{(155 - 55)[(155)^3 - (55)^3]} = \frac{1}{100} = 0.01$$

अभ्यास परीक्षा

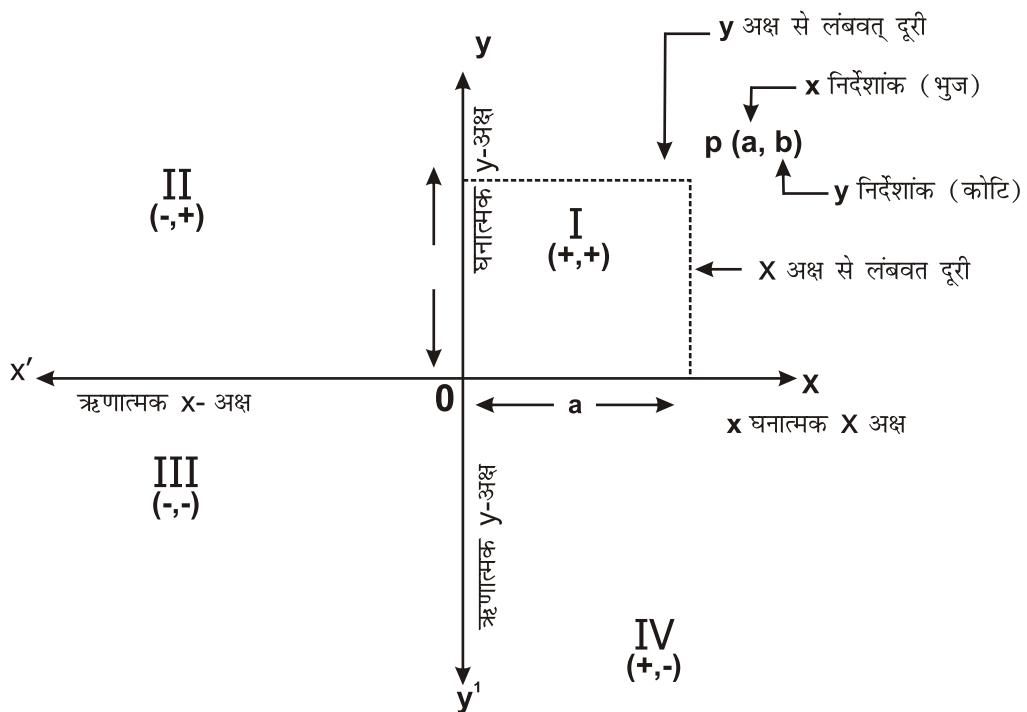
बहुपद

समय : 1hr मिनट

M.M. 25

1. क्या $(x^2)^{1/2} + \sqrt[3]{5}$ एक बहुपद है? (1)
2. दर्शाइये कि $x = 1$, बहुपद $3x^3 - 4x^2 + 8x - 7$ का एक शून्यक है। (1)
3. $x = -3$ पर बहुपद $2x+5$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)
4. बहुपद $x^2 - 4x + 3$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। (2)
5. सीधा गुणा किए बिना 38×42 का मान ज्ञात कीजिए। (2)
6. यदि $x + y + z = 16$, $xy + yz + zx = 11$ है तो $x^2 + y^2 + z^2$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
7. यदि $3x - 4$ बहुपद $p(x) = 2x^3 - 11x^2 + kx - 20$ का एक गुणनखंड है तो k का मान ज्ञात कीजिए। (3)
8. गुणनखंड कीजिए : $a^2 + b^2 + 2(ab + bc + ca)$ (3)
9. यदि $a + b + c = 0$ है तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए :
$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$$
 (5)
10. गुणनखंड प्रमेय की सहायता से $x^3 - 23x^2 - 142x - 120$ का गुणनखंड ज्ञात कीजिए। (5)

अध्याय – 3
निर्देशांक ज्यामिति
माइंड मैप



महत्वपूर्ण बिन्दु

- निर्देशांक ज्यामिति गणित की वह शाखा है जिसमें हम किसी वस्तु की स्थिति (कार्तीय तल में) को दो परस्पर लम्बवत् रेखाओं की सहायता से मालूम करते हैं।
- कार्तीय तल में, दो परस्पर लम्बवत् रेखाएँ xx' तथा yy' एक बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं यह बिन्दु O मूल बिन्दु कहलाता है।
- किसी बिन्दु के निर्देशांक उस बिन्दु की x -अक्ष तथा y -अक्ष से लम्बवत् दूरी के आधार पर निर्धारित किए जाते हैं।
- x -अक्ष से किसी बिन्दु की लम्बवत् दूरी **ordinate** (कोटि) तथा y -अक्ष से किसी बिन्दु की लम्बवत् दूरी **abscissa** (भुज) कहलाती है।
- x -अक्ष पर किसी बिन्दु की स्थिति $(x, 0)$ तथा y -अक्ष पर किसी बिन्दु की स्थिति $(0, y)$ द्वारा दर्शाई जाती है।
- यदि दो या अधिक बिन्दुओं के भुज समान हो तो इन बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा y -अक्ष के समान्तर होती है।
- यदि किन्हीं दो या अधिक बिन्दुओं की कोटि (y -co-ordinate) समान हों तो इन बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा x -अक्ष के समान्तर होती है।

निर्देशांक : कार्तीय पद्धति में किसी बिन्दु की स्थिति को दर्शाने के लिए निर्देशांक $P(a, b)$ का प्रयोग किया जाता है।

- भुज (a) व कोटि (b) के धनात्मक (> 0) और ऋणात्मक (< 0) चिन्ह के अनुसार बिन्दु $P(a, b)$ को कार्तीय तल में इस प्रकार दर्शाया जाता है-
- भुज व कोटि का मान भुज व कोटि के चिन्ह बिन्दु की स्थिति

(i) $a = 0, b = 0$	—	मूल बिन्दु
(ii) $a > 0, b > 0$	$(+, +)$	I (प्रथम) चतुर्थांश
(iii) $a < 0, b > 0$	$(-, +)$	II (द्वितीय) चतुर्थांश
(iv) $a < 0, b < 0$	$(-, -)$	III (तृतीय) चतुर्थांश
(v) $a > 0, b < 0$	$(+, -)$	IV (चतुर्थ) चतुर्थांश

नोट : यदि कोई बिन्दु x -अक्ष अथवा y -अक्ष पर स्थित होता है तो वह बिन्दु किसी भी चतुर्थांश में स्थित नहीं होता।

दर्पण प्रतिबिम्ब :- किसी भी बिन्दु का दर्पण (अक्ष) के समक्ष प्रतिबिंब

बिन्दु	x-अक्ष के समक्ष प्रतिबिंब	y-अक्ष के समक्ष प्रतिबिंब	मूल बिन्दु के समक्ष प्रतिबिंब
(a, b)	(a, -b)	(-a, b)	(-a, -b)
(-a, b)	(-a, -b)	(a, b)	(a, -b)
(-a, -b)	(-a, b)	(a, -b)	(a, b)
(a, -b)	(a, b)	(-a, -b)	(-a, b)

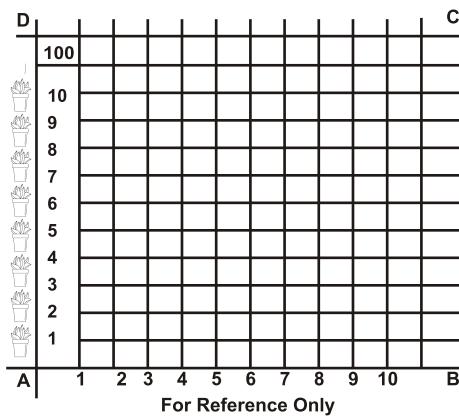
अति-अति लघु-उत्तरीय प्रश्न (एक अंक)

1. x-अक्ष से किसी बिन्दु की लम्बवत् दूरी कहलाती है।
2. y-अक्ष से किसी बिन्दु की लम्बवत् दूरी कहलाती है।
3. यदि किसी बिन्दु के दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं तो वह बिन्दु किस चतुर्थांश में स्थित होगा ?
4. जिस बिन्दु पर दोनों अक्ष परस्पर प्रतिच्छेद करते हैं, उस बिन्दु का नाम है।
5. यदि एक बिन्दु x-अक्ष से x-इकाई तथा y-अक्ष से y-इकाई दूरी पर स्थित है तो उस बिन्दु के निर्देशांक होंगे।
6. x-अक्ष पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक बताओ जो y-अक्ष से 5 इकाई दूरी पर स्थित है।
7. y-अक्ष पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक बताओ जो x-अक्ष से -9 इकाई दूरी पर स्थित हैं
8. कार्तीय तल में किस चतुर्थांश में भुज ऋणात्मक तथा कोटि घनात्मक होगा ?
9. बिन्दु (6, -8) किस चतुर्थांश में स्थित होगा ?
10. यदि किसी बिन्दु के भुज व कोटि दोनों ऋणात्मक हैं तो वह बिन्दु किस चतुर्थांश में स्थित होगा ?
11. बिन्दु A (-3, 0) किस अक्ष पर स्थित होगा ?
12. यदि दो बिन्दुओं P (-2, 3) तथा Q (-3, 5) को कार्तीय तल में अंकित किया जाए तो उनके भुज ज्ञात करो।
13. दोनों अक्षों के मध्य कोण का माप होता है।
14. बिन्दु P (-4, -3) की x-अक्ष से दूरी
15. निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में विभक्त करते हैं जो कहलाते हैं।

16. बिंदु $(200, -111)$ चतुर्थांश में स्थित है।
17. y -अक्ष पर किसी बिंदु का भुज होती है।
18. x -अक्ष पर किसी बिंदु की कोटि होती है।
19. बिंदु $(0, 0), (0, 4)$ और $(4, 0)$ एक त्रिभुज बनाते हैं।
20. यदि (x, y) एक बिंदु को प्रदर्शित करता है तथा $xy > 0$ है तो बिंदु या चतुर्थांश में स्थित होगा।
21. बिंदु $(3, -1)$ और $(-1, 3)$ कार्तीय तल में (एक ही / अलग-अलग) स्थान पर स्थित हैं।
22. यदि किसी बिंदु की कोटि 7 और भुज -5 है तो इसके निर्देशांक हैं।
23. वह बिंदु, जिसका भुज 5 है और वह x -अक्ष पर स्थित है, के निर्देशांक हैं।
24. x -अक्ष के समक्ष बिन्दु $(2, 3)$ को दर्पण प्रतिबिंब बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करें।
25. y -अक्ष के समक्ष बिन्दु $(-5, 6)$ के दर्पण प्रतिबिंब बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करें।

केस-स्टडी आधारित प्रश्न

विद्यार्थियों को व्यक्तिगत स्वास्थ्य और स्वच्छता के विषय में जागरूक करने के लिए, विद्यालय के आयताकार खेल के मैदान ABCD में एक दौड़ का आयोजन किया गया जिसके लिए एक-एक मीटर के अन्तराल पर चॉक पाउडर से रेखाएं खींची गई। 100 गमले भी एक-एक मीटर के अन्तराल पर AD रेखा पर रखे गए। मुस्कान AD दूरी का $\frac{1}{4}$ भाग AD से तीसरी रेखा पर दौड़ती है व एक लाल झंडा वहाँ लगाती है। मयंक AD का $\frac{1}{5}$ भाग सातवीं रेखा पर दौड़ता है व एक हरा झंडा वहाँ लगाता है।

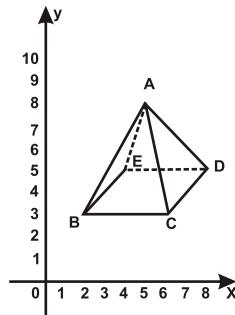


दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें -

- (i) लाल झण्डे के निर्देशांक बताएं -
 (a) (25, 3) (b) (100, 3) (c) (3, 25) (d) (3, 100)
- (ii) हरे झण्डे के निर्देशांक बताएं -
 (a) (100, 7) (b) (7, 100) (c) (20, 7) (d) (7, 20)
- (iii) लाल झण्डा लगाने के लिए मुस्कान के कितनी दूरी तय करनी पड़ी ?
 (a) 3 मी (b) 25 मी (c) 100 मी (d) 4 मी
- (iv) हरा झण्डा लगाने के लिए मयंक को कितनी दूरी तय करनी पड़ी ?
 (a) 7 मी (b) 20 मी (c) 100 मी (d) इनमें से कोई नहीं
- (v) हरा झण्डा, लाल झण्डे से कितनी दूरी पर है ?
 (a) $\sqrt{3}$ मी (b) $\sqrt{41}$ मी (c) $\sqrt{10}$ मी (d) इनमें से कोई नहीं

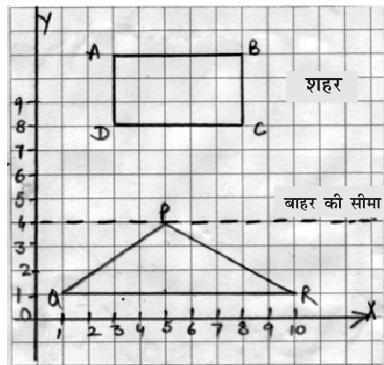
27. दी गई आकृति एक विद्यालय की गणित प्रयोगशाला में एक कार्तीय तल पर रखे पिरामिड को दर्शाती है।

दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दे :-



- (i) पिरामिड के शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात करें :-
 (a) (2, 3) (b) (6, 3) (c) (4, 5) (d) (5, 8)
- (ii) BC व ED किनारों के बीच लंबवत् दूरी ज्ञात करें :-
 (a) 3 इकाई (b) 2 इकाई (c) 1 इकाई (d) 4 इकाई
- (iii) यदि पिरामिड को दाँई ओर 2 इकाई खिसका दिया जाए तो शीर्ष D के नए निर्देशांक बताएं :-
 (a) (10, 5) (b) (8, 5) (c) (8, 7) (d) (10, 7)
- (iv) यदि पिरामिड को वास्तविक स्थिति से तीन इकाई नीचे खिसका दिया जाए तो शीर्ष B के नए निर्देशांक ज्ञात करें -
 (a) (2, 3) (b) (3, 2) (c) (2, 0) (d) (0, 2)

- (v) यदि शीर्ष B मूल बिन्दु पर स्थित होता तो शीर्ष E के निर्देशांक क्या होते?
- (a) (2, 2) (b) (3, 3) (c) (4, 4) (d) इनमें से कोई नहीं
28. MNQ विद्यालय गरीब बच्चों को मुफ्त शिक्षा की सुविधा प्रदान करते हैं। एक शहर की नगरपालिका ऐसा ही एक विद्यालय अपने शहर के एक आयताकार प्लॉट ABCD पर खोलना चाहती है (जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है) यह प्लॉट अमर सिंह का था जो कि इसे एक अन्य त्रिभुजाकार प्लॉट PQR से बदलने को तैयार है जो शहर से बाहर है। दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें :-



- (i) शीर्ष C के निर्देशांक ज्ञात करें
 (a) (0,0) (b) (8,8) (c) (4,4) (d) (4,8)
- (ii) आयताकार प्लॉट ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करें -
 (a) 5 वर्ग इकाई (b) 3 वर्ग इकाई (c) 15 वर्ग इकाई (d) 10 वर्ग इकाई
- (iii) त्रिभुजाकार प्लॉट का क्षेत्रफल ज्ञात करें -
 (a) 10 वर्ग इकाई (b) 15 वर्ग इकाई (c) 5 वर्ग इकाई (d) 13.5 वर्ग इकाई
- (iv) दोनो प्लॉटों के क्षेत्रफलों के संदर्भ में निम्न में से कौन सा कथन सत्य है ?
 (a) क्षेत्र (ABCD) > क्षेत्र (PQR) (b) क्षेत्र (ABCD) < क्षेत्र (PQR)
 (c) क्षेत्र (ABCD) = क्षेत्र (PQR) (d) क्षेत्र (ABCD) = 2 क्षेत्र (PQR)
- (v) क्षेत्र (ABCD) का क्षेत्र (PQR) से अनुपात ज्ञात करें -
 (a) 1:2 (b) 3:4 (c) 10:9 (d) 3:5

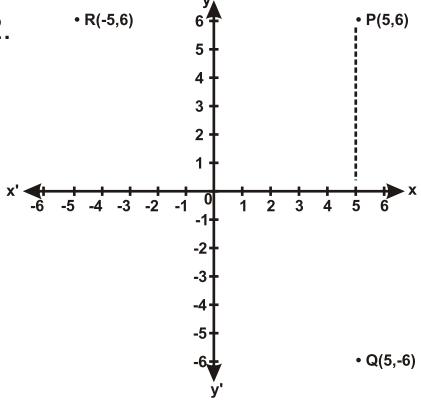
अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

29. ऐसे दो बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात करें जिनकी मूल बिंदु से दूरी समान हो। (दो बिंदु x-अक्ष पर व दो बिंदु y-अक्ष पर)

30. वह चतुर्थांश बताएं जिसमें बिन्दु $A(x, y)$ स्थित होगा जबकि
- (i) $x > 0$ व $y > 0$ (ii) $x < 0$ व $y < 0$
31. बिन्दुओं $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(4, 3)$ व $C(0, 3)$ को दर्शाने (कार्तीय तल पर) व OA , AB , BC व CO को मिला देने पर प्राप्त रेखाखण्डों से बनी आकृति का नाम बताएं।
32. एक कार्तीय तल में बिन्दु $P(5, 6)$ को दर्शाएं। अब इस बिंदु का x -अक्ष व y -अक्ष द्वारा बने दर्पण प्रतिबिम्ब बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात करें।
33. एक कार्तीय तल के तृतीय चतुर्थांश में बनी आयताकार आकृति के निर्देशांक ज्ञात करें जिसकी एक भुजा x -अक्ष पर P मात्रक लंबी है व दूसरी भुजा y -अक्ष पर q मात्रक है।
34. एक कार्तीय तल में बिन्दुओं $A(1, -1)$ व $B(4, 5)$ दर्शाएं व एक रेखाखण्ड द्वारा इन्हें मिलाएं। उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करें जो A व B के बीच में स्थित हो।
-
35. ग्राफ पेपर पर एक रेखाखण्ड बनाओ जिसके अंत बिंदु प्रथम व तृतीय चतुर्थांश में स्थित है। अंत बिंदु व मध्य बिंदु के निर्देशांक भी लिखिये।
36. बिन्दु $A(2, 4)$ और $B(2, -5)$ जिनका x -निर्देशांक समान है, को आलेखित करिये। क्या AB रेखा किसी एक अक्ष के समान्तर हैं? यदि हाँ, तो किस अक्ष के समान्तर है, लिखिये।
37. बिन्दु $P(2, -3)$ और $Q(-5, -3)$ जिनके y -निर्देशांक (कोटि) समान है, को आलेखित कीजिये। PQ रेखा किस अक्ष के समान्तर हैं?
38. बिंदु $A(7, 6)$ और $B(7, -6)$ को ग्राफ पेपर पर दर्शाओ। दोनों बिंदुओं को जोड़कर निम्न प्रश्नों के उत्तर दो-
- (i) उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जहाँ यह x -अक्ष पर काटती है।
- (ii) यह रेखा किस अक्ष के समान्तर होगी?
39. ग्राफ पेपर पर एक त्रिभुज ABC बनाओ, जिसके शीर्षों के निर्देशांक $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ और $C(1, 5)$ है। त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

40. यदि हम कार्तीय तल पर बिंदु $P(5, 0)$, $Q(5, 5)$, $R(-5, 5)$ और $S(-5, 0)$, को जोड़ते हैं तो कौन सी आकृति प्राप्त होगी? इस आकृति की सममिति अक्ष को भी लिखिये।
41. उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जो कि बिंदु $(-4, 0)$ और $(4, 0)$ से समदूरस्थ है। इस स्थिति को दर्शाने के लिए ऐसे कितने बिंदु संभव हैं?
42. ग्राफ पेपर पर एक चतुर्भुज बनाओ जिसके शीर्ष बिंदु $A(4, 3)$, $B(-4, 3)$, $C(-4, -3)$ और $D(+4, -3)$ हैं। इसके विकर्णों को बनाओ और उस बिंदु के निर्देशांक लिखो जहाँ ये एक दूसरे को काटते हैं।
43. एक आयताकार मैदान जिसकी लंबाई 10 इकाई व चौड़ाई 8 इकाई है। यदि इसका एक शीर्ष मूल बिंदु पर हो और लंबी भुजा x-अक्ष तथा एक शीर्ष प्रथम चतुर्थांश में स्थित हो तो इसके निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
44. बिंदुओं $B(5, 3)$, $E(5, 1)$, $S(0, 1)$ और $T(0, 3)$ को कार्तीय तल में दर्शायें व निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए-
- बिंदुओं को जोड़कर बनी हुई आकृति का नाम लिखिये।
 - आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अध्याय - 3
निरेशांक ज्यामिति (उत्तर)

- | | |
|--------------------|---|
| 1. कोटि | 27. (i) (d) |
| 2. भुज | (ii) (b) |
| 3. I चतुर्थांश | (iii) (a) |
| 4. (0,0) | (iv) (c) |
| 5. (y,x) | (v) (a) |
| 6. (5,0) या (-5,0) | 28. (i) (b) |
| 7. (0,-9) | (ii) (c) |
| 8. II चतुर्थांश | (iii) (d) |
| 9. IV चतुर्थांश | (iv) (a) |
| 10. III चतुर्थांश | (v) (c) |
| 11. x-अक्ष | 30. (i) I चतुर्थांश |
| 12. 1 | (ii) III चतुर्थांश |
| 13. 90° | 31. आयत |
| 14. 3 इकाई | 32. |
| 15. चतुर्थांश |  |
| 16. IV चतुर्थांश | |
| 17. 0 | 33. (0,0), (-p,o), (-p,-q), (o,-q) |
| 18. 0 | 36. हाँ, y-अक्ष |
| 19. समबाहु | 37. x- अक्ष |
| 20. I | 38. (7,0), y-अक्ष |
| 21. अलग-अलग | 39. 15 वर्ग मात्रक |
| 22. (-5,7) | 40. आयत, y-अक्ष |
| 23. (5,0) | 41. y- अक्ष पर कोई भी बिन्दु, अनन्त |
| 24. (2,-3) | 42. (0,0.) |
| 25. (5,6) | 43. (0,0), (10,0), (10,8) (0,8) |
| 26. (i) (c) | 44. (i) आयत |
| (ii) (d) | (ii) 10 वर्ग इकाई |
| (iii) (b) | |
| (iv) (b) | |
| (v) (b) | |

अभ्यास परीक्षा
निर्देशांक ज्यामिति

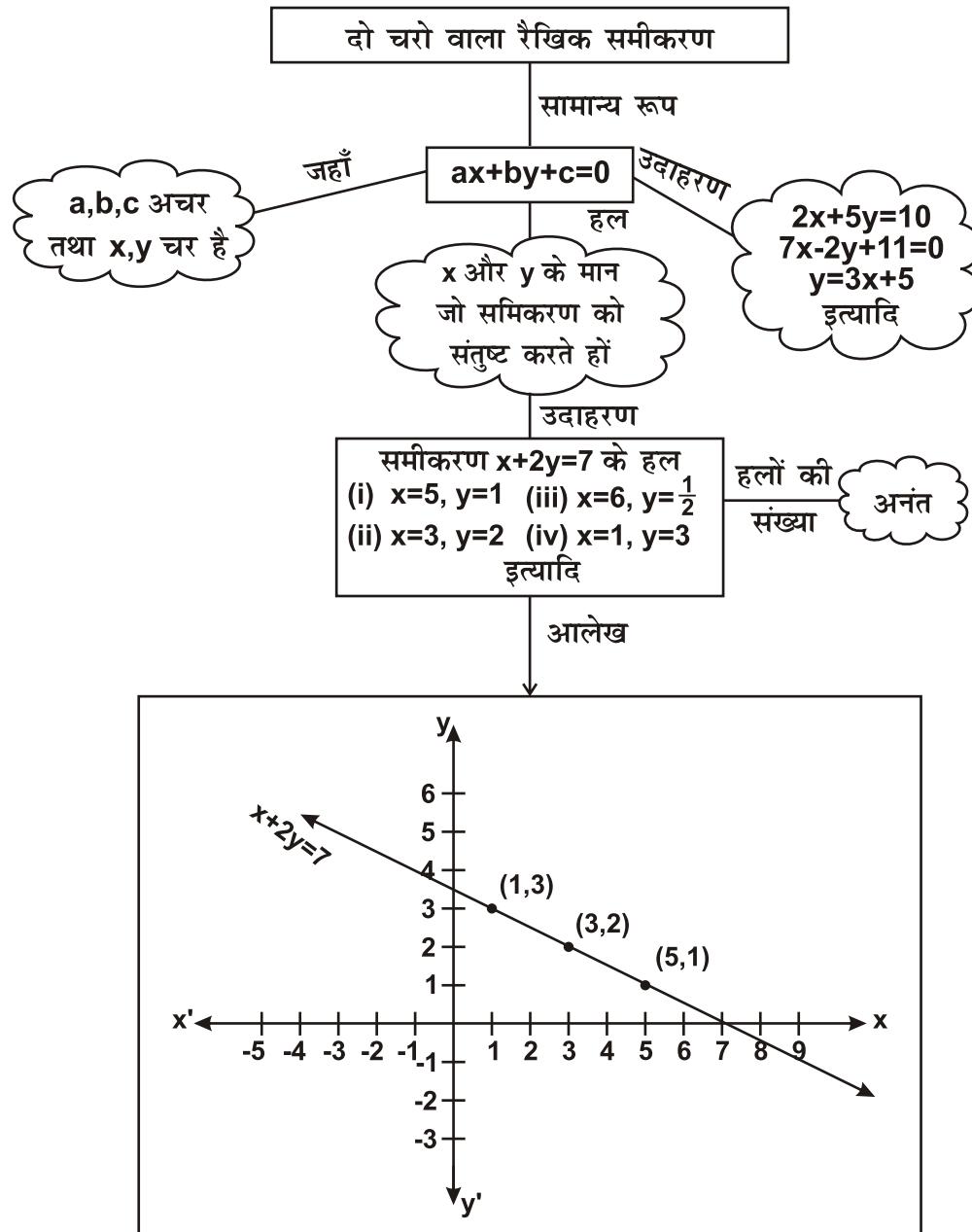
समय : 1 घंटा

M.M. 25

1. बिंदु (x, y) किस चतुर्थांश में स्थित है? (जहां x एक धनात्मक संख्या है तथा y (1) एक ऋणात्मक संख्या है) (1)
2. x -अक्ष पर स्थित बिंदु का y निर्देशांक लिखिए। (1)
3. यदि $(x, y) = (y, x)$, तो $(x-y)$ का मान ज्ञात करें (1)
4. x और y का मान ज्ञात कीजिए यदि
 - $(x - 4, 7) = (4, 7)$
 - $(1, 2y - 3) = (1, 7)$
 (2)
5. बिंदु $(7, -6)$ की x -अक्ष से दूरी ज्ञात कीजिए। (2)
6. कार्तीय तल में एक चतुर्भुज बनाएं जिसके शीर्षों के निर्देशांक हैं—
 $A(3,2), B(2,3), C(-4, 5), D(5, -3)$ (2)
7. निम्न बिंदुओं को कार्तीय तल में आलेखित कीजिए। $(-3, -5), (-2, 0), (-4, 2)$ बिंदुओं को मिलाकर बनी आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करें। (3)
8. रेखा l और m के लिए ऐसिक समीकरण लिखिये।
 उस रेखा का नाम भी लिखिये जिसको समीकरण $x = 0$ के द्वारा दर्शाया जाता है। (3)
9. बिंदुओं $O(0, 0), A(4, 0)$ और $C(0, 6)$ को ग्राफ पर आलेखित कीजिए। (5)
 यदि $OABC$ एक आयत है तो चौथे बिंदु B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
10. दो समबाहु त्रिभुजों ABC और ABD , जिसकी भुजा $2a$ है, का आधार AB (5)
 x -अक्ष पर इस प्रकार स्थित है कि AB का मध्य बिंदु मूल बिंदु पर है।
 C और D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

अध्याय – 4

दो चरों वाले रैखिक समीकरण



अध्याय 4

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

महत्वपूर्ण बिन्दु

- एक चर में रैखिक समीकरण—एक समीकरण जिसे हम $ax+b=0, a \neq 0$ और a, b वास्तविक संख्याएँ हैं, के रूप में लिख सके, एक चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- दो चर में रैखिक समीकरण – कोई समीकरण जिसे हम $ax+by+c=0$, जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं और, $a, b \neq 0$, के रूप में लिख सके, दो चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- एक चर में रैखिक समीकरण का केवल एक हल होता है।

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$$
- दो चर में रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
- दो चर में रैखिक समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा ही बनती है।
- रेखा पर प्रत्येक बिन्दु रेखा के समीकरण को संतुष्ट करता है।
- समीकरण का प्रत्येक हल रेखा पर स्थित एक बिन्दु को दर्शाता है। इस प्रकार दो चर में एक रैखिक समीकरण का आलेखीय रूप एक रेखा होगी जिसका प्रत्येक बिन्दु उसका हल होगा।
- आलेख (ग्राफ) : x तथा y के युग्म में वे मान जो दिए गए समीकरण को संतुष्ट करते हैं दो चर में समीकरण के हल कहलाते हैं।

उदाहरण : $x+y=4$

के अनेक हल $(0,4)(1,3)(2,2)(4,0)$ इत्यादि हैं।

अति-अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (1 से 26)

1. किस बिंदु पर समीकरण $3x+2y=9$ का आलेख y -अक्ष पर काटेगा ?
2. माना y, x के अनुक्रमानुपाती हैं। यदि $x=5$ हो तो $y=15$ है, समीकरण दीजिए।
3. रेखाओं $x=2$ और $y=-3$ का प्रतिच्छेदी बिंदु लिखिए।
4. बिंदु $(3, -7)$ की x - अक्ष से दूरी लिखिए।
5. बिंदु $(-5, -4)$ की y -अक्ष से दूरी लिखिए।
6. समीकरण $\sqrt{2}x - 4 = 5y$ को $ax + by + c$ के रूप में व्यक्त कीजिए। और a, b, c का मान लिखिए।
7. समीकरण $3x + 4y = 7$ में x का मान y के रूप में व्यक्त कीजिए।
8. समीकरण $3y + 5x = a$ में y का मान x के रूप में व्यक्त कीजिए।
9. बिन्दु $(a, 0)$ किस अक्ष पर स्थित है?
10. $x+y=5$ का एक हल ज्ञात कीजिए जो y -अक्ष पर स्थित है।
11. समीकरण $5y = 9$ को दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में लिखिए।
12. x -अक्ष के समांतर तथा मूल बिन्दु से 2 इकाई ऊपर स्थित एक रेखा का समीकरण लिखिए।
13. जाँचिए क्या $(1, -2)$ बिन्दु, समीकरण $2x-y=6$ का हल है?
14. जाँचिए क्या $x=2$ और $y=2$ समीकरण $2x-y=6$ का हल है?
15. समीकरण $y = 5x + 2$ के कितने हल हैं?
16. K का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x=-1, y = 1$ समीकरण $Kx-2y=0$ का एक हल है।
17. यदि समीकरण $2x + ky = 10$ k , का ग्राफ x -अक्ष को बिन्दु $(5, 0)$ पर प्रतिच्छेद करता है तो k का मान ज्ञात कीजिए।
18. रैखिक समीकरण $4x=6$ का आलेख किस अक्ष के समांतर है?
19. समीकरण $2x-y=6$ का आलेख, x -अक्ष को किस बिन्दु पर काटता है?
20. जाँचिए बिन्दु $(0, 0)$, किस आलेख पर स्थित है $y = mx + c$ या $y = mx$.

21. समीकरण $2y-1=0$ का आलेख, x-अक्ष के किस ओर स्थित है?

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

22. x-अक्ष के समांतर रेखा की समीकरण = a है। (जहाँ $a \neq 0$)

23. y-अक्ष के समांतर रेखा की समीकरण = a है। (जहाँ $a \neq 0$)

24. प्रत्येक दो चरों वाले रैखिक समीकरण का आलेख होती है।

25. $ax+b=0$ के रूप का समीकरण, जहाँ a, b वास्तविक संख्याएँ और $a \neq 0$ है, का एक चर में ज्यामितीय निरूपण है।

26. समीकरण $2(x+y)-x=7$ में x का गुणांक है।

केस स्टडी पर आधारित प्रश्न

27. एक विद्यालय के ईको-क्लब ने अपने विद्यालय में एक बगीचा विकसित करने का निर्णय लिया और A, B, C तीन प्रकार के पौधे लगाए। A प्रकार के पौधों की संख्या B प्रकार के पौधों से दुगनी है और B और C प्रकार के पौधों की संख्या समान है। यदि कुल पौधों की संख्या 100 हो तो



- (i) उपरोक्त स्थिति का सही समीकरण निम्नलिखित है

(a) $x + y = 200$ (b) $x+2y=100$
(c) $x-y=100$ (d) $x-2y=100$

(ii) यदि A प्रकार के 50 पौधे हो, तो B प्रकार के पौधे हैं :

(a) 10 (b) 20
(c) 30 (d) कोई नहीं

(iii) यदि A और B प्रकार के कुल पौधे 75 हैं, तो C प्रकार के कुल कितने पौधे हैं ?

(a) 10 (b) 15
(c) 20 (d) 25

(iv) उपरोक्त स्थिति की समीकरण का आलेख जिस बिन्दु से नहीं गुजरेगा :

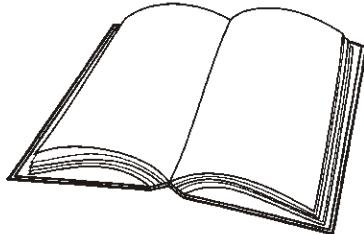
(a) (100,0) (b) (50, 50)
(c) (60, 20) (d) (70, 15)

- (V) C प्रकार के पौधे सदैव

(a) 25 से अधिक होंगे (b) 25 से कम होंगे

(c) 25 या 25 से कम होंगे (d) 25 या 25 से अधिक होंगे

28. एक RWA किराए पर पुस्तकें देने वाले एक पुस्तकालय को चलाते हैं, ताकि समाज में पुस्तकों को पढ़ने की आदत को बढ़ाया जा सके। इस पुस्तकालय को चलाने के लिए, प्रति पुस्तक पहले पाँच दिनों के लिए नियत ₹10 तथा इसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन के लिए ₹3 लिए जाते हैं।



29. COVID-19 घर-घर सर्वे के दौरान एक अग्रिम पंक्ति स्वास्थ्यकर्मी किसी परिवार के सदस्यों का तापमान रिकॉर्ड करता है। उनके नाम और उनकी आयु नीचे दी गई है।

नाम	आयु (वर्षों में)
उमा	65
राजकुमार	40
सविता	37
रोहन	14
ज्योति	10



फारेनहाइट ($^{\circ}\text{F}$) तापमान को सेलसियस ($^{\circ}\text{C}$) में बदलने के लिए रैखिक समीकरण

$$C = \frac{5F - 160}{9} \text{ } ^\circ\text{C}$$

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (2 अंक)

30. समीकरण $2x+y=x+5$ के दो हल ज्ञात कीजिए।

31. $x=2, y=3$ के लिए समीकरण $5x+3py=4a$ से p का मान ज्ञात कीजिए।
32. यदि बिंदु $A(3,5)$ तथा $B(1,4)$ रेखा $ax+by=7$ के आलेख (ग्राफ) पर स्थित हैं तो a का मान ज्ञात कीजिए।
33. बिना आलेख बनाए उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $5x + 2y = 10$ का आलेख दोनों अक्ष को काटता है।
34. बिन्दु $(3, 10)$ से गुजरती हुई दो रेखाओं के समीकरण लिखिए।
35. एक रंगीन कागज का मूल्य, एक सफेद कागज के मूल्य के एक तिहाई से ₹7 अधिक है। इस कथन का दो चरों में रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए।
36. समीकरण $x+y=5$ का ग्राफ बनाइए।

37. समीकरण $2x-y=6$ का आलेख किन चर्तुथांशों से गुजरता है?
38. समीकरण $3x-2=x-3$ के निम्न पर कितने हल हैं—
 - (i) संख्या रेखा
 - (ii) कार्तियन तल
39. उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $x + y = 4$ का आलेख ऐसी रेखा पर मिलता है जो—
 - (i) x -अक्ष के समांतर हो, मूल बिन्दु से 3 इकाई धनात्मक y -अक्ष की ओर।
 - (ii) y -अक्ष के समांतर हो, मूल बिन्दु के बायंगी ओर 2 इकाई दूरी पर।
40. बकरियों और मुर्गियों के एक झुंड में कुल पैरों की संख्या 40 है। इस स्थिति को दो चरों वाले रैखिक समीकरण के रूप में दर्शाइए।
41. यदि $6ax+by=24$ बिन्दुओं $(2, 0)$ और $(1, 2)$ से गुजरती हो, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।
42. समीकरण $2x+5y=19$ के ग्राफ पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिसमें कोटि, भुज का $1\frac{1}{2}$ गुना है।
43. वह बिंदु ज्ञात कीजिए, जहाँ समीकरण $2x=1-5y$ का ग्राफ x -अक्ष और y -अक्ष पर काटता है।
44. x -अक्ष के समांतर एक रेखा की समीकरण लिखिए जोकि मूल बिन्दु से 4 इकाई ऊपर हो।

लघु उत्तर वाले प्रश्न (3 अंक)

45. यदि बिन्दु $A(4,6)$ तथा $B(1,3)$ ग्राफ $ax+by=8$ पर स्थित हैं, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

46. a का मान ज्ञात कीजिए जब $(1, -1)$ समीकरण $2x+ay=5$ का हल है। इस समीकरण के दो और हल लिखिए।
47. रैखिक समीकरण $4x+5y=28$ के दो हल ज्ञात कीजिए तथा जाँच कीजिए कि $(-2, 10)$ इस समीकरण का हल है।
48. उस रेखा का समीकरण लिखिए जो $(3, -3)$ और $(6, -6)$ से गुजरती है।
49. यदि $x = 3k - 2$, $y = 2k$, समीकरण, $4x - 7y + 12 = 0$ का एक हल है तो k का मान ज्ञात कीजिए।
50. यदि बिन्दु $(m-2, 2m+1)$ समीकरण, $2x + 3y - 10 = 0$ पर स्थित है हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।
51. $F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32^\circ$
- (i) यदि तापमान $35^\circ C$ है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
 - (ii) यदि तापमान $30^\circ C$ है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
52. समीकरण $2x + 3y = 6$ का आलेख खींचिए। उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ रेखा x अक्ष और y अक्ष को काटती है।
53. समीकरण $3x+4y=12$ का आलेख खींचिए। यदि $x=8$ हो, तो आलेख की सहायता से y का मान ज्ञात कीजिए।
54. एक ही ग्राफ पेपर पर $y=x$ और $2y=-5x$ का आलेख खींचिए।
55. समीकरण $5x+7=0$ का ज्यामितीय निरूपण कीजिए।
- (i) एक चर में
 - (ii) दो चरों में
56. समीकरण $2y-x=7$ का आलेख खींचिए। आलेख की सहायता से जाँचिए कि क्या $x=3$ और $y=2$, समीकरण का हल है।

57. रैखिक समीकरण $3x-y=4$ का आलेख खींचिए। यदि आलेख बिंदुओं $(p, -4)$ और $(3, q)$ से गुजरता है तो p और q को मान ज्ञात कीजिए।
58. एक ही ग्राफ पेपर पर समीकरण $2x+3y=-5$ और $x+y=-1$ के आलेख खींचिए। इनके प्रतिच्छेदी बिंदु के निर्देशांक लिखिए।
59. दिखाइए कि बिंदु $A(1, -1)$, $B(2, 6)$ और $C(0, -8)$ समीकरण $7x-y=8$ के आलेख पर हैं।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

60. $3y=8x$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखिए। a , b और c के मान भी ज्ञात कीजिए। समीकरण के दो हल भी दीजिए। आप कितने और हल ज्ञात कर सकते हैं?
61. रोहन व रमिता जो कक्षा नवीं के विद्यार्थी हैं, कक्षा की सफाई के लिए ₹25 जमा करने का निर्णय लेते हैं। इसे दो चरों वोल रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए व आलेख खींचिए।
62. सारिका बाल-दिवस के अवसर पर चॉकलेट बाँटती है। वह प्रत्येक बच्चे को 5 चॉकलेट देती है तथा व्यस्कों को कुल 20 चॉकलेट देती है। यदि बच्चों की संख्या x से तथा कुल बांटी गई चॉकलेट को y से दर्शाया गया है तो
- इसको दो चरों वाले रैखिक समीकरण द्वारा दर्शाइए।
 - यदि उसने कुल 145 चॉकलेट बांटी तो बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए।
63. प्रियंका और आरती ने विधवाओं हेतु ₹1600 अंशदान करने का निश्चय किया। प्रियंका के अंशदान को x मानकर व आरती के अंशदान को y मानकर
- इसको दो चरों वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
 - यदि प्रियंका आतरी से तिगुना दान करती है, तो दोनों द्वारा किया अंशदान ज्ञात कीजिए।
64. रिया अपने साथियों के साथ विकलांग बच्चों की संस्था में दान हेतु दिवाली मेले में भाग लेती हैं। मेले में जमा हुई राशि में से ₹ 3600 वे संस्था में दान करती हैं। यदि प्रत्येक लड़की द्वारा ₹150 व प्रत्येक लड़के द्वारा ₹200 दान किए जाते हैं –

- (a) इसको दो चर वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
- (b) यदि लड़कियों की संख्या 8 हो तो लड़कों की संख्या ज्ञात कीजिए।
65. आफताब एक कार को 60 किमी. प्रति घंटा की समान गति से चला रहा है। कुल दूरी को y किमी मानते हुए और कुल समय x घंटे मानते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइये। आलेख खीचिए। आलेख से निम्न को बताइये।
- (i) 90 मिनट में तय की गई दूरी।
- (ii) 150 किमी. की दूरी तय करने में लगा समय।
66. एक प्राइवेट पार्किंग एक कार को पार्क करने में शुल्क ₹20 पहले घंटे के और प्रत्येक अगले घंटे के ₹10 लेता है। कुल पार्किंग शुल्क को ₹ y लेकर और कुल पार्किंग समय को x घंटे लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइये। इसे $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखकर a, b और c का मान ज्ञात कीजिए। इसके लिए आलेख भी खीचिए।
67. हम जानते हैं कि $C = 2\pi r$, $\pi = \frac{22}{7}$ लेकर परिधि को y इकाई और त्रिज्या को x इकाई लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइए। इसका आलेख बनाइए। जाँचिए क्या (0,0) एक आलेख पर स्थित है? आलेख से परिधि ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 2.8 इकाई हो।

अध्याय – 4
दो चरों वाले रैखिक समीकरण
उत्तर व संकेत

- | | |
|---|--|
| 1. $(4.5, 0)$ | 24. सरल रेखा |
| 2. $y=3x$ | 25. x -अक्ष पर एक बिंदु |
| 3. $(2, -3)$ | 26. 1 |
| 4. 7 इकाई | 27. (I) $x+2y=10$ |
| 5. 5 इकाई | (II) (d) कोई नहीं |
| 6. $\sqrt{2x}-5y-4=0$
$a=\sqrt{2}, b=-5, C=-4$ | (III) (d) 25
(IV) (b) (50, 50) |
| 7. $x = \frac{7-4y}{3}$ | (V) (c) 25 या 25 से कम |
| 8. $y = \frac{9-5x}{3}$ | 28. (I) (b) ₹ 16
(II) (c) 15 दिन |
| 9. x -अक्ष | (III) (a) $3x-y = 5$ |
| 10. $(0, 5)$ | (IV) (d) 16 |
| 11. $O.x+5y=9$ | (V) (d) 10 दिन, ₹ 25 |
| 12. $y=2$ | 29. (I) (b) 36.5
(II) (d) 98.6 |
| 13. No | (III) (d) IV |
| 14. Yes | (IV) (a) 97.7 और 99.5 |
| 15. अनंत अनेक हल | (V) (c) -40 |
| 16. $K(-1)-2(1)=0$
$k=-2$ | 30. (1, 4) (0, 5) (या कोई अन्य) |
| 17. $2(5)+k(0)=10k$
$k=1$ | 31. $p = \frac{4a-10}{9}$ |
| 18. y -अक्ष के समांतर | 32. $3a+5b=7; a+4b=7$
$3(7-4b)+5b=7$
$b=2$
$a=-1$ |
| 19. $(3, 0)$ | 33. x अक्ष $= (2, 0)$ |
| 20. $y=mx$ | |
| 21. बाँई और | |
| 22. y | |
| 23. x | |

34. $3x-y+1=0$ $x+y=13$

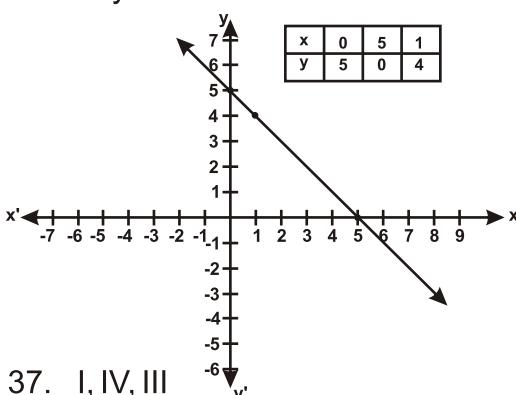
(या कोई अन्य समीकरण)

35. माना रंगीन कागज का मूल्य = ₹ x

और सफेद कागज का मूल्य = ₹ y

$$3x-y=21$$

36. $x+y=5$



कोटि = 3

बिंदु (2,3)

43. $(\frac{1}{2}, 0)$

$$(0, \frac{1}{5})$$

44. $y=4$

45. $4a+6b=8$

या $2a+3b=4$

$a+3b=8$

$a=-4$ and $b=4$

46. $2(1)+a(-1)=5$

$$-a=3$$

$$a=-3$$

$2x=3y=5$ कोई दो हल

37. I, IV, III

38. (i) एक

अनंत अनेक

39. (i) (1,3)

(ii) (-2,6)

40. माना बकरियों की संख्या = x

और मुर्गियों की संख्या = y

$$4x+2y=40$$

या $2x+y=20$

41. $6a(2) + b(0) = 24$

$$12a = 24$$

$$a = 2$$

$$6(2)(1) + b(2) = 24$$

$$12 + 2b = 24$$

$$2b = 12$$

$$b = 6$$

42. भुज = 2

47. (2,4); (7,0) (या कोई अन्य)

नहीं (-2,10) समीकरण का हल नहीं है।

48. $x+y=0$

49. $4[3k-2]-7[2k]+12=0$

$$12k - 8 - 14k + 12 = 0$$

$$k=2$$

50. $2[m-2]+3[2m+1]-10=0$

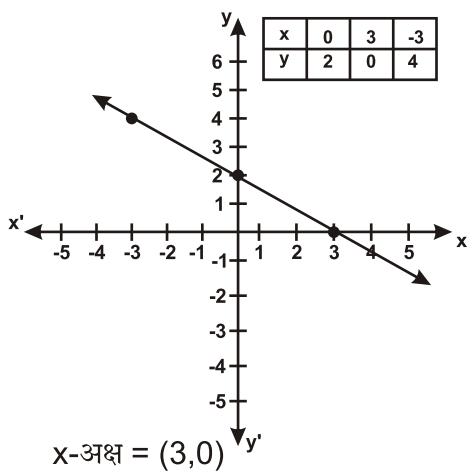
$$2m-4+6m+3-10=0$$

$$m = \frac{11}{8}$$

51. (i) 95°F

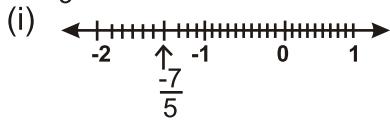
(ii) 86°F

52. $2x + 3y = 6$

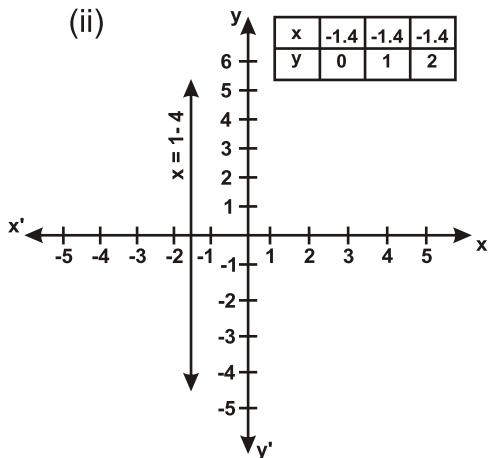


53. $y = -3$

55. $x = \frac{-7}{5}$ or $x = -1.4$



(ii)



56. नहीं

57. $p=0; q=5$

58. प्रतिच्छेदी बिंदु (2, -3)

60. $8x - 3y + 0 = 0$

$a=8, b=-3, c=0$

अनंत अनेक हल ज्ञात कर सकते हैं।

61. $x + y = 25$

62. (i) $5x + 20 = y$

(ii) 25

63. (i) $x + y = 1600$

(ii) प्रियंका = ₹ 1200

आरती = ₹ 400

64. (a) $150x + 200y = 3600$

(b) लड़कों की संख्या = 12

65. $y = 60x$

(i) 90km

(ii) 2 hours 30 min.

66. $10x + 10 = y$

$10x - y + 10 = 0$

$a=10; b=-1; c=10$

67. $y = 2\pi r$

हाँ

जब $r = 2.8$ इकाई हो

तो $c = 17.6$ इकाई

अभ्यास परीक्षा
दो चरों वाले रैखिक समीकरण

समय : 1 घंटा

अधिकतम अंक : 25

अध्याय-4

1. समीकरण $3x-2y=-15$ का आलेख x-अक्ष को किस बिंदु पर काटेगा ? (1)
2. समीकरण $2y=5$ का ग्राफ किस अक्ष के समांतर होगा ? (1)
3. एक रैखिक समीकरण लिखिए, जिसका ग्राफ y-अक्ष के समांतर हो और मूल बिंदु से बाँई और 3 इकाई की दूरी पर हो। (1)
4. यदि रेखा $5bx-3ay=30$ बिंदुओं $(-1, 0)$ और $(0, -3)$ से गुजरती हो तो a और b का मान ज्ञात कीजिए। (2)
5. $(2, -3)$ से गुजरने वाली कोई दो रेखाओं के समीकरण लिखिए। (2)
6. यदि बिंदु $(5, 2)$ समीकरण $kx+5y=10k$ के ग्राफ पर स्थित हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए। (2)
7. समीकरण $x+\sqrt{3}y=4$ को $ax+by+c=0$ के रूप में व्यक्त कीजिए और a, b और c का मान बताइए। x को y के रूप में भी व्यक्त कीजिए। (3)
8. समीकरण $2x+y=4$ के वे हल ज्ञात कीजिए जो उस बिंदु को दर्शाते हैं जो
 - (i) x-अक्ष पर हो
 - (ii) y-अक्ष पर हो
 - (iii) x-अक्ष से 3 इकाई को लंबवत् दूरी पर हो।
9. रैखिक समीकरण का ज्यामितीय निरूपण कीजिए : $2x+5=0$ (5)
 - (i) एक चर में
 - (ii) दो चरों में
10. एक टैक्सी, पहले एक किलोमीटर की यात्रा के लिए ₹15 और इसके बाद प्रति किलोमीटर ₹8 वसूलती है। x km दूरी की यात्रा तय करने के लिए ₹ y अदा करने पड़ते हैं। इस स्थिति को दर्शाने के लिए एक रैखिक समीकरण लिखिए और आलेख खीचिए। (5)

अध्याय 5

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

महत्वपूर्ण बिन्दु

- **भूमिका** - 'यूक्लिड की ज्यामिति' जो हम पढ़ते हैं वह यूक्लिड की देन है। ये ज्यामिति के पिता के नाम से जाने जाते हैं। यूक्लिड का गणित के विभिन्न क्षेत्रों जैसे संख्या पद्धति और खगोल शास्त्र में बड़ा योगदान है।
- **अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ** - अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ एक प्रकार की कल्पनाएँ होती हैं। ये कल्पनाएँ वास्तव में स्पष्टतः सर्वव्यापी सत्य थीं। इनकी सिद्धता नहीं होती।
- **प्रमेयः** - प्रमेय ऐसे कथन होते हैं जिन्हें परिभाषाओं, अभिग्रहीतों और तार्किकताओं के आधार पर सिद्ध किया जाता है।

यूक्लिड के कुछ अभिग्रहीतः-

1. वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के समान हों एक दूसरे के समान होती हैं।
2. अगर बराबर को बराबर में जोड़ें तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।
3. अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं।
4. वे वस्तुएँ जो आपस में संपाती हैं, एक दूसरे के समान होती हैं।
5. पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।
6. एक ही वस्तुओं के दुगुने आपस में समान होते हैं।
7. एक ही वस्तुओं के आधे आपस में समान होते हैं।

यूक्लिड की अभिधारणाएँ:-

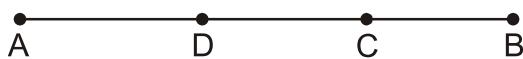
- **अभिधारणा-1** - एक बिंदु से एक अन्य बिंदु तक सीधी रेखा खींची जा सकती है।
- **अभिधारणा-2** - एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।
- **अभिधारणा-3** - किसी बिंदु को केन्द्र मानकर तथा किसी त्रिज्या से एक वृत खींचा जा सकता है।
- **अभिधारणा-4** - सभी समकोण एक दूसरे के समान होते हैं।
- **अभिधारणा-5** - यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरकर एक ही ओर अन्तःकोण इस तरह बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो तो वे दोनों सीधी रेखाएँ अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती है जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।

परिभाषाएँ

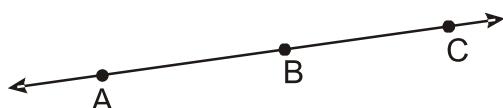
1. एक बिंदु वह है जिसका कोई भाग नहीं होता।
2. एक रेखा चौड़ाई रहित लंबाई होती है।
3. एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिंदुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
4. एक रेखा के सिरे बिंदु होते हैं।
5. एक पृष्ठ वह है, जिसकी केवल लंबाई और चौड़ाई होती है।
6. एक समतल पृष्ठ ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है।
7. पृष्ठ के किनारे रेखाएँ होती हैं।

अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

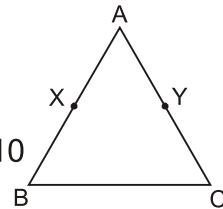
1. एक पृष्ठ (Surface) की विमाओं की संख्या कितनी होगी?
2. _____ के लिए सिद्धता की आवश्यकता होती है। (अभिग्रहित, अभिधारणाएँ, प्रमेय)
3. तीन सरेखीय बिन्दुओं से _____ रेखाएँ खींची जा सकती है। (दो, तीन, केवल एक)
4. यूक्लिड के कथन के अनुसार अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं एक _____ है। (अभिग्रहित, परिभाषा, अभिधारणा)
5. दी गई आकृति में यदि $AD = BC$ तो क्या AC और BD समान हैं या नहीं?



6. एक बिन्दु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं?
7. यूक्लिड की प्रथम अभिग्रहित को लिखिए।
8. यूक्लिड की पाँचवी अभिग्रहित को लिखिए।
9. यदि $a + b = 15$ तथा $a + b + c = 15 + c$ हो तो यह यूक्लिड की किस अभिग्रहित को दर्शाता है?
10. एक रेखा पर A, B तथा C तीन बिन्दु हैं। यदि A तथा C के बीच में B स्थित है तो सिद्ध कीजिए $AC - BC = AB$.



अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

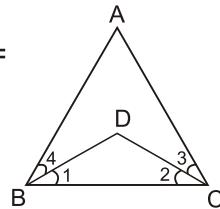


11. यदि $x + y = 10$ तथा $x = z$ तो सिद्ध कीजिए कि $z + y = 10$

12. आकृति में $AX = AY, AB = AC$ तो सिद्ध कीजिए कि $BX = CY$

13. दी गई आकृति में यदि $\angle ABC = \angle ACB$ और $\angle 3 = \angle 4$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 2$.

14. आकृति में $AD = CB$



तो सिद्ध कीजिए कि $AC = BD$



15. समीकरण $x - 10 = 15$, को हल कीजिए। आपने इसे हल करने में यूक्लिड की कौन सी अभिग्रहित प्रयोग की है?

16. यदि बिन्दु C, दो बिन्दुओं A तथा B के बीच स्थित है तथा $AC = BC$ तो सिद्ध कीजिए कि

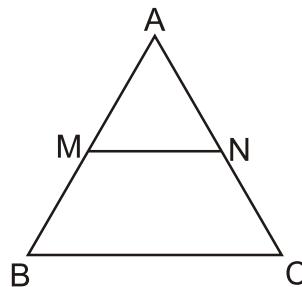
$$AC = \frac{1}{2} AB$$

17. दी गई आकृति में

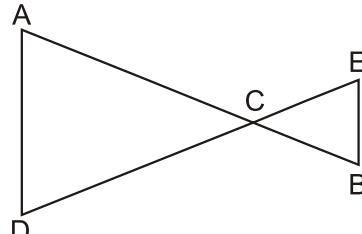
$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$AN = \frac{1}{2} AC$$

तो सिद्ध कीजिए कि $AB = AC$



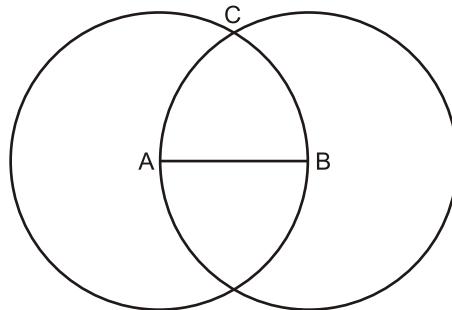
18. आकृति में $AC = DC$, तथा $CB = CE$



तो सिद्ध कीजिए कि $AB = DE$

19. सिद्ध कीजिए कि किसी रेखाखण्ड का केवल और केवल एक मध्य बिन्दु होता है।
20. आकृति में, दो वृत्त जिनके केन्द्र A और B हैं, C पर काटते हैं।

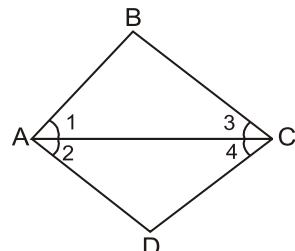
सिद्ध कीजिए कि $AB = BC = AC$



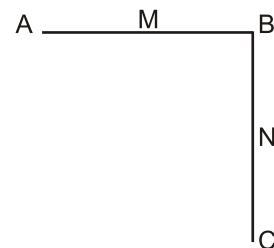
21. कार्तिक और हिमांक का बराबर भार है। यदि प्रत्येक का भार 3 kg बढ़ जाए, तो आप उनके नए भार की तुलना कैसे करेंगे ? यूकिलिड के उस अभिग्रहीत का कथन लिखिए जो यहाँ प्रयोग हुआ है।

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

22. आकृति में $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle 2 = \angle 3$ है
तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 3$ है।

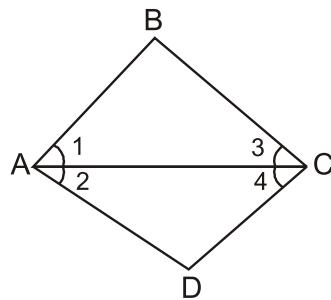


23. दी गई आकृति में $AB=BC$ तथा AB का मध्य बिन्दु M और BC का मध्य बिन्दु N है
तो सिद्ध करो कि $AM=NC$.



24. आकृति में $\angle 1 = \angle 3$ तथा $\angle 2 = \angle 4$

तो सिद्ध कीजिए कि $\angle BAD = \angle BCD$



25. एक समबाहु त्रिभुज एक बहुभुज होता है जिसकी दो भुजाएँ तीसरी भुजा के समान होती हैं और प्रत्येक कोण का माप 60° होता है।

क्या आप यह सिद्ध कर सकते हैं कि समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण और प्रत्येक भुजाएँ समान होती हैं?

26. राम तथा श्याम कक्षा नवीं के विद्यार्थी हैं। मार्च के महीने में वे दोनों अंध विद्यालय को समान राशि दान करते हैं। अप्रैल मास में वे दोनों दान राशि को दुगुना कर देते हैं।

(a) दोनों की दान राशि की तुलना कीजिए।

(c) किस गणितीय विधि को प्रश्न में दर्शाया गया है?

अध्याय 5

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

उत्तर

1. 2
2. प्रमेय
3. केवल एक
4. अभिग्रहीत
5. समान हैं।
6. अनेक
9. दूसरी अभिग्रहीत
15. दूसरी अभिग्रहीत
26. (a) अप्रैल मास में भी दोनों की दान राशि समान है।
(b) यूक्लिड अभिग्रहीत

अभ्यास परीक्षा

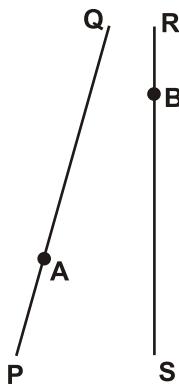
यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

समय : 1 घंटा

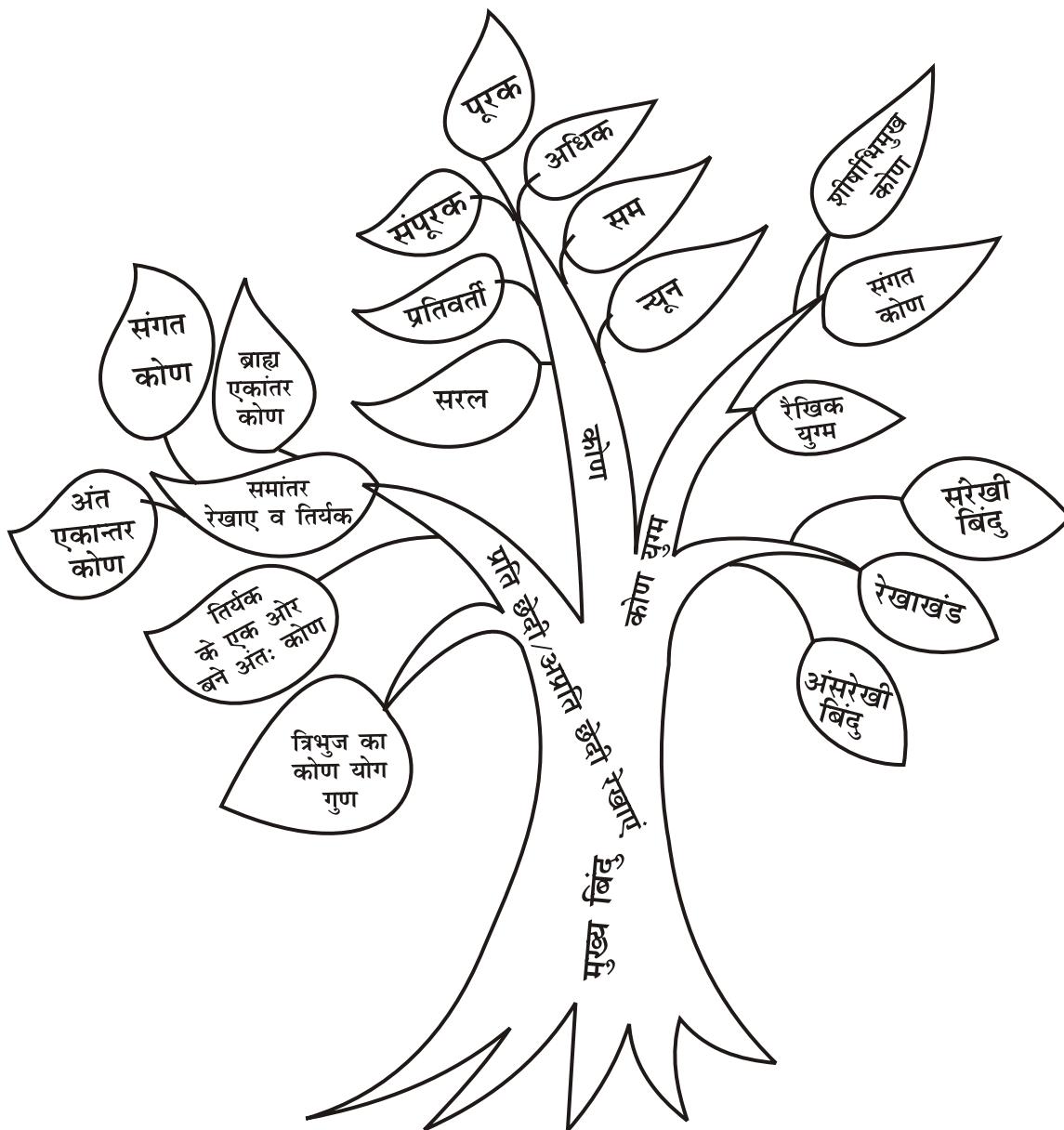
अध्याय-5

अधिकतम अंक : 25

1. बताएं कि कोई अभिग्रहीत निकाय कब संगत कहलाता है। (1)
2. तीन सरेखी बिंदुओं द्वारा कितने रेखाखंड खींचे जा सकते हैं। (1)
3. एक दिए बिंदु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं। (1)
4. समीकरण $x+3=10$ को हल कीजिए। प्रयुक्त यूक्लिड के अभिग्रहीत का कथन लिखिए। (2)
5. यूक्लिड की पहली अभिग्रहीत लिखिए। (2)
6. $\triangle ABC$ में D और E क्रमशः भुजाओं AC और BC के मध्य बिंदु हैं तथा $AD=CE$ है। सिद्ध कीजिए $AC=BC$ (2)
7. यदि बिंदु C दो बिंदुओं A और B के मध्य इस प्रकार स्थित है कि $AC=BC$ है। Prove that $AC = \frac{1}{2} AB$ तथा आकृति द्वारा भी समझाइए। (3)
8. यह पता है कि यदि $x+y=10$ हो तो $x+y+z=10+z$ होता है। यूक्लिड का कौन सा अभिग्रहीत इस कथन का चित्रण करता है। (3)
9. यूक्लिड की पाँचवीं अभिधारण लिखिए और समझाइए। समांतर रेखाओं की स्थिति में इसकी तुलना कीजिए। (5)
10. आकृति में, $PQ=RS$ है। A और B क्रमशः PQ और RS पर इस प्रकार हैं कि $AP=\frac{1}{3}PQ$ और $RB=\frac{1}{3}RS$ दिखाइए कि $AB=RS$ प्रयुक्त अभिधारण को लिखिए। इसके अतिरिक्त दो अन्य अभिधारणाएं दीजिए जो यहा प्रयुक्त हुई हैं। (5)



अध्याय – 6
रेखाएं और कोण
माइंड मैप

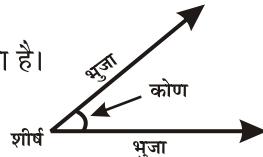


अध्याय 6

रेखाएँ एवं कोण

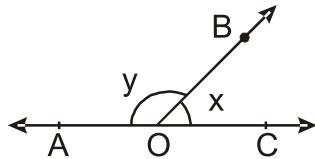
महत्वपूर्ण बिंदु

- रेखा बिन्दुओं का वह समूह है जिसकी केवल लम्बाई होती है तथा चौड़ाई और मोटाई नहीं होती है।
- रेखाखण्ड – एक रेखा का वह भाग जिसके दो अन्तः बिन्दु होते हैं।
- किरण – एक रेखा का वह भाग जिसका एक अन्तः बिन्दु होता है।
- सरेखीय बिन्दु – तीन और अधिक बिन्दु जो एक ही रेखा पर स्थित हों।
- असरेखीय बिंदुः तीन व तीन से अधिक बिंदु जो एक ही रेखा पर स्थित न हों।
- कोण जब दो किरणें एक ही अंत बिन्दु से प्रारम्भ होती हैं तो एक कोण बनता है। कोण को बनाने वाली दोनों किरणों कोण की भुजाएँ कहलाती हैं और उभयनिष्ठ बिन्दु कोण का शीर्ष कहलाता है।
- न्यून कोण – एक कोण जिसका माप 0° और 90° के बीच होता है।
- समकोण – एक कोण जिसका माप 90° होता है।
- अधिक कोण – एक कोण जिसका माप 90° से अधिक पर 180° से कम होता है।
- ऋण्डु कोण – एक कोण जिसका माप 180° का होता है।
- प्रतिवर्ती कोण – एक कोण जिसका माप 180° से अधिक और 360° से कम होता है।
- पूरक कोण – कोणों का ऐसा युग्म जिनका योग 90° होता है।
- सम्पूरक कोण – कोणों का ऐसा युग्म जिनका योग 180° होता है।
- सम्पूर्ण कोण – एक कोण जिसका माप 360° होता है।
- आसन्न कोण – दो कोण आसन्न कोण होंगे यदि –
 - (1) उनका शीर्ष उभयनिष्ठ हो।
 - (2) एक भुजा उभयनिष्ठ हो
 - (3) उनकी वे भुजाएँ जो उभयनिष्ठ नहीं हैं, उभनिष्ठ भुजा के विपरीत ओर स्थित हो।

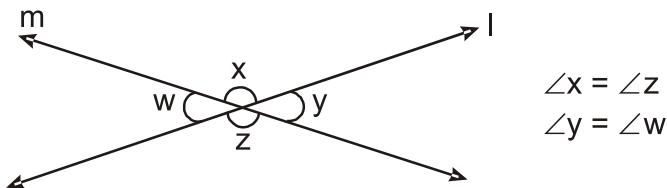


- कोणों का रैखिक युग्म - आसन्न कोणों का युग्म जिनका योग 180° हो।

$\angle AOB$ और $\angle COB$ रैखिक युग्म बनाते हैं।



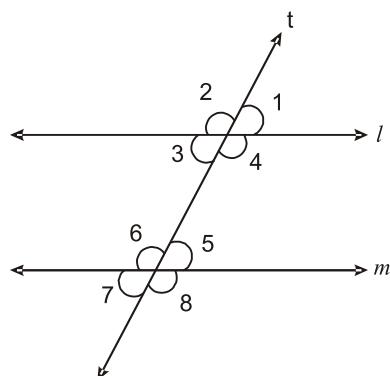
- शीर्षभिमुख कोण - दो प्रतिच्छेदी रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु के अभिमुख बने कोण जैसे



- प्रतिच्छेदी रेखाएं - दो रेखाएं प्रतिच्छेदी रेखाएं कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत दूरी समान न हो। ये एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।
- अप्रतिच्छेदी रेखाएं - दो रेखाएं अप्रतिच्छेदी रेखाएं कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत दूरी समान हो। ये अनिश्चित रूप से बढ़ाने पर भी नहीं काटती। यदि ये एक ही तल में हों तो ये समांतर रेखाएं कहलाती हैं।
- तिर्यक रेखा - चित्रानुसार $t \parallel m$ तथा t एक तिर्यक रेखा है।

a)

$$\begin{aligned} \angle 1 &= \angle 3 \\ \angle 2 &= \angle 4 \\ \angle 5 &= \angle 7 \\ \angle 6 &= \angle 8 \end{aligned} \quad \text{शीर्षभिमुख कोण}$$



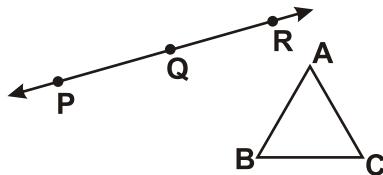
- b) $\begin{array}{l} \angle 1 = \angle 5 \\ \angle 2 = \angle 6 \\ \angle 3 = \angle 7 \\ \angle 4 = \angle 8 \end{array} \Bigg]$ (b) संगत कोण
- c) $\begin{array}{l} \angle 3 = \angle 5 \\ \angle 4 = \angle 6 \end{array} \Bigg]$ एकांतर अन्तः कोण
- d) $\begin{array}{l} \angle 2 = \angle 8 \\ \angle 1 = \angle 7 \end{array} \Bigg]$ एकांतर बाह्य कोण
- e) $\begin{array}{l} \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ \\ \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \end{array} \Bigg]$ तिर्यक रेखा के एक ही ओर के कोण संपूरक होते हैं।

$\angle 3, \angle 6$ तथा $\angle 4, \angle 5$ सह-अन्त कोण हैं।

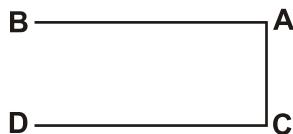
- एक त्रिभुज के सभी अन्तः कोणों का योग 180° होता है।
- किसी रेखा के समांतर अन्य दो रेखाएं परस्पर भी समांतर होती हैं।

अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

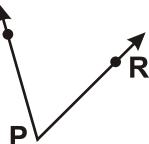
1. दी गई आकृति में (A, B, C) व (P, Q, R) में से सरेखी बिन्दुओं के समूह पहचाने।



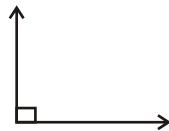
2. दी गई आकृति में उस रेखाखण्ड का नाम बताएं जिसका एक अंत बिन्दु B है।



3. दी गई आकृति में कोण के शीर्ष का नाम बताएं।



4. प्रश्न 3 में दी गई आकृति में कोण की दो भुजाओं के नाम बताएं।



5. दी गई आकृति में कोण का प्रकार बताएं।

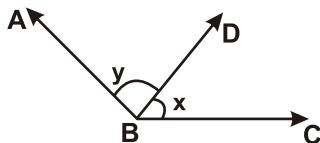
खाली स्थान भरें:-

6. एक किरण का अंत बिन्दु होता है।
7. एक रेखाखण्ड की लंबाई होती है।
8. यदि दो रेखा प्रतिछेदी न हो, तो वे होंगी।
9. एक कोण जिसकी माप 0° से अधिक परंतु 90° से कम हो वह कोण कहलाता है।
10. एक सरल कोण में समकोण होते हैं।
11. एक कोण जिसकी माप 180° से अधिक परंतु 360° से कम हो वह कोण कहलाता है।

12. यदि एक कोण अपने पूरक कोण के समान है तो उसकी माप होगी।

13. यदि दो कोण एक दूसरे के पूरक हैं तो वे किस प्रकार के कोण होंगे ?

14. दी गई आकृति में $x+y$ के किस मान के लिए ABC एक रेखा होगी ?

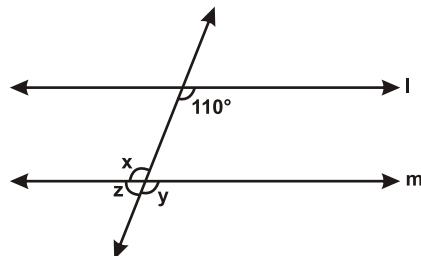


15. यदि एक त्रिभुज के दो कोण पूरक हैं तो किस प्रकार का त्रिभुज बन सकता है ?

16. दो रेखाएँ l व m एक दूसरे पर लंब हैं। l व m प्रतिष्ठेदी होंगी या समांतर ?

17. एक त्रिभुज के तीनों कोणों व एक रैखिक युग्म में क्या सामनता है ?

18. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात करें व उत्तर का कारण बताएँ ?

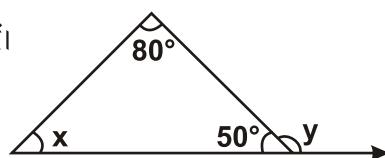


19. प्रश्न 18 में दी गई आकृति में y का मान ज्ञात करें व कारण स्पष्ट करें।

20. प्रश्न 18 में दी गई आकृति में z का मान ज्ञात करें व कारण स्पष्ट करें।

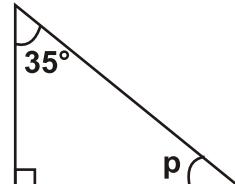
21. एक रैखिक युग्म का एक कोण 65° का है। इस युग्म का दूसरा कोण ज्ञात करें।

22. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात करें।

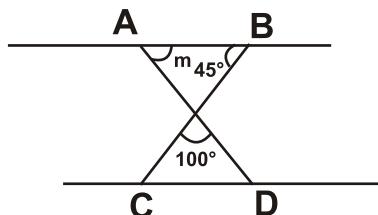


23. प्रश्न 22 में दी गई आकृति में y का मान ज्ञात करें।

24. दी गई आकृति में P का मान ज्ञात करें।

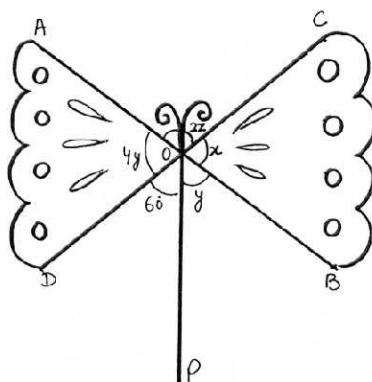


25. दी गई आकृति में m का मान ज्ञात करें।

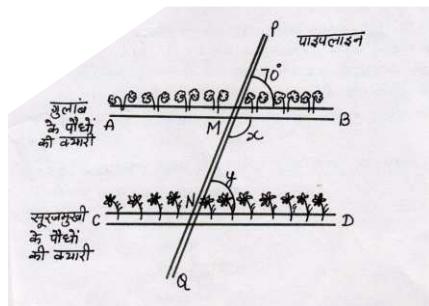


केस स्टडी आधारित प्रश्न

26. रश्मि अपनी छोटी बहन के लिए तीलियों से एक तितली बना रही थी। उसने तीलियों को दी गई आकृति के अनुसार व्यवस्थित किया। इसमें AB व CD दो प्रतिष्ठेदी रेखाएं हैं जो बिन्दु O पर एक दूसरे को प्रतिष्ठेद कर रही हैं। एक तीसरी तीली OP भी जोड़ी गई है जिससे तितली को हाथ में पकड़ कर घुमाया जा सके। दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें।



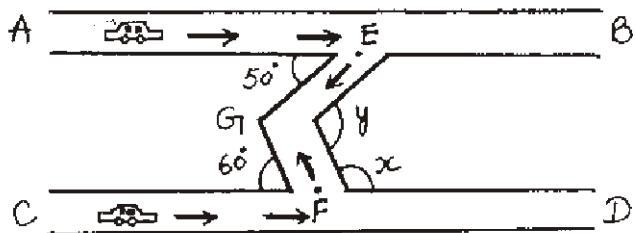
27. कक्षा नवीं के चार विद्यार्थियों को विद्यालय के 'इको क्लब' में पौधारोपण के लिए चयनित किया गया जिनके नाम हैं- श्रेया, खुशी, वैभव व सुशांत। श्रेया व वैभव ने गुलाब के पौधों की एक पंक्ति तैयार की जिसे आकृति में AB द्वारा दर्शाया गया है। खुशी व सुशांत सूरजमुखी के पौधों की भी एक पंक्ति CD तैयार करना चाहते हैं जो गुलाब के पौधों की पंक्ति के समांतर हो। एक पाइपलाइन PQ भी आकृति में दर्शाई गई है जो AB व CD के बीच से गुजरती है। दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें।



(v) $2x+y$ का मान ज्ञात करें :-

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (a) 290° | (b) 210° |
| (c) 220° | (d) 100° |

28. दो कारें दो समांतर सड़कों AB व CD पर दौड़ रही हैं। (जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है) पहली कार E बिन्दु पर पहुँच कर अपनी दाँई ओर 50° के कोण पर मुड़ती है। उसी समय दूसरी कार CD सड़क पर F बिन्दु पर पहुँच कर अपनी बाँई ओर 60° के कोण पर मुड़ती है। दोनों कारें G बिन्दु पर मिलती हैं। दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें :-



(i) आकृति में अंकित कोण x का मान ज्ञात करें -

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (a) 60° | (b) 80° |
| (c) 100° | (d) 120° |

(ii) कोण EGF जो कि y द्वारा अंकित है का मान ज्ञात करें :-

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (a) 50° | (b) 100° |
| (c) 150° | (d) 250° |

(iii) प्रतिवर्ती $\angle EGF$ का मान ज्ञात करें :-

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (a) 90° | (b) 100° |
| (c) 110° | (d) 120° |

(iv) यदि EF को एक रेखाखण्ड द्वारा मिला दिया जाए तो EGF किस प्रकार का त्रिभुज बनेगा ?

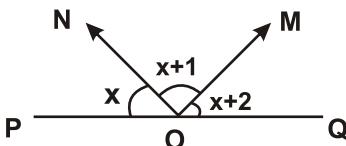
- | | |
|--------------|------------------------|
| (i) विषमबाहु | (ii) समद्विबाहु |
| (iii) समकोण | (iv) इनमें से कोई नहीं |

(v) यदि ΔEGF एक समद्विबाहु त्रिभुज हो जिसमें $EG=GF$ हो, तो $\angle GFC$ का मान क्या होगा यह मानते हुए कि $\angle AEG=50^\circ$ है?

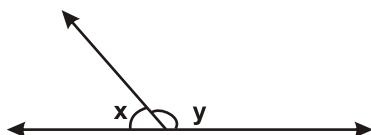
- | | |
|----------------|----------------|
| (a) 50° | (b) 60° |
| (c) 70° | (d) 80° |

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

29. दी गई आकृति में $\angle POQ$ एक सरल रेखा है व OM व ON दो किरणें हैं इस प्रकार जो तीन संगत कोण प्राप्त हुए वे क्रमागत संख्याएँ हैं। x का मान ज्ञात करें।

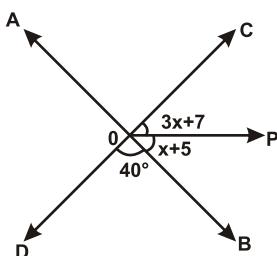


30. यदि x व y ऐसी युग्म बनाते हैं और x का दोगुना y से 30° कम है तो x व y का मान ज्ञात करें।



31. एक संपूरक कोणों के युग्म का एक कोण दूसरे कोण से 2° अधिक है। कोण ज्ञात करें।

32. दी गई आकृति में AB व CD दो सरल रेखाएँ हैं। जो O बिंदु पर प्रतिछेद करती हैं। OP एक किरण है। $\angle AOD$ का मान व 'x' का मान ज्ञात करें।



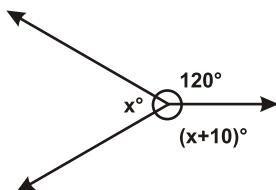
33. यदि दो संपूरक कोणों के बीच 40° का अंतर है तो कोणों में से छोटे कोण का मान ज्ञात करें।

34. वह कोण ज्ञात करें जो अपने पूरक कोण का चार गुना है।

35. एक त्रिभुज का एक बाह्य कोण 100° माप का है। इसके आंतरिक विपरीत कोण समान हैं।

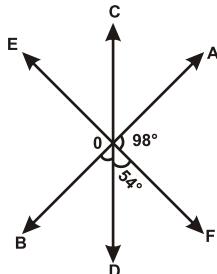
इन आंतरिक विपरीत कोणों की माप ज्ञात करें।

36. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात करें।



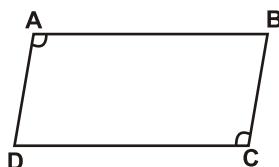
37. दी गई आकृति में AB, CD व EF तीन सरल रेखाएँ हैं जो O बिंदु पर प्रतिछेद करती हैं।

$\angle BOC$ का मान ज्ञात करें।

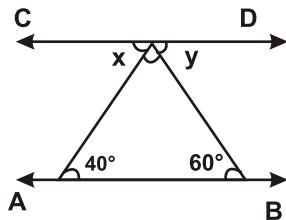


38. $\angle x$ व $\angle y$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं व $x - 2y = 30^\circ$ है। x का मान ज्ञात करें।

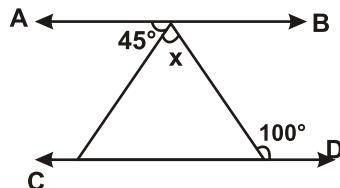
39. दी गई आकृति में $AB \parallel DC$ व $AD \parallel BC$ है। सिद्ध करें कि $\angle DAB = \angle DCB$.



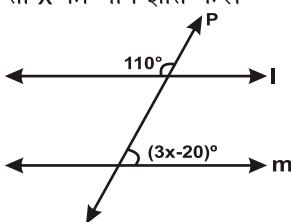
40. दी गई आकृति में $AB \parallel CD$ है। $x+y$ का मान ज्ञात करें।



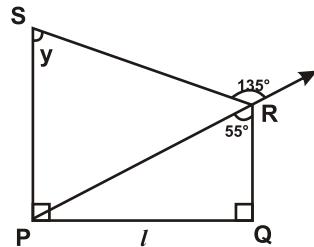
41. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात करें यदि $AB \parallel CD$ है।



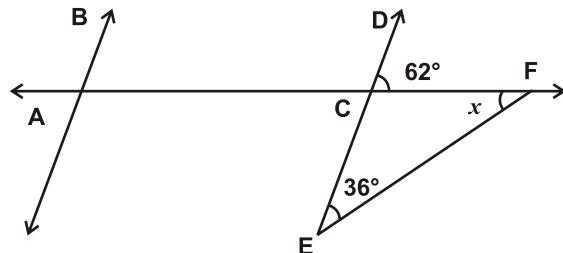
42. दी गई आकृति में यदि $l \parallel m$ है तो x का मान ज्ञात करें।



43. दी गई आकृति में $PS \parallel l$ व $RQ \perp l$ है। $\angle y$ का मान ज्ञात करें।

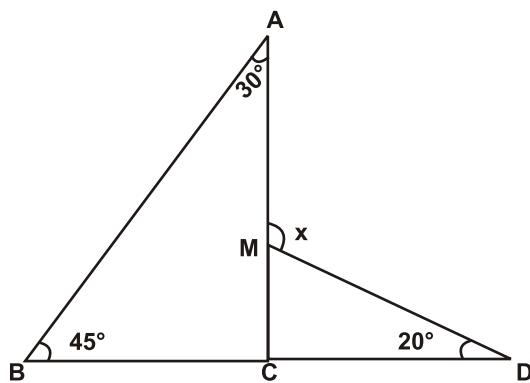


44. दी गई आकृति में यदि $AB \parallel ED$ है तो x का मान ज्ञात करें।



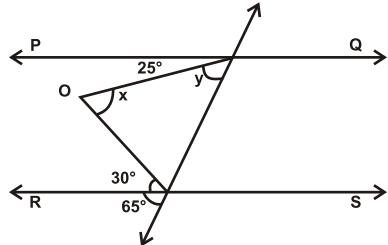
45. यदि एक त्रिभुज के कोण $5:3:7$ के अनुपात में हैं तो सिद्ध करें कि यह त्रिभुज एक न्यून कोण त्रिभुज है।

46. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात करें।



लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

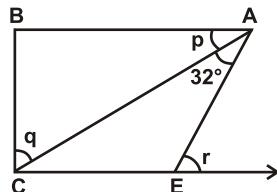
47. संलग्न चित्र में $PQ \parallel RS$ x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।



48. पाँच मित्रों ने कुछ धन जमा करके पिज़्ज़ा खरीदा। वे सभी इसे बराबर बाँटना चाहते थे। परन्तु उनमें से एक मित्र को बहुत भूख लगी होने के कारण दुगुना दिया गया। प्रत्येक को मिले पिज़्ज़ा के भाग का कोण ज्ञात कीजिए।

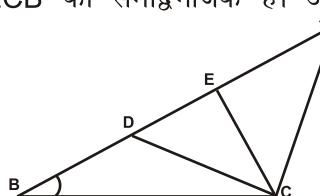
49. एक त्रिभुज ABC के $\angle B$ और $\angle C$ के बाह्य समद्विभाजक BO और CO परस्पर बिन्दु O पर काटते हैं। यदि $\angle A=60^\circ$, $\angle ABC=70^\circ$, $\angle BOC$ को ज्ञात कीजिए।

50. यदि $p:q = 11:19$, $AB \parallel CE$ तो p, q और r के मान क्या होगा?

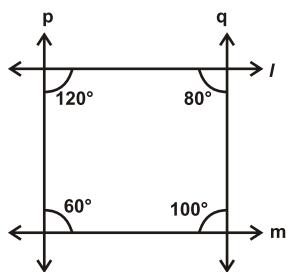


51. सिद्ध कीजिए कि यदि दो रेखाएँ प्रतिष्ठेद करें तो शीर्षभिमुख कोण समान होते हैं।

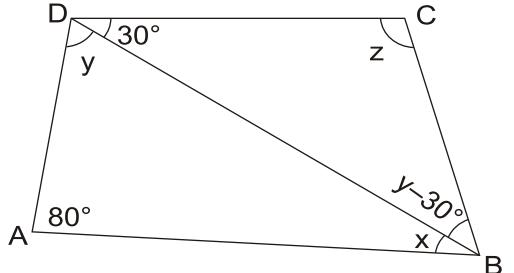
52. चित्र में, CD $\angle ECB$ का समद्विभाजक है। और $\angle B=\angle ACE$, तो सिद्ध कीजिये $\angle ADC=\angle ACD$



53. चित्र में, रेखाओं का कौन सा युग्म समांतर है। कारण सहित बताइये?



54. चित्र में, यदि $AB \parallel DC$, $\angle BDC = 30^\circ$ तथा $\angle BAD = 80^\circ$ हो तो x , y और z का मान ज्ञात कीजिए।

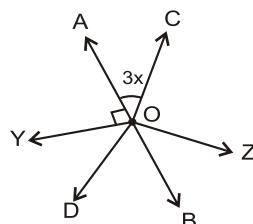


55. यदि दो प्रतिच्छेदी रेखाओं द्वारा बनाये गये कोणों में से एक कोण समकोण है, तो सिद्ध कीजिये कि शेष तीनों कोण भी समकोण हैं।

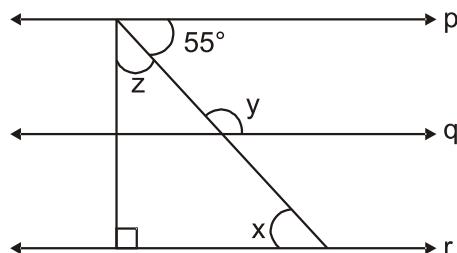
56. AB तथा CD दो प्रतिच्छेदी रेखायें हैं।

$\angle BOY$ का समद्विभाजक OD है।

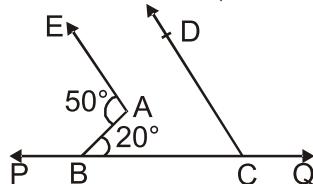
x का मान ज्ञात कीजिए।



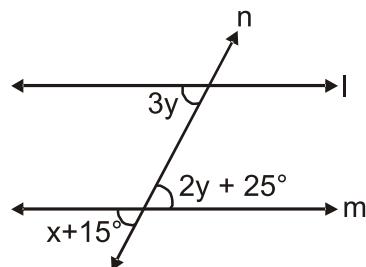
57. यदि $p \parallel q \parallel r$, तो चित्र में x , y और z के मान ज्ञात कीजिए।



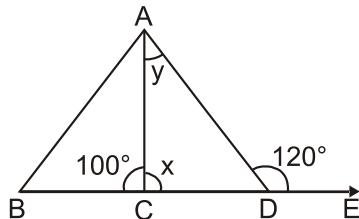
58. यदि $AE \parallel CD$, तो $\angle DCB$ का मान ज्ञात कीजिए।



59. चित्र में $l \parallel m$ और n तिर्यक रेखा है तो x का मान क्या होगा?

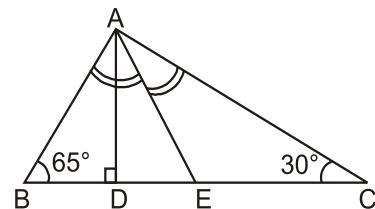


60. यदि दो रेखाएं अन्य दो समान्तर रेखाओं पर लम्ब हैं तो दिखाइए कि वे रेखाएं आपस में एक दूसरे के समान्तर हैं।
61. जैसा कि चित्र में दिखाया गया है कि $\angle ACB = 100^\circ$ तथा $\angle ADE = 120^\circ$ है। x तथा y के मान ज्ञात कीजिये।



62. सिद्ध कीजिए कि एक ऐंगुलिक युग्म बनाने वाले कोणों के अर्धक समकोण पर होते हैं।
63. यदि दो पूरक कोण इस प्रकार हैं कि एक कोण के माप का दो गुना दूसरे कोण के माप के तीन गुने के बराबर है तो बड़े कोण की माप ज्ञात कीजिए।
64. सिद्ध कीजिये कि किसी भी त्रिभुज के सभी बाह्य कोणों का योग 360° होता है।
65. यदि किसी त्रिभुज PQR में $\angle Q$ तथा $\angle R$ के अन्तः अर्धक एक दूसरे को S पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिये कि $\angle QSR = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P$
66. दर्शाइए कि यदि किसी त्रिभुज के दो कोणों का योग तीसरे कोण के समान हो तो वह त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगा।
67. यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को काटती है तो सिद्ध कीजिये कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोणों के अर्धक समकोण पर मिलते हैं।
68. चित्र में AE, $\angle A$ का समद्विभाजक है।

$AD \perp BC$, $\angle EAD$ का मान ज्ञात कीजिये।



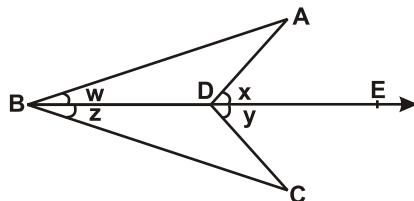
69. सिद्ध कीजिये कि एक तिर्यक रेखा द्वारा दो समान्तर रेखाओं के दोनों ओर बने अन्तःकोणों के अर्धकों से बना चतुर्भुज, आयत है।
70. समकोण त्रिभुज ABC, जो कि B पर समकोण है में $\angle BCA = 2\angle CAB$ है। सिद्ध कीजिए कि $AC = 2BC$ है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

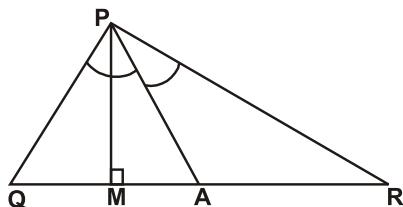
71. दो रेखाएँ क्रमशः दो अन्य रेखाओं पर लंब हैं। दर्शाएं कि ये रेखाएँ परस्पर समांतर हैं।

72. दी गई आकृति में निम्न सिद्ध करें।

$$\angle ADC = \angle A + \angle B + \angle C$$



73. दी गई आकृति में $\angle Q > \angle R$, PA, $\angle QPR$ की समद्विभाजक है व $PM \perp QR$ है। सिद्ध करें कि $\angle APM = \frac{1}{2}(\angle Q - \angle R)$



74. यदि एक कोण की भुजाएँ क्रमशः दूसरे कोण की दो भुजाओं के समांतर हैं तो सिद्ध करें कि दोनों कोण समान या संपूरक हैं।

75. यदि एक त्रिभुज के आधार पर बने दोनों कोणों के समद्विभाजक 135° का कोण बनाते हैं तो सिद्ध करें कि यह त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है।

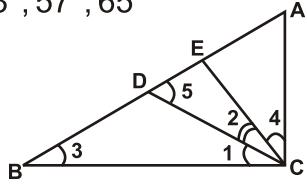
अध्याय - 6

रेखाएं और कोण

संकेत व उत्तर

- | | |
|---|--|
| 1. (P,Q,R) | 27. (i) (c) |
| 2. \overline{BA} | (ii) (b) |
| 3. P | (iii) (a) |
| 4. PQ, PR | (iv) (d) |
| 5. समकोण | (v) (a) |
| 6. एक | 28. (i) (d) |
| 7. निश्चित | (ii) (d) |
| 8. समांतर | (iii) (c) |
| 9. न्यून | (iv) (a) |
| 10. दो | (v) (a) |
| 11. प्रतिवर्ती | 29. 59° |
| 12. 45° | 30. $x=50^\circ, y=130^\circ$ |
| 13. न्यून | 31. $89^\circ, 91^\circ$ |
| 14. 180° | 32. $140^\circ, 32^\circ$ |
| 15. समकोण | 33. 70° |
| 16. समातंर | 34. 72° |
| 17. एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योग व एक ऐंखिक युग्म की माप 180° होती हैं। | 35. 50° |
| 18. 110° | 36. 115° |
| 19. 110° | 37. 152° |
| 20. 70° | 38. 130° |
| 21. 115° | 39. तिर्यक के एक ओर बने अंतः कोणों का योग 180° होता है। |
| 22. 50° | 40. 100° |
| 23. 113° | 41. 55° |
| 24. 55° | 42. 30° |
| 25. 35° | 43. 80° |
| 26. (i) (b) 96°
(ii) (a) 24°
(iii) (b) 42°
(iv) (a) 5 cm
(v) (c) 192° | 44. 26° |

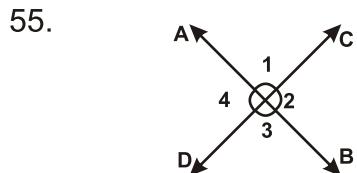
45. माना कोण है $5x, 3x, 7x$
 $5x+3x+7x=180^\circ$
 $x=12^\circ$
अतः कोण हुए $60^\circ, 36^\circ, 84^\circ$
 \therefore त्रिभुज एक न्यून कोण त्रिभुज है।
46. 95°
47. $x=55^\circ, y=40^\circ$
48. 4 बराबर टुकड़े $=60^\circ$,
1 दुगुना टुकड़ा $=120^\circ$
49. 60°
50. $33^\circ, 57^\circ, 65^\circ$
- 52.



$$\begin{aligned}\angle 1 &= \angle 2 \\ \angle 3 &= \angle 4 \\ \angle 1 + \angle 3 &= \angle 2 + \angle 4 \\ \angle 5 &= \angle 2 + \angle 4 \\ \angle ADC &= \angle ACD\end{aligned}$$

53. $l \parallel m$ क्योंकि तिर्यक के एक ओर बने अतः कोणों का योग 180° होता है।

54. $x=30^\circ, y=70^\circ, z=110^\circ$



दिया है:- $\angle 1=90^\circ$

सिद्ध करना है:- $\angle 2=\angle 3=\angle 4=90^\circ$

$\angle 1+\angle 2=180^\circ$ [रैखिक युग्म]

$90^\circ+\angle 2=180^\circ$

$$\begin{aligned}\angle 2 &= 90^\circ \\ \angle 3 &= \angle 1 = 90^\circ \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)} \\ \angle 4 &= \angle 2 = 90^\circ \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}\end{aligned}$$

56. $x=15^\circ$

57. $x=55^\circ, y=125^\circ, z=35^\circ$

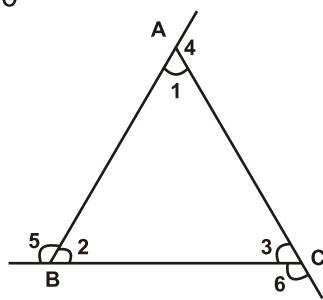
58. 30°

59. 60°

61. $x=80^\circ, y=40^\circ$

63. 60°

64.



सिद्ध करना है: $\angle 4+\angle 5+\angle 6=360^\circ$

प्रमाण : $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^\circ$

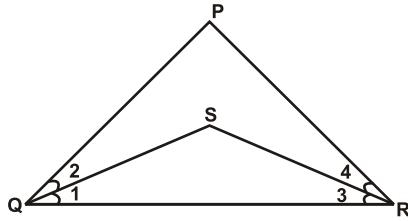
$\angle 4=180-\angle 1$

$\angle 5=180-\angle 2$

$\angle 6=180-\angle 3$

$$\begin{aligned}\angle 4+\angle 5+\angle 6 &= 3(180)-(\angle 1+\angle 2+\angle 3) \\ &= 540-180=360^\circ\end{aligned}$$

65.



दिया है :- $\triangle PQR$, QS , $\angle Q$ का समद्विभाजक है व RS , $\angle R$ का समद्विभाजक है।

सिद्ध करना है: $\angle QSR=90+\frac{1}{2}\angle P$

$\angle QSR+\angle 1+\angle 3=180^\circ \quad (\text{i})$

$\triangle PQR$ में

$$\angle P + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$\angle P + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle P + 2\angle 1 + 2\angle 3 = 180^\circ$$

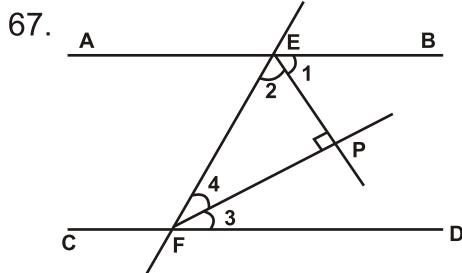
$$\frac{1}{2}\angle P + \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle P$$

$\angle 1 + \angle 3$ का मान (i) में डालने पर

$$\angle QSR + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle P = 180^\circ$$

$$\angle QSR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$$



दिया है:- $AB \parallel CD$, EF त्रियक है

$$EP, FP \text{ क्रमशः } \angle BEF$$

व $\angle DFE$ के समाविभाजक हैं।

सिद्ध करना है :- $\angle EPF = 90^\circ$

$$\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

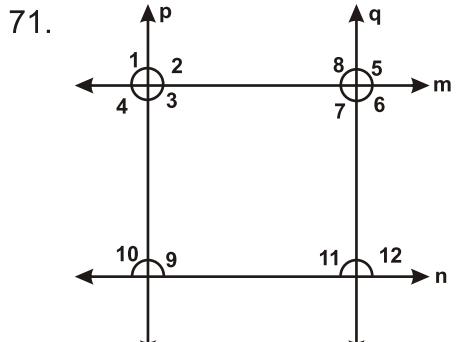
$$2\angle 2 + 2\angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$$

$$\text{Also } \angle 2 + \angle 4 + \angle EPF = 180^\circ$$

$$\angle EPF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

69. हल 67 की मदद लो।



दिया है :- $n \parallel m$, $p \perp m$, $p \perp n$, $q \perp m$, $q \perp n$

सिद्ध करें: $p \parallel q$

$$\angle 1 = \angle 10 = 90^\circ$$

$$\angle 2 = \angle 9 = 90^\circ$$

$$\angle 4 = \angle 9 = 90^\circ$$

$$\angle 3 = \angle 10 = 90^\circ$$

$$\angle 7 = 90^\circ \text{ & } \angle 11 = 90^\circ$$

$$\angle 3 + \angle 7 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\therefore p \parallel q$ क्योंकि यदि त्रियक (m) के कोण संपूरक हैं तो रेखाएँ समांतर होती हैं।

72. बाह्य कोण गुण का प्रयोग करें

73. आकृति में

$PA, \angle QPR$ का समाविभाजक है

$$\angle QPA = \angle APR \text{ --- (i)}$$

$\triangle PQM$, में

$$\angle PQM + \angle PMQ + \angle QPM = 180^\circ$$

$$\angle PQM = 90^\circ + \angle QPM = 180^\circ$$

$$\angle PQM = 90^\circ - \angle QPM \text{ (ii)}$$

$\triangle PMR$ में

$$\angle PMR + \angle PRM + \angle RPM = 180^\circ$$

$$90^\circ + \angle PRM + \angle RPM = 180^\circ$$

$$\angle PRM = 90^\circ - \angle RPM \text{ --- (iii)}$$

(iii) में से (ii) घटाने पर

$$\angle Q - \angle R = (90^\circ - \angle QPM) - (90^\circ - \angle RPM)$$

$$\angle Q - \angle R = \angle RPM - \angle QPM$$

$$\angle Q - \angle R = \angle RPA + \angle APM - [\angle QPA - \angle APM]$$

$$\angle Q - \angle R = \angle QPA + \angle APM - \angle QPA + \angle APM$$

$$\angle Q - \angle R = 2\angle APM$$

$$\angle APM = \frac{1}{2} (\angle Q - \angle R)$$

अभ्यास परीक्षा

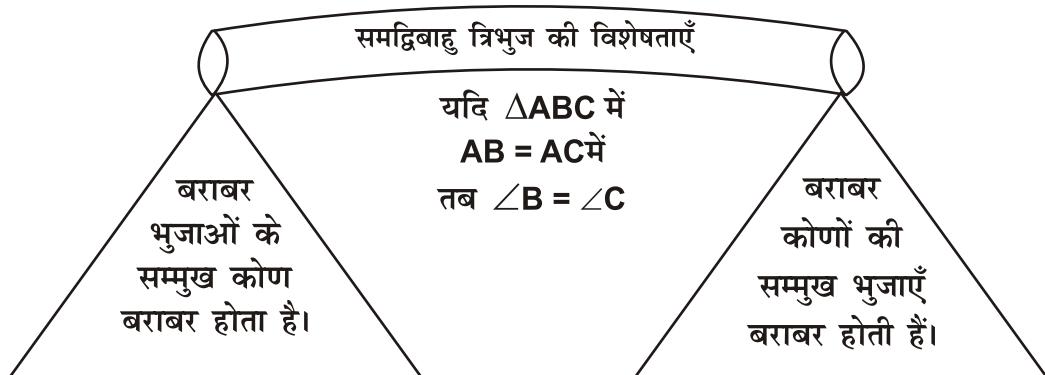
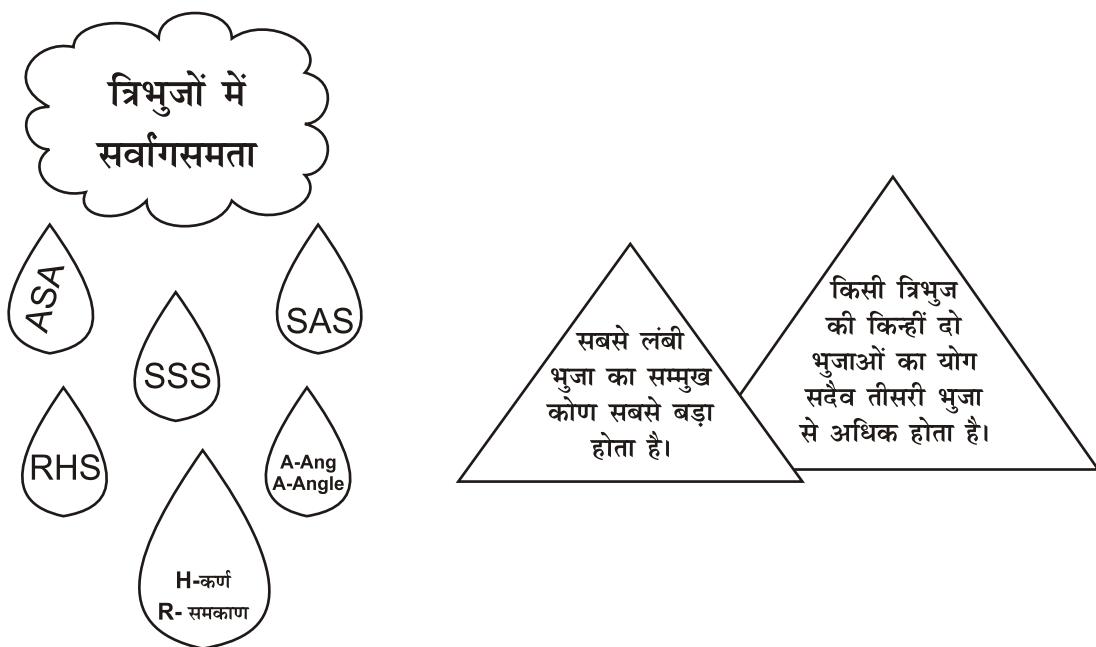
समय : 1 घंटा

रेखाएं एवं कोण

M.M. 25

1. यदि $\angle ABC = 142^\circ$, प्रतिवर्ती $\angle ABC$ ज्ञात कीजिए। (1)
2. यदि ऐखिक युग्म में एक कोण न्यून कोण है तो दूसरा कोण किस प्रकार का (1) होगा?
3. दिए गए चित्र में x का मान ज्ञात कीजिए। (1)
4. एक त्रिभुज का ब्राह्म कोण 100° है व अंतः विमुख कोण बराबर हैं। त्रिभुज के कोण ज्ञात करें। (2)
5. $\triangle ABC$, में, $\angle A + \angle B = 125^\circ$ और $\angle B + \angle C = 150^\circ$. $\triangle ABC$ के सभी कोण ज्ञात कीजिए। (2)
6. यदि दो संपूरक कोणों के बीच का अंतर 40° है तो दोनों कोण ज्ञात करें। (2)
7. दिए गए चित्र में l तथा m प्रतिच्छेदी रेखाएं हैं। x , y तथा z के मान ज्ञात कीजिए। (3)
8. सिद्ध कीजिए कि दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करने वाली तिर्यक रेखा के दोनों ओर के अंत कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं। (5)
9. $\triangle PQR$ में, भुजा PQ व PR को क्रमशः S व T तक बढ़ाया गया है। OQ व OR क्रमशः $\angle RQS$ व $\angle QRT$ के समद्विभाजक हैं जो कि O पर एक दूसरे को प्रतिच्छेद कर रहे हैं। सिद्ध करें कि $2\angle QOR = \angle PQR + \angle QRP$
10. आकृति में यदि $AB \parallel CD$ है, तो x का मान ज्ञात करें।

अध्याय 7
त्रिभुज
माइंड मैप



अध्याय 7

त्रिभुज

महत्वपूर्ण बिंदु

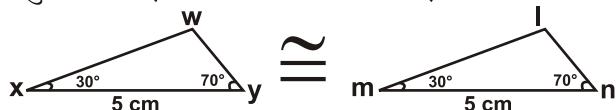
- * विभिन्न आकृतियों में सर्वांगसमता
- दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि उनका एक ही आकार और एक ही माप हो।
- दो समतल आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं यदि प्रत्येक को दूसरी आकृति पर रखने पर वह उसको पूरी तरह ढक लेती है।
- दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई समान हो।
- समान माप वाले दो कोण सर्वांगसम होते हैं।
- समान त्रिज्याओं वाले दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं।
- समान भुजाओं वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।
- दो आयत सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई और चौड़ाई की माप समान हो।
- * **सर्वांगसमता**
- यदि त्रिभुज ABC और DEF सर्वांग संगतता $A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow E$ and $C \leftrightarrow F$, के अंतर्गत सर्वांगसम हों, तो उन्हें सांकेतिक रूप में $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ लिखते हैं।
- त्रिभुजों की सर्वांगसमता के नियम:-
 - (a) **भुजा-कोण-भुजा (SAS)** सर्वांगसमता नियम : यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण, दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
 - (b) **कोण-भुजा-कोण (ASA)** सर्वांगसमता नियम : यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

त्रिभुज में असमानताएँ

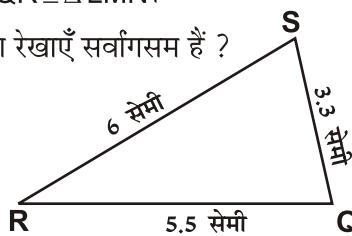
1. $\triangle ABC$ में यदि $AB > AC$ तब $\angle C > \angle B$
यदि $AC > BC$ तब $\angle B > \angle A$.
यदि $BC > AB$ तब $\angle A > \angle C$
2. $\triangle ABC$ में, $AB + BC > AC$ और $AB - BC < AC$
 $BC + AC > AB$ और $BC - AC < AB$
 $AC + AB > BC$ और $AC - AB < BC$

अति-अति लघु उत्तर प्रश्न (1 अंक)

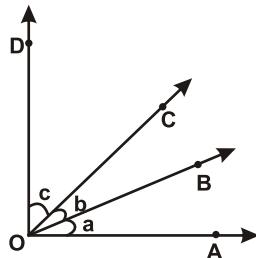
1. $\triangle ABC$ में $AB = BC$ और $\angle B = 40^\circ$ है। $\angle C$ का मान ज्ञात कीजिए।
2. यदि $AB = QR$, $BC = PR$ तथा $CA = PQ$ तब सर्वांगसमता का उचित सांकेतिक रूप लिखिए।
3. समकोण त्रिभुज में सबसे लंबी भुजा होती है।
4. दी गई आकृति में $\angle BAD$ का समद्विभाजक AC है, $AB = 3$ सेमी और $AC = 5$ सेमी। AD ज्ञात कीजिए।
5. दो वर्ग सर्वांगमय हैं यदि उनकी समान हैं।
6. वृत्त $O_1 \cong$ वृत्त O_2 । यदि वृत्त, O की त्रिज्या 6 सेमी है तो वृत्त O_2 का व्यास ज्ञात कीजिए।
7. $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ के लिए सर्वांग समता नियम लिखिए यदि $AB = QP$, $\angle B = \angle P$ और $BC = PR$ ।
8. किसी समकोण त्रिभुज $\triangle ABC$ में $AB = BC$ । $\angle A$ ज्ञात कीजिए।
9. $\triangle EFG$ में EF सबसे लंबी भुजा है। सबसे बड़े कोण का नाम लिखिए।
10. किसी त्रिभुज के समान कोणों की सम्मुख भुजाएँ होती हैं।
11. निम्न त्रिभुजों के लिए सर्वांगसमता नियम लिखिए।



12. यदि $\triangle ABC$ में $\angle C$ अधिक कोण हैं तब $AB ___ BC$ ।
13. भुजा NL के समान भुजा का नाम लिखिए यदि $\triangle PQR \cong \triangle LMN$ ।
14. रेखाखण्ड $MN = 4$ सेमी और $TP = 4.2$ सेमी है। क्या रेखाएँ सर्वांगसम हैं ?
15. $\triangle QRS$ में सबसे बड़ा कोण कौन सा है ?



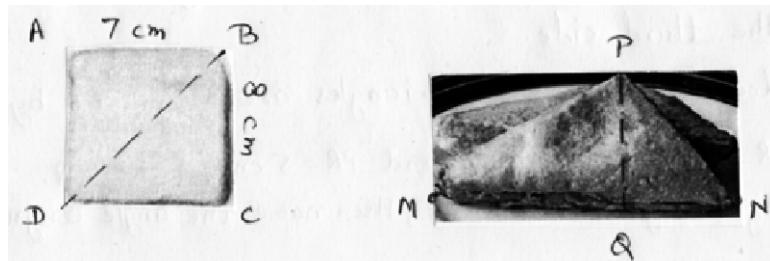
16. किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का सदैव तीसरी भुजा से कम होता है।
17. इसका क्या अर्थ है यदि दो त्रिभुज SSS सर्वांगसमता नियम से सर्वांगसम हैं ?
18. $\triangle PQR$ में $\angle R = \angle P$, $QR = 4$ सेमी और $PR = 5$ सेमी। PQ ज्ञात कीजिए।
19. दी गई आकृति में यदि $a = b = c$ तब $\angle AOC$ के सर्वांगसम कोण का नाम लिखिए।



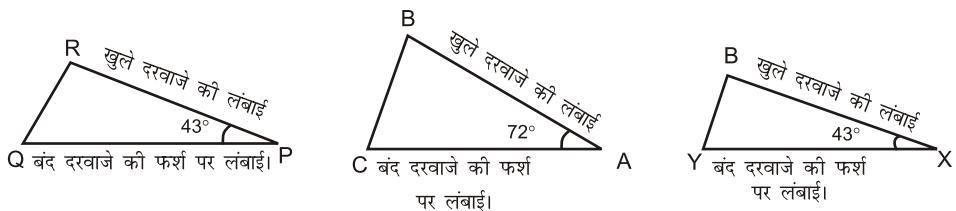
20. यदि किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ 6 सेमी तथा 4 सेमी हैं तो तीसरी भुजा की लंबाई सेमी से अधिक होनी चाहिए।
21. RHS सर्वांगसमता में 'R' का क्या सांकेतिक अर्थ है ?
22. $\triangle ABCD$ और $\triangle WXY$ में $BD = WX$ और $\angle B = \angle X$ है। ASA सर्वांगसमता को सार्थ करने के लिए तीसरी आवश्यकता क्या है ?
23. दो त्रिभुज नहीं भी हो सकते यदि एक त्रिभुज के तीनों कोण दूसरे त्रिभुज के तीनों कोण के समान हों।

केस-स्टडी आधारित प्रश्न

24. किसी रविवार की सुबह अमिता ने नाश्ते में ब्रेड-पकौड़े बनाने का निश्चय किया। इसके लिए उसने आयताकार ब्रेड को विकर्ण से दो भागों में बाँटा। ब्रेड-पकौड़ों को 20 सेमी व्यास की प्लेट में परोसा। कुछ मेहमानों के आ जाने पर अमिता ने ब्रेड-पकौड़ों को चित्र में दिखाएनुसार बीच से काटा। इन छोटे ब्रेड-पकौड़ों को 8 सेमी त्रिज्या की प्लेट में परोसा गया। दी गई जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें -



- (i) आयताकार ब्रेड को विकर्ण से काटने पर किस प्रकार की त्रिभुजाकार ब्रेड प्राप्त हुई ?
 (a) समबाहु (b) विषमबाहु (c) समद्विबाहु (d) अनियमित
- (ii) ब्रेड-पकौड़े को बीच से काटने वाली रेखा का ज्यामितिय नाम है :-



- (i) दरवाजे को खोलने पर बनने वाले त्रिभुज का प्रकार है :-
 (a) समबाहु (b) समद्विबाहु (c) विषमबाहु (d) इनमें से कोई नहीं

(ii) निम्न त्रिभुजों में से कौन से सर्वांगसम हैं ?
 (a) $\triangle PQR$ और $\triangle ABC$ (b) $\triangle PQR$ और $\triangle XYZ$
 (c) $\triangle ABC$ और $\triangle XYZ$ (d) $\triangle ACB$ और $\triangle XYZ$

(iii) इन दो त्रिभुजों के लिए सर्वांगसमता नियम क्या है ?
 (a) SSS (b) ASA
 (c) SAS (d) RHS

(iv) आकृति 2 में सबसे बड़ी भुजा कौन सी है ?
 (a) BC (b) AB
 (c) AC (d) सभी भुजाएँ समान हैं

(v) $\angle P$ का माप क्या है ?

(a) $68\frac{1}{2}^\circ$

(b) $69\frac{1}{2}^\circ$

(c) $21\frac{1}{2}^\circ$

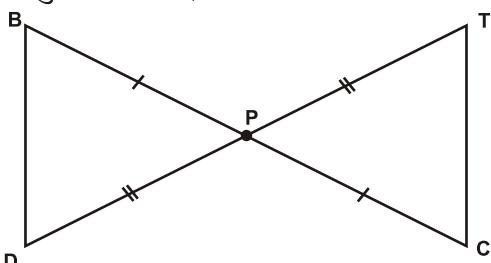
(d) 47°

अति लघु उत्तर प्रश्न (2 अंक)

26. $\triangle ABP \cong \triangle KST$ तो

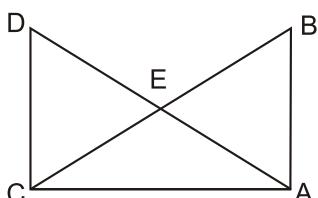
$\angle P = \underline{\hspace{2cm}}$ (b) $\angle T = \underline{\hspace{2cm}}$

27. दी गई आकृति में कौन-से दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं? इन त्रिभुजों का नाम सर्वांगसमता नियमानुसार लिखिए।



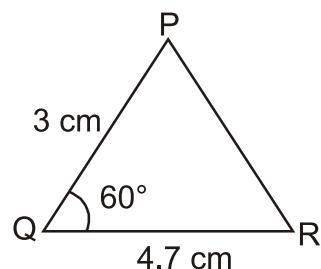
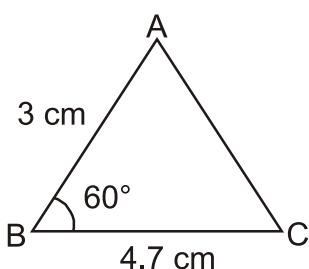
28. स्पष्ट कीजिए कि AAA दो त्रिभुजों के लिए सर्वांगसमता नियम क्यों नहीं है ?

29. दी गई आकृति में यदि $AB = CD, AD = BC$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\triangle ADC \cong \triangle CBA$

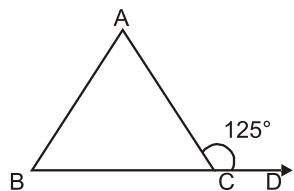


30. यदि $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है और $AB = AC$ तो सिद्ध कीजिए कि A से BC पर खींचा गया लम्ब AD, BC को समद्विभाजित करता है।

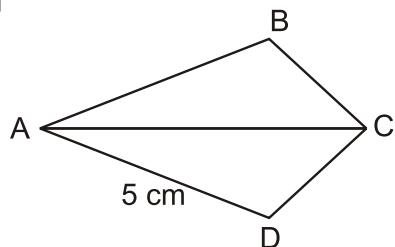
31. दी गई आकृति में दोनों त्रिभुज सर्वांगसमता के किस नियम को संतुष्ट करते हैं?



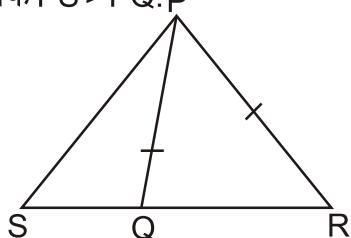
32. यदि $\triangle PQR$ में $\angle P = 110^\circ$ और $PQ = PR$. तो $\angle Q$ और $\angle R$ ज्ञात कीजिए।
33. दी गई आकृति में, यदि $AB = AC$ और $\angle ACD = 125^\circ$. तो $\angle A$ ज्ञात कीजिये।



34. यदि $\triangle ABC$, में $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 75^\circ$ है तो त्रिभुज की सबसे बड़ी व छोटी भुजा ज्ञात कीजिए।
35. दी गई आकृति में, AC , $\angle A$ व $\angle C$ को समद्विभाजित करता है तथा $AD = 5 \text{ cm}$ है तो AB ज्ञात कीजिये।

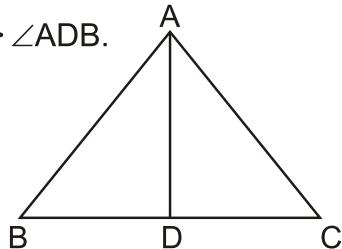


36. एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण 80° है तो आधार कोणों को ज्ञात कीजिए।
37. दी गई आकृति में $\triangle PSR$ की भुजा SR पर बिन्दु Q इस प्रकार है कि $PQ = PR$ । सिद्ध कीजिए कि $PS > PQ$.

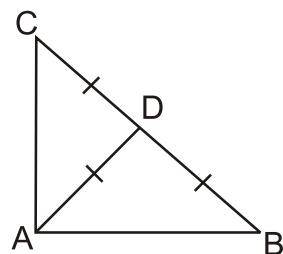


38. ABC एक त्रिभुज है जिसमें भुजा BC का मध्य बिन्दु D है। D से AB और AC पर खीचे गए लम्बों की लम्बाईयां समान हैं तो सिद्ध कीजिए कि यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

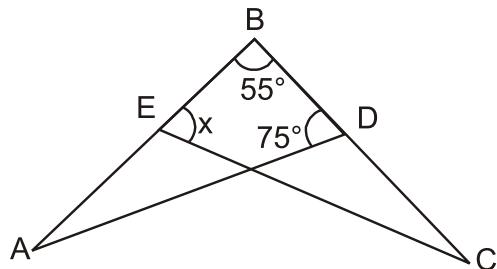
39. सिद्ध कीजिए कि समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।
40. दी गई आकृति में, $AC > AB$ और AD कोण $\angle BAC$ का समद्विभाजक है। सिद्ध कीजिए कि $\angle ADC > \angle ADB$.



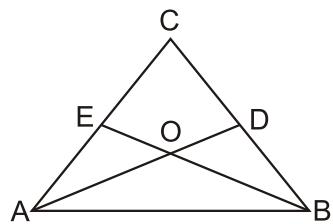
41. बिंदु S , $\triangle PQR$ के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि $SQ + SR < PQ + PR$ ।
42. दी गई आकृति में, यदि $AD = BD = CD$ तो $\angle BAC$ का मान ज्ञात कीजिये।



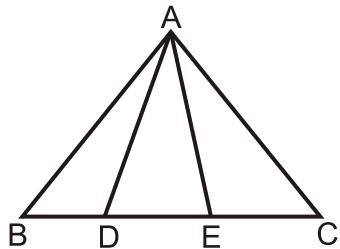
43. दी गई आकृति में, यदि $AB = BC$ and $\angle A = \angle C$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



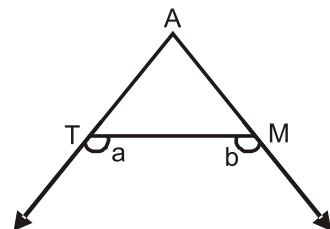
44. दी गई आकृति में, यदि $\angle ABC = \angle BAC$, D और E भुजा BC तथा भुजा AC पर कोई बिन्दु हैं। जहाँ $DB = AE$, यदि AD और BE एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। तो $OA = OB$ सिद्ध कीजिये।



45. दी गई आकृति में $AB = AC$, $\angle BAD = \angle CAE$ है तो सिद्ध कीजिये $\triangle ADE$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



46. यदि $\triangle DEF$ में $\angle E = 2\angle F$ है तथा DM , $\angle EDF$ का अर्द्धक है जो कि EF को M पर काटती है। यदि $DM = MF$ तो सिद्ध कीजिए कि $\angle EDF = 72^\circ$.
47. सिद्ध कीजिये की समबाहु त्रिभुज के तीनों कोण 60° के होते हैं।
48. दी गई आकृति में $\angle a > \angle b$, तो दर्शाइये कि $\angle ATM < \angle AMT$

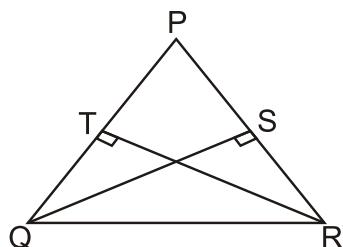


लघु उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

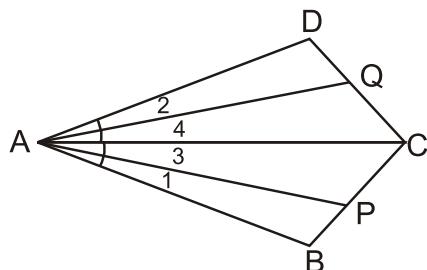
49. $\triangle ABC$ के शीर्षलम्ब AF , BD और CE की लम्बाईयाँ समान हैं। सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है।
50. बिन्दु O , $\triangle ABC$ के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि $(OA + OB + OC) > \frac{1}{2} (AB + BC + CA)$
51. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज का परिमाप उसके शीर्षलंबों की लंबाईयों के योग से बड़ा होता है।
52. $\triangle ABC$ की भुजाएँ AB , BC और माध्यिका AM , $\triangle PQR$ की भुजाओं PQ , QR और माध्यिका PN के क्रमशः समान हैं। सिद्ध कीजिए

- i) $\triangle ABM \cong \triangle PQN$
ii) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$
53. दी गई आकृति में, PQR की भुजाओं PR और PQ पर क्रमशः डाले गए शीर्षलम्बों QS और RT की लंबाईयाँ बराबर हैं सिद्ध कीजिए

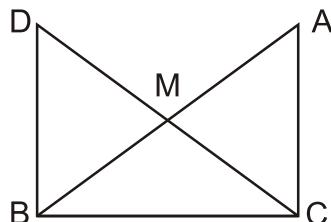
(I) $\triangle PQS \cong \triangle PRT$
(ii) PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



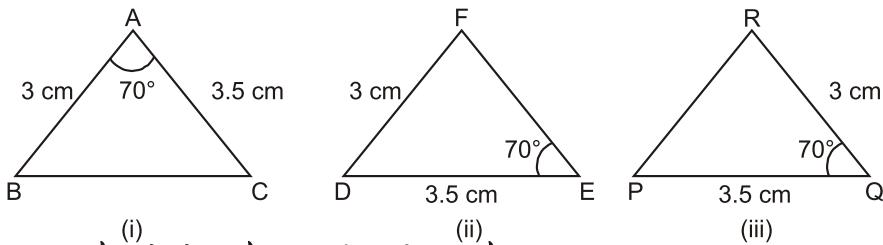
54. दी गई आकृति में, $AB = AD$, $\angle 1 = \angle 2$ and $\angle 3 = \angle 4$ हैं। सिद्ध कीजिए कि $AP = AQ$.



55. दी गई आकृति में, एक समकोण $\triangle ABC$ में जिसमें कोण C समकोण है, M कर्ण AB का मध्य बिंदु है। C को M से मिलाकर D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $DM = CM$ हो। बिन्दु D को बिन्दु B से मिला दिया जाता है। दर्शाइये कि, $CM = \frac{1}{2} AB$

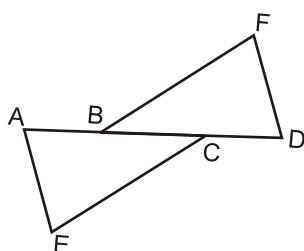


56. सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योगफल उसकी तीसरी भुजा से बड़ा होता है।
57. वन्दना अपने पास की बस्ती में रहने वाले गरीब बच्चों को शिक्षित करना चाहती है। उसने निम्न चित्रानुसार बच्चों के लिए फ्लैश-कार्ड तैयार किये।

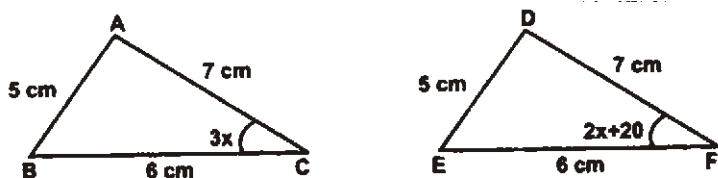


- (a) कौन से दो फ्लैश कार्ड सर्वांगसम हैं?
- (b) यहाँ सर्वांगसमता की कौन सी कसौटी सत्य है?
- (c) सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग के द्वारा त्रिभुजों की कौन-सी तीसरी भुजा समान होगी?
58. सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग उसकी तीसरी भुजा पर खींची गई मध्यिका के दुगुने से भी बड़ा होता है।
59. दी गई आकृति में, $AB = CD$, $CE = BF$ और $\angle ACE = \angle DBF$ है सिद्ध कीजिए।

- i) $\triangle ACE \cong \triangle DBF$
- ii) $AE = DF$



60. दर्शाइए कि निम्न आकृति में $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ सर्वांगसम हैं। इस प्रकार x का मान ज्ञात कीजिए।



अध्याय 7

त्रिभुज

उत्तर

- | | |
|---|--|
| 1. 40° | 25. (i) b) समद्विबाहु |
| 2. $\Delta ABC \cong \Delta QRP$ | (ii) c) ΔPQR और ΔXYZ |
| 3. विकर्ण | (iii) a) SAS |
| 4. $AD = 3$ सेमी | (iv) a) BC |
| 5. भुजा | (v) a) $68\frac{1}{2}^\circ$ |
| 6. 12 सेमी | 26. (a) $\angle T$ (b) AP |
| 7. $\Delta ABC \cong \Delta QPR$ | 27. $\Delta PBD \cong \Delta PCT$ |
| 8. $\angle A = 45^\circ$ | अथवा कोई भी उचित क्रम |
| 9. $\angle G$ | 28. क्योंकि तीनों कोण समान होने पर भी बहुत त्रिभुजों की रचना संभव है। |
| 10. समान | 31. SAS |
| 11. ASA | 32. $\angle Q = \angle R = 35^\circ$ |
| 12. $AB > BC$ | 33. $\angle A = 70^\circ$ |
| 13. $NL = RP$ | 34. सबसे छोटी भुजा $= AB$
सबसे बड़ी भुजा $= AC$ |
| 14. नहीं | 35. $AB = 5$ से मी |
| 15. $\angle Q$ | 36. $50^\circ, 50^\circ$ |
| 16. योग | 37. ΔPQS , में $\angle PQR, \Delta PQS$ के बाहर स्थित है। |
| 17. इसका अर्थ है कि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के समान हैं। | अतः $\angle PSQ + \angle SPQ = \angle PQR$
$\angle PSQ + \angle SPQ = \angle PRQ$
[$PQ = PR$]
$\angle PSQ < \angle PRQ$
$PA > PR$
क्योंकि $PQ = PR$, अतः $PS > PQ$ |
| 18. $PQ = 4$ सेमी | 38. $AB = 5$ से मी |
| 19. $\angle BOD$ | 39. $50^\circ, 50^\circ$ |
| 20. 12 सेमी | 40. ΔPQS , में $\angle PQR, \Delta PQS$ के बाहर स्थित है। |
| 21. समकोण | अतः $\angle PSQ + \angle SPQ = \angle PQR$
$\angle PSQ + \angle SPQ = \angle PRQ$
[$PQ = PR$]
$\angle PSQ < \angle PRQ$
$PA > PR$
क्योंकि $PQ = PR$, अतः $PS > PQ$ |
| 22. $\angle D = \angle W$ | 41. $AB = 5$ से मी |
| 23. सर्वांगसम | 42. $50^\circ, 50^\circ$ |
| 24. (i) b) विषमवाहु | 43. ΔPQS , में $\angle PQR, \Delta PQS$ के बाहर स्थित है। |
| (ii) b) शीर्षलंब | अतः $\angle PSQ + \angle SPQ = \angle PQR$
$\angle PSQ + \angle SPQ = \angle PRQ$
[$PQ = PR$]
$\angle PSQ < \angle PRQ$
$PA > PR$
क्योंकि $PQ = PR$, अतः $PS > PQ$ |
| (iii) c) 2 सेमी | |
| (iv) b) $\Delta ADB \cong \Delta CDB$ | |
| (v) a) $\angle P$ | |

42. $\angle BAC = 90^\circ$

43. 75°

50. किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा से अधिक होता है।

$\Delta AOB, \Delta AOC$ और ΔBOC

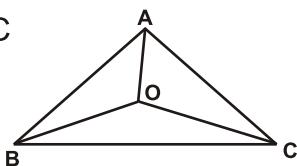
$OA + OB > AB$ — (i)

$OA + OC > AC$ — (ii)

$OB + OC > BC$ — (iii)

तीनों को जोड़ने पर

$$OA + OB + OC > \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$$



57. (a) $\Delta ABC \cong \Delta QRP$

(b) SAS (c) $BC = RP$

60. $x = 20$

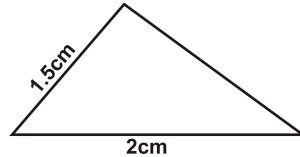
अभ्यास परीक्षा

त्रिभुज

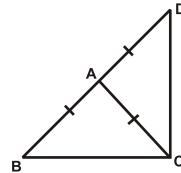
समय : 1 घंटा

M.M. 25

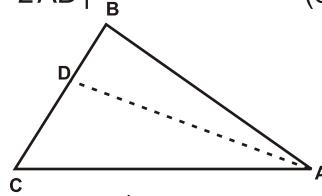
1. समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप लिखिए। (1)
2. समद्विबाहु त्रिभुज के उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है। (1)
3. विषमबाहु त्रिभुज में सबसे बड़ा कोण कौनसा होता है ? (1)
4. किसी समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्षकोण उसके एक आधार कोण का तिगुना है। आधार - कोण ज्ञात कीजिए। (2)
5. दिए गए त्रिभुज में, तीसरी भुजा का माप सेमी से अधिक और सेमी से कम होना चाहिए। (2)



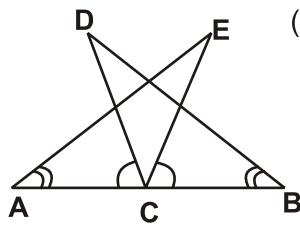
6. ज्ञात कीजिए कि क्या $\triangle ABC$ संभव है। यदि $AB=4.5$ सेमी, $BC=5$ सेमी और $AC=9.5$ सेमी है। (2)
7. दी गई आकृति में $AB=AC$ तथा भुजा BA को D तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि $AB=BD$ । सिद्ध कीजिए $\angle BCD=90^\circ$ (3)



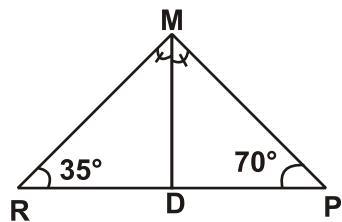
8. $\triangle ABC$ का माध्यम AD है। दर्शाइए कि $AB + AC > 2AD$ । (3)
(संकेत : AD को E तक बढ़ाइए कि $AD=DE$)



9. दिए गए चित्र में AB का मध्य-बिंदु C है, $\angle DCA = \angle ECB$ और $\angle DBC = \angle EAC$ है। दर्शाइए कि $DC = EC$ और $BD = AE$ । (5)



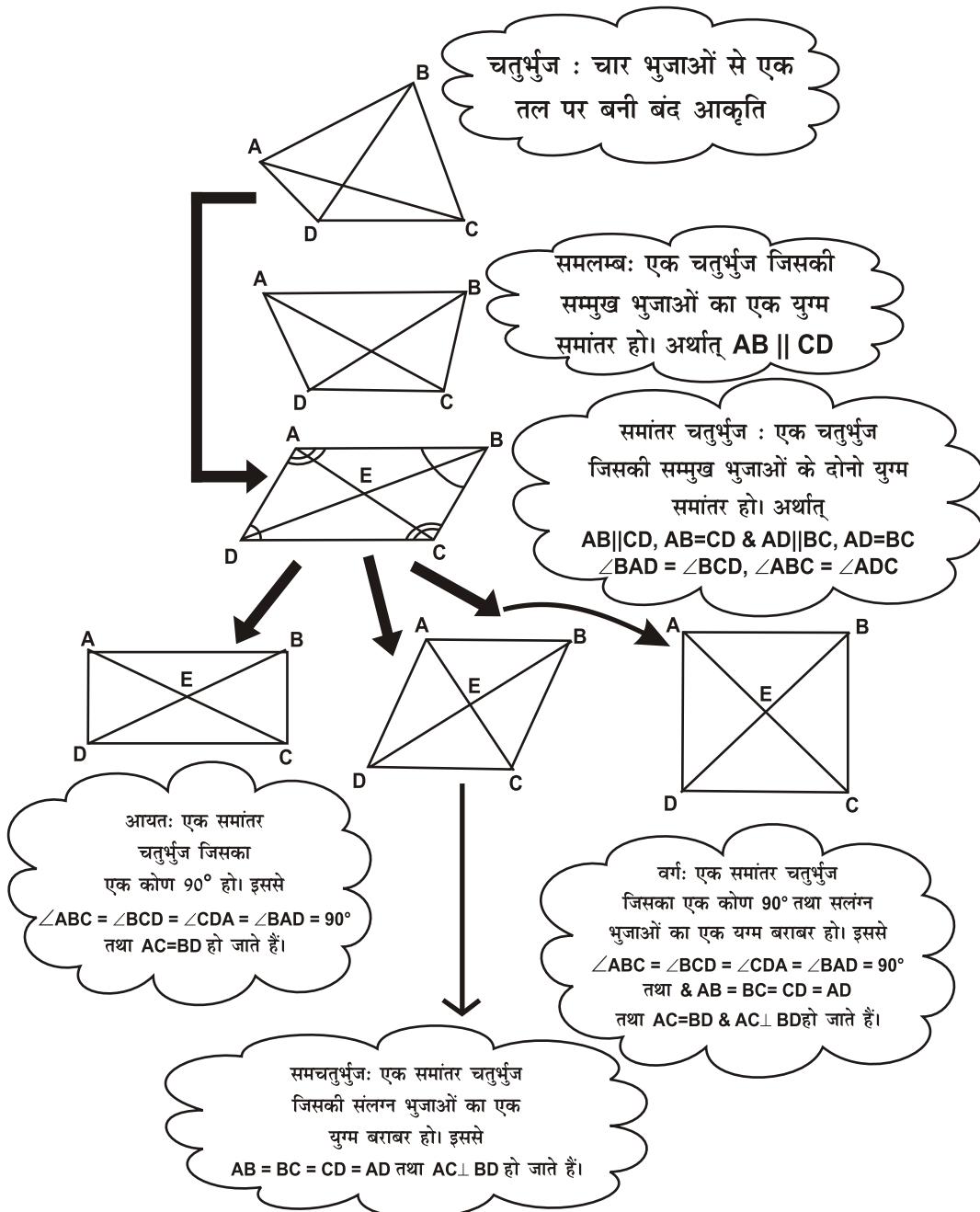
10. दिए गए $\triangle MRP$ में, $\angle R=35^\circ$, $\angle P=70^\circ$ तथा $\angle M$ का समद्विभाजक RP को D पर प्रतिच्छेद करता है। भुजाओं MD , RD और DP में से सबसे छोटी और सबसे बड़ी भुजा छाँटिए। इन तीनों को बढ़ते क्रम में भी लिखिए। (5)



अध्याय 8

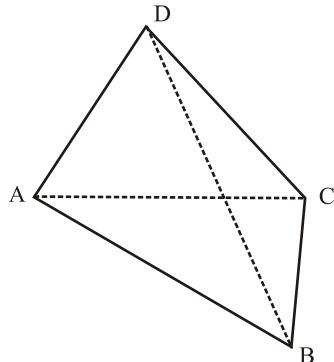
चतुर्भुज

माइंड मैप



अध्याय 8
चतुर्भुज
महत्वपूर्ण बिन्दु

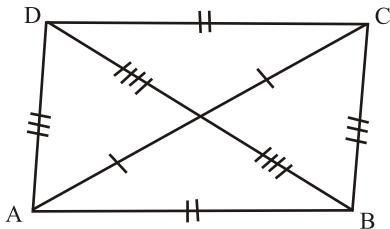
1. चतुर्भुज- चार भुजाओं से बनी बंद आकृति चतुर्भुज कहलाती है। किसी चतुर्भुज में



- i) समुख भुजाओं के दो युग्म होते हैं, जैसे चित्र में AB व CD और BC व AD
 - ii) समुख कोणों के दो युग्म होते हैं, जैसे $\angle A$ व $\angle C$ और $\angle B$ व $\angle D$
 - iii) संलग्न भुजाओं के चार युग्म होते हैं, जैसे AB व BC, BC व CD, CD व AD और AD व AB
 - iv) सलंगन कोणों के चार युग्म होते हैं। (एक भुजा उभयनिष्ठ)
 - जैसे $\angle A$ व $\angle B$, $\angle B$ व $\angle C$, $\angle C$ व $\angle D$ और $\angle A$ व $\angle D$.
 - v) समुख शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखण्ड विकर्ण कहलाता है।
 - जैसे AC व BD
 - vi) चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है।

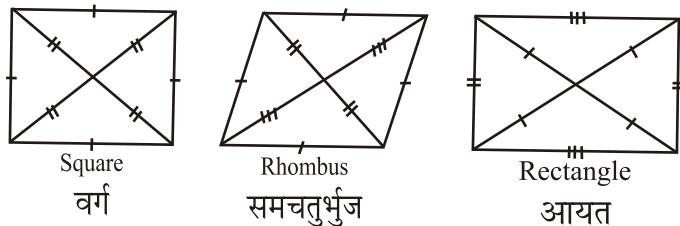
$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$
2. समांतर चतुर्भुज : एक चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है यदि
- i) समुख भुजाएं बराबर हो या

- ii) सम्मुख कोण बराबर हो! या
- iii) विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हो। या
- iv) सम्मुख भुजाओं का एक युग्म समांतर व समान हो।



3. किसी समांतर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।

समांतर चतुर्भुज के अन्य उदाहरण :-

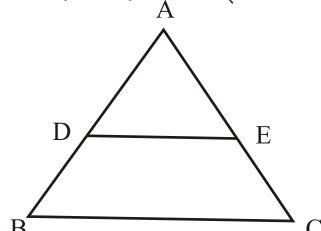


4. मध्य बिंदु प्रमेय :- किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है। और इसका आधा होता है।

यहाँ $AD=BD$ व $AE=EC$

तब $DE \parallel BC$

और $DE = \frac{1}{2}BC$



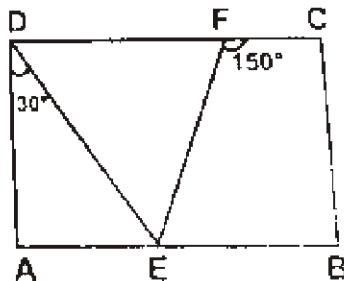
5. मध्य बिंदु प्रमेय का विलोम : किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

यहाँ $AD=BD$ व $DE \parallel BC$

तब E, AC का मध्य बिंदु होगा।

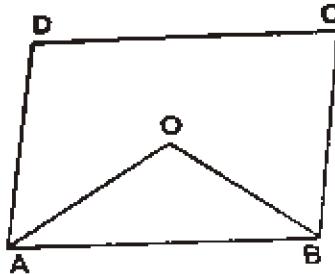
अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. चतुर्भुज के तीन कोणों का मान $75^\circ, 90^\circ, 75^\circ$ हो तो चौथा कोण कितना होगा ?
2. सम चतुर्भुज ABCD में $\angle ACB=40^\circ$ हो तो $\angle ABD$ का मान कितना होगा ?
3. समान्तर चतुर्भुज के आन्तरिक कोणों के समद्विभाजकों से बनने वाली बंद आकृति का नाम बताइए।
4. चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमागत मिलाने पर बनने वाली आकृति का नाम बताइए।
5. एक समान्तर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD एक दूसरे को बिन्दु "O" पर काटते हैं। यदि $\angle DAC=32^\circ$ और $\angle AOB=70^\circ$ हो तो $\angle DBC$ का मान ज्ञात कीजिए।
6. एक समान्तर चतुर्भुज के कोण क्रमशः $3:4:5:6$ के अनुपात में हैं। चतुर्भुज के कोणों का मान ज्ञात कीजिए।
7. किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समान्तर होती है। और उसकी होती है।
8. यदि एक सम चतुर्भुज की दो क्रमागत भुजाए $3x-6$ और $x+14$ हो तब सम चतुर्भुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।
9. बिन्दु A, B, C और D वर्ग PQRS की भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं। यदि PQRS का क्षेत्रफल 36 वर्ग इकाई हो तो ABCD का क्षेत्रफल कितना होगा ?
10. एक सम चतुर्भुज का परिमाप 60cm है। यदि उसके बड़े विकर्ण की लम्बाई 24cm हो तो छोटे विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
11. दी गयी आकृति एक आयत ABCD है। यदि $\angle ADE=30^\circ$ और $\angle CFE = 150^\circ$ हो तो $\angle DEF$ का मान कितना होगा ?



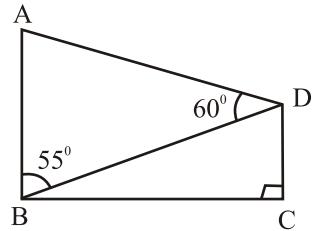
12. समान्तर चतुर्भुज के विपरीत कोण होते हैं।

13. दिये गये चार बिंदुओं A, B, C, D में तीन बिन्दु A, B और C सरेखीय है। इन बिन्दुओं को क्रमगत मिलाने पर प्राप्त होने वाली बन्द आकृति का नाम बताइए।
14. समान्तर चतुर्भुज के दो क्रमागत कोणों का योग कितना होता है ?
15. समान्तर चतुर्भुज ABCD में कोणों A और B के समद्विभाजक परस्पर O पर काटते हैं। कोण AOB का मान कितना होगा ?

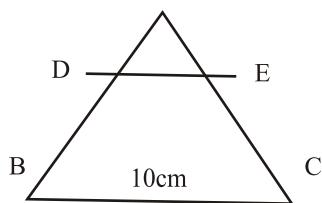


16. यदि एक समान्तर चतुर्भुज का एक कोण अपने संलग्न कोण का दो-तिहाई हो तो समान्तर चतुर्भुज का सबसे छोटा कोण कितना होगा ?
17. एक आयत के दोनों विकर्ण परस्पर तथा होते हैं।
18. संलग्न आकृति में PQRS एक समचतुर्भुज है। x का मान क्या होगा ?
-
19. यदि एक आयत ABCD में विकर्ण AC, $\angle A$ तथा $\angle C$ को समद्विभाजित करता हो तो ABCD एक..... होगा।
20. यदि समान्तर चतुर्भुज के दो सलंगन कोणों का अनुपात 2:4 हो तो दोनों कोणों का मान कितना होगा ?
21. समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर होते हैं।
22. एक समचर्तुर्भुज ABCD, में $\angle A=60^\circ$ तो $\angle B$, $\angle C$ और $\angle D$ ज्ञात कीजिए।
23. यदि चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 1:2:4:5 है तो प्रत्येक कोण का माप ज्ञात कीजिये।
24. एक समचर्तुर्भुज LMNP, में $\angle LNM = 40^\circ$ तो $\angle LPM$ का माप क्या होगा?
25. एक चतुर्भुज के चार कोणों का अनुपात 1:1:1:1 है तो यह किस प्रकार का चतुर्भुज है?

26. संलग्न चित्र में $AB \parallel CD$, तो $\angle ADC$ क्या होगा?

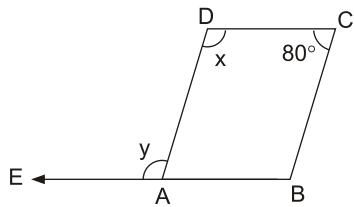


27. चित्र में यदि D और E क्रमशः AB और AC के मध्य बिंदु हैं तो ED की लम्बाई क्या होगी?

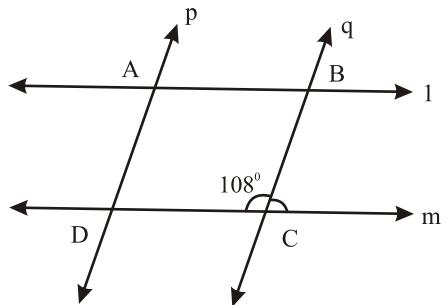


28. PQRS एक चतुर्भुज है, जिसमें $\angle QPS = 50^\circ$, तो $\angle RQS$ का मान क्या होगा?

29. चित्र में ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। $(x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।



30. चित्र में $l \parallel m$ और $p \parallel q$.

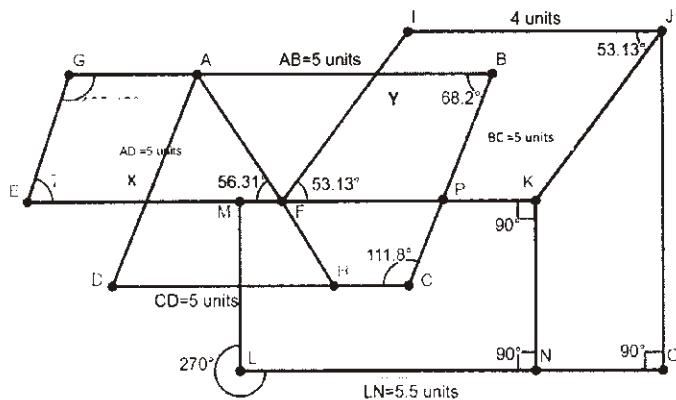


$\angle BCD = 108^\circ$, चतुर्भुज ABCD के चारों कोणों का मान ज्ञात कीजिये।

31. यदि एक समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का अनुपात $5 : 4$ है, तो सभी कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

केस-स्टडी आधारित प्रश्न

32.



रोहिता अपनी एक ड्रेस पर चित्र में दिखाए पैटर्न को प्रिंट करना चाहती है-

(i) रोहिता आकृति ABCD जैसे लकड़ी के 1 ब्लॉक का ऑर्डर देना चाहती है।

रोहिता ABCD प्रिंट करने के लिए, लकड़ी का ब्लॉक बनाने के लिए बढ़द्वारा को आकृति ABCD का क्या नाम बताएं -

- a) समांतर चतुर्भुज
- b) वर्ग
- c) आयत
- d) समचतुर्भुज

(ii) रोहिता LMKN प्रिंट करने के लिए, लकड़ी का ब्लॉक बनाने के लिए बढ़द्वारा को आकृति LMKN का क्या नाम बताएं -

- a) समांतर चतुर्भुज
- b) वर्ग
- c) आयत
- d) समलंब

(iii) वह समांतर रेखाओं के दो युग्मो को एक ही रंग में रंगना चाहती है। उसे निम्नलिखित में से कौन से युग्म को चुनना चाहिए ?

- a) GE || AF & LN || KN
- b) IJ || KF & BP || IF
- c) AB || CD & KN || JO
- d) ML || FN & HC || CP

(iv) वह एक समलंब को नीले रंग से रंगना चाहती है। उसे निम्नलिखित में से किस को चुनना चाहिए -

- a) JKNO
- b) AXF
- c) AFMX
- d) AFYI

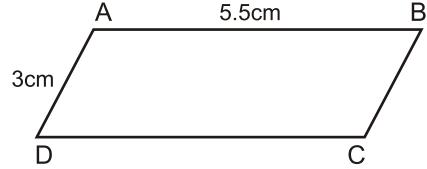
(v) $\triangle AFY$ बनाने के लिए रोहिता को $\angle AFY$ के मान की आवश्यकता है।

$\angle AFY$ का मान क्या होगा

- a) 75.56°
- b) 70°
- c) 80°
- d) 170°

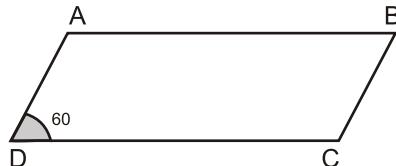
33. कक्षा नौवी C के छात्र अपनी कक्षा के डिस्प्ले बोर्ड को सजाना चाहते हैं। वे बोर्ड को सजाने के लिए नीचे दी जानकारी की मदद से पेपर की आकृतियाँ काटते हैं -

1. एक चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज कहलाता है यदि -
 - (a) उसकी सम्मुख भुजाओं (आमने-सामने की भुजाओं) के दोनों युग्म समांतर हो
 - (b) उसकी सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म बराबर हो
 - (c) उसकी सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर तथा समांतर हो।
2. एक समांतर चतुर्भुज में
 - (a) सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
 - (b) आसन्न कोण संपूरक होते हैं।
3. समांतर चतुर्भुज में
 - (a) विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित कहते हैं।
 - (i) बोर्ड के बॉर्डर को सजाने के लिए वे समांतर चतुर्भुज जैसी आकृति अलग-अलग रंगों के कागज से काटना चाहते हैं। CD तथा BC की लंबाई क्या होनी चाहिए ?
 - (a) क्रमशः 5.5cm और 5cm
 - (b) क्रमशः 3cm और 5.5cm
 - (c) क्रमशः 5.5cm और 3cm
 - (d) इनमें से कोई नहीं



(ii) समांतर चतुर्भुज ABCD को काटने के लिए उन्होंने $\angle D=60^\circ$ निर्धारित किया। समांतर चतुर्भुज ABCD के $\angle B$ का मान कितना होना चाहिए ?

- (a) 120°
- (b) 60°
- (c) 180°
- (d) 30°

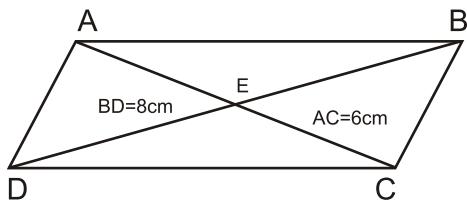


(iii) समांतर चतुर्भुज ABCD के $\angle A$ का मान कितना होना चाहिए ?

- (a) 120°
- (b) 60°
- (c) 180°
- (d) 30°

(iv) कुछ समांतर चतुर्भुजों को काटकर त्रिभुज बनाए गए, जिनसे बोर्ड के किनारे पर फूल बनाए जा सकें। यदि BD की लंबाई 8 सेंटीमीटर तथा AC की लंबाई 6 सेंटीमीटर रखी गई हो तो AE की लंबाई क्या होनी चाहिए ?

- (a) 6 cm
- (b) 3 cm
- (c) 4 cm
- (d) 8 cm



(v) DE की लंबाई क्या होनी चाहिए ?

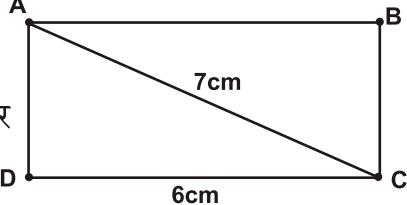
- (a) 6 cm
- (b) 3 cm
- (c) 4 cm
- (d) 8 cm

34. 1. एक समांतर चतुर्भुज, आयत कहलाता है यदि उसका एक कोण 90° हो। इससे आयत के सभी कोण 90° हो जाते हैं। आयत के विकर्ण बराबर तथा परस्पर समद्विभाजक होते हैं।
2. एक समांतर चतुर्भुज वर्ग कहलाता है यदि उसका एक कोण 90° हो तथा आसन्न भुजाओं का एक युग्म बराबर हो। इससे वर्ग के सभी कोण 90° हो जाते हैं। तथा सभी भुजाएं बराबर हो जाती हैं। वर्ग के विकर्ण बराबर तथा परस्पर समकोण पर समद्विभाजक होते हैं।

साहिल इस जानकारी की मदद से एक वॉल हेंगिंग बनाना चाहता है। तारों की मदद से फ्रेम बनाकर तथा उन तारों पर ऊन लपेटकर वह इसे बनाएगा।

- (i) सबसे पहला फ्रेम जो साहिल ने तारों से बनाया वह एक आयत ABCD था, जैसा की चित्र में दिखाया गया है। यदि विकर्ण की तार 7cm लम्बी तथा भुजा CD 6cm लम्बी है। तो वांछित आयत के लिए BC की लम्बाई क्या होनी चाहिए ?

(a) 13 cm (b) $\sqrt{13}$ cm (c) 10 cm (d) $\sqrt{10}$ cm



- (ii) तार BD की लम्बाई क्या होनी चाहिए ?

(a) 6 cm (b) 7 cm
(c) 13 cm (d) $\sqrt{13}$ cm

- (iii) दूसरा फ्रेम वर्ग EFGH है, जैसा की चित्र में दिखाया गया है। साहिल के पास तार का 8cm लम्बा एक बचा हुआ टुकड़ा है वह इस टुकड़े को EFGH के विकर्ण की तरह लेना चाहता है। तार HF की लम्बाई क्या होनी चाहिए ?

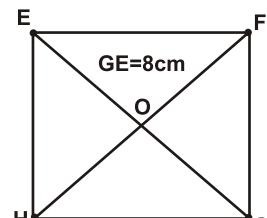
(a) 8 cm (b) 6 cm (c) 10 cm (d) 4 cm

- (iv) तार EF की लम्बाई क्या होनी चाहिए ?

(a) 64 cm (b) 16 cm (c) $4\sqrt{2}$ cm (d) $2\sqrt{4}$ cm

- (v) तार OF की लम्बाई क्या होनी चाहिए ?

(a) 3 cm (b) 4 cm (c) $4\sqrt{2}$ cm (d) 8 cm

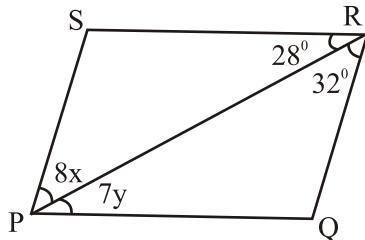


अति-लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

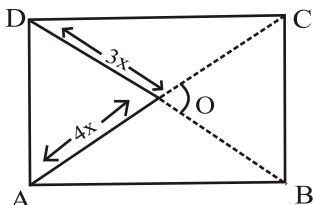
35. सिद्ध कीजिये कि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

36. दर्शाइये कि “समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होता है”।

37. किसी समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि $\angle B=110^\circ$ तो $\angle A$ और $\angle D$ का मान ज्ञात कीजिये।
38. चित्र में यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तो x और y का मान ज्ञात कीजिये।



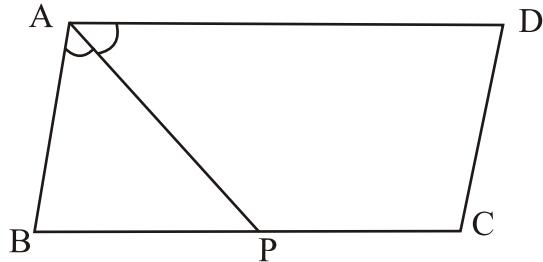
39. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। O से गुजरती एक रेखाखण्ड AB को X तथा DC को Y पर काटती है। सिद्ध कीजिये कि $OX=OY$
40. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं। यदि $AC=7.4$ सेमी., $BD=6.2$ सेमी. AO तथा BO की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
41. समांतर चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का माप $(5x-3)^\circ$ और $(4x+12)^\circ$ है। चतुर्भुज के चारों कोणों के मान ज्ञात कीजिए।
42. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हैं। यदि $\angle A=35^\circ$ है तो $\angle B$ ज्ञात कीजिए।
43. एक समांतर चतुर्भुज का परिमाप 30 सेमी. है। यदि लम्बी भुजा 9.5 सेमी. है तो छोटी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
44. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। $AC=12.6$ सेमी और $BD=9.4$ सेमी. OC और OD का मान ज्ञात कीजिए।
45. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसमें $DO=3x$ तथा $AO=4x$ है तो ABCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।



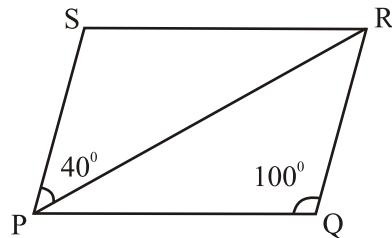
46. एक चतुर्भुज के कोणों का माप $(x+20)^\circ$, $(x-20)^\circ$, $(2x+5)^\circ$ और $(2x-5)^\circ$ है। x का मान ज्ञात कीजिये।

लघु-उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

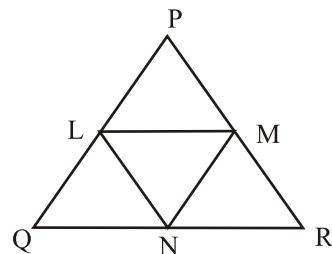
47. दी गई आकृति में समांतर चतुर्भुज ABCD में बिन्दु P, BC का मध्य बिन्दु है। यदि $\angle BAP = \angle DAP$ है तो सिद्ध कीजिए $AD = 2CD$



48. सलंगन चित्र में PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, जिसमें $\angle PQR = 100^\circ$ और $\angle SPR = 40^\circ$ तो $\angle PRQ$ और $\angle SRO$ ज्ञात कीजिये।

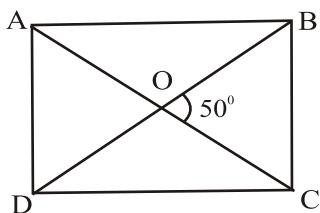


49. “किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने वाली रेखाखण्ड, तीसरी भुजा के समांतर होती है” सिद्ध कीजिये।
50. संलग्न चित्र में L, M और N क्रमशः PQ, PR, QR के मध्य बिन्दु हैं। यदि $PQ = 4.4$ सेमी, $QR = 5.6$ सेमी, $PR = 4.8$ सेमी, तो त्रिभुज LMN का परिमाप ज्ञात कीजिए।

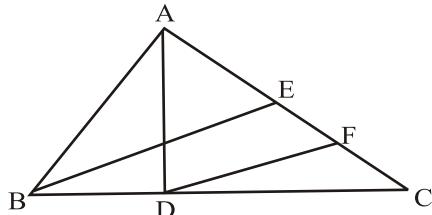


51. यदि किसी चतुर्भुज में समुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर हो तो वह चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।

52. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं तो वह चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।
53. एक समांतर चतुर्भुज $PQRS$ में M तथा N बिंदु क्रमशः PQ और RS पर इस प्रकार हैं कि $PM=RN$ । सिद्ध कीजिए $MS \parallel NQ$
54. एक समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में AP तथा CQ क्रमशः शीर्ष A तथा C से विकर्ण BD पर डाले गये लम्ब हैं। सिद्ध कीजिये $\Delta APB \cong \Delta CQD$.
55. आयत $ABCD$ के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। यदि $\angle BOC = 50^\circ$, तो $\angle ODA$ ज्ञात कीजिये।

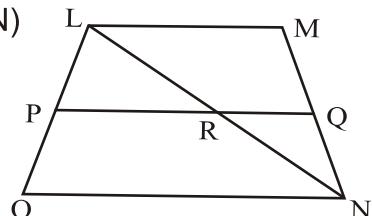


56. सलंगन चित्र में AD और BE , $\triangle ABC$ की माध्यकाएं हैं और $BE \parallel DF$ । सिद्ध कीजिये $CF = \frac{1}{4} AC$.



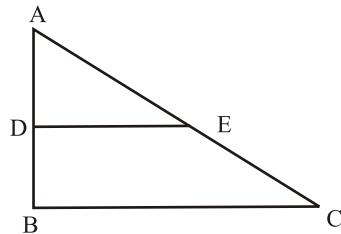
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

57. सलंगन चित्र में $LMNO$, समलंब चतुर्भुज हैं। $LM \parallel ON$, बिन्दु P , LO का मध्य बिन्दु है। बिन्दु Q , MN पर इस प्रकार है कि $PQ \parallel NO$ । सिद्ध कीजिये कि Q, MN का मध्य बिन्दु और $PQ = \frac{1}{2}(LM + ON)$



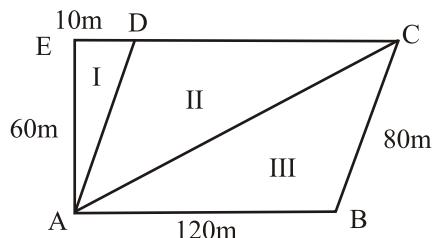
58. चित्र में, $\angle B = 90^\circ$ यदि $AB = 9$ सेमी. $AC = 15$ सेमी. और D तथा E क्रमशः AB और AC के मध्य बिन्दु हैं तो ज्ञात कीजिये:

- (i) BC की लम्बाई
- (ii) समलम्ब चतुर्भज
- (iii) BCED का क्षेत्रफल

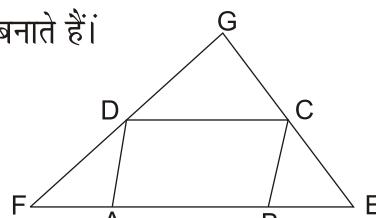


59. एक किसान अपने खेत को तीन भागों I, II और (चित्रानुसार) बांटता है। भाग I में वह अपने जानवरों की देखभाल करता है। जबकि भाग II और III में वह दो अलग तरह की फसल उगाना चाहता है। निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिये:

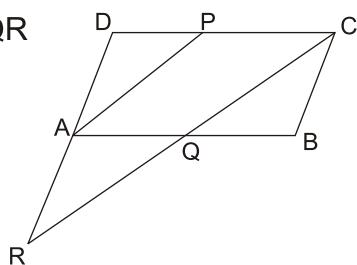
- (i) जानवरों की देखभाल के लिए प्रयोग होने वाले भाग का क्षेत्रफल क्या है?
- (ii) क्या क्षेत्रफल II = क्षेत्रफल III ?
- (iii) खेत का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।



60. समान्तर चतुर्भज ABCD की भुजा AB को दोनों ओर बिन्दु E और F तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि $BE = BC$ और $AF = AD$. दर्शाइए कि EC और FD को बढ़ाने पर वह दोनों समकोण बनाते हैं।



61. समान्तर चतुर्भज ABCD में बिन्दु P भुजा CD का मध्य बिन्दु है। C से गुजरती हुई रेखा PA के समांतर है और AB को Q पर काटती है और बढ़ी हुई भुजा DA को R पर। सिद्ध कीजिए $DA = AR$ तथा $CQ = QR$



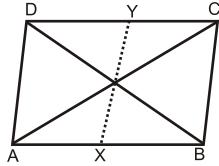
अध्याय 8

चतुर्भुज

उत्तर

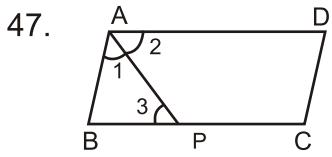
- | | |
|--|---|
| 1. d) 120° | 25. आयत |
| 2. c) 50° | 26. 115° |
| 3. a) आयत | 27. 5cm |
| 4. b) समान्तर चतुर्भुज | 28. 65° |
| 5. c) 38° | 29. 200° |
| 6. a) $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ | 30. $108^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 72^\circ$ |
| 7. a) आधा | 31. $100^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 80^\circ$ |
| 8. d) 96 | 32. 1. (b) 2. (c) 3. (c) 4. (a) 5. (a) |
| 9. d) 18 | 33. 1. (c) 2. (b) 3. (a) 4. (b) 5. (c) |
| 10. b) 18 | 34. 1. (b) 2. (b) 3. (a) 4. (c) 5. (b) |
| 11. c) 90° | 37. $70^\circ, 110^\circ$ |
| 12. a) बराबर | 38. $x=y=4$ |
| 13. b) एक त्रिभुज | 39. [Hint]
$\Delta AOX \cong \Delta COY$
$OA = OC$
$\angle AOX = \angle COY$
$\angle AOX = \angle OCY$
$\Rightarrow \Delta AOX \cong \Delta COY$ [ASA]
$\Rightarrow OX = OY$ [CPCT] |
| 14. b) 180° | 40. 3.7 cm, 3.1 cm |
| 15. a) 90° | 41. $72^\circ, 108^\circ, 72^\circ, 108^\circ$ |
| 16. d) 72° | 42. 145° |
| 17. b) समद्विभाजित बराबर | 43. 5.5cm |
| 18. a) 40° | 44. 6.3cm, 4.7cm |
| 19. c) समचतुर्भुज | 45. Hint -

समकोण ΔOAD में |
| 20. c) $60^\circ, 120^\circ$ | $AD^2 = (3x)^2 + (4x)^2$ |
| 21. समद्विभाजक | $AD^2 = 9x^2 + 16x^2$ |
| 22. $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ | $AD = 5x$ |
| 23. $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ | |
| 24. 100° | |



परिप = $20x$ मात्रक

46. $x=60$



Hint

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 2 = \angle 3$$

$$\Rightarrow \angle 1 = \angle 3$$

$\triangle ABP$ में

$$\angle 1 = \angle 3$$

$$\therefore BP = AB$$

48. $40^\circ, 80^\circ$

50. 7.4cm

55. 65°

56. (Hint)- $\triangle ABC$ में

$$EC = \frac{1}{2} AC \quad [BE \text{ माध्यिका है}]$$

$\triangle BEC$ में

$$CF = \frac{1}{2} EC$$

58. $12\text{cm}, 40.5\text{cm}^2$

59. Hint-

$$(iii) \text{ समलंब } ABCE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}$$

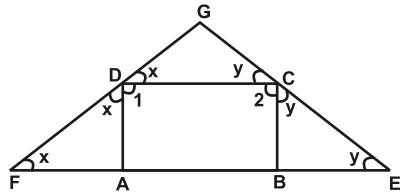
$$[130+120] \times 60$$

Ans (i) 300m^2

(ii) Yes

(iii) 7500m^2

60. समांतर चतुर्भुज ABCD में



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \quad (1)$$

$$x + x + \angle 1 = 180^\circ \quad [\text{Why?}]$$

$$x = 90 - \frac{1}{2}(\angle 1) \quad (2)$$

$$\text{इसी तरह } Y = 90^\circ - \frac{1}{2}(\angle 2) \quad (3)$$

$\triangle DGC$ में

$$\angle DGC + x + y = 180^\circ$$

61. APCQ समांतर चतुर्भुज है

Q, AB का मध्य बिन्दु है

$\triangle AQR$ & $\triangle BQC$ में

$$\angle AQR = \angle BQC$$

$$\angle QAR = \angle QBC$$

$$AQ = BQ$$

$$\triangle AQR \cong \triangle BQC$$

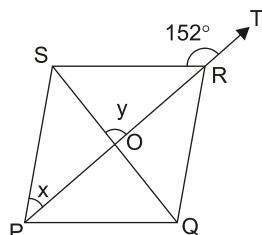
चतुर्भुज

समय : 1 घंटा

अभ्यास परीक्षा

M.M. 25

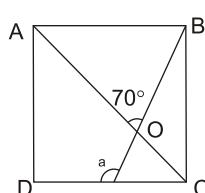
1. यदि किसी चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हों और $\angle A = 45^\circ$, तो $\angle B$ का मान क्या होगा? (1)
2. एक चतुर्भुज के चारों कोणों में अनुपात $2:3:5:8$ है। सबसे छोटे कोण का माप ज्ञात कीजिए। (1)
3. समांतर चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का माप $(5x-3)^\circ$ और $(4x+12)^\circ$ है। चतुर्भुज के चारों कोणों के माप ज्ञात कीजिए। (2)
4. त्रिभुज PQR, की माध्यिका PS को बिन्दु T तक इस प्रकार बढ़ाया कि $PS = ST$. सिद्ध कीजिए कि PQTR एक समांतर चतुर्भुज है। (2)
5. चित्र में PQRS एक समचतुर्भुज में विकर्ण PR को बिन्दु T तक बढ़ाया गया यदि $\angle SRT = 152^\circ$ तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। (3)



6. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में AP तथा CQ क्रमशः शीर्ष A तथा C से विकर्ण BD पर डाले गए लंब हैं। सिद्ध कीजिए –

$$\Delta APB \cong \Delta CQD$$

7. चित्र में ABCD एक वर्ग है। एक रेखाखण्ड BM, CD को M पर और विकर्ण AC को O पर काटती है और $\angle AOB = 70^\circ$, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

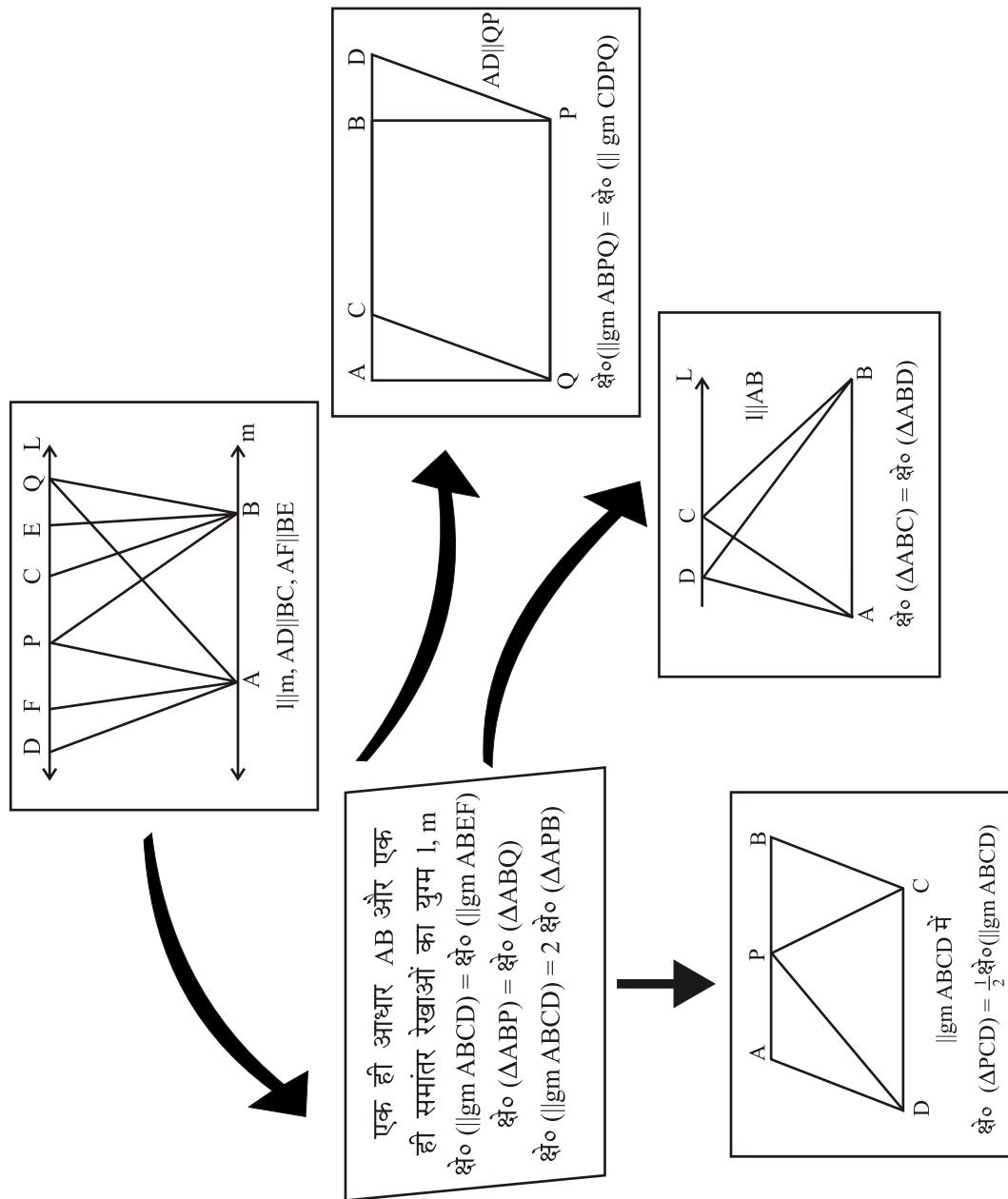


(3)

8. AD त्रिभुज ΔABC की माध्यिका है। बिन्दु E , AD का मध्य बिन्दु है। BE को इस प्रकार बढ़ाया गया कि AC को F पर काटती है। सिद्ध कीजिए $AF = 1/3AC$. (3)
9. सिद्ध कीजिए कि समांतर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं। (5)
10. “एक वर्ग की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने पर प्राप्त चतुर्भुज एक वर्ग है”। सिद्ध कीजिए। (5)

अध्याय 9

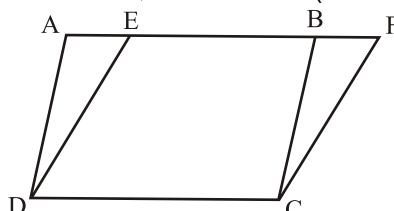
समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल माइंड मैप



अध्याय 9
समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल
महत्वपूर्ण बिन्दु

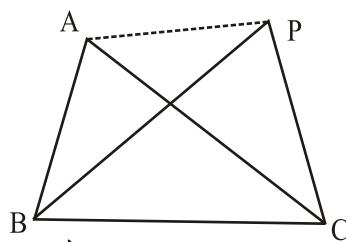
- एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

दो समांतर ABCD और EFCD एक ही आधार DC और एक ही समांतर रेखाओं के बीच (AF और DC) स्थित हैं। $\text{ar}(\text{ABCD}) = \text{ar}(\text{EFCD})$.



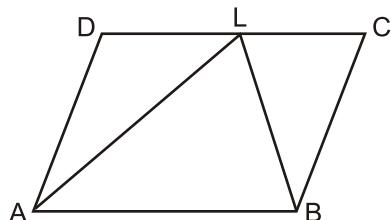
- एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

दो त्रिभुज ABC और PBC एक ही आधार BC और एक ही समांतर रेखाओं BC और AP के बीच स्थित हैं $\text{ar}(\triangle ABC) = \text{ar}(\triangle PBC)$



- एक ही आधार वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुज एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं।
- यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।

$$\text{क्षे. } (\triangle BLA) = \frac{1}{2} \text{ क्षे. } (\triangle ABCD)$$

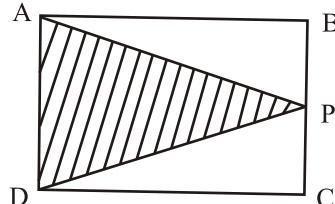


5. त्रिभुज की एक माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।

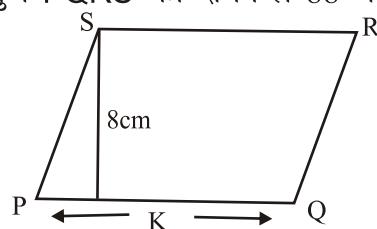
अति-अति लघु उत्तर प्रश्न (1 अंक)

रिक्त स्थान भरो :

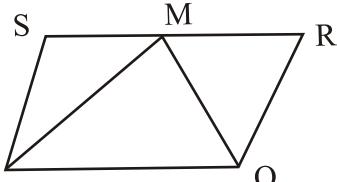
1. समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल उसकी कोई एक भुजा तथा उसके संगत
..... का गुणनफल होता है।
2. एक ही आधार तथा के मध्य बने समान्तर चतुर्भुजों का क्षेत्रफल समान होता है।
3. किसी समान्तर चतुर्भुज का विकर्ण, इसे दो समान वाले त्रिभुजों में बाँटा है।
4. समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times \dots$
5. किसी त्रिभुज की माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।
6. एक सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके विकर्ण 10 cm और 12cm है।
7. AD त्रिभुज ABC की एक माध्यिका है। यदि क्षेत्रफल (ΔABD) = 24cm^2 हो, तो क्षेत्रफल (ΔACD) ज्ञात कीजिए।
8. समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 80cm^2 है। त्रिभुज APD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



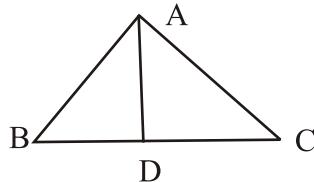
9. यदि समान्तर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल 88 वर्ग सेमी. है तो k का मान ज्ञात कीजिए।



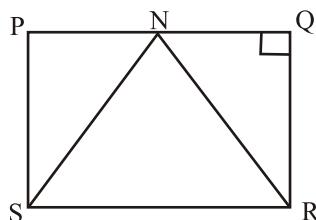
10. PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तथा PQM एक त्रिभुज है यदि क्षेत्र (ΔPQM) = 18 वर्ग सेमी. तो PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



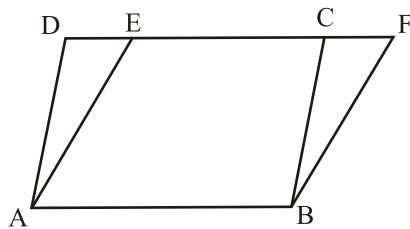
11. $\triangle ABC$ में AD त्रिभुज की मध्यिका है। यदि त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल 25 वर्ग सेमी. हो तो $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



12. दी गई आकृति में $\triangle SRN$ का क्षेत्रफल = 21 सेमी² तथा RQ = 6 सेमी. तो PQ का मान ज्ञात कीजिए।



13. आकृति में ABCD तथा ABEF दो समांतर चतुर्भुज हैं। यदि क्षेत्रफल (ABCE) = 18 cm² क्षेत्रफल (ABCD) = 25 cm² तो BCF का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

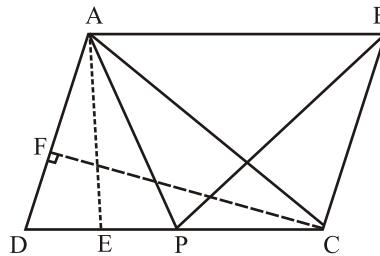


14. समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित दो समांतर चतुर्भुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
15. $\triangle ABC$ में D, E तथा F क्रमशः भुजा AB, BC और AC के मध्य बिंदु हैं तो $\triangle DEF$ और $\triangle ABC$ के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

16. यदि समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई 8cm हो और इसकी ऊँचाई 5cm हो तो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
17. यदि दो त्रिभुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
18. दी गई आकृति में यदि समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 30cm^2 हो तो $\text{ar}(\triangle ADE) + \text{ar}(\triangle BCE)$ ज्ञात कीजिए।

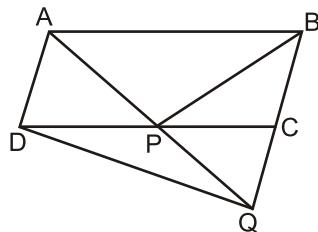
केस स्टडी पर आधारित प्रश्न (19 से 20)

19. मैथ लैब क्रियाकलाप में, एक छात्र तीन त्रिभुजों को इस प्रकार चिपकाता है कि एक समांतर चतुर्भुज बन जाता है। इस क्रियाकलाप द्वारा प्राप्त आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, P, DC पर एक बिंदु है। यदि क्षेत्रफल $(\triangle DPA)=15\text{cm}^2$ और क्षेत्रफल $(\triangle BPC)=20\text{cm}^2$ हो तो

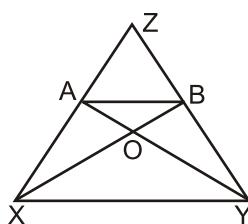


- A. क्षेत्रफल $(\triangle ADC) =$
 (a) 35cm^2 (b) 70cm^2 (c) 20cm^2 (d) 10cm^2
- B. क्षेत्रफल $(\square ABCD) =$
 (a) 15cm^2 (b) 40cm^2 (c) 70cm^2 (d) 140cm^2
- C. क्षेत्रफल $(\triangle ABP) =$
 (a) 15cm^2 (b) 35cm^2 (c) 70cm^2 (d) 20cm^2
- D. यदि $AE \perp DC$ और $AE=7\text{cm}$ हो, तो $AB=$
 (a) 7cm (b) 10cm (c) 14cm (d) 15cm
- E. यदि $CF \perp AD$ और $AD=7\text{cm}$ हो, तो $CF=$
 (a) 14cm (b) 7cm (c) 10cm (d) None
20. राकेश और अरूण दो किसान हैं। राकेश के पास एक समांतर चतुर्भुजाकार खेत है। इसकी एक भुजा के समान व संलग्न अरूण का त्रिभुजाकार खेत है। राकेश तीन प्रकार की सब्जियाँ उगाने के लिए अपने खेत को तीन भागों में

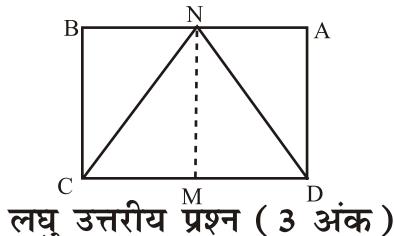
बाँटता है और अरूपन दो प्रकार की सम्भियाँ उगाने के लिए अपने खेत को दो भागों में बाँटता है। आकृति में, राकेश के खेत को और अरूपन के खेत को $\square ABCD$ और अरूपन के खेत को $\triangle CDQ$ से दर्शाया गया है। मापने पर पाया गया कि $BC = CQ$ है और AQ तथा CD एक दूसरे को P पर काटते हों, तो $\triangle ABP$ का क्षेत्रफल 600m^2 होता है।



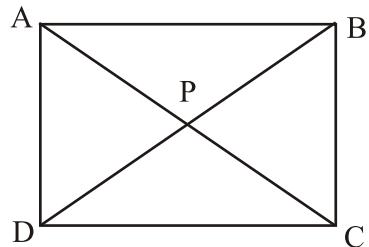
- A. राकेश के खेत का कुल क्षेत्रफल है:
- (a) 300m^2
 - (b) 600m^2
 - (c) 900m^2
 - (d) 1200m^2
- B. $\triangle APD$ का क्षेत्रफल है :
- (a) 300m^2
 - (b) 150m^2
 - (c) 450m^2
 - (d) 600m^2
- C. $\triangle PCQ$ का क्षेत्रफल है:
- (a) 300m^2
 - (b) 450m^2
 - (c) 600m^2
 - (d) 150m^2
- D. क्षेत्र ($\triangle ABP$) : क्षेत्र ($\triangle CDQ$) होगा:
- (a) $1:1$
 - (b) $1:2$
 - (c) $2:1$
 - (d) None
- E.
$$\frac{\text{Ar}(\triangle BPC)}{\text{Ar}(\triangle DPQ)} =$$
- (a) 1
 - (b) 2
 - (c) $\frac{1}{2}$
 - (d) $\frac{3}{2}$
29. D, E तथा F, $\triangle ABC$ की भुजाओं क्रमशः BC, CA तथा AB के मध्य बिन्दु हैं तो सिद्ध कीजिए कि:-
- BDEF एक समांतर चतुर्भुज हैं।
 - क्षे. (DEF) = $\frac{1}{4}$ क्षे. ($\triangle ABC$)
30. $\triangle XYZ$ में, A और B क्रमशः भुजाओं XZ और YZ पर स्थित हैं। YA और XB बिन्दु O पर काटते हैं। यदि $AB \parallel XY$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि क्षेत्र ($\triangle AOX$) = ($\triangle BOY$)



31. आकृति में, समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 40cm^2 है। यदि MN, $\triangle CDN$ की माध्यिका हो तो $\triangle NDM$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



32. चित्र में P समांतर चतुर्भुज ABCD के अंदर कोई बिंदु है तो सिद्ध कीजिए।
 (i) क्षे. $(APB) + \text{k्षे. } (PCD) = 1/2 \text{ क्षे. } (ABCD)$
 (ii) क्षे. $(APD) + \text{k्षे. } (PBC) = \text{k्षे. } (APB) + \text{k्षे. } (PCD)$



33. ABCD एक समलंब चतुर्भुज है जहाँ $AB \parallel DC$ । यदि विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$$\text{k्षे. } \triangle(AOD) = \text{k्षे. } (\triangle BOC)$$

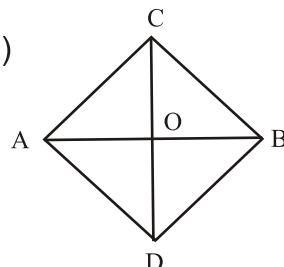
34. समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं तथा एक रेखा O से होकर AB और DC को क्रमशः P और Q पर काटती है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\text{k्षे. } (\triangle POA) = \text{k्षे. } (\triangle QOC)$$

35. चतुर्भुज PQRS के विकर्ण PR तथा QS एक दूसरे को T पर काटते हैं। यदि $PT=TR$ तथा $PS=QR$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\text{k्षे. } (\triangle PTS) = \text{k्षे. } (\triangle RTQ)$$

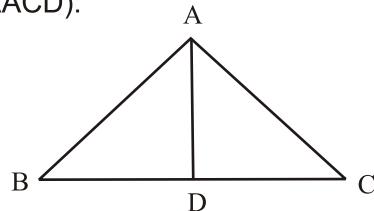
36. आकृति में ABC तथा ABD दो त्रिभुज हैं जो एक ही आधार AB पर स्थित हैं। यदि रेखाखंड CD, AB को O पर समद्विभाजित



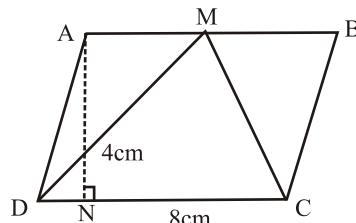
करता हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\text{क्षे. } (\triangle ABC) = \text{क्षे. } (\triangle ABD)$$

37. दी गई आकृति में ABC की माध्यिका AD है तो सिद्ध कीजिए कि
 $\text{ar}(\triangle ABD) = \text{ar}(\triangle ACD)$.



38. सिद्ध कीजिए कि एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।
39. सिद्ध कीजिए कि समान आधार पर एक ही समांतर रेखाओं के बीच बने दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल भी समान होता है।
40. यदि एक त्रिभुज व एक समांतर चतुर्भुज समान आधार व एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित है तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।



उपरोक्त का प्रयोग करके क्षे. $(\triangle CMD)$ ज्ञात कीजिए।

41. एक रेखा XY, $\triangle ABC$ की भुजा BC के समांतर है। यदि $BE \parallel AC$ और $CF \parallel AB$, XY को E और F बिन्दु पर मिलती हो तो सिद्ध कीजिए
 $\text{ar}(\triangle ABE) = \text{ar}(\triangle ACF)$.
42. समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि E, F, G, और H क्रमशः भुजा AB, BC, CD और DA के मध्य बिन्दु हो तो सिद्ध कीजिए
 $\text{ar}(EFGH) = 1/2 \text{ ar}(ABCD)$.
43. एक गाँव में $\square ABCD$ के आकार का एक भूखण्ड है गाँव का मुखिया इस भूखण्ड को पक्का कराकर पंचायत की मीटिंग के प्रयोग में लाना चाहता है।

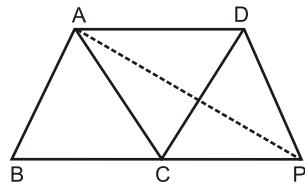
बाद में ΔABP के आकार का खेल का मैदान बनाने की योजना बनी जिससे आस-पास के बच्चे खेल सके।

यदि $AC \parallel DP$

सिद्ध कीजिए

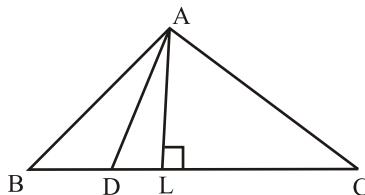
$$(a) \text{ क्षेत्र}(ABCD) = \text{क्षेत्र}(ABP)$$

$$(b) \text{ क्षेत्र}(ABCD) = 2x \text{ _____}$$

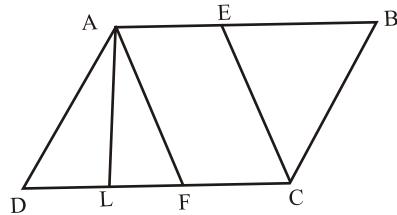


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

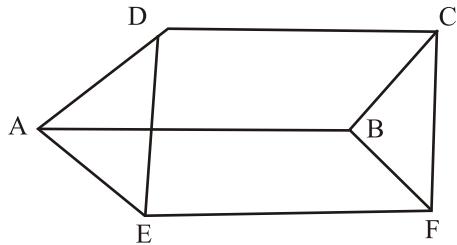
44. एक किसान के पास वर्गाकार भूखण्ड है जहाँ वह एक ही समय में पांच प्रकार की फसलें उगाना चाहता है। भूखण्ड के मध्य में आधे क्षेत्रफल में वह चावल उगाना चाहता है और बचे हुए चार समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजाकार भागों में अन्य फसलें उगाना चाहता है।
- i) सही आकृति बनाकर दर्शाइए कि कैसे वह भूखण्ड के क्षेत्र को बांटकर अपना कार्य हल कर सकता है?
 - ii) एक ही आधार तथा एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित बने त्रिभुज तथा समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफलों के बीच का संबंध लिखिए।
45. दिए गए चित्र में, बिन्दु D, त्रिभुज ABC की भुजा BC को $m:n$ के अनुपात में विभाजित करता है। सिद्ध कीजिए $\text{ar}(\Delta ABD):\text{ar}(\Delta ADC)=m:n$.



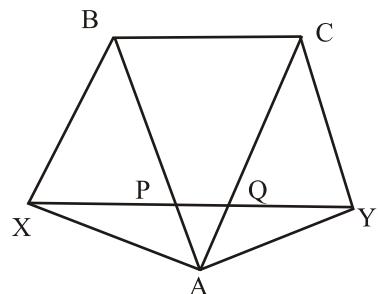
46. ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। भुजा AB पर E बिन्दु इस प्रकार है कि $BE=2EA$ तथा भुजा DC पर F बिन्दु इस प्रकार है कि $DF=2FC$. सिद्ध कीजिए कि $AECF$ एक समान्तर चतुर्भुज है, जिसका क्षेत्रफल, समान्तर चतुर्भुज ABCD के क्षेत्रफल का एक तिहाई है।



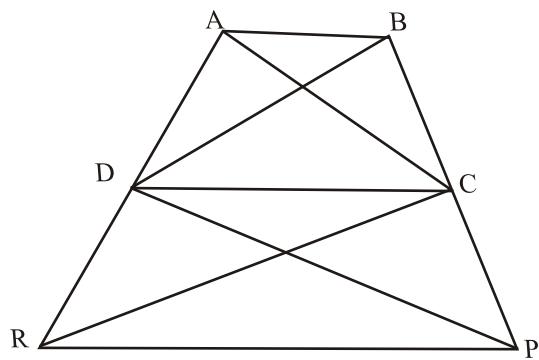
47. दिए गए चित्र में, दो समांतर चतुर्भुज ABCD तथा AEFB एक ही भुजा AB के विपरीत दिशा में खींचे गए हैं। सिद्ध कीजिए
 $\text{क्षेत्र}(समान्तर चतुर्भुज } ABCD) + \text{क्षेत्र}(समान्तर चतुर्भुज } AEFB) = \text{क्षेत्र}(समान्तर चतुर्भुज } EFCD)$



48. दिए गए चित्रों में $BC \parallel XY$, $BX \parallel CA$ तथा $AB \parallel YC$. सिद्ध कीजिए
 $\text{ar}(\triangle ABX) = \text{ar}(\triangle ACY)$



49. दिए गए चित्र में, $\text{क्षेत्र}(DRC) = \text{क्षेत्र}(DPC)$ तथा $\text{क्षेत्र}(BDP) = \text{क्षेत्र}(ARC)$
दर्शाइए कि दोनों चतुर्भुज ABCD तथा DCPR समलंब हैं।



अध्याय 9

समांतर चतुर्भुज और त्रिभुजों के क्षेत्रफल उत्तर

1. लंब
2. समांतर
3. क्षेत्रफल
4. समांतर भुजाओं का योग
5. बराबर
6. 2:1
7. 1:1
8. 40cm^2
9. 11cm
10. 36cm^2
11. 50cm^2
12. $PQ=7\text{cm}$
13. 7cm^2
14. 1:1
15. 1:4
16. 40cm^2
17. 1:1
18. 15cm^2
19. (i) a) 35cm^2
(ii) c) 70cm^2
(iii) b) 35cm^2
(iv) b) 10cm
(v) c) 10cm
20. (i) d) 120cm^2
(ii) b) 15cm^2
(iii) a) 15cm^2
(iv) a) 1:1
(v) a) 1

23. $\frac{11}{2}$ इकाई

24. क्षेत्रफल (PQRS) = PQ x ST

$$= 108\text{cm}^2$$

$$108 = SP \times 6\text{cm}$$

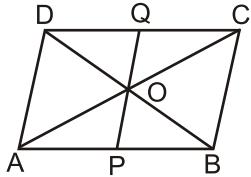
$$SP = 18\text{cm}$$

25. $\sqrt{8}\text{cm}$ or $\sqrt{2}\text{cm}$

29. 10cm^2

31. 10cm^2

34.



$$\triangle POA \cong \triangle QOC$$

$$\Rightarrow \text{क्षेत्रफल } (\triangle POA) = \text{क्षेत्रफल } (\triangle QOC)$$

35. क्योंकि $\triangle PTS \cong \triangle RTQ$

$$\text{इसलिए } \text{क्षेत्रफल } (\triangle PTS) = \text{क्षेत्रफल } (\triangle RTQ)$$

40. क्षेत्रफल ($\triangle CMD$) = 16cm^2

43. (a) क्षेत्रफल ($\triangle ACP$) = क्षेत्रफल ($\triangle ACD$)

$$\text{क्षेत्रफल } (\triangle ACP) + \text{क्षेत्रफल } (\triangle ABC) = \text{क्षेत्रफल } (\triangle ACD) + \text{क्षेत्रफल } (\triangle ABC)$$

$$\text{क्षेत्रफल } (\triangle ABP) = \text{क्षेत्रफल } (\text{चतुर्भुज } ABCD)$$

(b) क्षेत्रफल ($\triangle ACD$)

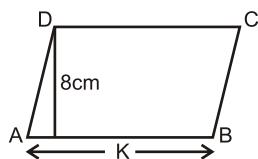
समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल

समय : 1 घण्टा

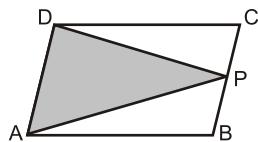
अभ्यास परीक्षा

M.M. 25

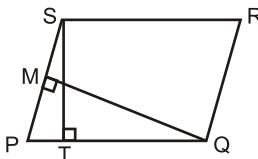
1. एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुजों के क्षेत्रफलों का क्या अनुपात है ? (1)
2. समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 96cm^2 है। K का मान ज्ञात कीजिए। (1)



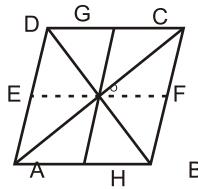
3. यदि समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 60cm^2 है, तो $\triangle APD$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (1)



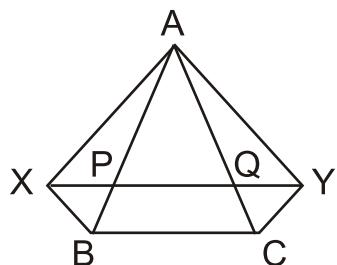
4. दर्शाइए कि एक त्रिभुज की माध्यिका उसे दो समान क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में बाँटती है। (2)
5. संलग्न आकृति में, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, जिसमें $PQ=12\text{cm}$, $ST=9\text{cm}$, $QM=6\text{cm}$, $ST \perp PQ$ तथा $QM \perp SP$ है। SP की लंबाई ज्ञात कीजिए। (2)



6. चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD एक दूसरे को P पर काटते हैं। दर्शाइए कि $\text{क्षे. } (\triangle APB) \times \text{क्षे. } (\triangle CPD) = \text{क्षे. } (\triangle APD) \times \text{क्षे. } (\triangle BPC)$ (2)
7. आकृति में, समांतर चतुर्भुज ABCD के अम्मंतर में बिंदु O स्थित है। सिद्ध कीजिए $\text{क्षे. } (\triangle AOB) + \text{क्षे. } (\triangle COD) = \text{क्षे. } (\triangle AOD) + \text{क्षे. } (\triangle BOC)$ (3)

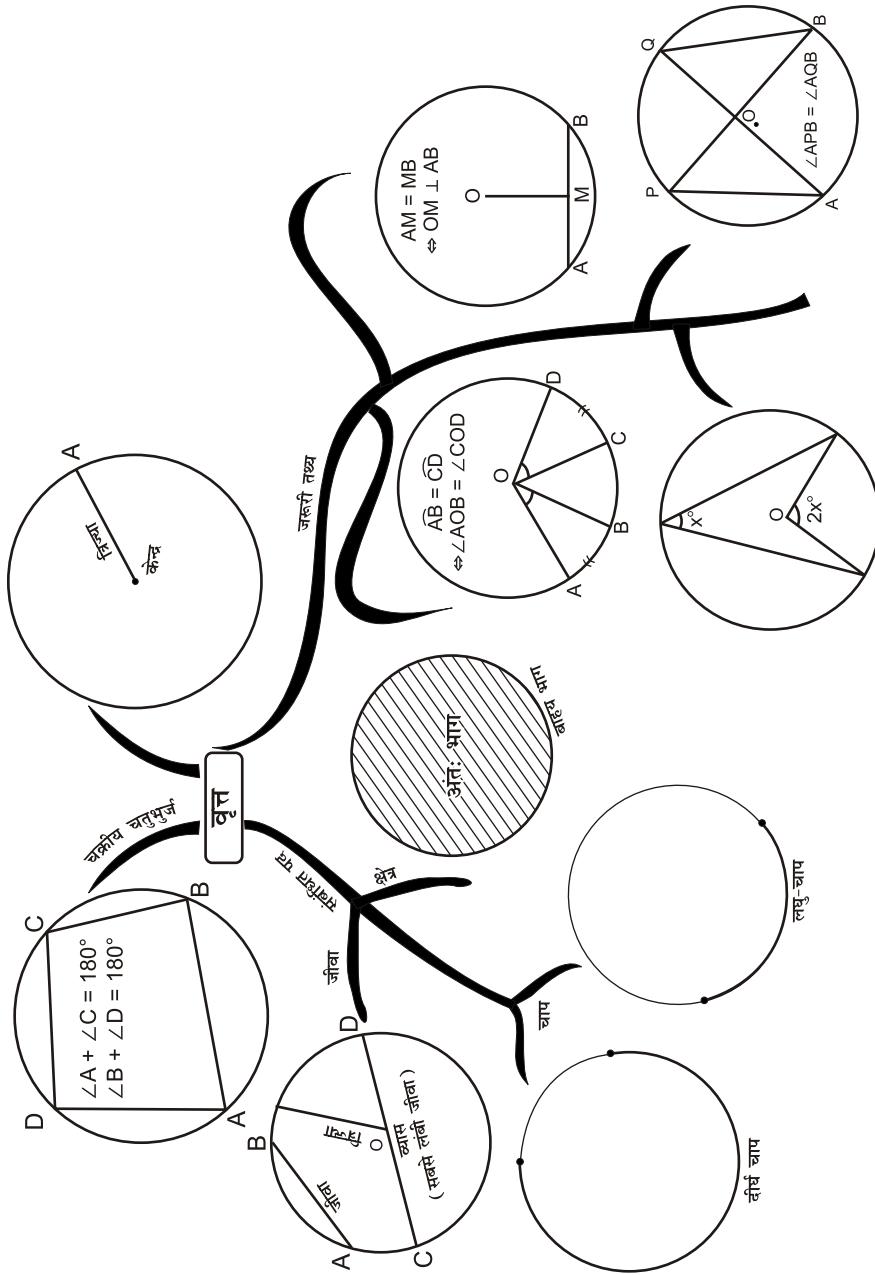


8. $\triangle ABC$ के आधार BC पर एक बिंदु D इस प्रकार है कि $BD = \frac{1}{2}DC$ | सिद्ध कीजिए कि : $\text{क्षेत्र}(\Delta ABD) = \frac{1}{3} \text{क्षेत्र}(\Delta ABC)$ (3)
9. सिद्ध कीजिए कि समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के मध्य बने समातंर चर्तुभुजों के क्षेत्रफल समान होते हैं। (5)
10. आकृति में, $\triangle ABC$ में $PQ \parallel BC$ हैं। यदि $BX \parallel CA$ तथा $CY \parallel BA$ हो तो दर्शाइए कि $\text{क्षेत्र}(\Delta ABX) = \text{क्षेत्र}(\Delta ACY)$



अध्याय 10

वृत्त माइंड मैप



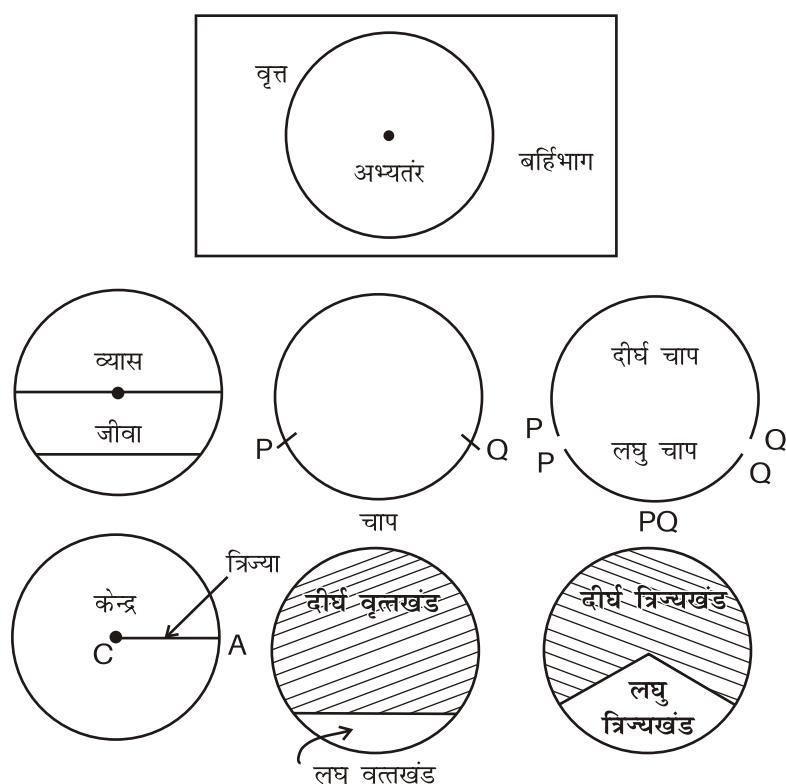
अध्याय 10

वृत्त

महत्वपूर्ण बिन्दु

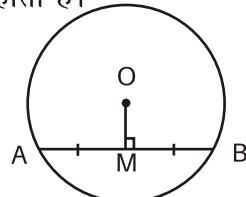
- एक तल पर उन सभी बिन्दुओं का समूह जो तल के एक स्थिर बिन्दु से एक स्थिर दूरी पर स्थित हो, एक वृत्त कहलाता है। स्थिर बिन्दु को वृत्त का केन्द्र व स्थिर दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

वृत्त और इससे संबंधित पद

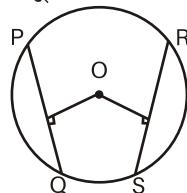


- तीन असंरेखीय बिन्दुओं से जाने वाला एक और केवल एक वृत्त होता है।
- वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं।
- यदि एक वृत्त की जीवाओं द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण बराबर हों तो वे जीवाएँ बराबर होती हैं।

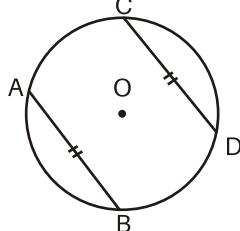
- एक वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।
- एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लम्ब होती हैं।



- एक वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं।
- सर्वांगसम वृत्तों की बराबर जीवाएँ केन्द्रों से समान दूरी पर होती हैं।
- एक वृत्त के केन्द्र से समदूरस्थ जीवाएँ लम्बाई में समान होती हैं।

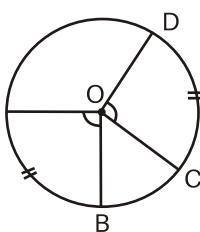


- यदि किसी वृत्त की दो जीवाएँ बराबर हों तो उनके संगत चाप सर्वांगसम होते हैं।
- यदि किसी वृत्त के चाप सर्वांगसम हों तो उनकी संगत जीवाएँ बराबर होती हैं।



- किसी वृत्त की सर्वांगसम चाप (या बराबर चाप) केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करते हैं।

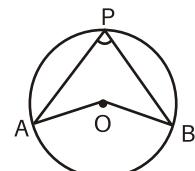
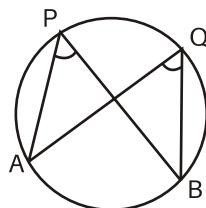
$$\Rightarrow \boxed{\angle AOB = \angle COD}$$



- एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है। $\Rightarrow \angle AOB = 2\angle APB$

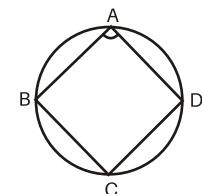
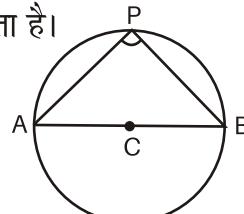
- एक ही वृत्त खण्ड के कोण बराबर होते हैं।

$$\Rightarrow \angle APB = \angle AQB$$



- अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है।

$$\Rightarrow \angle APB = 90^\circ$$



- चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° होता है।

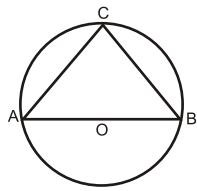
$$\Rightarrow \angle A + \angle C = 180^\circ, \quad \angle B + \angle D = 180^\circ$$

- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° हो तो यह चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होता है।

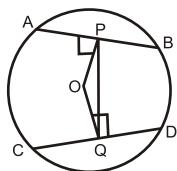
अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (1 से 5)

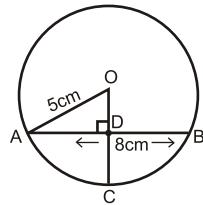
- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° हो, तो वह होता है।
- व्यास किसी वृत्त की सबसे जीवा होती है।
- एक ही केंद्र और भिन्न त्रिज्या वाले वृत्तों को कहते हैं।
- अर्धवृत्त में बना कोण होता है।
- यदि एक वृत्त की दो जीवाएं समान हों तो उनकी संगत चाप भी होती है।
- आकृति में, $\angle AOB$ वृत्त का व्यास है और $AC=BC$ है। $\angle CAB$ ज्ञात कीजिए।



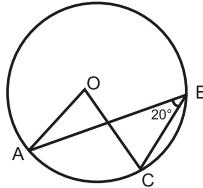
7. आकृति में, AB और CD एक वृत्त जिसका केंद्र O है, की दो समान जीवाएं हैं। OP और OQ क्रमशः जीवाओं AB और CD पर लंब हैं। यदि $\angle POQ=150^\circ$ हो, तो $\angle APQ$ ज्ञात कीजिए।



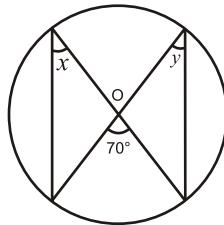
8. आकृति में, OA=5cm, AB=8cm और $OD \perp AB$ है। CD ज्ञात कीजिए।



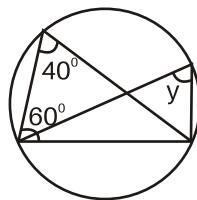
9. 13cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के केंद्र से उस वृत्त को 10cm लंबी किसी जीवा की लंबवत् दूरी ज्ञात कीजिए।
10. आकृति में $\angle ABC=20^\circ$, $\angle AOC$ ज्ञात कीजिए।



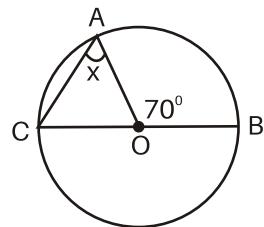
11. यदि किसी $\triangle ABC$ में $AB=12\text{cm}$, $BC=16\text{cm}$ और $AB \perp BC$ हो, तो A, B और C से गुजरने वाले वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
12. आकृति में, x और y का मान ज्ञात कीजिए।



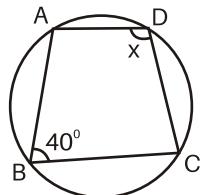
13. एक वृत्ताकार पिज्जा को चार भागों में बाँटा जाता है। प्रत्येक भाग क्या प्रदर्शित करता है?
14. एक वृत्त का व्यास AD और AB जीवा है। यदि $AD=34\text{cm}$ $AB=30\text{cm}$, तो वृत्त के केन्द्र से AB की दूरी ज्ञात कीजिए।
15. दिए गए दो संकेन्द्रीय वृत्तों के केन्द्र O हैं। एक रेखा वृत्तों को क्रमशः A, B, C तथा D , पर काटती है। यदि $AB=10\text{cm}$ तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
16. दी गई आकृति में y का माप ज्ञात कीजिए।



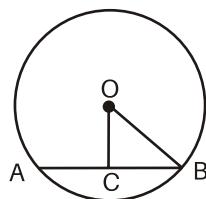
17. दी गई आकृति में x का माप ज्ञात कीजिए।



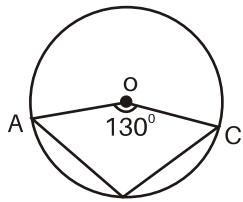
18. x का मान ज्ञात कीजिए।



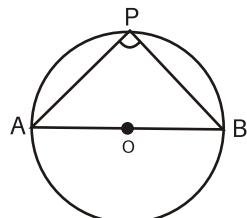
19. दी गई आकृति में O से जीवा AB पर OC लम्ब खींचा गया है। यदि $OB=5\text{cm}$ और $OC=3\text{cm}$ तो AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



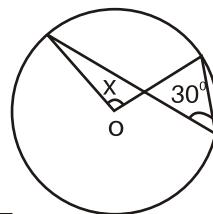
20. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है यदि $\angle AOC = 130^\circ$ तो $\angle ABC$ का मान ज्ञात कीजिए।



21. दी गई आकृति में OAB वृत्त का व्यास है और P वृत्त पर स्थित एक बिन्दु है तो $\angle APB$ का मान ज्ञात कीजिए।

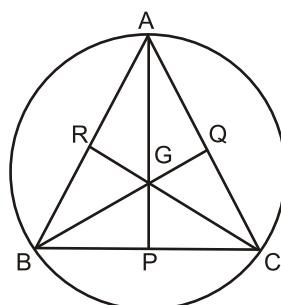
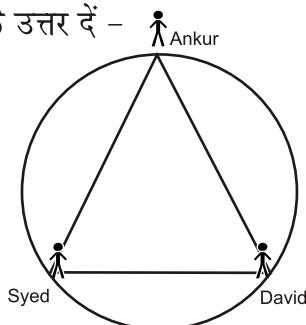


22. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।

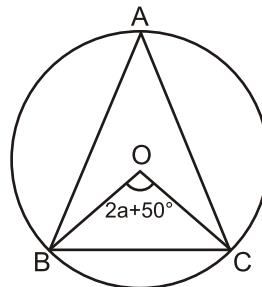
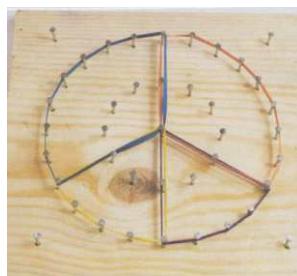


केस स्टडी पर आधारित प्रश्न :-

23. 20cm त्रिज्या का एक गोल पार्क (वृताकार) एक कालोनी में स्थित है। तीन लड़के अकुर, सैथ्यद तथा डेविड इसकी परिसीमा पर बराबर दूरी पर बैठे हैं और प्रत्येक के हाथ में एक खिलौना टेलीफोन आपस में बात करे के लिए है, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। AP, BQ और CR त्रिभुज ABC की मधिकाएँ हैं। दी गई जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें -



- A. AG की लंबाई है:-
 a) 20m b) 10m c) 22m d) 25m
- B. AP की लंबाई है :
 a) 20m b) 30m c) 40m d) $20\sqrt{2}m$
- C. $\angle BGC$ का माप है:
 a) 60° b) 90° c) 120° d) 150°
- D. $\angle ABQ$ का माप है:
 a) 20° b) 30° c) 45° d) 60°
- E. AB की लंबाई है:
 a) 30m b) $10\sqrt{3}m$ c) $20\sqrt{3}m$ d) $30\sqrt{3}m$
24. मैथ लैब में किसी क्रिसाकलाप में बच्चे वृत्ताकार जियोबोर्ड का प्रयोग करते हैं। आकृति में वृत्त की एक चाप BC द्वारा केंद्र पर बना कोण $(2a + 50^\circ)$ का है।

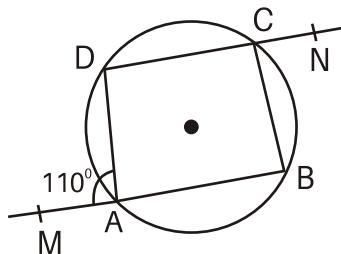


- A. $\angle BAC$ का माप है:
 a) a b) 25 c) 2a d) $a + 25$
- B. यदि $a=30^\circ$ हैं, तो $\angle BAC$ का माप होगा:
 a) 110° b) 55° c) 50° d) 60°
- C. यदि $a=15^\circ$ हो, तो प्रतिवर्ती $\angle BOC$ का माप होगा:
 a) 100° b) 55° cm c) 50° cm d) 90°
- D. यदि $a=5^\circ$ और वृत्त की त्रिज्या 10cm हो, तो BC होगा:
 a) 5cm b) 8cm c) 10cm d) 15cm
- E. यदि वृत्त की त्रिज्या 20cm और BC=12cm हो, तो केंद्र से BC की लंबवत् दूरी होगी:
 a) 6cm b) 8cm c) 10cm d) 12cm

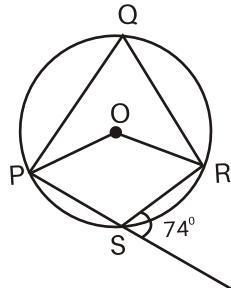
25. 5m त्रिज्या वाले वृत्त की परिसीमा पर तीन लड़कियाँ रेशमा, सलमा और मनदीप क्रमशः बिंदु R, S और M पर खड़ी होकर आपस में खेल रही हैं। रेशमा एक गेंद को सलमा के पास, सलमा मनदीप के पास तथा मनदीप रेशमा के पास फेंकती है। यदि रेशमा तथा सलमा के बीच और सलमा तथा मनदीप के बीच प्रत्येक दूरी 6m है व ओ वृत्त का केंद्र है। तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दें।
- A. अनुपात $\angle MOS : \angle MRS$ होगा:
- a) 1:1 b) 1:2 c) 2:1 d) 3:2
- B. चतुर्भुज RSMO है:
- a) एक समांतर चतुर्भुज b) एक सम चतुर्भुज
c) एक वर्ग d) एक पतंग
- C. O से SM पर डाले गई लंब की लंबाई है:
- a) 5m b) 6m c) 4m d) 3.6m
- D. OP की लंबाई है
- a) 1.4m b) 4m c) 3.6m d) 3m
- E. रेशमा और मनदीप के बीच की दूरी है:
- a) 4.8m b) 3.6m c) 9.6m d) 7.2m

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

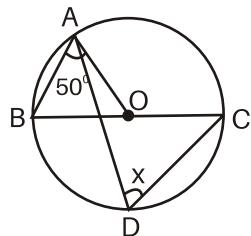
26. सिद्ध कीजिए चक्रीय समान्तर चतुर्भुज एक आयत होता है।
27. यदि एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के समान है तो उस जीवा द्वारा वृत्त पर अंतरित कोण की माप लघु चाप और दीर्घ चाप पर ज्ञात कीजिए।
28. दी गई आकृति में $\angle BCN$ का माप ज्ञात कीजिए।



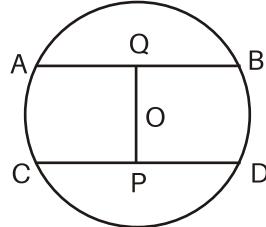
29. दी गई आकृति में प्रतिवर्ती कोण POR ज्ञात कीजिए।



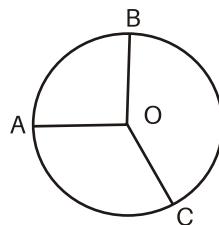
30. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र है यदि $\angle OAB = 50^\circ$ तो X का माप ज्ञात कीजिए।



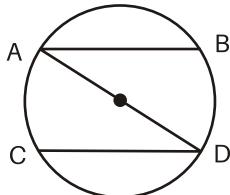
31. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र है तथा वृत्त की त्रिज्या 5cm, $OP \perp CD$, $OQ \perp AB$, $AB \parallel CD$, $AB = 6\text{cm}$ और $CD = 8\text{cm}$ तो PQ ज्ञात कीजिए।



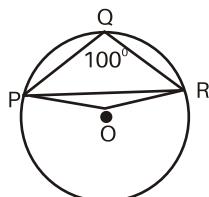
32. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$ $\angle ABC$ का माप ज्ञात कीजिए।



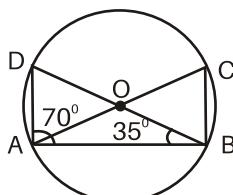
33. दी गई आकृति में, AB तथा CD समान्तर जीवाएँ हैं यदि चाप AC की लंबाई = 14 cm है तो BD की लंबाई ज्ञात कीजिए।



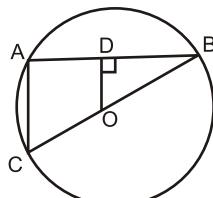
34. दी गई आकृति में $\angle PQR=100^\circ$ जहाँ P, Q और R वृत्त पर स्थित हैं जिसका केन्द्र O है तो $\angle OPR$ का माप ज्ञात कीजिए।



35. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र हैं यदि $\angle ABD=35^\circ$ और $\angle BAD=70^\circ$ तो $\angle ACB$ ज्ञात कीजिए।

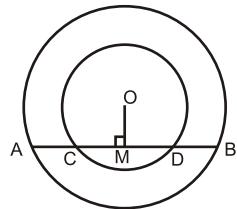


36. आकृति में, O केंद्र वाले वृत्त में OD जीवा AB पर लंब है। यदि BC वृत्त का व्यास हो, तो दिखाइए कि $CA=2OD$

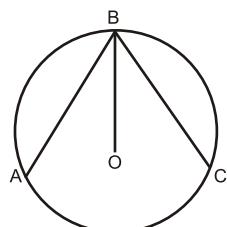


37. O केंद्र वाले दो संकेंद्रीय वृत्त हैं। AB बाहरी वृत्त की एक जीवा है। जो अंतरिक वृत्त को C और D पर काटती है (जैसा कि आकृति में दिखाया

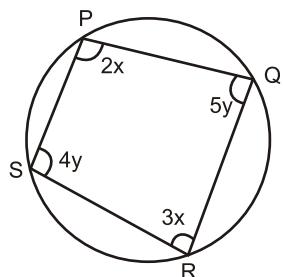
गया है) यदि $AB = 12\text{cm}$ और $CD = 8\text{cm}$ हो, तो AD ज्ञात कीजिए।



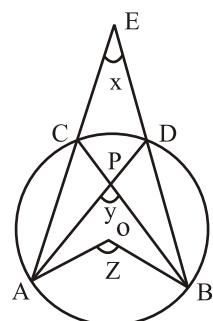
38. आकृति में, $AB=BC$ और O वृत्त का केंद्र है। सिद्ध कीजिए कि BO , $\angle ABC$ का समद्विभाजक है।



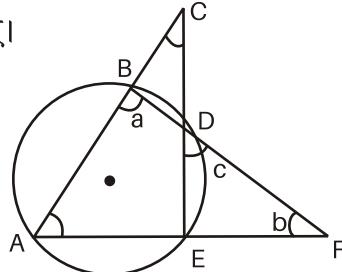
39. सिद्ध कीजिए कि व्यास किसी वृत्त की सबसे लंबी जीवा होती है।
40. आकृति में, PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है। x और y के मान ज्ञात कीजिए।



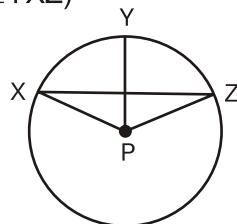
41. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए
 $\angle x + \angle y = \angle z$



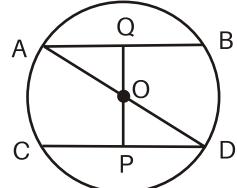
42. यदि समलंब चतुर्भुज की दो भुजाएँ जो समान्तर नहीं हैं समान हों तो सिद्ध कीजिए कि यह एक चक्रीय चतुर्भुज है।
43. दी गई आकृति में यदि $\angle BCD=43^\circ$, $\angle BAF=62^\circ$ हो तो a, b, और c का मान ज्ञात कीजिए।



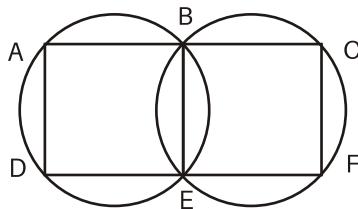
44. दी गई आकृति में P, वृत्त का केन्द्र है तो सिद्ध कीजिए।
 $\angle XPZ = 2(\angle XZY + \angle YXZ)$



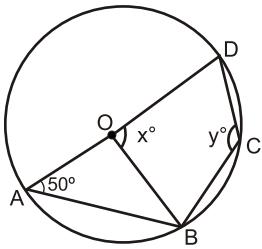
45. दी गई आकृति में AD वृत्त का व्यास तथा O केन्द्र है $AB \parallel CD$ तो सिद्ध कीजिए $AB = CD$.



46. सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज के केन्द्रक और परिकेन्द्र एक ही बिन्दु होते हैं।
47. दी गई आकृति में A, B, C और D, E, F सरेखी बिन्दुओं के दो युग्म हैं तो सिद्ध कीजिए $AD \parallel CF$.

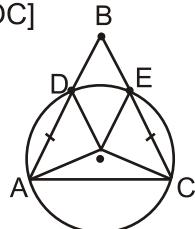


48. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है और $\angle DAB=50^\circ$ तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

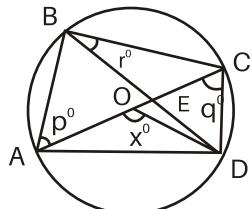


49. यदि एक वृत्त की दो समान जीवाएँ वृत्त के अभ्यन्तर में एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हों तो सिद्ध कीजिए एक जीवा के खण्ड दूसरी जीवा के संगत खण्डों के समान होते हैं।
50. यदि किसी चतुर्भुज के समुख कोणों का एक युग्म सम्पूरक हो तो सिद्ध कीजिए कि वह चतुर्भुज चक्रीय होगा।
51. एक त्रिभुज ABC के कोणों A, B, और C के समद्विभाजक इसके परिवृत्त को क्रमशः D, E, और F पर प्रतिच्छेद करते हैं सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज DEF के कोण क्रमशः $90^\circ - \frac{1}{2}A$, $90^\circ - \frac{1}{2}B$, $90^\circ - \frac{1}{2}C$ हैं।
52. चक्रीय चतुर्भुज के बर्हिभाग के वृत्तखण्ड के कोणों के मापों का योगफल ज्ञात कीजिए।
53. मान लीजिए कि त्रिभुज ABC का शीर्ष B एक वृत्त के बाहर स्थित है और कोण की भुजाएँ AB तथा CB वृत्त से बराबर जीवाएँ AD और CE काटती हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle ABC$ जीवाओं AC और DE द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोणों के अंतर का आधा है।

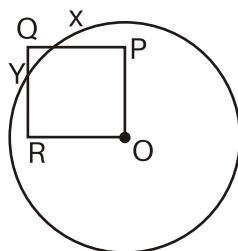
$$\angle ABC = \frac{1}{2} [\angle DOE - \angle AOC]$$



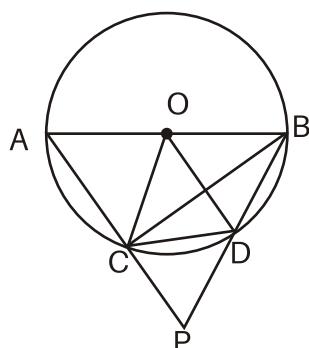
54. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O, व्यास AC और जीवा BD और AC एक दूसरे को E पर काटते हैं। यदि $\angle AOD = x^\circ$, $\angle BAC = p^\circ$, $\angle ACD = q^\circ$ है तो P, Q, R, का मान x के पदों में ज्ञात कीजिए।



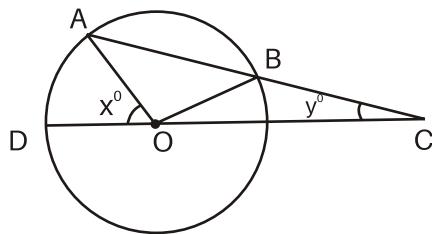
55. सिद्ध कीजिए कि तीन दिए हुए असरेखी बिन्दुओं द्वारा होकर जाने वाला एक और केवल एक वृत्त है।
56. दिए गए चित्र में OPQR एक वृत्त है। एक वृत्त जिसका केन्द्र O है इस वर्ग को X तथा Y पर काटता है। सिद्ध कीजिए $QX=QY$



57. सिद्ध कीजिए कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का प्रत्येक युग्म सम्पूरक होता है।
58. दिए गए चित्र में, वृत्त C (o,r) का व्यास AB है तथा चाप CD वृत्त की त्रिज्या OC के बराबर है। यदि AC तथा BD को बढ़ाने पर वे बिन्दु P पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\angle APB$ का मान 60° है।

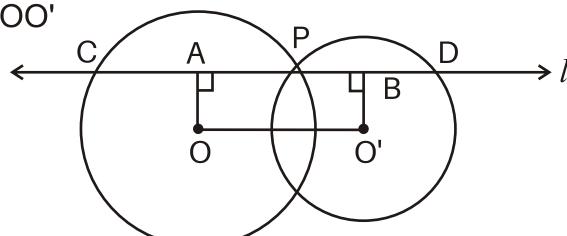


59. दिए गए चित्र में, वृत्त जिसका केन्द्र O है, में जीवा AB को बिन्दु C तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $BC=OB=OC$ को मिलाया गया तथा बिन्दु D पर वृत्त से मिलाया गया है। यदि $\angle ACD=y^\circ$ तथा $\angle AOD=x^\circ$ तो सिद्ध कीजिए $x=3y$

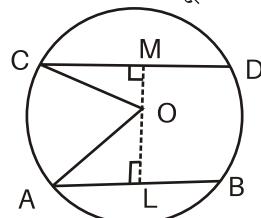


60. दो वृत्त जिनके केन्द्र O तथा O' हैं, बिन्दु P पर प्रतिच्छेद करते हैं। बिन्दु P से OO' के समान्तर एक रेखा ℓ खींची गई जो वृत्तों को बिन्दु C तथा D पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए

$$CD=2AB$$

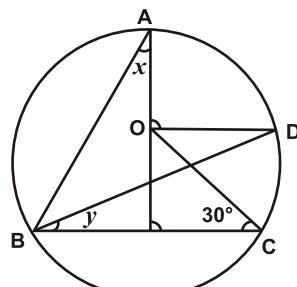


61. किसी वृत्त पर दो समान्तर जीवाएँ AB तथा CD वृत्त के केन्द्र O की विपरीत दिशाओं में इस प्रकार स्थित हैं कि $AB=10\text{cm}$, $CD=24\text{cm}$ तथा AB और CD के बीच की दूरी 17cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

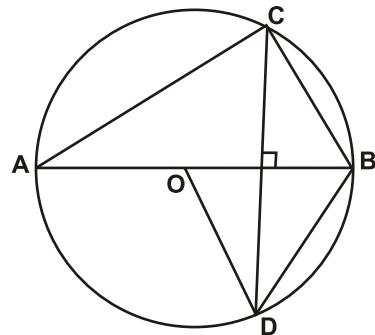


दोष उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

62. AB और AC त्रिज्या r वाले एक वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि $AB=2AC$ है। यदि p और q क्रमशः केंद्र से AB और AC की दूरियाँ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $4q^2=p^2+3r^2$ है।
63. आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है और $\angle BCO=30^\circ$ है। x और y ज्ञात कीजिए।



64. आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है $BD=OD$ और $CD \perp AB$ है। $\angle CAB$ ज्ञात कीजिए।



65. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा वृत्त के केंद्र पर अंतरित कोण उसी चाप द्वारा वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगना होता है।
66. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त की दो जीवाएँ एक दूसरों को समद्विभाजित करती हो तो वे वृत्त की व्यास होगी।
67. किसी चक्रीय चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजकों में बना चतुर्भुज भी चक्रीय होता है। सिद्ध कीजिए।

अध्याय 10

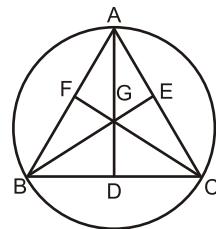
वृत्त

उत्तर व संकेत

1. चक्रीय
2. लंबी
3. सकेंद्रीय
4. समकोण or 90°
5. समान
6. 45°
7. 105°
8. 2cm
9. 12cm
10. 40°
11. 10cm
12. $x=35^\circ, y=35^\circ$
13. त्रिज्याखण्ड
14. 8cm
15. 10cm
16. $y=40^\circ$
17. 35°
18. $x+40^\circ=180^\circ$
 $x = 140^\circ$
19. $CB = 4\text{cm}$
 $\therefore AB = 8\text{cm}$
20. $\angle ABC = 115^\circ$
21. $\angle APB = 90^\circ$
22. $x = 60$
23. (A) (a) 20m
(B) (b) 30m
(C) (c) 120°
(D) (b) 30°
(E) (c) $20\sqrt{3}$
24. (A) (d) $a+25$
(B) (b) 55°
(C) (c) 280°
(D) (c) 10cm
(E) (b) 8cm

25. (A) (c) 2:1
 (B) (d) Kite
 (C) (c) 4m
 (D) (a) 1.4m
 (E) (c) 9.6m
27. $30^\circ, 150$
28. $\angle DAM + \angle DAB = 180^\circ$
 $\angle DAB = 70^\circ$
 $\angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$
 $\angle DCB = 110^\circ$
 $\angle BCN + \angle DCB = 180^\circ$
 $\angle BCN = 70^\circ$
29. $\angle PSR + \angle RST = 180^\circ$
 $\angle PSR = 106^\circ$
 reflex $\angle POR = 2 \angle PSR$
 $= 212^\circ$
30. $\angle AOB = 80^\circ$
 $\angle AOB + \angle AOC = 180^\circ$
 $\angle AOC = 100^\circ$
 $\angle ADC = \angle AOC$
 $\angle ADC = 50$
31. $AQ = \frac{1}{2} AB$
 $AQ = 3\text{cm}$
 $(OA)^2 = (AQ)^2 + (OQ)^2$
 $OQ = 4\text{cm}$
 इसी प्रकार $OP = 3\text{cm}$
 $PQ = 7\text{cm}$
32. $\angle AOB + \angle BOC + \angle AOC = 360^\circ$
 $\angle AOC = 150^\circ$
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$
 $= 75^\circ$
33. $BD = 14\text{cm}$
34. $\angle OPR = 10^\circ$
35. $\angle ABD + 70^\circ + 35^\circ = 180^\circ$
 $\angle ADB = 75^\circ$
 $\angle ACB = \angle ADB = 75^\circ$
36. $OD \parallel AC$
 $OD = \frac{1}{2} CA$

- CA = 20D
37. AM = 6cm
MD = 4cm
AD = (6+4)cm
= 10cm
38. $\triangle AOB \cong \triangle COB$ by sss
 $\Rightarrow \angle OBA = \angle OBC$
 $\Rightarrow OB, \angle ABC$ को समद्विभाजित करता है।
40. $2x + 3x = 180^\circ$
 $x = 36^\circ$
 $4y + 5y = 180^\circ$
 $y = 20^\circ$
41. $\angle ACB = \angle ADB$
 $\angle z = 2 \angle ACB$
 $\angle z = \angle ACB + \angle ADB$
 $\angle y = \angle ACB + \angle CAD$
 $\angle z = \angle y - \angle DAC + \angle ADB$
 $\angle ADB - \angle DAC = \angle x$
 $\angle x + \angle y = \angle z$
43. $a = 105^\circ, b = 13^\circ, c = 62^\circ$
44. $\angle XPY = 2 \angle XZY$
 $\angle YPZ = 2 \angle YXZ$
 $\angle XPZ = 2 (\angle XZY + \angle YXZ)$
45. $\triangle AOQ \cong \triangle POD$
 $\Rightarrow OQ = OP$ by CPCT
 $\Rightarrow AB = CD$
46. $\triangle BEC \cong \triangle BFC$
 $\Rightarrow BE = CF$
इसी प्रकार $\triangle CAF \cong \triangle CAD$
 $\Rightarrow CF = AD$
 $AD = BE = CF$
 $\frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}BE = \frac{2}{3}CF$
- GA = GB = GC
केंद्रक और परिकेन्द्रक एक ही बिंदु पर
47. $\angle DAB + \angle BED = 180^\circ$
 $\angle BED = \angle BCF$
 $\Rightarrow \angle DAB + \angle BCF = 180^\circ$
 $AD \parallel CF$

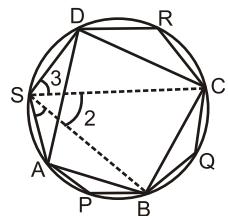


48. $\angle AOB = 80^\circ$

$x = 100^\circ$

$y = 130^\circ$

52.



$$\angle 1 + \angle P = 180^\circ$$

$$\angle 2 + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle 3 + \angle R = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle P + \angle 2 + \angle Q + \angle 3 + \angle R = 3 \times 180^\circ \Rightarrow \angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 6 \times 90^\circ$$

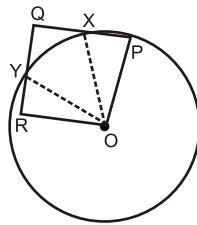
$$(\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle S)$$

54. $p = 90$

$$q = \frac{1}{2}x$$

$$r = 90 - \frac{1}{2}x$$

56.



$$QR = QP$$

$$\triangle ORY \cong \triangle OPX$$

$$\therefore RY = PX$$

$$QR - RY = QP - PX$$

$$QY = QX$$

59. $\angle BOC = y$

$$\angle ABO = 2y, \angle OAB = 2y$$

$$(2y) + (2y) + (180 - x - y) = 180^\circ$$

$$x = 3y$$

60. $CA = AP$

$$\Rightarrow CP = 2AP$$

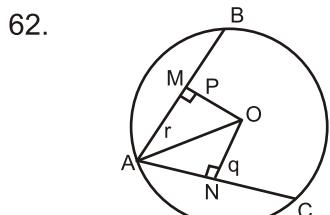
$$BP = BD$$

$$\Rightarrow PD = 2PB$$

$$CD = 2AP + 2PB$$

$$CD = 200$$

61. $OA^2 = OL^2 + AL^2$
 $r^2 = x^2 + 5^2 \quad \text{--- 1}$
 $OC^2 = OM^2 + CM^2$
 $r^2 = (17-x)^2 + (12)^2 \quad \text{--- 2}$
 from 1 & 2
 $34x = 408$
 $x = 12\text{cm}$
 $\therefore r = 13\text{cm}$
 [Where $OL = x$, $OM = 17-x$]



$$\left(\frac{AB}{2}\right)^2 = r^2 - P^2$$

$$AB^2 = 4r^2 - 4P^2$$

इसी प्रकार $AC^2 = 4r^2 - 4q^2$

As $AB = 2AC$
 $AB^2 = 4AC^2$
 $4r^2 - 4P^2 = 4[4r^2 - 4q^2]$
 $4q^2 = P^2 + 3r^2$

63. $\angle EOC = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ$
 $= 60^\circ$
 $COD = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ$
 $= 30^\circ$
 $2y = 30^\circ$
 $y = 15^\circ$

64. $\angle ABD = \frac{1}{2}x \times 90^\circ$

$$= 45^\circ$$

$$\angle ABC = 60^\circ$$

In $\triangle ABE$,

$$60^\circ + x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

$$x = 30^\circ, y = 15^\circ$$

65. $\therefore OB = OD = BD$
 $\therefore \angle BOD = 60^\circ \Rightarrow \angle AOD = 120^\circ$
 Now $\angle ACD = 60^\circ \Rightarrow \angle CBA = 60^\circ$
 Hence $CAB = 30^\circ$

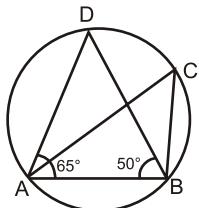
वृत्त

समय : 1 घंटा

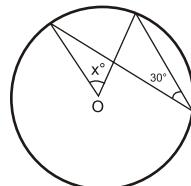
अभ्यास परीक्षा

अधिकतम अंक: 25

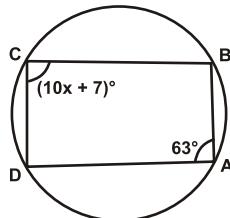
1. आकृति में, $\angle DAB = 60^\circ$ और $\angle ABD = 50^\circ$ हो, तो $\angle ACB$ का मान बताइए। (1)



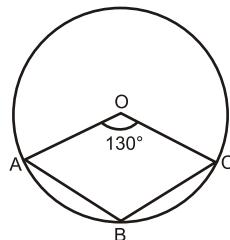
2. वृत्त की एक जीवा उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस जीवा द्वारा लघु चाप पर आंतरित कोण की माप ज्ञात कीजिए। (1)
3. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है। x का मान ज्ञात कीजिए। (1)



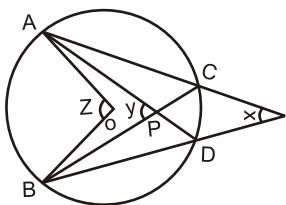
4. सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त की समान जीवाएँ केंद्र पर समान कोण अंतरित करती हैं। (2)
5. आकृति में, एक वृत्त A, B, C, D से गुजरता है। यदि $\angle BAD = 63^\circ$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)



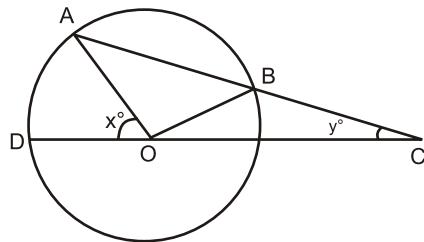
6. आकृति में, O वृत्त का केंद्र है। यदि $\angle AOC = 130^\circ$ हो तो $\angle ABC$ ज्ञात कीजिए। (2)



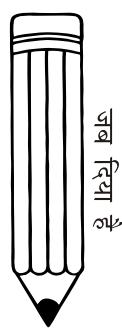
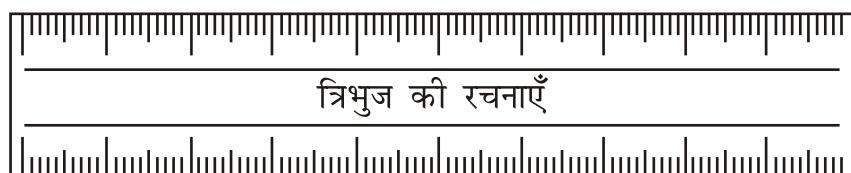
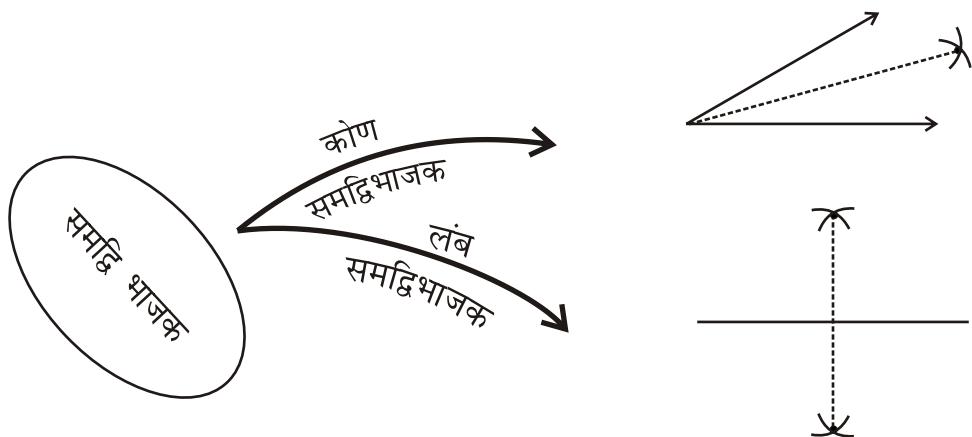
7. सिद्ध कीजिए कि, चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होता है। (3)
8. आकृति में, O वृत्त का केंद्र है। सिद्ध कीजिए कि: $\angle x + \angle y = \angle z$ (3)



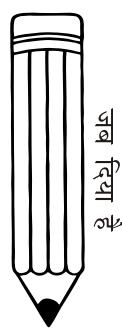
9. सिद्ध कीजिए “एक चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिंदु पर अंतरित कोण का दुगना होता है।” (5)
10. आकृति में, O केन्द्र वाले वृत्त की AB एक जीवा है। AB को इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $BC=OB$ है। CO को भी बढ़ाया गया है कि वह वृत्त को D पर मिलती है। यदि $\angle ACD=y^\circ$ और $\angle AOD=x^\circ$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $x=3y$. (5)



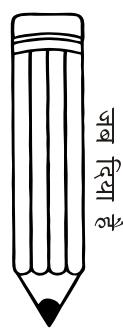
अध्याय 11
रचनाएँ
माइंड मैप



आधार, आधार का
कोण तथा शेष दो
भुजाओं का योग



आधार, आधार का
कोण तथा शेष दो
भुजाओं का अंतर



दोनों आधार के
कोण तथा त्रिभुज
का परिमाप

महत्वपूर्ण बिंदु

1. कोण-समद्विभाजक : वह रेखाखण्ड जो दिए गए कोण को दो समान भागों में बाँटता है। इसको कोण-अर्धक भी कहते हैं।
2. लंब समद्विभाजक : वह रेखाखण्ड जो दिए गए रेखाखण्ड को दो समान भागों में बाँटता है।
3. 60° और 120° के कोण बिना समद्विभाजित किए परकार से बनाए जा सकते हैं।
4. किसी कोण को समद्विभाजित करने पर उस कोण का आधा प्राप्त होता है जैसे कि 30° के कोण को समद्विभाजित करने पर 15° का कोण प्राप्त होता है।

अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. 50° के कोण को समद्विभाजित करने पर प्राप्त कोणों की माप क्या होगी ?
2. 8 सेमी लंबे रेखाखण्ड का लंब-समद्विभाजक उसे सेमी के दो भागों में बाँटता है।
3. 135° का कोण प्राप्त करने के लिए हमें और के कोणों को मध्य से समद्विभाजित करना होता है।
4. लंब-समद्विभाजक किसी रेखाखण्ड को कर देता है।
5. 60° और 90° के कोणों को मध्य से समद्विभाजित करने पर कौन सा कोण प्राप्त होता है ?
6. एक रेखाखण्ड $AB = 6.4$ सेमी का लंब-समद्विभाजक खींचिए।
7. परकार के प्रयोग से 15° के कोण की रचना कीजिए।
8. परकार के प्रयोग से 90° के कोण की रचना कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

9. एक 7.2 सेमी लंबा रेखाखण्ड खींचकर उसे दो बराबर भागों में बाँटिए। प्रत्येक भाग की लंबाई मापिए।

10. एक रेखाखण्ड $PQ=8$ सेमी खींचिए। बिंदु P पर एक लंब की रचना कीजिए।
11. $AB=7.9$ सेमी लंबा रेखाखण्ड खींचिए और A तथा B पर लंब की रचना कीजिए। क्या ये दोनों लंब एक दूसरे के समान्तर हैं ?
12. चाँदे की सहायता से $\angle ABC=32^\circ$ की रचना कीजिए। अब परकार की सहायता से $\angle ABC$ के बराबर दूसरे कोण की रचना कीजिए।
13. $XY = 12-4$ सेमी लंबा रेखाखण्ड खींचिए। पैमाने तथा परकार की सहायता से XY ज्ञात कीजिए। पैमाने से मापकर जाँच कीजिए।
14. एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी दो भुजाओं का योग 10 सेमी है।

दीर्घ-उत्तर प्रश्न (5 अंक)

15. त्रिभुज ΔXYZ की रचना कीजिए जिसमें $XY=4.5\text{cm}$, $ZX=6.0\text{cm}$. $YZ=5.0\text{cm}$ हो। सबसे बड़े कोण का अर्धक भी खींचिए।
16. $\frac{6}{4}\text{cm}$. भुजा की माप के समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए। इनके शीर्षों को P,Q तथा R से दर्शाइए। बिन्दु Q से एक माध्यिका QT खींचिए।
17. एक समकोण ABC की रचना कीजिए जिसमें $\angle B=90^\circ$, $AB+AC=10\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ है।
18. एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें $QR=7\text{cm}$, $\angle Q=75^\circ$, $PQ+PR=13\text{cm}$ है।
19. एक ΔPQR की रचना कीजिए जिसमें $QR=6\text{cm}$, $\angle Q=30^\circ$, $PQ-PR=3\text{cm}$ है।
20. ΔXYZ की रचना कीजिए जिसमें $YZ=4.1\text{cm}$, $\angle Y=45^\circ$, $XY+XZ=6.7\text{cm}$ है।
21. ΔPQR की रचना कीजिए जिसमें $QR=5\text{cm}$, $\angle R=45^\circ$, $PR-PQ=1.6\text{cm}$ है।

22. ΔXYZ की रचना कीजिए जिसमें $\angle Y=30^\circ$, $\angle Z=45^\circ$ तथा $XY+YZ+ZX=11\text{cm}$ है।
23. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $\angle B=45^\circ = \angle C=60^\circ$ तथा शीर्ष A से आधार BC पर लम्ब की लम्बाई 4.5cm है।
24. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाप 12cm तथा त्रिभुज के कोण $3:4:5$ के अनुपात में हैं।
25. सरकार द्वारा बुजुर्गों के लिए वृद्धाश्रम बनाया जाना है। यदि वृद्धाश्रम एक समकोण त्रिभुजाकार के आकार का है जिसकी एक भुजा की माप 13m. तथा कर्ण व अन्य भुजा का योग 15m हो तो त्रिभुज की रचना मापों को cm में लेकर करिये।
26. एक विद्यालय के इकोकलब ने विद्यालय में हरियाली के लिए एक तिकोना पार्क ABC इस प्रकार बनाया कि $BC=7\text{m}$, $\angle C=75^\circ$ तथा $AB+AC=13\text{m}$ है तो ΔABC की रचना कीजिए (मापों को cm में लीजिए)
27. ΔDEF की रचना कीजिए जिसमें $DE = 5\text{ cm}$, $\angle C=120^\circ$ तथा $EF - DF = 3.6\text{ cm}$ हो।
28. एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी दो भुजाओं का योग 8 सेमी है।

अध्याय 11

रचनाएँ

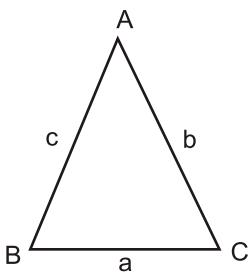
उत्तर

1. 25°
2. 4
3. 120 और 150 या कोई भी उचित माप
4. समद्विभाजित
5. 75°

अध्याय 12

हीरोन का सूत्र

माइंड मैप

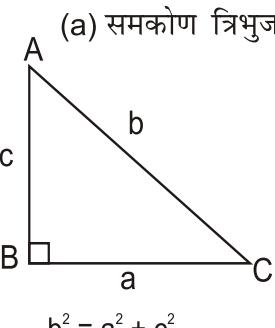


$$\text{अर्धपरिमाप} = \frac{a+b+c}{2} = S$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

हीरोन का सूत्र

त्रिभुजों के परिमाप एवं क्षेत्रफल



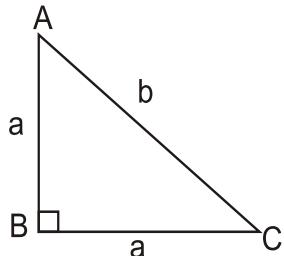
$$b^2 = a^2 + c^2$$

(पाइथागोरस प्रमेय)

$$\text{परिमाप} = a+b+c$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} a \times c$$

$$= \frac{1}{2} \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

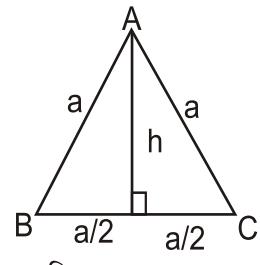


$$b^2 = 2a^2$$

(पाइथागोरस प्रमेय)

$$\text{परिमाप} = 2a + b$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} a^2$$



$$\text{परिमाप} = 3a$$

$$\text{ऊँचाई} (h) = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} a \times h$$

$$= \frac{1}{2} a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \\ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

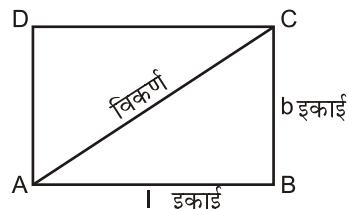
अध्याय 12

हीरोन का सूत्र

महत्वपूर्ण बिन्दु

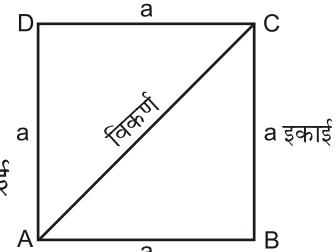
- आयत:- यदि किसी आयत की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः 'l' और 'b' इकाई हो तो

- आयत का परिमाप = $2(l + b)$ इकाई
- आयत का क्षेत्रफल = $l \times b$ वर्ग इकाई
- विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2}$ वर्ग इकाई



- वर्ग:- यदि किसी वर्ग की भुजा 'a' इकाई हो तो

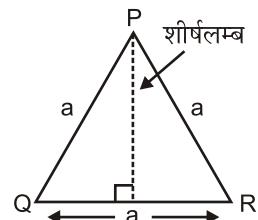
- वर्ग का परिमाप = $4a$ इकाई
- वर्ग का क्षेत्रफल = $(भुजा)^2 = (a)^2$ वर्ग इकाई
- वर्ग का विकर्ण = $\sqrt{2}a$ वर्ग इकाई
- वर्ग का क्षेत्रफल (विकर्ण के संदर्भ में) = $\frac{1}{2}(\text{विकर्ण})^2$



- त्रिभुज

A) समबाहु त्रिभुज - यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाएँ समान हो तो

- समबाहु त्रिभुज का परिमाप = $3a$ इकाई
- शीर्षलम्ब = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ इकाई
- क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ or $\frac{\sqrt{3}}{4}(भुजा)^2$ वर्ग इकाई



B) समकोण त्रिभुज:- किसी त्रिभुज में यदि एक कोण समकोण 90° हो तो

- कर्ण = $\sqrt{b^2 + h^2}$ इकाई

(ii) परिमाप = $(b + h + k)$ इकाई

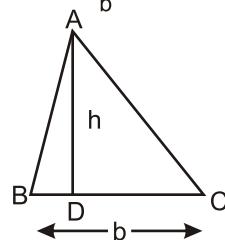
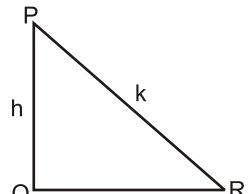
(iii) क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times b \times h$ वर्ग इकाई

त्रिभुज का क्षेत्रफल (सामान्य सूत्र)

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{संगत शीर्षलम्ब}$$

$$= \frac{1}{2} \times b \times h \text{ वर्ग इकाई}$$

हीरोन सूत्रः

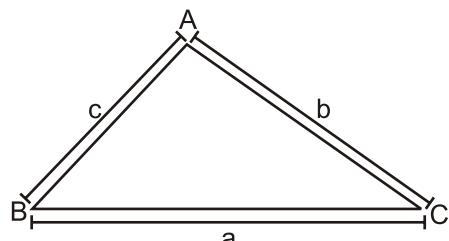


- माना त्रिभुज ABC में भुजा BC, AC व AB क्रमशः a, b व c इकाई हो तो

(i) परिमाप = $a + b + c$ इकाई

(ii) अर्ध परिमाप (S) = $\frac{a+b+c}{2}$ इकाई

(iii) त्रिभुज का क्षेत्रफल



$$\text{क्षे. } (\Delta ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ वर्ग इकाई}$$

नोट :- किसी भी तरह के त्रिभुज का क्षेत्रफल हीरोन के सूत्र का प्रयोग कर ज्ञात कर सकते हैं।

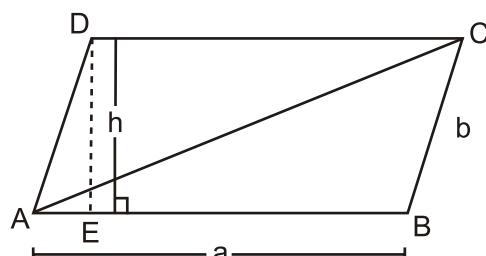
- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल :- किसी समांतर चतुर्भुज की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः a व b इकाई तथा h दो समांतर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी हो तो

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \text{आधार} \times \text{संगत शीर्षलम्ब}$$

$$= AB \times DE$$

$$= a \times h \text{ वर्ग इकाई}$$



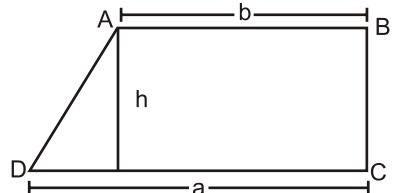
$$\text{अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times a \times h \text{ वर्ग इकाई}$$

- समलम्ब का क्षेत्रफल :- समलम्ब चतुर्भुज जिसमें AB||CD व AB = a इकाई तथा CD = b इकाई तथा दो संमातर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी h हो तो

समलंब का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{संमातर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$



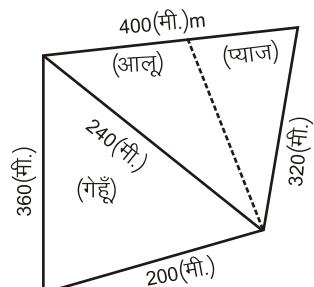
अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसका आधार व लंब क्रमशः 6 सेमी. व 3 सेमी. है।
2. 420 वर्ग से. मी. क्षेत्रफल वाले त्रिभुज का लंब ज्ञात करें जो 35 से.मी. आधार पर स्थित है।
3. ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसको आधार की माप 15 से.मी. व संगत ऊँचाई 9.8 से.मी. हो।
4. $2\sqrt{3}$ से.मी. भुजा वाले समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
5. "a" इकाई भुजा समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
6. ऐसे समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी दो समान भुजाओं की माप 13 से.मी. व आधार की माप 24 से.मी. है।
7. एक समबाहु त्रिभुज की लबवत् ऊँचाई 6 से.मी. है। इसकी भुजा की लंबाई ज्ञात करें।
8. एक समबाहु त्रिभुज, जिसकी भुजा '2a' इकाई है, का अर्धपरिमाप ज्ञात करें।
9. ऐसे समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप ज्ञात करें जिसके आधार की माप 'b' इकाई व दो समान भुजाएँ 'a' इकाई हो।
10. एक त्रिभुज की दो भुजाएँ 8 से.मी. व 11 से.मी. हैं व परिमाप 32 से.मी. है। तीसरी भुजा की माप ज्ञात करें।
11. एक आयत के विकर्ण की लंबाई ज्ञात करें जिसकी लंबाई 'a' इकाई व चौड़ाई 'b' इकाई है।
12. एक समष्टभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी भुजा की माप 'a' इकाई है।
13. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके आधार की माप 12 से.मी. व लंब 5.5 से.मी. है।
14. एक समांतर चतुर्भुज का आधार व संगत लंब क्रमशः 10 से.मी. व 3.5 से.मी. है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात करें।
15. यदि एक समबाहु त्रिभुज के एक माध्यक की लंबाई x से.मी. है तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करें।
16. यदि एक समबाहु त्रिभुज की भुजाओं को तीन गुना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

17. एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा $12x$ से.मी है। यदि $x\sqrt{3} = 48$ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
18. यदि एक त्रिभुज की भुजाओं की माप 13से.मी., 14 से.मी. व 15 से.मी. तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
19. एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी समांतर भुजाओं की लंबाइयाँ 25 से.मी. व 13 से.मी. हैं व इन भुजाओं के बीच की दूरी 8 से.मी. है।
20. ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसका परिमाप 32 से.मी., एक भुजा 11 से.मी. व अन्य दो भुजाओं का अंतर 5 सें.मी. है।

केस-स्टडी आधारित प्रश्न

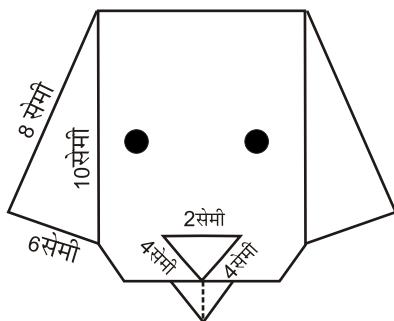
21. सरला देवी के पास एक त्रिभुजाकार खेत है जिसकी भुजाओं की लंबाइयाँ 240 मी., 200 मी. व 360 मी. हैं जहाँ वे गेहूँ उगाती है। एक अन्य त्रिभुजाकार खेत, जिसकी भुजाओं की लंबाइयाँ 240 मी., 320मी. व 400मी. हैं, जो पहले खेत के संगत है, में वे आलू और प्याज़ उगाना चाहती हैं। इसके लिए उन्होंने इस दूसरे खेत को दो भागों में बाँटने के लिए खेत की सबसे लम्बी भुजा के मध्यबिन्दु से विपरित शीर्ष को मिलाकर विभाजन किया और इस प्रकार प्राप्त भागों में से एक में आलू व दूसरे में प्याज उगाया।



दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें -

- (i) गेहूँ के खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करें-
- a) 16000 वर्ग मी.
 - b) $16000\sqrt{2}$ वर्ग मी.
 - c) 32000 वर्ग मी.
 - d) 8 000 वर्ग मी.
- (ii) आलू उगाने के लिए प्रयोग किए गए खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करें-
- a) 3.8400 वर्ग मी.
 - b) 38400 वर्ग मी.
 - c) 38.400 वर्ग मी.
 - d) 3.84 वर्ग मी.

- (iii) प्याज़ उगाने के लिए प्रयोग किए गए खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करें -
 a) 3.84 वर्ग मी. b) 38.400 वर्ग मी.
 c) 38400 वर्ग मी d) 3.84 वर्ग कि. मी.
- (iv) आलू व प्याज़ उगाने के लिए उपयोग किए गए खेतों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करें -
 a) 1:1 b) 1 : 2
 c) 2:1 d) 2 : 2
- (v) उनके पास कुल खेतों का कुल क्षेत्रफल हेक्टेयर में ज्ञात करें -
 a) 6 हेक्टेयर b) 6.1 हेक्टेयर
 c) 6:2 हेक्टेयर d) 6.3 हेक्टेयर
22. गर्भियों की छुट्टियों में कोविड-19 के कारण लॉकडाउन होने पर रोहित अपने दोस्तों के साथ खेलने बाहर नहीं जा सकता था। उसकी मम्मी ने उसे ऑरीगेमी शिल्प द्वारा कुछ बनाने का परामर्श दिया। रोहित ने इंटरनेट की सहायता से यह शिल्प सीखा व एक ऑरीगेमी से पिल्ला बनाया जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

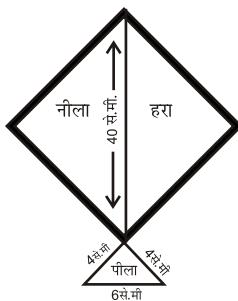


दिए गए चित्र व जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें :-

- (i) पिल्ले के एक कान का क्षेत्रफल ज्ञात करें -
 a) 20 वर्ग से.मी. b) 22 वर्ग से.मी.
 c) 24 वर्ग से.मी. d) 26 वर्ग से.मी.
- (ii) पिल्ले की नाक बनाने के लिए प्रयोग किए गए कागज़ का क्षेत्रफल ज्ञात करें -
 a) $24\sqrt{5}$ वर्ग से.मी. b) $12\sqrt{5}$ वर्ग से.मी.
 c) $\sqrt{5}$ वर्ग से.मी. d) $\sqrt{15}$ वर्ग से.मी.

- (iii) यदि पिल्ले की जीभ एक समबाहु त्रिभुज के आकार में हैं जिसकी भुजाएँ 2 से. मी हैं, तो इसे बनाने में प्रयोग किए गए कागज का क्षेत्रफल ज्ञात करें:-
- a) $\sqrt{3}$ वर्ग से.मी.
 - b) 3 वर्ग से.मी.
 - c) $3\sqrt{3}$ वर्ग से.मी.
 - d) 9 वर्ग से.मी.
- (iv) जीभ के बीच में दर्शाए गए रेखाखण्ड की लंबाई क्या होगी ?
- a) $\sqrt{3}$ वर्ग से.मी.
 - b) 3 वर्ग से.मी.
 - c) $3\sqrt{3}$ वर्ग से.मी.
 - d) 9 वर्ग से.मी.
- (v) यदि पूरी आकृति बनाने में 96 वर्ग सेमी कागज प्रयुक्त हुआ, तो कान, नाक व जीभ छोड़कर बाकी हिस्से को बनाने में कितने कागज का प्रयोग हुआ ?
- a) $(48-\sqrt{15}-\sqrt{3})$ वर्ग से.मी.
 - b) $(48-\sqrt{15})$ वर्ग से.मी.
 - c) $(48-\sqrt{3})$ वर्ग से.मी.
 - d) 48 वर्ग से.मी.

23. स्वतंत्रता दिवस की पूर्वसंध्या के दिन वंश पतंग उड़ाना चाहता था। परंतु कोविड-19 के कारण शहर में लॉकडाउन था और सभी दुकानें बंद थीं। उसकी बहन ने बेकार पड़े कागजों का प्रयोग कर पतंग बनाने का प्रस्ताव दिया। वंश मान गया और दोनों ने मिलकर पतंग बनाई। पतंग एक वर्ग व एक समद्विबाहु त्रिभुज को जोड़कर बनाई गई। वर्ग का विकर्ण 40 से.मी. और समद्विबाहु त्रिभुज का आधार 6 से.मी और प्रत्येक समान भुजा 4 सेमी की थी। वर्ग का विकर्ण उस दो त्रिभुजों में विभाजित कर रहा था जिनमें से एक भाग नीले व दूसरा हरे रंग का था। समद्विबाहु त्रिभुज वाला भाग पीले रंग का था। वंश ने वर्गाकार भाग को कागज की टेप को किनारों पर चिपकाकर सजाया। दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें:-



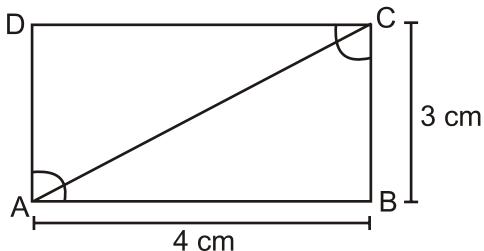
- (i) वर्ग की एक भुजा की लंबाई ज्ञात करें-
 (a) 20 से. मी. (b) $20\sqrt{2}$ से. मी.
 (c) $\sqrt{2}$ से. मी. (d) 40 से. मी.
- (ii) वर्गाकार भाग के किनारों पर लगी टेप की लंबाई ज्ञात करें:-
 (a) $40\sqrt{2}$ से.मी. (b) $80\sqrt{2}$ से. मी.
 (c) 80 से.मी. (d) 40 से. मी.
- (iii) वर्गाकार भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें -
 (a) $400\sqrt{2}$ वर्ग से. मी. (b) $800\sqrt{2}$ वर्ग से. मी.
 (c) 800 वर्ग से. मी. (d) 400 वर्ग से. मी.
- (iv) त्रिभुजाकार भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें (पीला वाला)-
 (a) $14\sqrt{3}$ वर्ग से. मी. (b) 63 वर्ग से. मी..
 (c) $3\sqrt{7}$ वर्ग से. मी. (d) $7\sqrt{3}$ वर्ग से. मी.
- (v) पतंग के नीले हिस्से का क्षेत्रफल ज्ञात करें:-
 (a) $200\sqrt{2}$ वर्ग से. मी. (b) $400\sqrt{2}$ वर्ग से. मी.
 (c) 400 वर्ग से. मी. (d) 200 वर्ग से. मी.

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

24. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि उसकी एक भुजा की लम्बाई 4 सेमी हो।
25. एक त्रिभुज की दो भुजाओं का योग 17 सेमी है और परिमाप 30 cm है। तीसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
26. किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य अनुपात $2:1:3$ व उसका परिमाप 24 सेमी. हो तो त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई ज्ञात करें।
27. किसी त्रिभुज की भुजाओं को दुगना कर दिया जाये तो उस त्रिभुज के क्षेत्रफल में कितनी गुना वृद्धि होगी।
28. यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 50 वर्ग सेमी. व इसकी एक भुजा की लम्बाई 10

सेमी. हो तो उस भुजा के संगत शीर्षलम्ब की लंबाई ज्ञात कीजिए।

29. किसी समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $16\sqrt{3}$ सेमी² है। समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
30. दी गई आकृति में $\triangle BAC$ व $\triangle ACD$ के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।



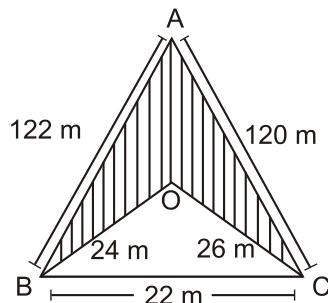
31. किसी वर्ग, जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी. हो तो उसके एक विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।
32. समांतर चतुर्भुज जिसकी एक भुजा की लंबाई व संगत ऊँचाई क्रमशः 10 सेमी. व 8 सेमी हो तो इसके विकर्ण द्वारा बने एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
33. एक त्रिभुज की भुजाओं की माप 11 से मी, 60 सेमी व 61 सेमी है। सबसे छोटी भुजा के संगत लंब की माप ज्ञात करें।
34. त्रिभुज की भुजाओं के मध्य अनुपात 3:5:7 हो व उसका परिमाप 300 सेमी. हो तो त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई ज्ञात करे।
35. समद्विबाहु त्रिभुज की असमान भुजा की लंबाई 12 सेमी. है। यदि उसके संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 7.5 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
36. एक त्रिभुजाकार खेत की विभाग 51मी, 37मी. व 20 मी. है। फूलों की क्यारियों की संख्या ज्ञात करें जो कि इस खेत में तैयार की जा सकती हैं, यदि एक क्यारी 9 वर्ग मी क्षेत्रफल घेरती है।

37. एक आयताकार प्लॉट, जो कि 40मी लंबा व 15मी चौड़ा है, में एक मकान का निर्माण किस जाना है। नियमानुसार मकान के आगे व पीछे 3 मी. व अन्य दो ओर 2मी. जगह छोड़नी आवश्यक है। मकान के निर्माण के लिए उपलब्ध अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात करें।
38. किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा की माप x इकाई हो तो सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, होगा।
39. एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप 32 सेमी. व 10 सेमी. है और इसकी समान भुजा का आधार के साथ अनुपात 3:2 है तो इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए॥
40. एक त्रिभुज की भुजाएं $x, (x+1)$ व $(2x-1)$ व क्षेत्रफल $x\sqrt{10}$ वर्ग इकाई है। x का मान ज्ञात करें।

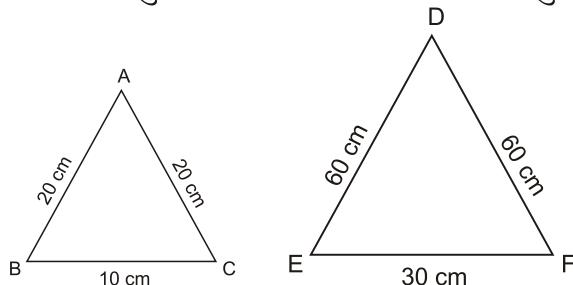
लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

41. एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल $360m^2$ है। इसके सम्मुख शीर्षों से विकर्ण पर डाले गये लंबों की लंबाई 10m व 8m है तो विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।
42. एक समांतर चतुर्भुज ABCD की संगत भुजाएं AB व BC का मान क्रमशः 34 से मी व 20 सेमी है। विकर्ण AC=42 सेमी है। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
43. एक त्रिभुज का परिमाप 50 सेमी है। इसकी एक भुजा सबसे छोटी भुजा से 4 लंबी है व तीसरी भुजा सबसे छोटी भुजा के दुगुने से 6 सेमी कम है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
44. दी गई आकृति में छाँयाकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इसमें $6m^2$ वाले कितने त्रिभुजाकार फूलों की क्यारियां बनाई जा सकती हैं।

प्रयोग करें $\sqrt{105} = 10.25$

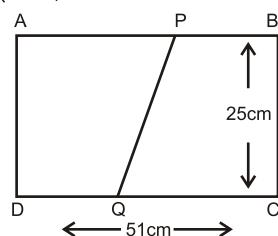


45. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें, यदि उसका परिमाप 100मी. और एक विकर्ण 30 मी. हो।
46. त्रिभुजाकार बोर्ड की भुजाओं की माप 5 सेमी., 12 सेमी. व 13 सेमी. हो तो इस बोर्ड पर रु. 30 प्रति वर्ग सेमी. की दर से पेटिंग करने का व्यय ज्ञात करें।
47. एक समकोण त्रिभुज को एक भुजा 20 सेमी. की है और इसके कर्ण और दूसरी भुजा की लंबाईयों का अंतर 8 सेमी. है। कर्ण व दूसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
48. त्रिभुज ABC व त्रिभुज DEF के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

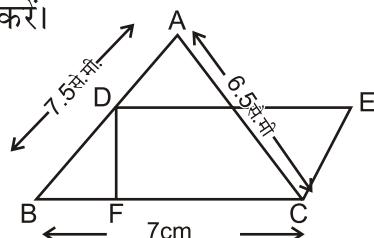


49. किसी त्रिभुज का परिमाप x सेमी. है। यदि इसकी भुजाओं की माप p सेमी. q सेमी. व r सेमी. हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र लिखें। हीरोन सूत्र का प्रयोग करें।
50. यदि एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को दुगुना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज के क्षेत्रफल का दिए गए त्रिभुज के क्षेत्रफल से अनुपात ज्ञात करें।
51. यदि एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को दुगुना कर दिया जाए तो त्रिभुज के क्षेत्रफल में वृद्धि का प्रतिशत ज्ञात करें।

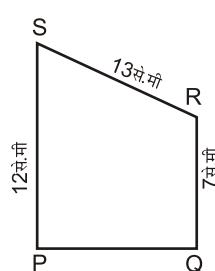
52. एक आयत ABCD की दो भुजाएँ क्रमशः 51 सेमी व 25 सेमी है। एक समलंब चतुर्भुज PBCQ जिसमें QC व PB समातंर हैं व 9:8 के अनुपात में हैं को आयत ABCD में से काटा गया जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल का $\frac{5}{6}$ भाग है, तो QC व PB की लंबाइयाँ ज्ञात करें।



53. एक त्रिभुज व समांतर चतुर्भुज का आधार व क्षेत्रफल समान है। यदि त्रिभुज की भुजाएँ 13 सेमी, 14 सेमी व 15 सेमी. है तथा समांतर चतुर्भुज 14 से. मी. वाली भुजा पर खड़ा है तो समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात करें।
54. दी गई आकृति में, $\triangle ABC$ की भुजाएँ $AB=7.5$ से मी $AC=6.5$ से मी व $BC=7$ से मी है। BC आधार पर एक समांतर चतुर्भुज DBCE बनाया गया है जिसका क्षेत्रफल $\triangle ABC$ के क्षेत्रफल के समान है। समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई DF ज्ञात करें।



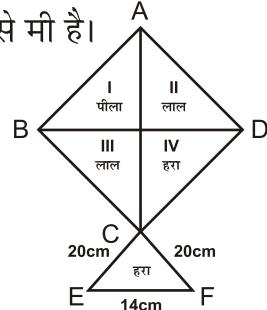
55. समलंब चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी ऊँचाई PQ आकृति में दर्शाई गई है।



56. अनीता के पास भूमि का एक टुकड़ा है जो कि एक समलंब चतुर्भुज के आकार में है। उसके दो बच्चे, एक लड़की प्रीति व लड़का नरेश हैं जो उस भूमि पर विभिन्न फसलें उगाते हैं। उसने भूमि के टुकड़े को दो बराबर भागों में बाँट दिया। यदि भूमि के टुकड़े का परिमाप 200मी. व एक विकर्ण 70 मी. है। तो -

- (i) दोनों बच्चों का भूमि का कितना भाग (क्षेत्रफल) प्राप्त होगा ?
- (ii) अनीता ने भूमि के टुकड़े के किनारों पर तारों द्वारा बाड़ लगाई। इसके लिए कितनी तार की आवश्यकता होगी ?

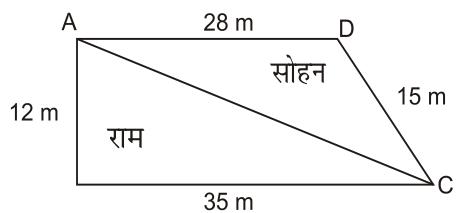
57. प्रत्येक रंग के कितने कागज की आवश्यकता होगी जो कि नीचे दी गई आकृति (पतंग) को बनाने में प्रयुक्त होगा। आकृति में ABCD एक वर्ग है जिसका विकर्ण 44 से मी है।



58. झण्डे बनाने के लिए कपड़ा बेचते समय एक दुकानदार दावा करता है कि प्रत्येक कपड़े का टुकड़ा एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी प्रत्येक भुजा 10 सेमी है। परंतु वास्तव में कपड़े का टुकड़ा एक समद्विबाहु त्रिभुज के आकार का था जिसकी भुजाएँ 10 सेमी, 10 सेमी व 8 सेमी थी। प्रत्येक झण्डे को बेचते हुए दुकानदार कितने कपड़े की बचत कर रहा था?

59. जमीन के एक टुकड़े ABCD की आकृति दी गई है। यदि इस टुकड़े को विकर्ण AC से दो भागों में काटकर राम और सोहन के मध्य बाँटा जाये तो किसको जमीन का टुकड़ा क्षेत्रफल में बड़ा प्राप्त होगा।

$\lceil 10=3.15$ प्रयोग करें]



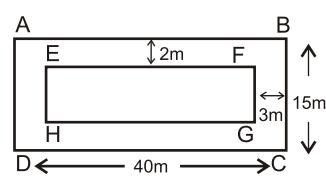
60. एक त्रिभुजाकार विज्ञापन बोर्ड की विमाएँ 11 मी., 6 मी. और 15 मी. है। जिसका प्रयोग व्यवसायिक गतिविधियों के लिए किया जाता है। यदि इस बोर्ड द्वारा ₹ 5000 वर्ग मी. प्रति माह की दर से आमदनी हो तो एक महीने में इसके द्वारा प्राप्त आमदनी क्या होगी? [$\sqrt{2} = 1.41$] लीजिए।

अध्याय 12
हीरोन का सूत्र
उत्तर

1. 9 वर्ग से मी
2. 24 से मी
3. 73.5 वर्ग से मी
4. $3\sqrt{3}$ वर्ग से मी
5. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ वर्ग इकाई
6. 60वर्ग से मी
7. $4\sqrt{3}$ से मी
8. $3a$ इकाई
9. $2a + b$
10. 13 से मी
11. विकर्ण $= \sqrt{a^2 + b^2}$ इकाई
12. $\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2$
13. 66 वर्ग से मी
14. 35 वर्ग से मी
15. संकेत :- एक समबाहु
त्रिभुज में
लंब = माध्यिका
Ans : $\frac{x^2}{\sqrt{3}}$ - वर्ग से मी.
16. नया क्षेत्रफल $= 9x$ क्षेत्रफल
17. $768\sqrt{3}$ वर्ग से मी
18. 84 वर्ग से मी
19. 152 वर्ग से मी
20. $8\sqrt{30}$ वर्ग से मी
21. (i) (b)
(ii) (b)
(iii) (c)
(iv) (a)
(v) (b)

22. (i) (c)
(ii) (d)
(iii) (a)
(iv) (a)
(v) (a)
23. (i) (b)
(ii) (b)
(iii) (c)
(iv) (c)
(v) (c)
24. $4\sqrt{3}$ वर्ग से.मी.
25. 13 से.मी.
26. 12 से.मी.
27. 2 गुना
28. 10 से.मी.
29. 8 से.मी.
30. 1 : 1
31. $5\sqrt{2}$ से.मी.
32. 40 वर्ग से.मी.
33. 60 से.मी.
34. 60 से.मी., 100 से.मी., 140 से.मी.
35. 45 वर्ग से.मी.
36. संकेत : क्यारियों की सं० = $\frac{\text{खेत का क्षेत्र}}{1 \text{ पर्वित का क्षेत्र}}$

उत्तर : 34

37. 374m^2
संकेत :  EF GH का क्षेत्र ज्ञात करें।
39. $32\sqrt{2}$ वर्ग से.मी.
40. 6
41. 40m
42. 672cm^2

43. संकेत

माना बसे छोटी भुजा की लंबाई = x मी

तो अन्य दो भुजाएँ $(x + 4)$ ($2x - 6$) मी

$$\therefore \text{परिमाप} = x + x + 4 + 2x - 6 = 50$$

$$x = 13$$

$$\text{उत्तर} = 109.6 \text{ cm}^2$$

44. 1047 वर्ग मी., 179

45. 600 वर्ग मी.

46. ₹900

47. संकेत:

माना भुजा ' a ' = 20

कर्ण = b

अन्य भुजा = c

$$a^2 = b^2 - c^2$$

$$a^2 = (b-c)(b+c)$$

$$20^2 = 8 \times (b+c)$$

$$\frac{400}{8} = b+c$$

$$b+c = 50$$

$$\underline{b-c=8} \text{ (दिया है)}$$

$$2b = 58$$

$$b = 29$$

$$\therefore c = 21$$

$$a=20, b=29, c=21$$

$$\text{उत्तर} = 210 \text{ वर्ग सेमी}$$

48. 1 : 9

$$49. \sqrt{\frac{x}{2} \left(\frac{x}{2} - p \right) \left(\frac{x}{2} - q \right) \left(\frac{x}{2} - r \right)}$$

50. 4:1

51. 300%

संकेत :

क्षेत्र में वृद्धि = क्षेत्र (नया त्रिभुज) - क्षेत्र (दिया त्रिभुज)

वृद्धि प्रतिशत = $\frac{\text{क्षेत्र में वृद्धि}}{\text{आरंभिक क्षेत्र}} \times 100$

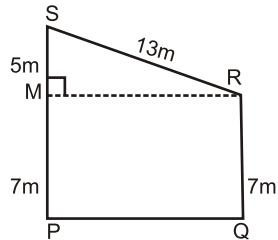
52. समलंब का क्षेत्र = $\frac{5}{6}$ क्षेत्र (आयत)

$$\text{क्षेत्र (समलंब)} = \frac{1}{2} \times \left[\begin{array}{l} \text{समांतर भुजाओं} \\ \text{की लंबाइयों का} \\ \text{योग} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{समांतर भुजाओं} \\ \text{के बीच दूरी \quad \quad} \end{array} \right]; \quad QC = 45 \text{ से.मी.} \\ PB = 40 \text{ से.मी.}$$

53. 6 से.मी.

54. 3 से.मी.

55.



उत्तर. 114m^2

56. (i) $175\sqrt{51}\text{cm}^2$

(iii) 200m

57. क्षेत्र (लाल कागज) = 484 वर्ग से.मी.

क्षेत्र (पीला कागज) = 242 वर्ग से.मी.

क्षेत्र (हरा कागज) = 373.14 वर्ग से.मी.

58. 6.61 वर्ग से.मी.

59. राम, 210 वर्ग मी.

60. ₹141000

अभ्यास परीक्षा

समय: 50 मिनट

हीरोन सूत्र

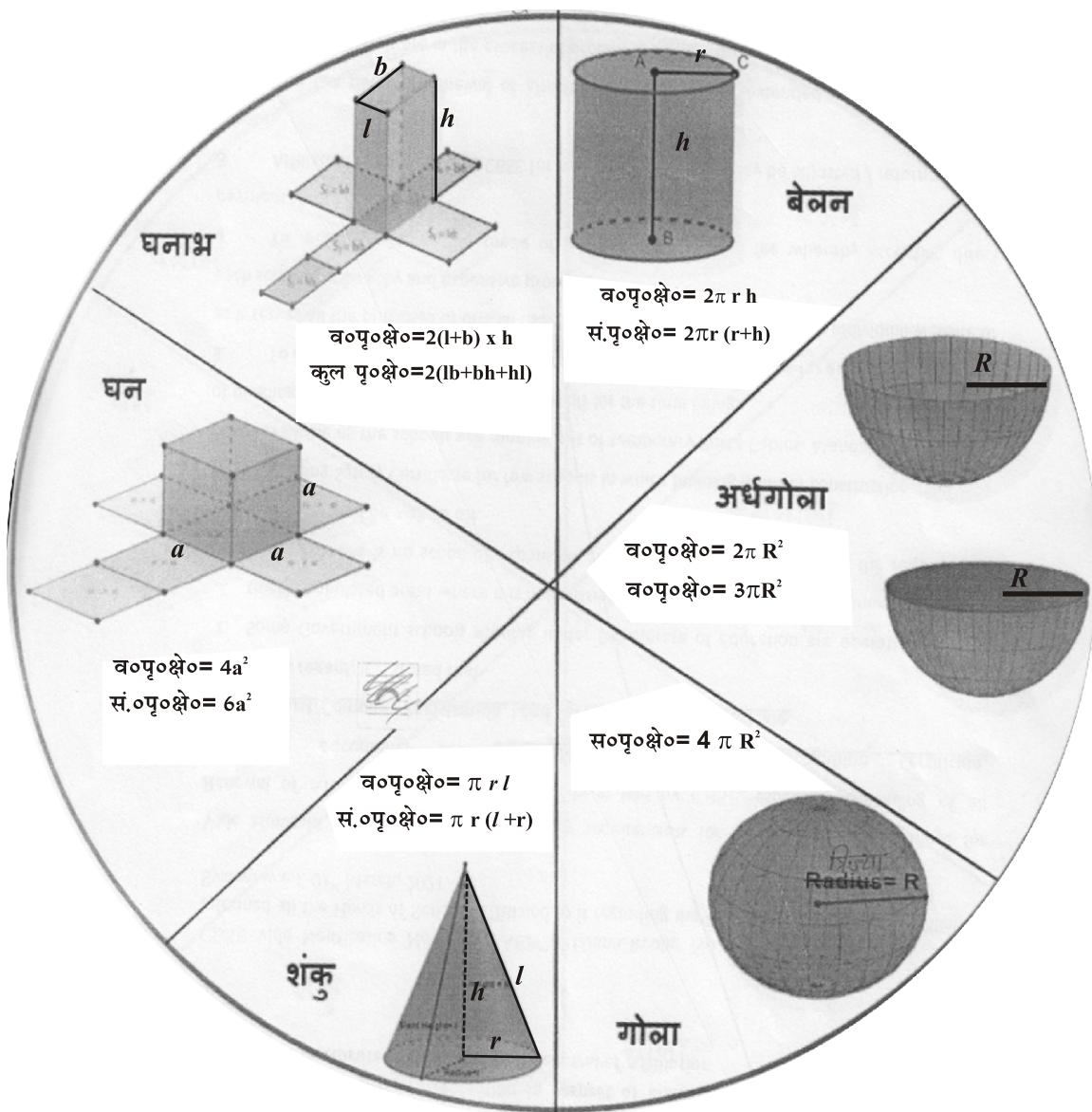
MM : 20

1. समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल $a\sqrt{3}$ सेमी² हो। (1)
2. यदि $(S - a) = 5$ सेमी $(S - b) = 10$ सेमी $(S - c) = 1$ सेमी तो S ज्ञात कीजिए। (1)
3. एक त्रिभुज की भुजाओं की माप 35 से.मी., 54 से.मी. व 61 से.मी. है। उसकी सबसे लंबी भुजा के संगत लंब की माप ज्ञात करें। (1)
4. उस समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक समान भुजा 15 सेमी हो और तीसरी भुजा 12 सेमी हो। (2)
5. यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाओं को दुगना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज और दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। (2)
6. एक त्रिभुजाकार पार्क की भुजाएं 120मी, 80मी व 50 मी हैं। एक माली ने इसकी प्रत्येक भजा के साथ-साथ 5 मी जगह छोड़कर शेष क्षेत्रफल में पौधे लगाए। पार्क का वह क्षेत्रफल ज्ञात करें जहाँ पौधे लगाए गए। (2)
7. एक त्रिभुज की भुजाओं में अनुपात 25:17:12 है और इसका परिमाप 540 से.मी. है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)
8. एक समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल 475 सेमी² और ऊँचाई 19 सेमी है। उसकी समांतर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए यदि एक भुजा दूसरी भुजा से 4 सेमी अधिक है। (3)
9. एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई 7 सेमी 12 सेमी और 13 सेमी है। 12 सेमी. लम्बाई वाली भुजा पर समुख शीर्ष से शीर्ष लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (5)
10. एक मैदान के चारों ओर ₹ 5 प्रति मी. की दर से बाड़ लगाने की कीमत ₹ 1920 है। यदि अर्धपरिमाप 48 सेमी है तो इसका क्षेत्रफल और सभी भुजाएं ज्ञात कीजिए। (5)

अध्याय 13

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

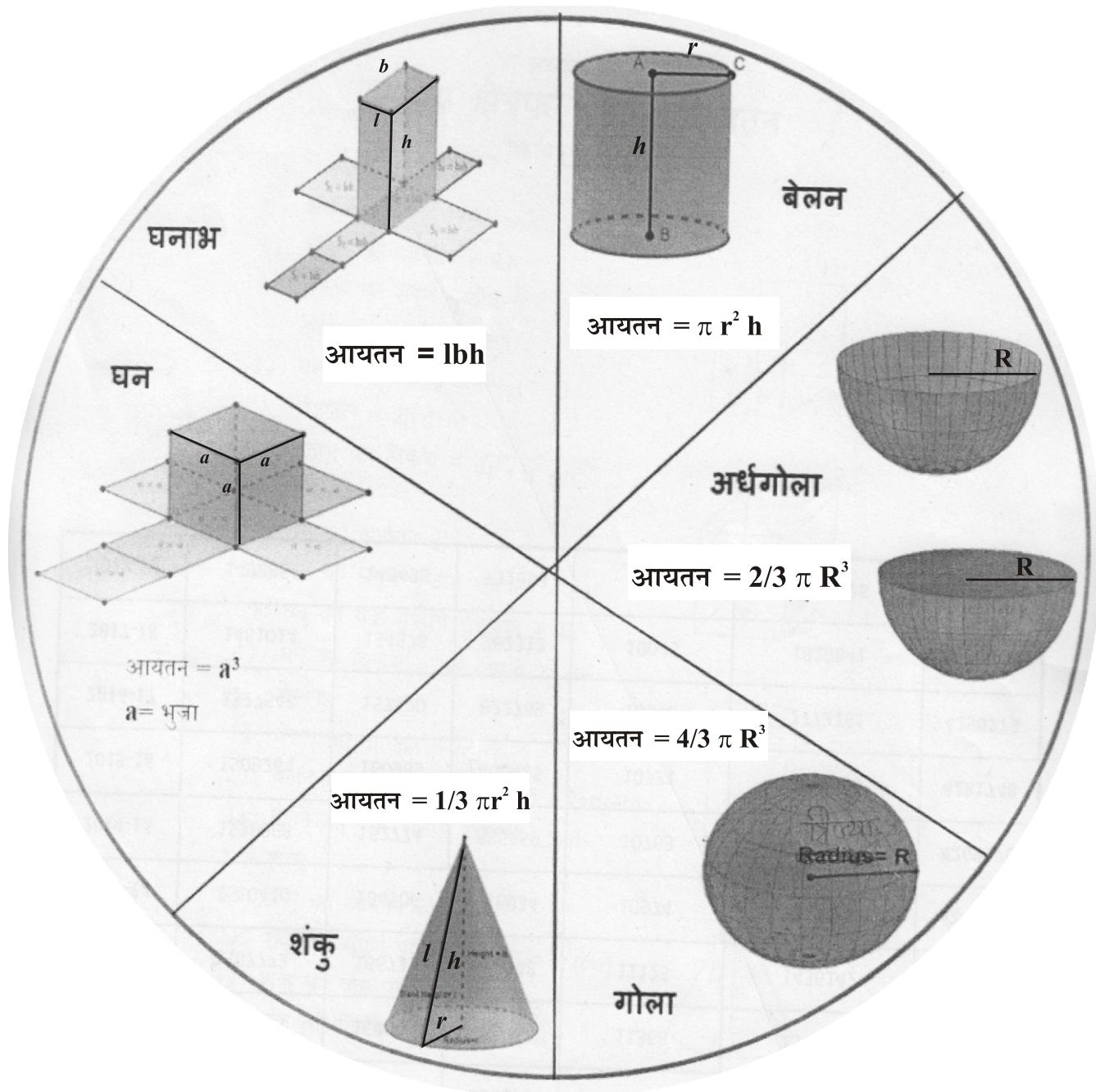
माइंड - मैप
क्षेत्रफल



$$\text{वृ. प्र० क्षे.} = \text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल}$$

$$\text{सं. पृ० क्षे.} = \text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}$$

आयतन



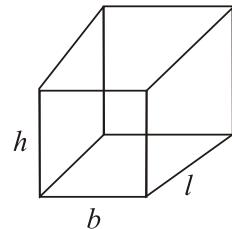
अध्याय 13

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

महत्वपूर्ण बिंदु

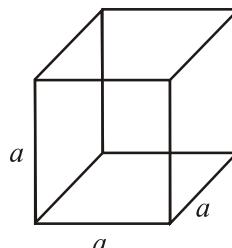
- घनाभ

- 1) घनाभ का आयतन = lwh
- 2) घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb+bh+hl)$
- 3) घनाभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2h(l+b)$
- 4) घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$



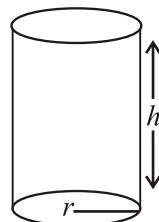
- घन

- 1) घन का आयतन = a^3
- 2) घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
- 3) घन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$
- 4) घन का विकर्ण = $\sqrt{3} \times \text{भुजा}$



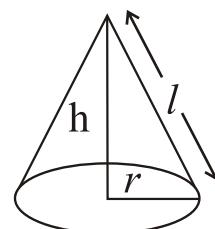
- बेलन

- 1) बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
- 2) बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h)$
- 3) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$



- शंकु

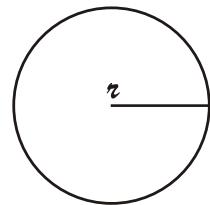
- 1) शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
- 2) शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(\ell+r)$
- 3) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r \ell$
- 4) शंकु की तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{h^2+r^2} = \ell$



- गोला

1) गोले का आयतन = $\frac{4}{3} \pi r^3$

2) गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

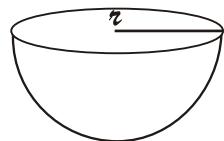


- अर्धगोला

1) गोलार्ध का आयतन = $\frac{2}{3} \pi r^3$

2) गोलार्ध का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

3) गोलार्ध का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$



- $1m^3 = 1000 l$

- $1l = 1000 \text{ cm}^3$

अति-अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. यदि किसी गोले का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर हे, तो गोले की त्रिज्या कितनी इकाई/इकाइयाँ होगी ?
2. r त्रिज्या वाले एक ठोस अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ?
3. यदि एक बेलन की त्रिज्या आधी कर दी जाए और ऊँचाई दुगुनी कर दी जाए, तो उसका आयतन कितना होगा ?
4. व्यास 10 से.मी. और त्रियक ऊँचाई 13 से.मी. वाले शंकु की ऊँचाई ज्ञात करो।
5. एक अर्धगोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 6 सेमी. से 12 सेमी. हो जाती है। दोनों स्थितियों में गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करो।
6. 13.5 मी. लंबी, 6 मी., ऊँची तथा 22.5 सेमी. मोटी दीवार के बनाने में कितनी ईटों का आवश्यकता होगी, यदि प्रत्येक ईट का माप (27 सेमी. \times 12.5 सेमी. \times 9 सेमी.) है ?
7. यदि एक गोले की त्रिज्या $2r$ है, तो उसका आयतन कितना होगा ?
8. किसी गोले की त्रिज्या 21 सेमी. है। गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ?
9. 10मी. \times 10मी. \times 5मी. विमाओं वाले एक कमरे में रखे जा सकने वाले सबसे बड़े डंडे की लंबाई ज्ञात करो।
10. 6 सेमी व्यास वाले ताँबे से बने एक गोले की पिघलाकर 36 सेमी. लंबे समान वृत्ताकार तार में ढाला गया है, तो इसकी त्रिज्या कितनी होगी ?
11. 16मी. लंबे 12मी. चौड़े और 4मी. गहरे एक धनाभाकार गड्ढे में रखे जा सकने वाले 4मी. \times 50 सेमी. \times 20 सेमी. विमाओं वाले धनाभाकार तख्तों की संख्या ज्ञात करो।
12. यदि किसी गोले की त्रिज्या को 10% बढ़ा देते है, तो इसके आयतन में कितनी वृद्धि होगी ?
13. यदि एक बेलन की त्रिज्या दो गुनी कर दी जाए और ऊँचाई आधी कर दी जाए तो इसका वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ?
14. दो घनों के आयतनों का अनुपात 1:27 है, तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात कितना होगा ?

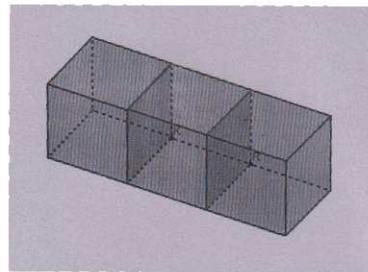
15. एक शंकु की ऊँचाई 8.4cm तथा उसके आधार की त्रिज्या 2.1cm है। इसे पिघालकर एक गोले के रूप में ढाला जाता है। गोले की त्रिज्या ज्ञात करो।
16. यदि एक घन के विकर्ण की लंबाई $8\sqrt{3}\text{cm}$ है, तो इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?
17. एक घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 96 cm^2 है। घन का आयतन ज्ञात करो।
18. यदि एक धन की प्रत्येक भुजा को दो गुना कर दिया जाए तो इसका आयतन कितना होगा ?
19. यदि एक गोला, एक घन में उसकी भुजाओं को स्पर्श करता हुआ रखा गया है, तो घन के आयतन का गोले के आयतन से अनुपात ज्ञात करो।
20. यदि किसी घन की प्रत्येक भुजा को 50% बढ़ा दिया जाए तो उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी ?
21. एक घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 256 सेमी.² है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए।
22. एक माचिस की डिब्बी की माप $4\text{cm} \times 2.5\text{cm} \times 1.5\text{cm}$ है। ऐसी 12 डिब्बियों से बने पैकेट का आयतन क्या होगा?
23. दो बेलनों की ऊँचाईयों का अनुपात $5:3$ तथा त्रिज्याओं का अनुपात $2:3$ हो, तो उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
24. शंक्वाकार टेंट जिसकी ऊँचाई 24 मी. और त्रिज्या 7 मी. हो तो इसमें लगने वाले केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
25. समान त्रिज्या वाले गोले एवं अर्द्धगोले के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
26. एक घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल 1372 से.मी.² है। यदि इसकी विमाओं का अनुपात $4:2:1$ है तो उनकी लम्बाईयाँ ज्ञात कीजिए।
27. यदि शंकु की त्रिज्या r तथा ऊँचाई $\frac{1}{2} r$ और 2ℓ हो, तो शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. एक शंकु तथा अर्द्धगोले का आधार और आयतन समान है। दोनों की ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिए।
29. एक गोलाकार गुब्बारें की त्रिज्या 6 सेमी. से 12 सेमी. हो जाती है, जब उसमें

हवा भरी जाती है। दोनों स्थितियों के लिए पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

30. एक $r\text{ cm}$ किनारे वाले घन में से अधिकतम संभव लंब वृत्तीय शंकु काटकर निकाला जाता है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

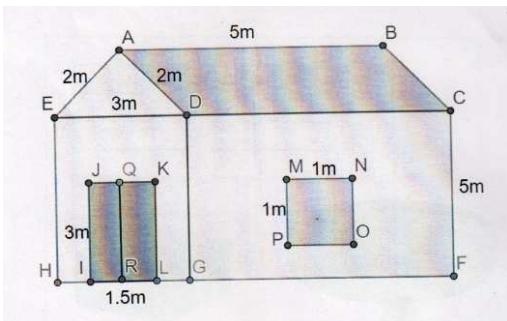
केस स्टडी आधारित प्रश्न (31 से 33)

31. सना अपनी सहेली के जन्मदिन पर उसे 3 घन पहेली भेंट करना चाहती है। प्रत्येक घन की भुजा 5 से.मी. है। सना ने तीनों घनों को किनारों से जोड़कर रखा (जैसा की चित्र में दिखाया गया है)।



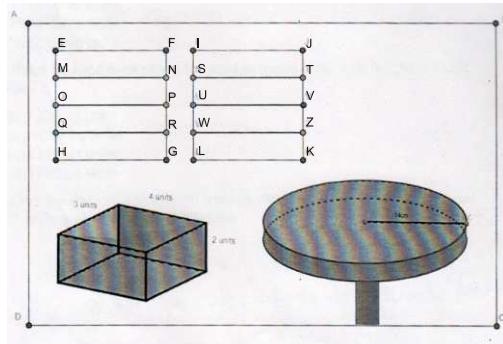
- (i) प्राप्त आकृति को गिफ्ट पेपर में लपेटने के लिए आवश्यक गिफ्ट पेपर का क्षेत्रफल कितना होना चाहिए, यदि पेपर की कोई ओवरलैपिंग नहीं है ?
 - (a) 350cm^2
 - (b) 750cm^2
 - (c) 530cm^2
 - (d) 1000cm^2
- (ii) आकृति का आयतन ज्ञात कीजिए।
 - (a) 573cm^3
 - (b) 370cm^3
 - (c) 375cm^3
 - (d) 570cm^3
- (iii) प्राप्त घनाभ के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा तीनों घनों के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों के योग का अनुपात ज्ञात कीजिए।
 - (a) 9 : 7
 - (b) 1 : 1
 - (c) 1 : 9
 - (d) 7 : 9
- (iv) प्राप्त घनाभ के आयतन तथा तीनों घनों के आयतनों के योग का अनुपात ज्ञात कीजिए।
 - (a) 1 : 1
 - (b) 1 : 2
 - (c) 2 : 1
 - (d) 2 : 3

- (v) यदि ऐसे चार घनों को जोड़ा जाए तो प्राप्त आकृति का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा ?
 (a) 450cm^2 (b) 350cm^2 (c) 475cm^2 (d) 550cm^2
32. रश्मि एक झोपड़ी बनाना चाहती है जैसे की चित्र में दिखाई गई है।



- (i) वह छत के सभी जोड़ो (जैसे AB, BC, CD, AD तथा पीछे की ओर) तथा दीवार के जोड़ों (जैसे DG, CF, EH तथा पीछे की ओर) पर टेप का प्रयोग करती है। आवश्यक टेप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
 (a) 42m (b) 43m (c) 34m (d) 40m
- (ii) दरवाजे पर $10 \text{ सेंटीमीटर} \times 15 \text{ सेंटीमीटर}$ माप की टाइलें लगाई गई हैं। दरवाजे को दोनों ओर से ढकने के लिए ऐसी कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी?
 (a) 600 (b) 100 (c) 500 (d) 60
- (iii) सफेदी करने के लिए चारों दीवारों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 (a) 70.5m^2 (b) 75.4cm^2 (c) 74.5m^2 (d) 47.5m^2
- (iv) ₹12 प्रति वर्ग मीटर की दर से चारों दीवारों पर सफेदी करने पर कितना खर्चा होगा ?
 (a) ₹894 (b) ₹800 (c) ₹900 (d) ₹984
- (v) यदि छत (ABCD तथा उसके पीछे की ओर) को $20 \text{ सेंटीमीटर} \times 20 \text{ सेंटीमीटर}$ माप की टाइल द्वारा ढका गया है तो ऐसी कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी ?
 (a) 100 (b) 500 (c) 400 (d) 540

33.



चित्र में एक दीवार पर खिड़कियाँ EFGH तथा IJKL दिखाई गई हैं। MN, OP, QR, ST, UV व WZ खिड़की में लगे सरिए हैं। एक बॉक्स तथा एक वृत्ताकार सीट वाली कुर्सी भी दिखाई गई हैं।

- (i) यदि प्रत्येक सरिए की लंबाई 6 मात्रक है तो दोनों खिड़कियों में लगे सरियों की कुल लंबाई होगी-
 - (a) 60 मात्रक
 - (b) 36 मात्रक
 - (c) 30 मात्रक
 - (d) 18 मात्रक
- (ii) यदि 2 सरियों के बीच की दूरी 0.8 मात्रक है तो प्रत्येक खिड़की की ऊँचाई होगी –
 - (a) 3.2 मात्रक
 - (b) 4 मात्रक
 - (c) 2.4 मात्रक
 - (d) 5 मात्रक
- (iii) घनाभाकार बॉक्स का आयतन होगा-
 - (a) 42 घन मात्रक
 - (b) 48 घन मात्रक
 - (c) 24 घन मात्रक
 - (d) 52 घन मात्रक

- (iv) कुर्सी की ऊपरी सीट, यदि उसकी ऊँचाई एक मात्रक है, का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा –
- 1320 वर्ग मात्रक
 - 1230 वर्ग मात्रक
 - 2310 वर्ग मात्रक
 - 1200 वर्ग मात्रक
- (v) यदि दीवार की लंबाई 25 मात्रक तथा चौड़ाई 20 मात्रक है तो दोनों खिड़कियों को छोड़कर दीवार का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- 500 वर्ग मात्रक
 - 961.6 वर्ग मात्रक
 - 960 वर्ग मात्रक
 - 38.4 वर्ग मात्रक

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

- एक आयताकार शीट को जिसकी विमाएँ 33cm x 18cm हैं, उसकी चौड़ाई के अनुरूप मोड़कर एक बेलन बनाया गया। बेलन की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
- यदि एक रोलर का व्यास 70 cm और लम्बाई 1.5m है तो 50mx 33m माप वाले खेल के मैदान को वह कितने चक्करों में समतल करेगा?
- एक घनाभ की विमाओं का अनुपात 1 : 2 : 3 है तथा उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 88m^2 है। सभी विमाएँ ज्ञात कीजिए।
- एक ठोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 231cm^2 है। बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का $\frac{2}{3}$ भाग है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
- घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 150m^2 है। घन के किसी एक फलक का परिमाप ज्ञात कीजिए।
- धातु के तीन घन जिनके किनारे क्रमशः 3cm, 4cm तथा 5cm माप के हैं, को पिघलाकर एक घन बनाया गया है। नये घन का किनारा ज्ञात कीजिए।
- एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5m, 4m तथा 3m है। ₹ 7.50 प्रति m^2 की दर से कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी करने का व्यय ज्ञात कीजिए।

41. 3 गोले जिनकी त्रिज्याएँ 3cm, 4cm और 5 cm हैं को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया जाता है। नये गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
42. यदि एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 176cm^2 है और आधार का क्षेत्रफल 38.5cm^2 है तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
43. एक बेलन और शंकु समान ऊँचाई व समान त्रिज्या के हैं। बेलन का आयतन 24cm^3 है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
44. उस बड़े से बड़े शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए जो 7 सेमी. त्रिज्या वाले खोखले अर्धगोले में पूर्ण रूप से घिरा हो।
45. घनाभ $22.5\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 7.5\text{ cm}$ के अंदर रखी जा सकने वाली सबसे लंबी छड़ की लंबाई ज्ञात कीजिए।
46. खोखले बेलन के लिए कौन सा कथन गलत है। सही उत्तर भी लिखिए।
- खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi h(R+r)$
 - खोखले बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi h(R+r)(h+R-r)$
 - खोखले बेलन का आंतरिक वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi h(R-r)$
 - खोखले बेलन के प्रत्येक सिरे का क्षेत्रफल = $\pi(R^2-r^2)$
47. कौन सा कथन गलत है? सही उत्तर भी लिखिए।
एक घातु का पाइप 63सेमी लंबा है, इसका आंतरिक व्यास 4सेमी. तथा बाहरी व्यास 4.4सेमी. है। तो :-
- इसका आंतरिक वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल है = 792 cm^2
 - इसका बाहरी वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल है = 871.2 cm^2
 - इसका प्रत्येक सिरों का क्षेत्रफल है = 2.64 cm^2
 - इसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल है = 1665.584 cm^2
48. कौन सा कथन गलत है? सही उत्तर भी लिखिए।
- खोखले गोले का आयतन = $4/3\pi(R^3-r^3)$
 - अर्धगोले का आयतन = $2/3\pi r^3$
 - अर्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
 - अर्धगोले का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = πr^2
49. कौन सा कथन गलत है? सही उत्तर भी लिखिए :-
7 सेमी. आधार की त्रिज्या तथा 14 सेमी ऊँचाई वाले लंब वृत्तीय बेलन के लिए

- a) वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = 616cm^2
 b) संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 924cm^3
 c) आयतन = 2156cm^3
 d) सिरों का कुल क्षेत्रफल = 154cm^2
50. सही या गलत लिखिए -
 $r\text{cm}$ भुजा वाले घन में से अधिकतम सम्भव लंब वृत्तीय शंकु काटा गया है।
 इस शंकु का आयतन $\frac{1}{12}\pi r^3$ है। (T/F)
लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)
51. एक घनाभकार जार की लम्बाई 10m और चौड़ाई 8m है। इसमें 380m^3 द्रव भरा जा सकता है तो जार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
52. एक दीवार 10m लम्बी, 4m ऊँचाई और 24cm मोटी, खुले मैदान में बनाने के लिए $24\text{cm} \times 10\text{cm} \times 8\text{cm}$ विमाओं वाली कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?
53. 1.1cm^3 आयतन वाले सोने को ढालकर 0.1mm व्यास वाले कितने लम्बे तार को बनाया जा सकता है?
54. आन्तरिक व्यास 36cm वाला एक अर्धगोलाकार कटोरा द्रव से भरा है। इस द्रव को 3cm त्रिज्या तथा 6cm ऊँचाई वाले बेलनाकार बोतलों में भरा जाना है। कटोरे को खाली करने के लिए ऐसी कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?
55. ज्ञात कीजिए :
 i) एक बेलनाकार पेट्रोल की बंद टंकी का पार्श्व या वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल जिसका व्यास 4.2 मीटर है और ऊँचाई 4.5 मीटर है।
 ii) इस टंकी को बनाने में कुल कितना इस्पात (स्टील) लगा होगा, यदि कुल इस्पात का $\frac{1}{12}$ भाग बनाने में नष्ट हो गया है?
56. 30 डेसीमीटर चौड़ी तथा 12 डेसी मीटर गहरी नहर में 20 किमी. प्रति घंटा की चाल से पानी बह रहा है। 30 मिनट में यह कितने क्षेत्र की सिंचाई करेगी यदि क्षेत्र में भरे पानी की ऊँचाई 9 सेमी. हैं?
 (10 डेसीमीटर = $10\text{dm} = 1\text{m}$)

57. एक गोले की त्रिज्या 10 सेमी. है। यदि गोले की त्रिज्या 1 सेमी. बढ़ा दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि गोले का आयतन 33.1% बढ़ जायेगा।
58. यदि किसी अर्द्धगोले के व्यास में 30% की कमी कर दी जाए तो उसके संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत का परिवर्तन होगा?
59. एक गोले तथा एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल समान है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
60. एक गोले का आयतन 4851cm^3 है। इसकी त्रिज्या में कितनी कमी कर दी जाए कि इसका आयतन $\frac{4312}{3}\text{ cm}^3$ हो जाए।
61. एक अर्धवृत्ताकार कागज की शीट का व्यास 14 सेमी. है। इस शीट को मोड़कर एक खुला शंक्वाकार कप बनाया गया। इस कप की धारिता ज्ञात कीजिए।
62. यदि c, t तथा v एक बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, कुल पृष्ठीय तथा आयतन हों तो, दर्शाइए

$$th^2 = ch^2 + 4v^2 + 8v^2rh$$

जहां r तथा h , बेलन की त्रिज्या तथा ऊँचाई हैं।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

63. एक घनाभकार बंद टंकी में 5040 लीटर पानी आ सकता है। टंकी की बाहरी विमाएँ $2.2\text{m} \times 1.7\text{m} \times 1.7\text{m}$ हैं। यदि टंकी की दीवारों की मोटाई 5cm हो तो टंकी के तल की मोटाई क्या होगी?
64. एक आयताकार धातु की चादर की विमाएँ $48\text{cm} \times 36\text{cm}$ है। प्रत्येक कोनों से 8cm भुजा के वर्ग काटे गए हैं। बची हुई शेष चादर से एक खुला बॉक्स बनाया गया है। बॉक्स का आयतन ज्ञात कीजिए।
65. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 6cm, 8cm तथा 10cm हैं। समकोण त्रिभुज को 8cm भुजा से घुमाने पर बनने वाले शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
66. एक लम्बवृत्तीय शंकु 5.4cm ऊँचाई तथा जिसके आधार की त्रिज्या 2cm है। इसे गलाकर दूसरा शंकु बनाया जाता है। जिसके आधार की त्रिज्या 1.5cm हो तो नए बने शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
67. एक बेलनाकार टब की त्रिज्या 12 cm है जिसमें 20cm गहराई तक पानी है।

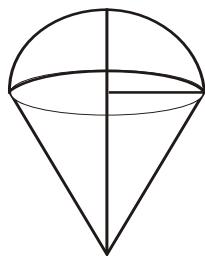
एक गोले को टब में डालने पर पानी की ऊँचाई 6.75cm बढ़ जाती है। तो गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

68. एक बेलन घन के भीतर इस प्रकार है कि वह इसकी सभी उर्ध्वाधर सतहों को स्पर्श करता है। बेलन के भीतर एक शंकु इस प्रकार रखा गया है कि उनकी ऊँचाईयाँ समान हैं तथा वे एक ही आधार पर बने हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
69. एक भूमि का भाग आयताकार है जिसकी विमाएँ $240\text{m} \times 180\text{m}$ हैं। इसके बाहर से चारों ओर 10m चौड़ा नाला खोदा गया है तथा खुदी हुई मिट्टी को भूमि के टुकड़े पर समान रूप से फैला दिया गया है जिससे कि भूमि का तल 25cm बढ़ जाता है। नाले की गहराई ज्ञात कीजिए।
70. एक आवासीय कॉलोनी में रहने वाले 5400 व्यक्तियों को 60 लीटर पानी की प्रतिदिन प्रतिव्यक्ति आवश्यकता होती है। वर्षा के पानी का प्रभावी सदुपयोग के लिए कॉलोनी के कुछ व्यक्तियाँ के समूह ने 'जल संरक्षण' की योजना बनाई। उन्होंने वर्षा के पानी के संचय के लिए $48\text{mx} 27\text{mx} 25\text{m}$ का जलाशय तैयार किया। यदि वर्षा के दौरान पानी का जल स्तर 5m है तो यह पानी कितने दिनों के लिए पर्याप्त होगा?
71. कक्षा-9 के 50 छात्रों ने वृद्धाश्रम में एक दिन बिताने और घूमने की योजना बनाई। प्रत्येक छात्र ने उपहार देने के लिए बेलनाकार कार्ड बोर्ड का फूलदान बनाया जिसकी त्रिज्या 4.2cm तथा ऊँचाई 11.2cm है। $\text{₹}20$ प्रति 100 cm^2 की दर से कुल कितना खर्च आयेगा?
72. राहुल ने आवारा कुत्तों के लिए अस्थाई आवास बनाने के लिए चारों भुजाओं और छत पर तिरपाल लगाकर एक बॉक्स बनाया, जिसकी ऊँचाई 2.5m तथा आधार की विमाएँ $4\text{m} \times 3\text{m}$ हैं तो इसके लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी?
73. लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या r है और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है ज्ञात कीजिए
 i) नए गोले की त्रिज्या R

- ii) S तथा S' का अनुपात
74. धातु से बनी गेंद का व्यास 4.2 cm है। यदि धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति cm^3 हो तो गेंद का द्रव्यमान क्या होगा?
75. सीसे की एक पेंसिल (Lead Pencil) लकड़ी के एक बेलन के अभ्यंतर में ग्रेफाइट (Graphite) से बने ठोस बेलन को डालकर बनाई गई है। पेंसिल का व्यास 7 mm है और ग्रेफाइट का व्यास 1 mm है। यदि पेंसिल की लम्बाई 14 cm है, तो लकड़ी का आयतन और ग्रेफाइट का आयतन ज्ञात कीजिए।
76. एक सोफ्ट ड्रिंक (Soft Drink) दो प्रकार के पैकों में उपलब्ध है। (i) लम्बाई 5 cm और चौड़ाई 4 cm . वाले एक आयताकार टिन का डिब्बा जिसकी ऊँचाई 15 cm है और (ii) व्यास 7 cm वाले वृत्तीय आधार और 10 cm ऊँचाई वाले एक प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा। किस डिब्बे की धारिता अधिक है और कितनी अधिक है?
77. किसी बस स्टाप को पुराने गते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 cm है और ऊँचाई 1 m है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर $\text{₹}12$ प्रति m^2 है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी? ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{1.04} = 1.02$ का प्रयोग कीजिए।)
78. आंशिक रूप से पानी से भरे एक लम्बवृत्तीय बेलन में 6 cm व्यास वाले एक गोले को गिराया जाता है। बेलनाकार बर्तन का व्यास 12 cm है। यदि गोला पानी में पूर्णतया ढूब जाता है तो बताइए कि बेलनाकार बर्तन में पानी का स्तर कितना उठ जायेगा?
79. 7 cm व्यास वाले बेलनाकार बीकर में जिसमें कुछ पानी भरा हुआ है, मार्बल से बनी 1.4 cm व्यास वाली गोलियाँ डाली जाती है। 5.6 cm पानी के स्तर को उठाने के लिए बीकर में डाली जाने वाली मार्बल की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
80. 12 cm व्यास तथा 15 cm ऊँचाई वाले लम्ब वृत्तीय बेलन आइसक्रीम से पूरा भरा है। इस आइसक्रीम को 12 cm ऊँचाई वाले शंकुओं में भरा जाता है और

इसका ऊपरी सिरा 6cm व्यास वाली अर्धगोलाकार आकृति बनाता है। आइसक्रीम से बने ऐसे शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

81. एक खिलौना जिसे शंकु के ऊपर 7cm व्यास वाले एक अर्द्धगोले को रखकर बनाया गया है। खिलौने की कुल ऊँचाई 14.5 सेमी है। खिलौने का आयतन व कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ लीजिए।



82. यदि शंकु की ऊँचाई, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन को क्रमशः h, c तथा v से व्यक्त किया जाए तो सिद्ध कीजिए कि $3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2 = 0$
83. एक लकड़ी के खुले बक्से की विमाएं 36cm x 24cm x 25cm हैं। बक्सा 2cm मोटा है। यदि लकड़ी का घनत्व $100\text{g}/\text{m}^3$ हो तो लकड़ी का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।
84. एक आयताकार टंकी 210 मीटर लंबी तथा 75 मी. चौड़ी है। इस टंकी में 25 सेमी. वाले पाइप से पानी इस तरह गिर रहा है कि 15 घंटे में टंकी में पानी का स्तर 3.5 मी. ऊँचा उठ जाता है। पाइप में पानी के बहने की गति ज्ञात कीजिए।
85. एक अर्धगोलाकार कटोरे को ₹ 20 प्रति 100 वर्ग मीटर की लागत से अंदर से रंगना है। रंगाई का कुल खर्च ₹ 30.80 है। ज्ञात कीजिए
- (i) कटोरे का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल
 - (ii) कटोरे के अंदर मौजूद हवा का आयतन

86. दो गोलों का आयतन $64:27$ के अनुपात में है, इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
87. 4cm भुजा वाले घन के अंदर एक-एक गोला है जो उसकी भुजाओं को स्पर्श करता है। इन दोनों के बीच में रिक्त स्थान का आयतन ज्ञात कीजिए।
88. एक ही त्रिज्या वाले एक गोले और एक लंब वृत्तीय बेलन के आयतन बराबर है। बेलन का व्यास उसकी ऊँचाई से कितने प्रतिशत अधिक है।

अध्याय 13

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

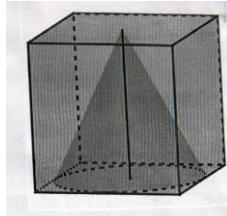
उत्तर व संकेत

1. b) 3
2. b) $3\pi r^2$
3. c) आधा
4. a) 12cm
5. a) 1:4
6. a) 6000
7. a) $\frac{32}{3} \pi r^2$
8. d) 5544cm^2
9. a) 15cm
10. d) 1cm
11. b) 1920
12. c) 33.1%
13. c) वही (समान)
14. c) 1:9
15. b) 2.1cm
16. c) 384cm^2
17. c) 64cm^3
18. d) आठ गुना होगा
19. a) $6:\pi$
20. d) 125%
21. 512cm^2
22. 180cm^2
23. 20:27
24. 550m^2
25. 4:3
26. 28cm
27. $\pi r(l + \frac{r}{4})$
28. 2:1
29. 1:4

30. शंकु की त्रिज्या = $R = \frac{r}{2}$

शंकु की ऊँचाई = $h = r$

Ans. $\frac{1}{12} \pi r^3$



31. (i) (a) 350cm^2

(ii) (c) 375cm^2

(iii) (d) $7 : 9$

(iv) (a) $1:1$

(v) 450cm^2

32. (i) (b) 43cm

(ii) (a) 600 टाइलें

(iii) (c) 74.5m^2

(iv) (a) ₹ 894

(v) (b) 500 टाइलें

33. (i) (b)

(ii) (a)

(iii) (c)

(iv) (a)

(v) (b) 961.6 वर्ग मात्रक

35. 500

37. 269.5cm^2

39. नए घन का आयतन = तीनों घनों के आयतनों का योग

$$V = s^3 = (3)^3 + (4)^3 + (5)^3$$

30. 6cm

41. 6cm

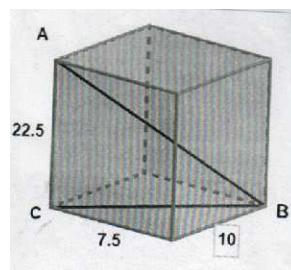
43. 8cm

45. समकोण $\triangle ABC$

$$BC^2 = (10)^2 + (7.5)^2$$

समकोण $\triangle ABC$ में

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



$$AB = \sqrt{(22.5)^2 + (10)^2 + (7.5)^2}$$

Ans. – 25.7cm

47. (d) $1665.84\text{cm}^2, 1668.48\text{cm}^2$

49. (d) $154\text{cm}^2, 308\text{cm}^2$

51. 4.75cm

53. 140m

55. $59.4\text{m}^2, 95.04\text{m}^2$

58. घंटी हुई त्रिज्या = $\frac{1}{2} [2r - \frac{30}{100} \times 2r] = \frac{7}{10} r$

$$\text{स० पू० क्षेत्र में बदलाव का \% = } \frac{3\pi r^2 - 3\pi \left(\frac{7}{10} r\right)^2}{3\pi r^2} \times 100$$

Ans. 51%

60. 3.5cm

61. शंक्वाकार कप के आधार की परिधि = अर्धवृत्त की चाप की लंबाई

Ans. 79.2 cm^3

63. माना 'x' cm टंकी के आधार तथा ढक्कन की मोटाई है।

$$\text{आयतन} = 5040 \times 1000\text{cm}^3 = (220-5-5)(170-5-5)(170-x-x)$$

Ans. 10cm

64. 5120cm^3

65. $96\pi\text{cm}^3$

66. 9.6cm

67. 9cm

68. $V_1 : V_2 : V_3 = 42 : 33 : 11$

69. 1.227 m

70. 20 दिन

71. ₹3511.20

72. 47m^2

73. (i) $R = 3r$ (ii) $S:S'=1:9$

74. 345.39g

75. $0.11\text{cm}^3, 5.28\text{cm}^3$

हल : यहाँ पेंसिल एक ऐसे बेलन के रूप में है जिसमें लकड़ी का एक बाहरी बेलन (त्रिज्या R) तथा ग्रेफाइट का एक आंतरिक बेलन (त्रिज्या r) है। पेंसिल की ऊंचाई 14 cm है। अर्थात् $h=14\text{ cm}$.

$$R = \frac{7}{2} = 3.5\text{ mm} = 0.35\text{ cm} \text{ and } r = \frac{1}{2}\text{ mm} = 0.5\text{ mm} = 0.05\text{ cm}$$

$$\text{ग्रेफाइट का आयतन} = V_g = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 0.05 \times 0.05 \times 14 = 0.11\text{ cm}^3$$

लकड़ी का आयतन = पेंसिल का कुल आयतन - ग्रेफाइट का आयतन

$$V_w = \pi R^2 h - \pi r^2 h = h (R^2 - r^2) = 14 \times [(0.35)^2] - (0.05)^2 \\ = 22 \times 2 \times 0.4 \times 0.3 = 5.28\text{ cm}^3$$

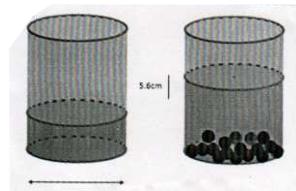


76. बेलन, 85 cm^3

77. $384 - 34$

78. 1 cm

79. Hint



मार्बलों की संख्या

$$= \frac{\text{उठे स्तर वाले पानी का आ०}}{1 \text{ मार्बल का आयत}}$$

उत्तर. 150

80. 10

81. $231\text{ cm}^3, 204.05\text{ cm}^2$

83. लकड़ी का आयतन = बाहरी आ० - आंतरिक आ०

$$\text{उत्तर} = 0.5248\text{ g}$$

84. 15 घंटे में टंकी में इकट्ठा हुए पानी का आयतन

$$= 210 \times 75 \times 3.5\text{ m}^3$$

$$\text{प्रश्नानुसार } 210 \times 75 \times 3.5 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 15000x$$

यहाँ $x\text{ km/h}$ या $1000x\text{ m/h}$ पानी की गति है।

उत्तर. 58.8 km/hour

85. (i) 154 m^2

(ii) 251.5 m^3

86. 16:9

87. 30.48 cm^3

88. 50%

$$\left[\text{Hint: } \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h \right]$$

पृष्ठीय, क्षेत्रफल तथा आयतन अभ्यास परीक्षा

समय : 1 घंटा

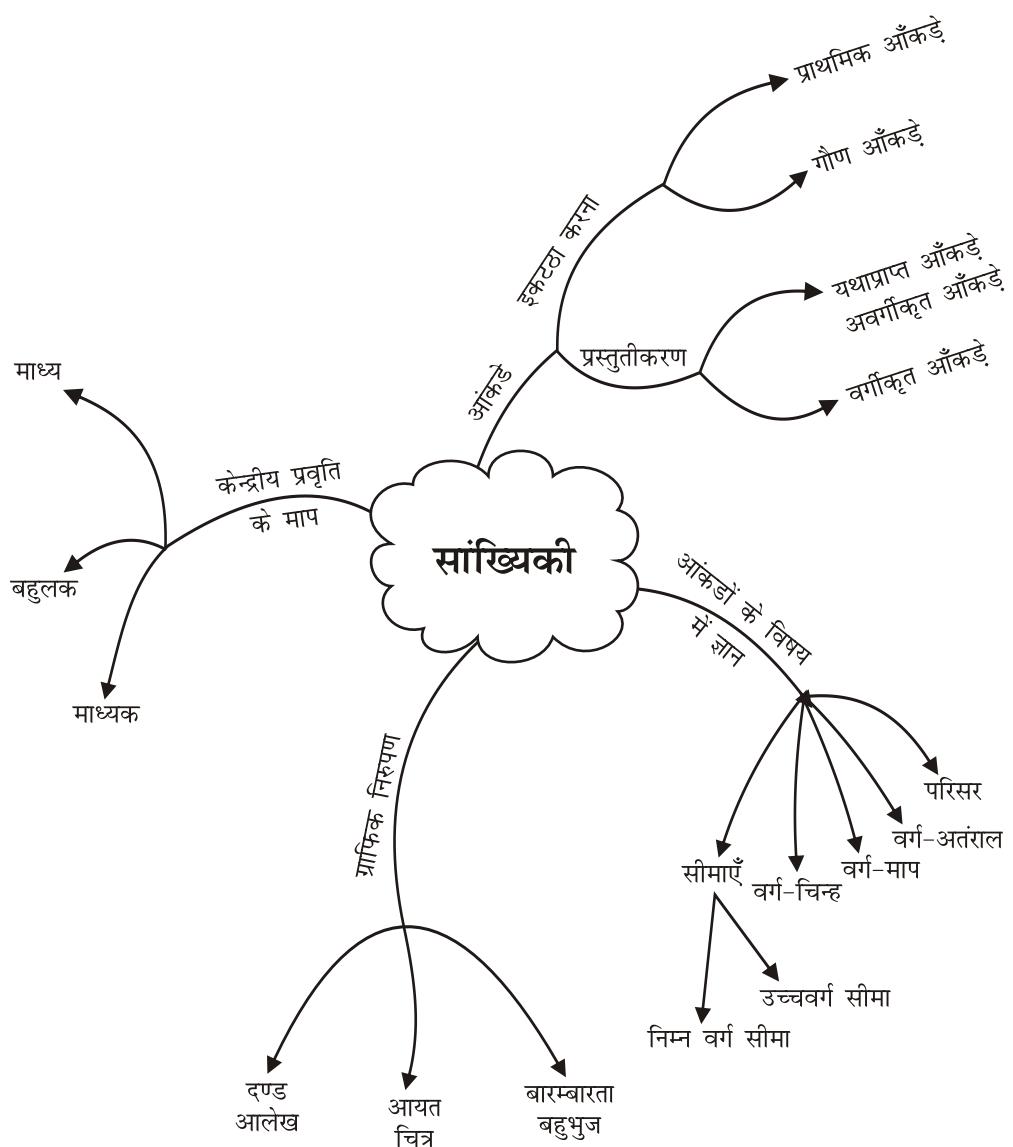
M.M. 25

1. यदि किसी कमरे की लंबाई l , चौड़ाई b तथा ऊचाई h हो तो कमरे की दीवारों का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (1)
2. किसी गोले का आयतन 310.4 cm^3 है। उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (1)
3. 3 गोले जिनकी त्रिज्याएँ 3cm , 4cm और 5cm हैं, को पिछलाकर एक बड़ा गोला बनाया जाता है। नए गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (1)
4. बेलन के आधार की परिधि 3.80 सेमी. है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 289.52cm^2 है। बेलन की ऊंचाई ज्ञात कीजिए। (2)
5. एक घन की भुजा किसी धनाभ की लंबाई की दुगुनी है। धनाभ की चौड़ाई तथा ऊंचाई उसकी लंबाई की आधी है। घन तथा धनाभ के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए। (2)
6. 14cm व्यास वाले एक अर्धवृत्ताकार कागज को मोड़कर एक खुले मुँह का कप बनाया जाता है। कप का आयतन ज्ञात कीजिए। (2)
7. एक भुट्टे का दाना $1.8 \times 0.8 \times 0.2 \text{ cm}$. विमाओं का है। भुट्टे की कुल ऊंचाई 13.7 cm तथा त्रिज्या 4.2 cm है। ऐसा मानते हुए कि दानों का आकार समान है तथा दानों के बीच की दूरी नगण्य है, भुट्टे पर लगें दानों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए। (3)
8. धनाभ की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊंचाई को 30% . बढ़ा दिया जाता है। धनाभ के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में हुई वृद्धि का प्रतिशत ज्ञात कीजिए। (3)
9. अजय ने एक व्यंजन बनाया तथा व्यंजन को 30 सेमी. व्यास वाले अर्धगोलाकार बर्टन में रखा। उसने व्यंजन को 15 सेमी. व्यास तथा 4 सेमी. ऊंचाई वाले आयताकार कपों में भरकर अपने तथा अपने दोस्तों में बांट दिया। अजय के दोस्तों की संख्या कितनी है? (5)
10. एक 15 मी. गहरी तथा 50 मी. चौड़ी नदी 2 सेमी. प्रति सैकेंड की दर से बह रही है। 9 घंटों में उस नदी से कितना लीटर पानी समुद्र में गिरेगा? (5)

अध्याय 14

सांख्यिकी

माइंड मैप



अध्याय 14

सांख्यिकी

महत्वपूर्ण बिंदु

- सांख्यिकी के अन्तर्गत हम आँकड़ों को इकट्ठा करना प्रस्तुतीकरण, विश्लेषण करना तथा निर्वचन करने का कार्य करते हैं।
- एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गये तथ्यों या अंकों को आंकड़े (Data) कहते हैं।
- दिये गये आंकड़ों में कोई प्रेक्षण कितनी बार आता है, यह उस प्रेक्षण की बारम्बारता कहलाती है।
- वर्ग अंतराल वह वर्ग (Group) होते हैं, जिसमें सभी प्रेक्षण बंटे होते हैं।
- वर्ग अंतराल 20-30 में 30 को वर्ग अंतराल की उच्चसीमा तथा 20 को निम्न सीमा कहते हैं।
- वर्ग अंतराल का मध्य मान वर्गचिन्ह कहलाता है। उदाहरण के लिए वर्ग 20-30 का वर्ग चिन्ह $\frac{20+30}{2} = 25$ है।
- वर्ग चिन्ह =
$$\frac{\text{निम्नवर्ग सीमा} + \text{उच्चवर्ग सीमा}}{2}$$
- औसत या माध्य =
$$\frac{\text{सभी प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$$
- माध्य
$$(\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (\bar{x}) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$
- जब बारम्बारता f_i दिया हो तो माध्य
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$
- प्रेक्षणों का वह मान जो सबसे ज्यादा बार प्रतीत होता है, बहुलक कहलाता है।
- माध्यक के लिए प्रेक्षणों को पहले बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित करें।

अब यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' विषम है तो

माध्यक = $\frac{(n+1)^{\text{th}}}{2}$ वाँ पद होगा तथा यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' सम है तो

माध्यक $\left(\frac{n}{2}\right)$ वें पद तथा $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ वें पद का औसत होगा।

$$\text{माध्यक} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{वाँ पद}} + \left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{वाँ पद}}}{2}$$

अति अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

रिक्त स्थान भरिएः (प्रश्न 1 से 8)

1. एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गये तथ्यों या अंको को
कहते हैं।
2. दिये गये आंकड़ों में कोई प्रेक्षण कितनी बार आता है, यह उस प्रेक्षण की
..... कहलाती है।
3. आँकड़ों के अधिकतम मान और न्यूनतम मान का अंतर
कहलाता है।
4. वर्ग अंतराल $5.5-15.5$, $15.5-25.5$, $25.5-35.5$ का वर्ग माप है।
5. वर्ग अंतराल $7-12$ का वर्ग चिन्ह है।
6. $1, 3, 5, 7, 19, 28$ का माध्य है।
7. पहली 10 प्राकृत संख्याओं का माध्यक है।
8. $14, 25, 14, 28, 17, 18, 18, 14, 23, 25, 14, 18$ का बहुलक
... है।
9. $25, 20, 20, 19, 23, 26, 28, 22, 32, 45$ का परिसर ज्ञात कीजिए।
10. $0-4, 5-9, 10-14, 15-19$, इन वर्ग अंतरालों का वर्ग माप ज्ञात कीजिए।
11. एक सतत बांरबारता बंटन के वर्ग चिन्ह $3.05, 3.15, 3.25, 3.35, 3.45$
और 3.55 है। वर्ग चिन्ह 3.35 का संगत वर्ग अंतराल ज्ञात कीजिए।
12. 24 के अभाज्य गुणनखण्डों का माध्य ज्ञात कीजिए।
13. यदि $13, 27, 24, 13, 17, 16, 17, 21, 22, x, 13, 17$ का बहुलक 17 है,
तो x का मान ज्ञात कीजिए।
14. प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

15. x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 का माध्य 10 है, तो $3x, 3x_2, 3x_3, 3x_4, 3x_5$ का माध्य क्या होगा?
16. वर्ग चिन्ह 8.5 तथा वर्ग माप 5 का वर्ग अंतराल ज्ञात कीजिए।
17. यदि किसी सतत् बारबारता वितरण में किसी वर्ग अंतराल का वर्ग चिन्ह 15 और निम्न वर्ग सीमा 13 है, तो उच्चवर्ग सीमा ज्ञात कीजिए।
18. यदि 11 प्रेक्षणों को अवरोही क्रम में व्यवस्थित करें तो कौन-सा प्रेक्षण माध्यक होगा।
19. 16 प्रेक्षणों को ओरोही क्रम में लगाया गया। दसवें प्रेक्षण को 10 से बढ़ा दिया गया तो इसके माध्यक पर क्या प्रभाव पढ़ेगा?
20. पहली 9 पूर्ण संख्याओं का माध्यक ज्ञात कीजिए।
21. यदि 2, 7, 8, 12, 6, 10 और 11 की प्रत्येक संख्या में 'a' जोड़ दिया जाए तो माध्य 10 है। 'a' का मान ज्ञात कीजिए।
22. एक सारणी में संख्याओं 3, 4 और 5 की बारम्बारता क्रमशः 8, 19 और 13 है, तो माध्य ज्ञात कीजिए।
23. कुल 20 प्रेक्षणों को आरोही क्रम में लगाया गया। नौवा, दसवाँ और चौदावाँ प्रेक्षण क्रमशः 36, 40 और 44 है, तो माध्यक क्या होगा?
24. पहले दो प्रेक्षणों का माध्य 6 है और पहले तीन प्रेक्षणों का माध्य 7 है। तीसरे प्रेक्षण का मान ज्ञात कीजिए।
25. पहले तीन प्रेक्षणों का माध्य 15 है और अगले दो प्रेक्षणों का माध्य 20 है। पाँचों प्रेक्षणों का माध्य ज्ञात कीजिए।
- केस स्टडी पर आधारित
26. Covid-19 के लक्षण वाले व्यक्तियों को ढूँढने के लिए एक स्वास्थ्य कर्मी घर-घर सर्वे करता है। एक परिवार का विवरण तालिका में दिया गया है।



क्रम सं.	नाम	लिंग	आयु(वर्षों में)	तापमान(°F)	SpO ₂ Level
1	रोशन लाल	M	72	98.2	94
2	गीता देवी	F	70	98.3	95
3	राकेश	M	47	98.6	97
4	मेनिका	F	43	98.0	97
5	अजय	M	16	98.4	99
6	अनन्या	F	13	98.5	98



30	27	26	32	40
32	26	25	30	20
38	30	29	15	21
25	27	21	20	29
42	40	37	16	22



- (i) अधिकतम विद्यार्थियों द्वारा T.V. देखे जाने का समय है:
- | | |
|------------|------------|
| (a) 3-4 घ. | (b) 4-5 घ. |
| (c) 5-6 घ. | (d) 6-7 घ. |
- (ii) 5 घंटों से कम समय T.V. देखने वाले विद्यार्थियों की संख्या है:
- | | |
|--------|--------|
| (a) 17 | (b) 22 |
| (c) 5 | (d) 15 |
- (iii) वर्ग 6-7 का वर्ग चिन्ह है:
- | | |
|---------|-------|
| (a) 6 | (b) 7 |
| (c) 6.5 | (d) 1 |
- (iv) वर्ग चिन्ह 5.5 वाला वर्ग अन्तराल है:
- | | |
|---------|---------|
| (a) 2-3 | (b) 3-4 |
| (c) 4-5 | (d) 5-6 |
- (v) 6 या 6 अधिक घंटों के लिए T.V. देखने वाले विद्यार्थियों की संख्या है:
- | | |
|-------|--------|
| (a) 5 | (b) 6 |
| (c) 7 | (d) 11 |

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

29. पाँच संख्याओं का माध्य 27 है। यदि एक संख्या को हटा दिया जाए तो शेष संख्याओं का माध्य 2 कम हो जाता है। हटाई गई संख्या ज्ञात कीजिए।
30. 15, 14, 19, 20, 14, 15, 16, 14, 15, 18, 14, 19, 15, 17, 15 का बहुलक ज्ञात कीजिए। यदि अन्तिम पद को बदलकर 14 कर दिया जाए तो नया बहुलक भी ज्ञात कीजिए।
31. एक फैक्ट्री में 40 श्रमिकों की किसी विशेष वर्ष में मासिक माध्य आय x रुपये है। प्रत्येक श्रमिक को दिवाली बोनस के रूप में ₹3000 मिले तो प्रत्येक श्रमिक की मासिक माध्य आय क्या होगी?
32. निम्न प्रेक्षणों को आरोही क्रम में व्यवस्थित कि गया है 14, 18, $x+2$, $x+4$, 30, 34 यदि माध्यक x हो तो x का मान ज्ञात कीजिए तथा प्रेक्षणों का माध्य भी ज्ञात कीजिए।
33. 13, 24, 13, 27, 17, 16, 17, x , 22, 21, 13, 17 में x का मान ज्ञात कीजिए, यदि बहुलक 17 है।

34. शिखा और उसके पति अमित की माध्य आयु 48 वर्ष है। यदि शिखा, अमित और उनकी बेटी अद्विका की माध्य आयु 39 वर्ष है, तो अद्विका की आयु ज्ञात कीजिए।
35. $6, 10, 11, x, 12, y$ का माध्य 10 है। यदि y का मान x के मान से 7 अधिक है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।
36. 25 विद्यार्थियों का भार (Kg में) इस प्रकार है:
- $35, 38, 36, 37, 38, 35, 37, 36, 35, 38, 36, 36, 35, 35, 38, 37,$
 $35, 36, 38, 38, 35, 35, 36, 38, 37$
- बारम्बारता सारणी पूरी कीजिए
- | | | | | |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| भार | 35 | 36 | 37 | 38 |
| बारम्बारता | | | | |
37. वर्ग चिन्हों $104, 114, 124, 134$ के लिए वर्ग-माप और वर्ग सीमाएं ज्ञात कीजिए।
38. $x, 2x+1, 2x+5, 2x+9$ का माध्य 30 है। अंतिम दो प्रेक्षणों का माध्य क्या होगा?
39. 25 व्यक्तियों की आयु (वर्षों में) का माध्य ज्ञात कीजिए
- | | | | | | |
|----------------------|----|----|----|----|----|
| आयु (वर्षों में) | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| व्यक्तियों की संख्या | 4 | 7 | 6 | 3 | 5 |
40. निम्न आँकड़े 30 परिवारों में बच्चों की संख्या को दर्शाते हैं
- $2, 1, 0, 3, 4, 2, 4, 3, 0, 1, 2, 4, 5, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 0, 2, 0, 3,$
 $2, 1, 0, 4, 5, 1$
- इन आँकड़ों की बारम्बारता सारणी बताइए।
41. एक एकदिवसीय क्रिकेट मैच में 18 खिलाड़ियों द्वारा बनाए गए रन इस प्रकार है:
- $3, 7, 16, 27, 46, 122, 73, 24, 7, 3, 0, 8, 46, 3, 99, 45, 28, 79$
- 25 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुए एक बारम्बारता सारणी बताइए।
42. 11 से 41 बीच की अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

43. पंद्रह संख्याओं का माध्य 18 है। यदि एक संख्या और सम्मिलित की जाए तो माध्य 19 हो जाता है। सम्मिलित की गई संख्या ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

44. गणित के तीन यूनिट टैस्ट में प्रियल को 75, 82 और 90 अंक प्राप्त हुए। यूनिट टैस्ट-IV में वह कितने अंक लाये कि उसका चारों यूनिट टैस्ट का औसत 85 हो जाये।

45. एक परीक्षा में 25 विद्यार्थियों द्वारा एक प्रश्न को हल करने के लिए लिया गया समय सेकंड में नीचे दिया गया है।

20,16, 20, 27, 27, 28, 30, 37, 33, 50, 40, 42, 46, 28, 43, 46,
46, 48, 49, 52, 58, 59, 60, 64, 52

10 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुये एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

46. निम्नलिखित तालिका से माध्य ज्ञात कीजिये।

xi	5	15	25	35	45
fi	6	4	9	6	5

47. निम्नलिखित तालिका से आयत चित्र बनाइये।

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	8	15	20	12	16

48. नीचे 50 बच्चों के अंकों की संख्यी बारम्बारता वितरण तालिका दी गई है।

वर्ग	20 से कम	40 से कम	60 से कम	80 से कम	100 से कम
बारंबारता	17	22	29	37	50

उपरोक्त आंकड़ों से एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

49. निम्नलिखित तालिका किसी राज्य के राजनैतिक दलों द्वारा जीती गई सीटों को प्रदर्शित करती है।

आयत चित्र बनाइये।

राजनैतिक दल	A	B	C	D	E	F	G
जीती गई सीटें	75	55	37	29	10	37	50

50. निम्न वितरण तालिका से p का मान ज्ञात कीजिये यदि आँकड़ों का माध्य 6 है।

xi	2	4	6	10	$p+5$
fi	3	3	3	1	2

51. निम्न सारणी में विद्यार्थियों द्वारा चयन किए गए विभिन्न कार्यकलाप दिए गए हैं।

कार्यकलाप	खेल	ध्यान	योग	टहलना
लड़कियों की संख्या	42	35	100	120
लड़कों की संख्या	90	64	130	86

उपरोक्त आँकड़ों के लिए दंड आलेख बनाये।

52. नीचे दिए गये आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाइये।

आयु (वर्षों में)

	fi
1 - 2	5
2 - 3	4
3 - 5	10
5 - 7	12
7 - 10	9
10 - 15	10
15 - 17	8

53. एक सामयिक परीक्षा (Periodical test) में लड़कों और लड़कियों के औसत अंक क्रमशः 36 और 39 है। यदि IX के इन सभी विद्यार्थियों के इस टैस्ट में औसत अंक 37 हैं तो लड़कों की संख्या का लड़कियों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिये।

54. 15 विद्यार्थियों द्वारा गणित के टैस्ट में प्राप्तांक (80 में से) इस प्रकार है:

49, 24, 51, 57, 43, 49, 71, 77, 49, 46, 43, 51, 20, 51, 57

इन आँकड़ों का माध्य, माध्यक और बहुलक ज्ञात कीजिए।

55. यदि 11, 13, 15, 19, $x+2$, $x+4$, 30, 35, 39, 46 को आरोही क्रम में रखने पर प्राप्त माध्यक 25 हो तो, x का मान ज्ञात कीजिए। इन आँकड़ों का माध्य भी ज्ञात कीजिए।

56. नवीं कक्षा के 40 विद्यार्थियों के प्राप्तांक निम्न तालिका में दिए गए हैं। इन आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाइए।

वर्ग चिह्न (मध्य बिन्दु)	5	15	25	35	45	55
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	6	14	8	2

57. निम्नलिखित आँकड़ो का बारम्बारता बहुभुज बताइए।

प्राप्तांक	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
विद्यार्थियों की संख्या	6	8	3	9	4

58. यदि निम्नलिखित आँकड़ो का माध्य 15 हो, तो f का मान ज्ञात कीजिए।

x;	5	10	15	20	25
f;	6	F	6	10	5

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

59. निम्न आँकड़ों का माध्य 50 है।

xi	10	30	50	70	90
fi	17	5a+3	32	7a-11	19

'a' का मान ज्ञात कीजिये और 30 एवं 70 की संगत बारम्बारता लिखिये।

60. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

अंक	बारम्बारता
0-10	03
10-20	09
20-30	18
30-40	16
40-50	12
50-60	02

61. यदि अंग्रेजी वर्णमाला के 26 अक्षर इस प्रकार लें कि A=1, B=2, C=3.....Z=26 तो

- 1) स्वरों (Vowels) के लिए संगत संख्याओं का माध्य तथा माध्यक ज्ञात कीजिये।
- 2) माध्यक के लिए संगत स्वर लिखिये।

62. एक विद्यालय में वह विद्यार्थी जिसने अपनी पिछली कक्षा में 80 या अधिक अंक प्राप्त किये हैं “मेधावी छात्रवृत्ति” प्राप्त करने के योग्य माना जाता है। कक्षा IX की निशि और विनायक द्वारा कक्षा VIII में सभी छः विषयों में प्राप्तांक इस प्रकार हैं-

विषय	हिन्दी	अंग्रेजी	गणित	विज्ञान	सा.विज्ञान	संस्कृत
निशि	78	74	86	85	73	83
विनायक	79	76	88	83	71	85

- 1) निशी और विनायक के अंकों का औसत प्रतिशत ज्ञात कीजिये।
- 2) दोनों में से कौन उपरोक्त “मेधावी छात्रवृत्ति” के लिए योग्य है?
63. कक्षा IX के 30 विद्यार्थियों का रक्त समूह इस प्रकार लिया गया।
 A, B, B, B, O, B, B, A, AB, A, O, B, O, AB, O
 AB, AB, B, AB, B, A, O, AB, B, A, O, AB, A, A, AB
 i) उपरोक्त आँकड़ों के लिए ‘बारम्बारता वितरण सारणी’ बनाइये।
 ii) मि. 'x' का एक्सीडेंट हो गया और उन्हें रक्त की आवश्यकता है।
 उसका रक्त समूह AB है। उपरोक्त में से कितने ‘सार्वत्रिक दाता’ (Universal Donor) और ‘सार्वत्रिक ग्राही’ (Universal Recipient) हैं?
64. सरकारी विद्यालय के 15 बच्चों ने एक महीने में अपनी गली की सफाई में अपनी दिनचर्या के कुछ घंटों का योगदान दिया जो इस प्रकार है:
 25, 15, 20, 20, 9, 20, 25, 15, 7, 13, 20, 12, 10, 15, 8
 उपरोक्त आँकड़ों से माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।
65. एक डॉक्टर किसी बीमारी के निदान के लिए दो तरीके सुझाते हैं। एक केवल दवाईयाँ लेकर और दूसरा ध्यान एवं योग द्वारा।

व्यक्तियों का आयु वर्ग	दवाई लेने वाले मरीजों की संख्या	ध्यान और योग करने वाले मरीजों की संख्या
20-30	20	05
30-40	30	12
40-50	42	20
50-60	40	30
60-70	30	20

उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

66. दिल्ली में आयोजित एक रक्त दान शिविर में स्वैच्छिक रक्तदान करने वाले व्यक्तियों की संख्या को प्रत्येक दिन के हिसाब से प्रदर्शित किया गया है।

दिन	रक्तदान करने वालों की संख्या
रविवार	100
सोमवार	80

मंगलवार	110
बुधवार	80
बृहस्पतिवार	60
शुक्रवार	70
शनिवार	120

- 1) उपरोक्त आँकड़ों को एक दण्ड आलेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।
- 2) किस दिन सर्वाधिक व किस दिन सबसे कम लोगों ने रक्तदान किया?

अध्याय 14
सांख्यिकी
उत्तर/संकेत/हल

- | | |
|---------------|---|
| 1. आंकड़े | 21. 2 |
| 2. बारम्बारता | 22. माध्य $\frac{3 \times 8 + 4 \times 19 + 5 \times 13}{8+19+13}$
$= \frac{165}{40}$
$= 4.125$ |
| 3. वर्ग माप | |
| 4. 10 | |
| 5. 9.5 | 23. माध्यक $= \frac{40+44}{2}$
$= 42$ |
| 6. 10.5 | |
| 7. 5.5 | 24. $x_1+x_2=12$ |
| 8. 14 | $x_1+x_2+x_3=21$
$x_3=9$ |
| 9. 26 | 25. माध्य = 17 |
| 10. 4 | 26. (i) (d) 98.3°F |
| 11. 3.3–3.4 | (ii) (b) 59 वर्ष |
| 12. 2.5 | (iii) (a) 97 |
| 13. $x=17$ | (iv) (a) 98.35°F |
| 14. 5.6 | (v) (a) 3 वर्ष |
| 15. 30 | 27. (i) (a) 27 |
| 16. 6–11 | (ii) (d) 28 |
| 17. 17 | (iii) (a) 27 |
| 18. छटवाँ | (iv) (b) 30 |
| 19. कुछ नहीं | (v) (b) 12 |
| 20. 4 | 28. (i) (a) 3-4 घ.
(ii) (b) 22
(iii) (c) 6.5
(iv) (d) 5-6
(v) (d) 11 |

29. 35

30. बहुलक - 15

नया बहुलक - 14

31. ₹(x+3000)

32. $\frac{x+2+x+4}{2} = 24$
 $x = 21$

माध्य $\frac{144}{6}$
 $= 24$

33. $x=17$

34. शिखा + उसका पति = 96 वर्ष

शिखा + उसका पति + उनकी बेटी
 $= 117$ वर्ष

उनकी बेटी की आयु = 21 वर्ष

35. $\frac{39+x+x+7}{6} = 10$
 $2x = 14$
 $x = 7$
 $y = 14$

भार	35	36	37	38
बारम्बारता	8	6	4	7

37. वर्ग माप : 10

वर्ग सीमाएँ : 99-109, 109-119,

119-129, 129-139

38. $\bar{x} = \frac{7x+15}{4}$

$x = 15$

माध्य = $\frac{35+39}{2}$
 $= 37$

आयु (वर्षों में) (x _i)	25	26	27	28	29
व्यक्तियों की संख्या (f _i)	4	7	6	3	5
n, f _i	100	182	162	84	145

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum fix_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{673}{25} \\ &= 26.92\end{aligned}$$

विद्यार्थियों की संख्या	मिलान चिन्ह	बारम्बारता
0		5
1		7
2		8
3		4
4		4
5		2

वर्ग अंतराल	मिलान चिन्ह	बारम्बारता
0-25		9
25-50		5
50-75		1
75-100		2
100-125		1

42. माध्य = $\frac{169}{7}$
 $= 24.14$

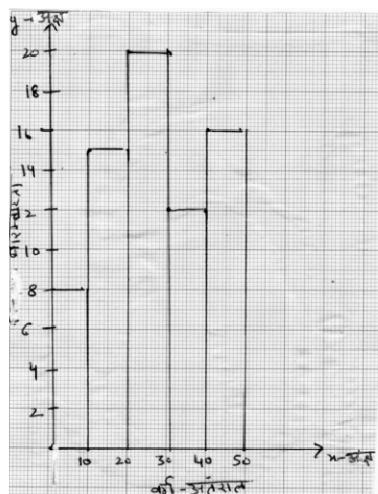
43. $\frac{270+x}{16} = 19$
 $x = 34$

45. वर्ग अंतराल

वर्ग अंतराल	मिलान चिन्ह	बारम्बारता
15 - 25		3
25 - 35		6
35 - 45		4
45 - 55		8
55 - 65		4

46. $\bar{x} = 25$

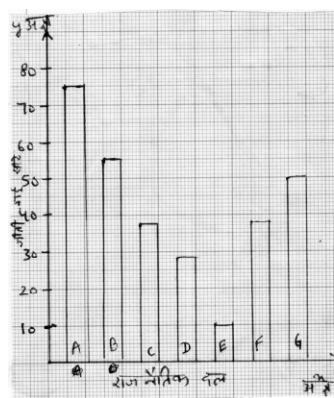
47.



48.

वर्ग अंतराल	बारम्बारता
0 - 20	17
20 - 40	5
40 - 60	7
60 - 80	8
80 - 100	13

49.

50. $x \quad f \quad fx$

2	3	6
4	3	12
6	3	18
10	1	10
p+5	2	$\frac{10+2p}{12}$
		$\frac{56+2p}{12}$

$$6 = \frac{56 + 2P}{12}$$

$$2P = 16$$

$$P = 8$$

53. 2 : 1

54. माध्य = $\frac{738}{15} = 49.2$

माध्यक = 49

बहुलक = 49, 51

55. माध्यक = $\frac{x+2+x+4}{2}$

$$2x = 44$$

$$n = 22$$

माध्य = $\frac{258}{10} = 25.8$

58. $x_1 \quad f_1 \quad x_1 f_1$

5	6	30
10	F	10F
15	6	90
20	10	200
25	5	125
	$\frac{27+F}{2}$	$\frac{445+10F}{2}$

$$15 = \frac{445 + 10F}{27+F}$$

$$F = 8$$

x_1	f_1	$x_1 f_1$
10	17	170
30	$5a+3$	$90+150a$
50	32	1600
70	$7a-11$	$-770+490a$
90	19	1710
	<u>12a+60</u>	<u>2800+640a</u>

$$\bar{x} = \frac{2800 + 640a}{12a+60}$$

$$600a + 3000 = 2800 + 640a$$

$$200 = 40a$$

$$a = 5$$

A	E	I	O	U
1	5	9	15	21
माध्य = $\frac{51}{5}$				= 10.2

माध्यक = 9

(ii) I

$$62. \text{ निशी का औसत प्रतिशत} = \frac{479}{6} \\ = 79.83$$

$$\text{विनायक का औसत प्रतिशत} = \frac{482}{6} \\ = 80.33$$

(ii) विनायक योग्य है।

$$64. \text{ माध्य} = \frac{234}{15} \\ = 15.6$$

माध्यक = 15

बहुलक = 20

सांख्यिकी

अभ्यास-परीक्षा

समय : 1 घंटा

M.M. 25

1. निम्न वर्ग चिन्हों की वर्ग सीमाएँ लिखिए (1)
47, 52, 57, 62, 67, 72, 77
2. यदि निम्न आंकड़ों का बहुलक 5 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (1)
2, 4, 3, 5, 4, 5, 6, 4, x, 7, 5.
3. वर्ग अंतराल 8-15 का वर्ग चिन्ह है। (1)
4. निम्नलिखित आंकड़ों को आरोही क्रम में लिखे जाने पर उनका माध्यम 25 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)
11, 13, 15, 19, x+2, x+4, 30, 35, 39, 46
5. प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या यह माध्य के बराबर है? (2)
6. यदि x, x+3, x+6, x+9 और x+12 का माध्य 10 है, तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)
7. 40 प्रेक्षणों का माध्य 160 था। परन्तु पुनः जाँच करने पर पाया गया कि 165 को गणना के दौरान गलती से 125 पढ़ा गया। सही माध्य ज्ञात कीजिए। (3)
8. एक पांसे को 1000 बार फेंकने पर 1, 2, 3, 4, 5, 6 आने की बारम्बारताएँ निम्न तालिका में दर्शाई गई हैं। आंकड़ों का दण्ड आलेख बनाइए। (3)

परिणाम	1	2	3	4	5	6
बारम्बारता	175	125	250	150	100	200

9. यदि निम्नलिखित वितरण का माध्य 20.2 हो तो a का मान ज्ञात कीजिए। (5)

X	10	15	20	25	30
F	6	8	a	10	6

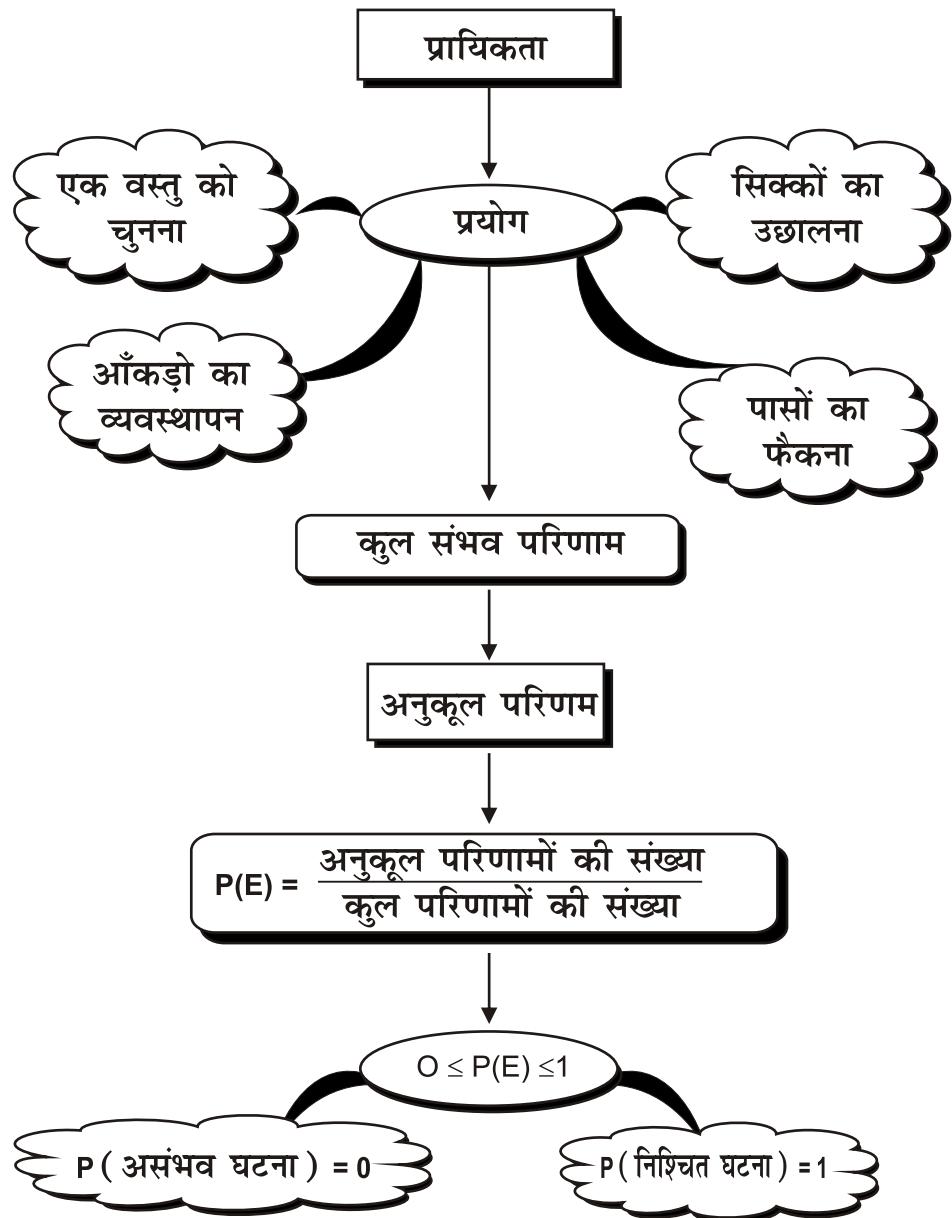
10. आयत चित्र और बारम्बारता बहुभुज बनाइए। (5)

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	5	10	4	6	7	3	2

अध्याय 15

प्रायिकता

माइंड मैप



अध्याय 15

प्रायिकता

महत्वपूर्ण बिंदु

अभिप्रयोग: यह वह क्रिया है जिसमें एक या एक से अधिक परिणाम प्राप्त होते हैं।

उदाहरण 1) एक सिक्के हो हर बार उछालना अभिप्रयोग है।

2) पासे को प्रत्येक बार फेंकना अभिप्रयोग है।

- एक घटना के संयोग या प्रायिकता को निम्न सूत्र से दर्शाया जाता है :

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}}$$

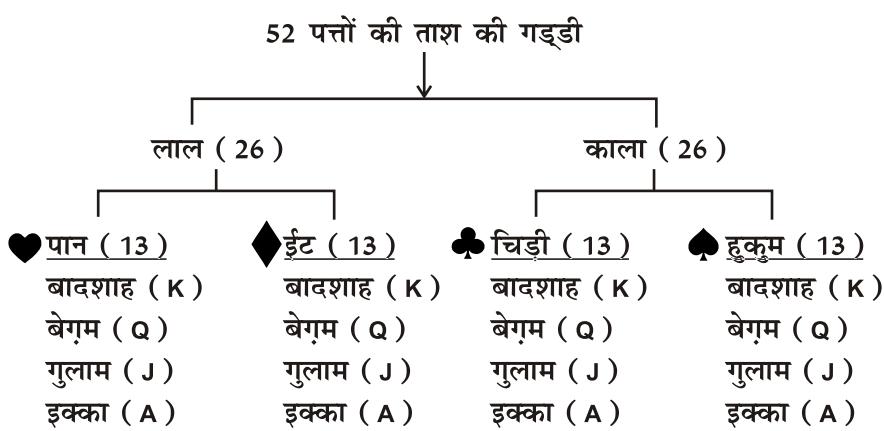
- किसी घटना के होने की प्रायिकता सैदैव 0 से 1 तक होती है।

$$0 \leq P(E) \leq 1$$
- A को निश्चित घटना कहा जाता है यदि $P(A) = 1$
- A को असंभव घटना कहा जाता है यदि $P(A) = 0$
- किसी प्रयोग में सभी अभिप्रयोगों की प्रायिकताओं का योग 1 होता है।

$$P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + \dots = 1$$

- किसी घटना के होने तथा न होने की प्रायिकताओं का योग सैदैव 1 होता है।

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$



• चित्र पत्ता: बादशाह, बेगम और गुलाम, कुल 12

अति अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. एक फल की टोकरी में 8 सेब, 5 आम और 10 संतरे हैं। इस टोकरी में से एक सेब चुनने की प्रायिकता क्या है?
2. अंग्रेजी वर्णमाला (A to Z) में से एक अक्षर (letter) बिना सोचे समझे चुना गया। क्या प्रतिकता है कि यह अक्षर MATHEMATICS के अक्षरों में से ही कोई एक है?
3. किसी घटना के न घटने की प्रायिकता 0.73 है, इसके घटने की प्रायिकता क्या होगी?
4. एक पांसे को फैका गया, इस पर 3 का गुणज आने प्रायिकता क्या है?
5. किसी वृत के व्यास के सबसे लंबी जीवा होने की क्या प्रायिकता है?
6. एक सिक्के को 200 बार फैका गया। यदि 120 बार चित आया हो, तो पट की प्रायिकता बताइए।
7. किसी घटना के घटने और न घटने की प्रायिकताओं का योगफल कितना होता है?
8. किसी अभिप्रयोग की सभी संभव घटनाओं की प्रायिकताओं का योग कितना होता है?
9. एक सिक्के को एक बार उछालने पर, उस पर पट आने की प्रायिकता बताइए।
10. एक पांसे के एक बार फैका गया हो, तो एक अभाज्य संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता बताइए।
11. एक पांसे को एक बार फैका गया। इस पर एक सम संख्या आने की क्या प्रायिकता है?
12. एक थैले में 2 लाल, 3 हरी और 1 सफेद गेंद हैं। एकाएक इस थैले में से एक गेंद निकाली गई, इसके काली न होने की प्रायिकता क्या है?
13. MATHEMATICS शब्द में से एक स्वर (Vowel) चुनने की प्रायिकता बताइए।

14. एक थैले में 3 से 32 तक की संख्या वाली पर्चियाँ हैं। इसमें से एक पर्ची को यादृच्छया निकाला जाता है, इस पर 4 का गुणज आने की क्या प्रायिकता है?
15. एस्टेट मैनेजर के पद के साक्षात्कार के लिए 15 उम्मीदवार आए। इनमें से 8 सेवानिवृत आर्भी पुरुष, 4 सेवानिवृत प्रधानाचार्य और 3 अन्य विभागों से थे। इस पद के लिए एक सेवानिवृत आर्भी पुरुष के चयनित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
16. अच्छी तरह से फैंटी गई, 52 पत्तों की एक गड्ढी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला गया, इसके लाल पत्ता होनें की प्रायिकता क्या होगी?
17. एक थैले में 100 बल्ब हैं, जिसमें से 30 बल्ब खराब हैं। एकाएक इसमें से एक बल्ब निकाला गया, क्या प्रायिकता है कि निकाला गया बल्ब ‘सही’ है?
18. एक बैग में x सफेद, y नीली और z लाल गेंदे हैं। इसमें से एक गेंद निकालने पर उसके लाल होनें की क्या प्रायिकता है।
19. वह सीमा क्या है जिसमें किसी घटना के होने की प्रायिकता होती है।
20. एक हॉकी मैच में, एक गोलकीपर 10 शॉट में से 7 को गोल होने से रोक सकता है। विपक्षी टीम द्वारा किसी एक शॉट पर गोल करने की क्या प्रायिकता है?

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

21. एक पांसे को फैकने पर 11 प्राप्त करना घटना है।
22. एक सिक्के के उछालने पर संभव परिणाम तथा है।
23. किसी असंभव घटना की प्रायिकता सदैव होती है।
24. किसी घटना के घटने की प्रायिकता कभी-भी से अधिक नहीं हो सकती।
25. किसी घटना के घटने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ हो तो इनके न घटने की प्रायिकता होगी।

क्लेस स्टडी पर आधारित प्रश्न

26. एक बीमा कंपनी एक शहर में 1000 वाहन चालकों को यादृच्छया चुनती है, ताकि एक वर्ष मे हुई दुर्घटनाओं और वाहन चालक की आयु में संबंध का अध्ययन कर सकें।



वाहन चालक का आयु वर्ग (वर्षों में)	दुर्घटनाओं की संख्या				
	0	1	2	3	3 से अधिक
18-25	212	74	62	34	18
25-40	195	62	45	25	12
40-60	110	45	50	12	7
60 और 60 से अधिक	12	8	6	4	7

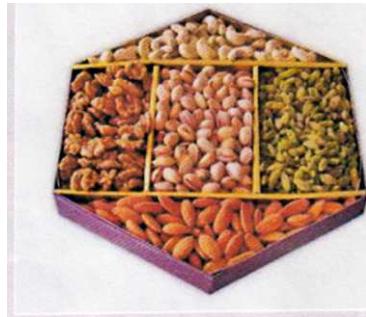
यादृच्छया एक वाहन चालक चुने जाने पर, क्या प्रायिकता है कि वह

- (A) आयु वर्ग 18-25 में से है और दुर्घटनाओं की संख्या 2 है।
(a) 0.034 (b) 0.045 (c) 0.062 (d) 0.110
- (B) आयु वर्ग 25-40 में से है और उसकी दुर्घटनाओं की संख्या कम से कम 3 है।
(a) 0.037 (b) 0.025 (c) 0.012 (d) 0.045
- (C) 40 वर्ष से अधिक आयु का है और उसकी कोई दुर्घटना नहीं है।
(a) 0.053 (b) 0.012 (c) 0.110 (d) 0.122
- (D) ऐसा वाहन चालक है, जिसकी कोई दुर्घटना नहीं है।
(a) 0.044 (b) 0.163 (c) 0.189 (d) 0.529
- (E) उपरोक्त तालिका के अनुसार, सबसे अधिक दुर्घटना घटित होने की प्रायिकता किस आयु वर्ग में है?
(a) 18-25 (b) 25-40
(c) 40-60 (d) 60 और अधिक

27. त्यौहारों के समय, एक दुकानदार मेवों (ड्राई फ्रूट) के गिफ्ट पैक बनाता है।

5kg. कुल भार वाले 10 डिब्बों में मेवों का शुद्ध भार निम्न लिखित है।

4.798kg, 4.795kg, 4.801kg, 4.805kg, 4.810kg, 4.825kg, 4.798kg,
4.800kg, 4.806kg, 4.817kg



एक डिब्बे को यादृश्छया चुना जाता है। क्या प्रायिकता है कि इसमें मेवों का शुद्ध वज़न

(A) 4kg 800g से अधिक है।

- (a) 0.7 (b) 0.6 (c) 0.5 (d) 0.4

(B) पूरा-पूरा 4.798kg है।

- (a) 0.2 (b) 0.3 (c) 0.4 (d) 0.5

(C) माध्यक भार से अधिक है।

- (a) 0.48 (b) 0.52 (c) 0.51 (d) 0.5

(D) बहुलक भार के समान होगा।

- (a) 0.2 (b) 0.3 (c) 0.4 (d) 0.5

(E) क्या प्रायिकता है, कि चुने गए डिब्बे का बिना मेवों के भार 400g से कम होगा।

- (a) 0 (b) 1 (c) 0.5 (d) 0.7

28. एक खेल कूद अध्यापक अपने 45 विद्यार्थियों के भार का विवरण बारंबारता सारणी में रखता है। प्रत्येक भार को पूर्ण संख्या के रूप में लिया गया।



भार (kg) में	विद्यार्थियों की संख्या
30-35	8
35-40	6
40-45	16
45-50	9
50-55	3
55-60	1
60-65	0
65-70	2

क्या प्रायिकता है कि यादृच्छ्या चुने गए एक विद्यार्थी का भार होगा:

- (A) वर्ग अंतराल 45-50 में
- (a) $\frac{2}{15}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{15}$ (d) $\frac{2}{45}$
- (B) 45kg से कम
- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{15}$
- (C) अधिक से अधिक 49 kg
- (a) $\frac{13}{15}$ (b) $\frac{12}{15}$ (c) $\frac{2}{15}$ (d) $\frac{1}{15}$
- (D) एक विशेष खेल में केवल 60kg या अधिक वजन का विद्यार्थी भाग ले सकता है। एक यादृच्छ्या चुने गये विद्यार्थी की इस खेल में भाग लेने की क्या प्रायिकता है?
- (a) $\frac{43}{45}$ (b) 0 (c) $\frac{2}{45}$ (d) 1
- (E) एक विशेष खेल में केवल 62kg भार का विद्यार्थी ही भाग ले सकता है। क्या प्रायिकता है कि यादृच्छ्या चुना गया एक विद्यार्थी इस खेल में भाग ल सकेगा?
- (a) $\frac{2}{45}$ (b) 1 (c) 0 (d) $\frac{43}{45}$

अति अधु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

29. नीचे दी गई सारणी में कक्षा IX के विद्यार्थियों द्वारा गणित में प्राप्तांक दिये गये हैं।

प्राप्तांक प्रतिशत	0-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
बारम्बारता	0	1	9	10	10	8	5	3	2

ज्ञात कीजिए

i) 50 प्रतिशत से कम प्राप्तांक की प्रायिकता

ii) 90 प्रतिशत या उस से अधिक प्राप्तांक की प्रायिकता।

30. कार्ड जिन पर संख्याएं 7 से 49 लिखी हैं, एक डिब्बे में डाल कर अच्छी तरह से मिला दिये गये। डिब्बे से एक कार्ड उठाया गया, इस पर

i) 'एक अभाज्य संख्या हो' की प्रायिकता क्या होगी?

ii) '7 का गुणज हो' की प्रायिकता क्या होगी?

31. एक विद्यार्थी आशु द्वारा एक कार्य दिवस में विभिन्न गतिविधियों पर लगाये गए घंटों की संख्या, सारणी द्वारा दर्शाई गई हैं।

गतिविधि	सोना	स्कूल जाना	गृह कार्य	घर से बाहर दृश्यन	बाहर खेले जाने वाले खेल	घर पर अन्य गतिविधियाँ
घंटे	7	7	2	3	3	3

उसका मित्र सोनू उसके साथ पढ़ने के लिए उसके घर आया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये-

i) आशु के घर पर होने की?

ii) सोनू के आशु के साथ खेलने की?

32. एक मौसम केंद्र के रिकार्ड को देखने से पता चलता है कि पिछले 365 क्रमागत दिनों में किए गए पूर्वानुमानों में से 290 बार उसके पूर्वानुमान सही रहे हैं। एक दिए हुए दिन पर पूर्वानुमान के

i) सही होने की प्रायिकता क्या होगी?

ii) सही न होने की प्रायिकता क्या होगी?

एक व्यक्ति का चयन करने पर उसके द्वारा निम्न को पसंद करने की प्रायिकता क्या होगी

33. निम्न आँकड़े एक वृद्ध आश्रम से लिये गये।

पेय पदार्थ	कैम्पा	शिकंजी	दूध	डिब्बाबंद जूस
पेय पदार्थ पसंद करने वाले लोगों की संख्या	6	10	16	8

एक व्यक्ति का चयन करने पर उसके द्वारा निम्न को पसंद करने की प्रायिकता क्या होगी ?

- (i) प्राकृतिक पेय (ii) डिब्बाबंद जूस

34. एक विद्यालय में IX अ में 35, IX ब में 34 और IX स में 33 विद्यार्थी हैं।
यदि सभी विद्यार्थी जिनका अनुक्रमांक एक सम संख्या है, को पाठ-2
“बहुपद” और जिनका अनुक्रमांक एक विषम संख्या है, को
पाठ-1 “संख्या पद्धति” पर प्रोजेक्ट बनाने को दिया गया तो एक विद्यार्थी
द्वारा—
i) पछ्च 1 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
ii) पाठ 2 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

35. यदि किसी घटना E के घटित होने और न होने की प्रायिकताओं के बीच का
अंतर हैं तो घटना E के घटित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

36. एक कक्षा के 40 विद्यार्थियों के जन्म के महीने निम्न सारणी में दर्शाये गये हैं।

महीने	विद्यार्थियों की संख्या	महीने	विद्यार्थियों की संख्या	महीने	विद्यार्थियों की संख्या
जनवरी	3	मई	5	सितम्बर	3
फरवरी	4	जून	1	अक्टूबर	4
मार्च	2	जुलाई	2	नवम्बर	4
अप्रैल	2	अगस्त	6	दिसम्बर	4

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि

- i) उसका जन्म नवम्बर में हुआ हो।

ii) जन्म के माह में 31 दिन हो।

37. एक प्रश्न के सही उत्तर का अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{x}{2}$ है। यदि इस प्रश्न के सही उत्तर के अनुमान न लगाने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ हो, तो का x मान ज्ञात कीजिए।

38. एक पर्स में ₹1, ₹2 और ₹5 के सिक्कों के संख्या नीचे दी गई है:

सिक्के	₹1	₹2	₹5
सिक्कों की सं.	14	10	14

इस पर्स में से एक सिक्का चुना गया, प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह

- (a) ₹5 का सिक्का न हो।
 - (b) ₹1 का सिक्का हो।
39. एक बॉक्स में 130 बोल्ट और 70 नट है। जाँचने पर पता चला कि आधे बोल्ट और आधे नट ज़ग लगे हैं। इस बॉक्स में से एक चीज निकाली गई, उसके ज़गरहित होने की क्या प्रायिकता है?
40. 52 पत्तों की ताश की गड्ढी में से एक पत्ता यादृच्छ्या निकाला गया। निम्न के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- i) एक इक्का
 - ii) एक चिढ़ी का पत्ता
41. एक स्कूल की लाइब्रेरी में एक विद्यार्थी को एक अलमारी में 30 अंग्रेजी, 20 साहित्य, 10 हिंदी और 25 गणित की पुस्तकें मिली। सभी प्रकार की एक पुस्तक चुनने की क्या प्रायिकता है। इन सभी प्रायिकताओं का योग फल भी ज्ञात कीजिए।
42. एक पांसे को 100 बार फैंका गया। यदि विषय संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता हो, तो बताइए कि समसंख्या कितनी बार प्राप्त हुआ।

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

43. कक्षा IX के 35 विद्यार्थियों के Hb स्तर के लिए हुई मेडिकल जाँच को निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

Hb स्तर	8 से कम	10 से कम	12 से कम	14 से कम	16 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	13	23	35

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये जिनका

- i) Hb स्तर 10 से कम हो
- ii) Hb स्तर 12 या अधिक लेकिन 16 से कम हो

44. छठें विषय के रूप में ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग और वित्तीय प्रबंधन के चयन के लिए एक सर्वेक्षण किया गया। ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग के पक्ष में लिये गये आँकड़ों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

पसंद - 20

नापसंद - 15

- i) एक विद्यार्थी के ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- ii) एक विद्यार्थी द्वारा वित्तीय प्रबंधन को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

45. एक खेल में एक खिलाड़ी ने 100 बार पासा फेंका जिसको निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

परिणाम	1	2	3	4	5	6
बारंबारता	20	12	18	19	16	15

1 और 6 आने पर खिलाड़ी को पासा फेंकने का एक मौका और मिलेगा।

3 और 5 आने पर उसकी बारी कट जायेगी।

- i) अगली बारी कटने की प्रायिकता क्या होगी?
- ii) एक मौका और मिले, इसकी प्रायिकता क्या होगी?

46. 200 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त किये गये अंकों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है (अधिकतम प्राप्तांक - 100)

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	20
10-20	40
20-30	15
30-40	24
40-50	25
50-60	12
60-70	9
70-80	7
80-90	12
90-100	36

विद्यार्थी द्वारा प्राप्त अंकों की निम्न प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (i) 40 से कम (ii) 60 या उससे अधिक लेकिन 80 से कम
(iii) 80 या उससे अधिक

47. कक्षा IX की गणित की पाठ्य पुस्तक में 15 पाठ हैं। गणित की एक अध्यापिका ने एक विद्यार्थी को बुलाकर प्रत्येक पाठ के नाम वाली एक पर्ची बनाने के लिए कहा। अध्यापिका ने सभी पर्चियों को अच्छी तरह मिला दिया। अब उसने एक और विद्यार्थी को एक पर्ची उठाने के लिए बुलाया। पर्ची पर जो पाठ लिखा है उसके-

- i) ज्यामिति से होने की क्या प्रायिकता होगी?
- ii) बीजगणित से होने की क्या प्रायिकता होगी?

48. एक गणित की पुस्तक में 400 पृष्ठ हैं जिनकी संख्या 1 से 400 है। एक पृष्ठ का चयन किया गया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- i) पृष्ठ संख्या का इकाई अंक 9 हो।
- ii) वह चार का गुणज हो।
- iii) पूर्ण वर्ग हो।

49. निम्न सारणी में 1000 कर्मचारियों का प्रतिदिन का वेतन दर्शाया गया है।

वेतन प्रतिदिन (₹)	500-700	701-900	901-1100	1101-1300
कर्मचारियों की संख्या	280	175	420	125

यदि एक कर्मचारी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

- i) कम से कम ₹701 प्रतिदिन
- ii) अधिक से अधिक ₹900 प्रतिदिन
- iii) अधिक से अधिक ₹1300 प्रतिदिन

50.
$$BMI = \frac{\text{द्रव्यमान (कि.ग्रा.)}}{\text{ऊँचाई (मी. में)}}$$

निम्न सारणी विभिन्न वर्गों के BMI को दर्शाता है।

क्र.सं.	वर्ग	BMI (कि.ग्रा./मी.2)
1.	सामान्य भार से नीचे	16.0–18.5
2.	सामान्य भार	18.5–25.00
3.	सामान्य से अधिक	25.0–30.0
4.	सामान्य से बहुत अधिक	30.00 से अधिक

तीन व्यक्तियों x, y, z की ऊँचाई 170 सेमी. हैं। x, y, z के द्रव्यमान क्रमशः 70 कि., 85 कि., 65 कि. है। चयनित व्यक्ति का BMI सामान्य से अधिक होने की प्रायिकता क्या होगी?

51. निम्न पंक्तियों को ध्यान से पढ़े।

Horse is horse, of course, of course.

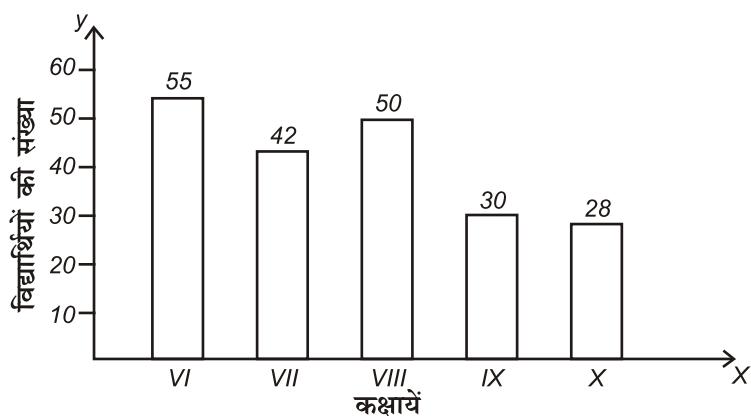
And no one can talk to horse of course.

That is, of course, unless the horse is the famous mister ID.

i) उपरोक्त पंक्तियों में शब्द "Course" की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

ii) उस शब्द को लिखिये जिसकी प्रायिकता शब्द "Course" की प्रायिकता के समान है।

52. निम्न आयत चित्र एक विद्यालय की विभिन्न कक्षाओं के कुल विद्यार्थियों की संख्या दर्शाता है।



प्राथमिक कक्षाओं के वार्षिक उत्सव पर कक्षा IX व X को अनुशासन कार्य दिया गया। कक्षा VII व VIII को बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया, कक्षा VI के विद्यार्थियों को मुख्य अतिथि के स्वागत से संबंधी कार्य दिया

गया। यदि एक विद्यार्थी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि उसको

- i) बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया।
- ii) वह कक्षा X का विद्यार्थी है।
- iii) वह स्वागत समिति का सदस्य है।

53. एक पार्क में फूलों का छोटा सा समकोण त्रिभुजाकार बाग है जिसकी दो छोटी भुजाएँ क्रमशः 5 मी. तथा 12 मी. हैं। इसकी भुजाओं पर हर $1/2$ मी. की दूरी पर फूलों के पौधे लगाने हैं। गुलाब के पौधे सबसे छोटी भुजा पर, गेंदे के पौधे सबसे बड़ी भुजा पर और सूरजमुखी तीसरी भुजा पर। तीनों शीर्षों पर अलग-अलग पौधे लगाते हैं। एक पौधे का चयन किया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चयनित पौधा

- i) सबसे बड़ी भुजा पर है।
- ii) सूरजमुखी का है।

54. छोटे रंगीन 1000 बल्बों में से 81 सफेद रंग के हैं, 53 लाल रंग के हैं, 26 हरे रंग के और शेष नीले रंग के हैं। एक बल्ब को चयनित करने पर निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि वह

- i) नीले रंग का हो
- ii) लाल रंग का हो
- iii) सफेद रंग का हो

55. एक विद्यालय में 682 विद्यार्थी हैं। उनके द्वारा प्रयोग किये गये यातायात के साधन इस प्रकार हैं।

यातायात के साधन	साइकिल	पैदल	अभिभावक मोटर साइकिल	अभिभावक कार	डी.टी.सी. बस	वैन	ऑटो
विद्यार्थियों की संख्या	52	128	86	64	100	172	80

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। उसके निम्न से आने की प्रायिकता क्या होगी:-

- i) चार पहिये का वाहन
- ii) दुपहिया वाहन

56. 1, 2, 3, 100 संख्या वाले 100 कार्ड एक डिब्बे में रखे हैं।
इनको अच्छी तरह हिला कर एक कार्ड निकाला गया, क्या प्रायिकता है कि
वह एक
(i) 5 या 7 का गुणज है।
(ii) 5 और 7 का गुणज है।
(iii) 20 से छोटी एक अभाज्य संख्या है।
57. 20 विद्यार्थियों के रक्त समूहों (*Blood Groups*) का विवरण निम्नलिखित
हैः
B, A, B, O, AB, O, A, AB, O, B, B, AB, AB, O, A, O, A, B, AB, और O.
एक विद्यार्थी चुना गया, प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उसका रक्त समूह
(i) A होगा।
(ii) AB होगा।
(iii) O होगा।

अध्याय 15

प्रायिकता

उत्तर/संकेत और हल

1.	$\frac{5}{13}$	23.	0	33.	(i) $\frac{13}{20}$
2.	$\frac{4}{13}$	24.	1	(ii)	$\frac{1}{5}$
3.	0.27	25.	$\frac{1}{4}$	34.	(i) $\frac{26}{51}$
4.	$\frac{2}{3}$	26.	A. (c)	(ii)	$\frac{25}{51}$
5.	1		B. (a)	35.	$P(E) + P(\bar{E}) = 1$
6.	$\frac{2}{5}$		C. (d)		$P(E) - P(\bar{E}) = \frac{3}{7}$
7.	1		D. (d)		$P(E) = \frac{5}{7}$
8.	1	27.	A (b)	36.	(i) $\frac{1}{10}$
9.	$\frac{1}{2}$		B (a)	(ii)	$\frac{7}{12}$
10.	$\frac{1}{2}$		C (d)	37.	$\frac{x}{2} + \frac{2}{3} = 1$
11.	$\frac{1}{2}$		D (a)		$= x = \frac{2}{3}$
12.	1	28.	A (b)	38.	(i) $\frac{12}{19}$
13.	$\frac{4}{11}$		B (a)	(ii)	$\frac{7}{19}$
14.	$\frac{7}{30}$		C (a)	39.	$\frac{1}{2}$
15.	$\frac{8}{15}$		D (c)	40.	(i) $\frac{1}{13}$
16.	$\frac{1}{2}$	29.	(i) $\frac{5}{12}$	(ii)	$\frac{1}{4}$
17.	$\frac{7}{10}$		(ii) $\frac{1}{24}$	41.	$\frac{6}{17}, \frac{4}{17}, \frac{2}{17}, \frac{5}{17}$
18.	$\frac{z}{x+y+z}$	30.	(i) $\frac{12}{43}$		योगफल = 1
19.	0 से 1		(ii) $\frac{7}{43}$		
20.	$\frac{3}{10}$	31.	(i) $\frac{11}{24}$		
21.	असंभव		(ii) $\frac{1}{24}$		
22.	चित, पट	32.	(i) $\frac{58}{73}$		
			(ii) $\frac{15}{73}$		

42. $\frac{2}{5} \times 100 = 40$ रुपये

51. (i) $\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$

43. (i) $\frac{1}{5}$

(ii) Horse

(ii) $\frac{22}{35}$

52. (i) $\frac{92}{205}$

44. (i) $\frac{4}{7}$

(ii) $\frac{28}{205}$

(ii) $\frac{3}{7}$

(iii) $\frac{11}{41}$

45. (i) $\frac{17}{50}$

53. (i) $\frac{5}{12}$

(ii) $\frac{7}{20}$

(ii) $\frac{23}{60}$

46. (i) $\frac{99}{200}$

54. (i) $\frac{41}{500}$

(ii) $\frac{2}{25}$ (iii) $\frac{6}{25}$

(ii) $\frac{1}{8}$

47. (i) $\frac{7}{15}$

55. (i) $\frac{118}{341}$

(ii) $\frac{2}{15}$

(ii) $\frac{118}{341}$

48. (i) $\frac{1}{10}$

56. (i) $\frac{8}{25}$

(ii) $\frac{1}{4}$

(ii) $\frac{1}{50}$

(iii) $\frac{1}{20}$

(iii) $\frac{2}{25}$

49. (i) $\frac{18}{25}$

57. (i) $\frac{1}{5}$

(ii) $\frac{91}{200}$

(ii) $\frac{1}{4}$

(iii) 1

(iii) $\frac{3}{10}$

50. B.M.I (x) = $\frac{70}{(1.7)^2} = 24.22$

B.M.I. (y) = $\frac{80}{(1.7)^2} = 29.41$

BMI (z) = $\frac{65}{(1.7)^2} = 22.49$

Probability = $\frac{1}{3}$

प्रायिकता

समय : 1 घंटा

अभ्यास परीक्षा

M.M. 25

1. संख्याओं 1, 2, 3, 4, 15 में एक संख्या चुनने पर 4 का गुणज प्राप्त होने की क्या प्रायिकता है? (1)
2. निश्चित घटना की क्या प्रायिकता है? (1)
3. एक पांसे को एक बार उछाला गया। एक अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (1)
4. अंग्रेजी वर्णमाला में से एक अक्षर को यादृच्छया चुना जाता है। अक्षर के स्वर होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (2)
5. किसी थैले में 1 से 100 तक की संख्या के 100 कार्ड रखे गए हैं। थैले में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गये कार्ड की प्रायिकता ज्ञात कीजिए यदि वह कार्ड
 - (1) 5 का गुणज हो (2)
 - (2) 80 या 80 से अधिक हो।
6. अनुमान लगाकर, किसी प्रश्न के सही उत्तर बताने की प्रायिकता $\frac{x+1}{5}$ है। यदि सही उत्तर न बताने की प्रायिकता $\frac{x}{5}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)
7. 52 पत्तों की एक ताश की गड्ढी में से एक पत्ता चुना जाता है। निम्न के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह
 - (1) एक चिह्नी का पत्ता।
 - (2) हुक्म का पत्ता न हो।
 - (3) बादशाह हो।
8. एक पांसे को 400 बार उछाला गया। परिणाम 1, 2, 3, 4, 5 और 6 आने की बारंबारता निम्न तालिका में दर्शाई गई है। (3)

परिणाम	1	2	3	4	5	6
बारंबारता	72	65	70	71	63	59

निम्नलिखित के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (1) संख्या 3 में कम (2) 6
- (3) संख्या 4 से अधिक

9. एक अन्तर्राष्ट्रीय एक दिवसीय क्रिकेट मैच में एक बल्ले बाज 50 गेंदे खेलता है। उसके द्वारा बनाये गए रनों का विवरण निम्न प्रकार में है: (5)

परिणाम	0	1	2	3	4	5	6
बारम्बारता	13	11	9	7	6	0	4

बल्ले बाज द्वारा एक गेंद पर निम्नलिखित रन बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

- (a) 6 रन (b) 4 या 6 रन (c) 2 से कम रन (d) 3 रन

10. 3 सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। उसके परिणाम निम्नलिखित हैं: (5)

परिणाम	3 चित्त	2 चित्त	1 चित्त	कोई चित्त नहीं
बारम्बारत	23	72	77	28

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (a) दो चित्त (b) तीन चित्त
(c) कम से कम दो चित्त (d) अधिक से अधिक दो चित्त

अभ्यास प्रश्न पत्र - 1

कक्षा - IX (2021-22)

विषय - गणित

अधिकतम अंक : 80

समय अवधि : 3 घंटे

सामान्य निर्देश :

- इस प्रश्न पत्र में 36 प्रश्न हैं जो भाग अ और भाग ब में विभाजित हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- भाग अ में दो खंड-। और ॥ हैं। खंड । में 1 अंक के 16 प्रश्न हैं तथा खंड ॥ में 4 केस स्टडी आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक केस स्टडी प्रश्न में 5 उपभाग हैं जोकि प्रत्येक 1 अंक का है।
- भाग ब में 16 प्रश्न हैं जिनमें 2 अंक के छः प्रश्न, 3 अंक के सात प्रश्न और 5 अंक के तीन प्रश्न हैं।
- प्रश्नपत्र में कोई समग्र विकल्प नहीं है। यद्यपि एक अंक के 5 प्रश्नों में, दो तथा तीन अंक दो 2 प्रश्नों में और पांच अंक के 1 प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। आपको दिए गए विकल्पों में से किसी एक विकल्प को हल करना है।
- केस स्टडी आधारित प्रश्नों के पांच उपभागों में से आपको केवल 4 उपभागों को हल करना है।
- कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर आरम्भ करने से पहले कृपया प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

भाग-‘अ’

खण्ड-।

- सरल कीजिए : $(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})$
- कौन सा बड़ा है?
 $\sqrt[3]{4}$ या $\sqrt[4]{5}$
- x का मान ज्ञात कीजिए यदि $\left(\frac{6}{5}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{2x} = \frac{125}{216}$
- x^2-5x+7 को $x-1$ से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?

5. उस बिन्दु के निर्देशक लिखिए जहाँ रैखिक समीकरण $2x-y=5$ के आलेख को x अक्ष पर काटता है

अथवा

यदि बिन्दु $(-4, 2)$ समीकरण $3y=ax+2$ के आलेख पर स्थित हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।

6. दो विभिन्न बिन्दुओं से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं?

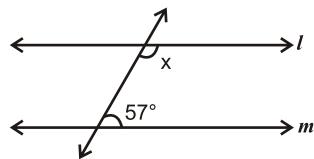
अथवा

क्या दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ किसी एक रेखा के समान्तर हो सकती हैं?

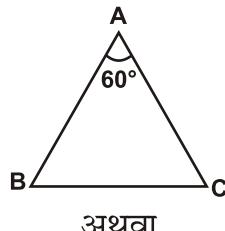
7. एक घटना E के लिए, यदि $P[E] = 0.37$ हो तो $P[E \text{ नहीं}]$ ज्ञात कीजिए।
 8. एक कोण अपने पूरक कोण के दुगने से 15° अधिक हो तो कोण ज्ञात कीजिए।

अथवा

आकृति में, l और m समान्तर रेखाएँ हैं x का मान ज्ञात कीजिए।



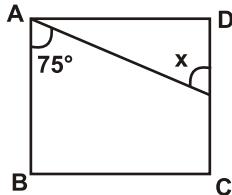
9. यदि दो सम्पूरक कोणों का अनुपात $3:2$ हो, तो कोणों का माप ज्ञात कीजिए।
 10. दिये गए त्रिभुज में $\angle BAC = 60^\circ$ तथा $AB = AC$ है। $\angle ABC$ ज्ञात कीजिए।



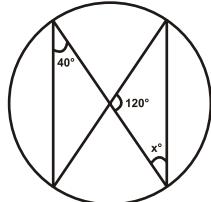
अथवा

यदि किसी $\triangle ABC$ में $\angle A = 62^\circ$ तथा $\angle B = 55^\circ$ है तो सबसे लंबी भुजा कौन सी है।

11. क्या ऐसा संभव है कि किसी त्रिभुज की भुजाओं की लंबाइयाँ 6cm, 7cm और 13cm हों? कारण दीजिए।
12. दी गई आकृति में, ABCD एक वर्ग है। x का मान ज्ञात कीजिए।



13. एक समचतुर्भुज का एक विकर्ण इसकी भुजा के बराबर है। इस समचतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए।
14. दी गई आकृति में, x का मान ज्ञात कीजिए।



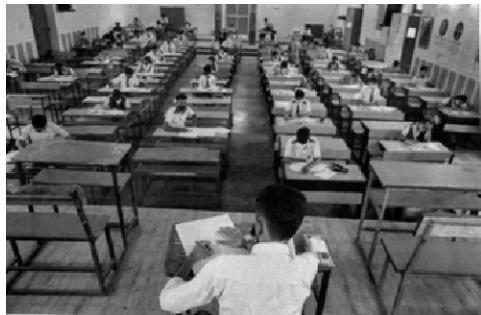
अथवा

यदि एक चाप के अंत बिंदु व्यास के अंत पर हों तो वह चाप होती है।

15. उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए, जिस पर 6 cm त्रिज्य वाले वृत के केंद्र से डाले गए लंब की लंबाई 4cm हो।
16. यदि एक त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को दुगना कर दिया जाए तो उसके क्षेत्रफल में वृद्धि का प्रतिशत ज्ञात करें।

खण्ड-II

17. कक्षा IX के 40 विद्यार्थियों द्वारा किसी परीक्षा में प्राप्त अंक निम्नलिखित हैं:
- 18, 8, 12, 6, 8, 16, 12, 5, 23, 2, 16, 23, 2, 10, 20, 12, 9, 7, 6, 5, 3, 5, 13, 21, 13, 15, 20, 24, 1, 7, 21, 16, 13, 18, 23, 7, 3, 18, 17, 16

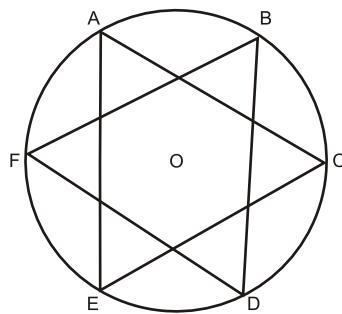


- (a) इन आँकड़ों का परिसर क्या है?
- (i) 21 (ii) 22 (iii) 23 (iv) 24
- (b) अंकों का माध्य कितना है?
- (i) 12.25 (ii) 12.35 (iii) 12.45 (iv) 12.55
- (c) अंकों का माध्यक कितना है?
- (i) 12.5 (ii) 13.5 (iii) 14.5 (iv) 15.5
- (d) अंकों का बहुलक कितना है?
- (i) 13 (ii) 14 (iii) 15 (iv) 16
- (e) कितने विद्यार्थियों ने औसत से अधिक अंक प्राप्त किए?
- (i) 21 (ii) 20 (iii) 23 (iv) 16
18. एक सर्कस का तंबू 3m की ऊँचाई तक बेलनाकार तथा उसके ऊपर शंक्वाकार है। तंबू की कुल ऊँचाई 12m तथा व्यास 24m है।



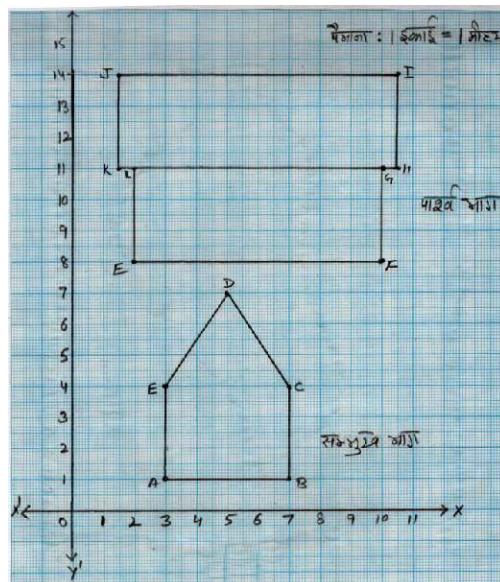
- (a) शंक्वाकार भाग की तिर्थक ऊँचाई कितनी है?
- (i) 12m (ii) 15m (iii) 18m (iv) 24m
- (b) शंक्वाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है?
- (i) 470.7m^2 (ii) 512.8m^2 (iii) 562.7m^2 (iv) 572.6m^2
- (c) बेलनाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है?
- (i) 226.3m^2 (ii) 279.2m^2 (iii) 371.7m^2 (iv) 340m^2

- (d) तंबू का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है?
- (i) 972m^2 (ii) 729m^2 (iii) 792m^2 (iv) 912m^2
- (e) ₹10 प्रति वर्ग मीटर की दर से तंबू को बनाने के लिए कपड़े की लागत ज्ञात कीजिए।
- (i) ₹9120 (ii) ₹7290 (iii) ₹9720 (iv) ₹7920
19. ज्यामितीय उपकरणों का प्रयोग करके एक छात्र ने एक वृत्राकार डिज़ाइन बनाया जिसमें 10cm त्रिज्या वाले वृत पर प्रत्येक बिंदु A, B, C, D, E और F अपने पड़ोसी बिंदुओं से समान दूरी पर है।



- (a) $\angle AOC$ का माप है:
- (i) 60° (ii) 90° (iii) 120° (iv) 150°
- (b) $\angle A + \angle B + \angle C$ का मान है:
- (i) 120° (ii) 180° (iii) 240° (iv) 360°
- (c) C से AE पर लंब की लंबाई है:
- (i) 10cm (ii) 12cm (iii) 15cm (iv) 18cm
- (d) O से AC पर डाले गए लंब की लंबाई है:
- (i) 3cm (ii) 5cm (iii) 7cm (iv) 8cm
- (e) जीवा AC की लंबाई है:
- (i) $5\sqrt{3}\text{cm}$ (ii) $8\sqrt{3}\text{cm}$ (iii) $10\sqrt{3}\text{cm}$ (iv) $12\sqrt{3}\text{cm}$

20. एक घर का अग्रभाग और पाश्वभाग को ग्राफ पर खीचा गया है।



(a) D के निर्देशांक हैं:

- (i) (7,5) (ii) (5,7) (iii) (5,5) (iv) (7,7)

(b) AB की लंबाई है :

- (i) 3 meter (ii) 7 meter (iii) 4 meter (iv) 4cm

(c) IJ की लंबाई है :

- (i) 8m (ii) 9m (iii) 14m (iv) 10.5cm

(d) अग्रभाग का क्षेत्रफल है:

- (i) 6m^2 (ii) 12m^2 (iii) 18m^2 (iv) 24m^2

(e) पाश्वभाग का परिमाप है:

- (i) 46m (ii) 28m (iii) 29m (iv) 30m

भाग-ब

21. $0.4\bar{7}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में निरूपित कीजिए।

अथवा

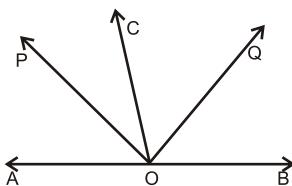
$(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$ का मान ज्ञात कीजिए।

22. यदि $x + \frac{1}{x} = 7$ हो तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$$(\frac{1}{3}x+3y)^3$$
 विस्तृत रूप में लिखिए।

23. रैखिक समीकरण $2x-y=4$ के कोई चार हल ज्ञात कीजिए।
24. दी गई आकृति में, OP और OQ क्रमशः $\angle BOC$ और $\angle AOC$ के समद्विभाजक हैं। $\angle POQ$ ज्ञात कीजिए।



25. यदि किसी त्रिभुज को कोणों का अनुपात $2:3:4$ है। कोणों की माप ज्ञात कीजिए।
26. तीन सिक्कों को 30 बार उधाला गया और प्रत्येक बार चित आने की संख्या को लिखागया:

0	1	2	2	1	2	3	1	0	3
1	3	1	1	2	2	0	1	2	1
3	0	0	1	1	2	3	2	2	0

इन आँकड़ों के लिए एक बारम्बारता बंटन सारणी बनाइए।

27. $\frac{3}{\sqrt{3}+1} + \frac{5}{\sqrt{3}-1} = a+b\sqrt{3}$ यदि हो तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।
28. गुणनखंड कीजिए: $x^3+6x^2+11x+6$
29. सिद्ध कीजिए कि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजक हो तो वह समांतर चतुर्भुज होता है।

30. यदि $a+b+c=12$ और $a^2+b^2+c^2=9$ तो $a^3+b^3+c^3-3abc$ का मान ज्ञात कीजिए।

31. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसमें आधार 5cm, अन्य दोनों भुजाओं का योग 7cm और आधार पर एक कोण 60° है।
32. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ 16cm, 30cm और 34 cm हैं।
33. एक पांसे को 100 बार फेंका गया और परिणामों को लिखा गया:

परिणाम	1	समसंख्या <6	विषम संख्या >1	6
बारम्बारता	15	30	39	16

निम्नलिखित की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

- (i) एक सम संख्या प्राप्त होना
- (ii) 1 या 6 प्राप्त होना
- (iii) विषय संख्या >1 प्राप्त होना

अथवा

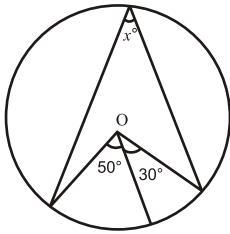
कक्षा IX के 54 विद्यार्थियों द्वारा गणित ऑलिम्पियाड में प्राप्त किए गए अंक निम्नलिखित हैं।

48, 37, 26, 8, 64, 57, 46, 66, 45, 61, 54, 27, 49, 50, 76, 38, 47, 34, 46, 40, 59, 42, 46, 31, 74, 68, 42, 54, 14, 61, 93, 72, 53, 59, 38, 16, 88, 56, 27, 44, 63, 58, 43, 81, 64, 36, 77, 62, 53, 40, 71, 60, 45, 42.

एक विद्यार्थी यादृच्छ्या चुना गया, प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गए विद्यार्थी के अंक

- (i) 49 से अधिक है।
- (ii) 39 और 100 के बीच है।

34. रैखिक समीकरण $2x+5y=10$ और $2x+3y=6$ का एक ही ग्राफ पेपर पर आलेख खीचिए। उस बिंदु के निर्देशांक लिखिए जहाँ रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं।
35. सिद्ध कीजिए कि किसी चाप द्वारा वृत के केंद्र पर बना कोण उसी चाप द्वारा वृत के शेष भाग पर बने कोण का दुगना होता है।
उपरोक्त का प्रयोग करते हुए, आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए



36. एक रोड रोलर का व्यास 84cm और चौड़ाई 1.5m है। किसी मैदान को समतल करने के लिए इसके 100 चक्कर लगते हैं। ₹2.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से मैदान को समतल करने का खर्च ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात $3:4$ है। यदि इसका आयतन 301.44cm^3 हो तो इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [$\pi = 3.14$ लीजिए]

अभ्यास प्रश्न पत्र-1
हल भाग 'अ'

- | | |
|---|--|
| <p>1. $(3)^2 - (\sqrt{3})^2$
 $\Rightarrow 6$</p> <p>2. $\sqrt[12]{4^4}$ or $\sqrt[12]{5^3}$
 $\sqrt[12]{256}$ or $\sqrt[12]{125}$
 $\therefore \sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{5}$</p> <p>3. $\left(\frac{5}{6}\right)^{-x} \left(\frac{5}{6}\right)^{2x} = \left(\frac{5}{6}\right)^3$
 $x=3$</p> <p>4. माना $P(x) = x^2 - 5x + 7$
 $P(1) = (1)^2 - 5(1) + 7$
 शेषफल = 3</p> <p>5. $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ अथवा
 $a = -1$</p> <p>6. एक अथवा नहीं</p> <p>7. $P [E \text{ नहीं}] = 1 - p [E]$
 $= 0.63$</p> <p>8. माना कोण $x^\circ = x + (2x + 15) = 90^\circ$
 $3x + 15 = 90^\circ$
 $x = 25^\circ$
 अथवा
 $x + 57 = 180^\circ$
 $x = 123^\circ$</p> <p>9. $3x + 2x = 180$
 $x = \frac{180}{5}$
 $108^\circ, 72^\circ$</p> <p>10. $AB = AC$
 $\angle B = \angle C$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 60^\circ$
 अथवा
 AB is largest side</p> | <p>11. नहीं, क्योंकि दो भुजाओं की लंबाईयों का योग तीसरी भुजा के बराबर है।</p> <p>12. $15^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ$
 $x = 75^\circ$</p> <p>13. $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$</p> <p>14. $x = 20$
 अथवा
 अद्वृत</p> <p>15. जीवा = $4\sqrt{5}\text{cm}$</p> <p>16. 300%</p> <p>17. (a) (iii) 23
 (b) (ii) 12.35
 (c) (i) 12.5
 (d) (iv) 16
 (e) (ii) 20 विद्यार्थी</p> <p>18. (a) (ii) 15m
 (b) (iii) 562.7m^2
 (c) (i) 226.3m^2
 (d) (iii) 792m^2
 (e) (iv) ₹7920</p> <p>19. (a) (iii) 120°
 (b) (ii) 180°
 (c) (iii) 15cm
 (d) (ii) 5cm
 (e) (i) $5\sqrt{3}\text{cm}$</p> <p>20. (a) (ii) (5, 7)
 (b) (iii) 4m
 (c) (ii) 9m
 (d) (iii) 18m^2
 (e) (iv) 30m</p> <p style="text-align: right;">भाग-ब</p> <p>21. माना $x = 0.47$</p> |
|---|--|

$$10x = 4.7$$

$$100x = 47.7$$

$$90x = 43$$

$$x = \frac{43}{90}$$

अथवा

$$(256)^{0.25}$$

$$\Rightarrow [(4)^4]^{\frac{25}{100}}$$

$$\Rightarrow (4^4)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow 4$$

$$22. \quad x + \frac{1}{x} = 7$$

दोनों ओर वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 49$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$$

अथवा

$$\left(\frac{1}{3}x + 3y\right)^3$$

$$= \left(\frac{1}{3}x\right)^3 + (3y)^3 + 3\left(\frac{1}{3}x\right)^2(3y) + 3\left(\frac{1}{3}x\right)(3y)^2$$

$$= \frac{1}{27}x^3 + 27y^3 + x^2y + 9xy^2$$

$$23. \quad 2x-y=4$$

$$\text{यदि } x = 0 \Rightarrow 2(0)-y = 4$$

$$y = -4$$

$$\text{यदि } y = 0 \Rightarrow 2x-0 = 4$$

$$x=2$$

$$\text{यदि } x=1 \Rightarrow 2(1)-y = 4$$

$$y=-2$$

$$\text{Put } y=2 \Rightarrow 2x-2=4$$

$$x=3$$

x	0	2	1	3
y	-4	0	-2	2

$$24. \quad \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ \text{ (ऐखिक युम्म)}$$

$$2 \angle COP + 2 \angle QOC = 180^\circ$$

\therefore OP, $\angle BOC$ तथा OQ

$\angle AOC$ को समद्विभाजित करती है

$$\angle COP + \angle QOC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle POQ = 90^\circ$$

$$25. \quad 2x+3x+4x = 180^\circ$$

$$x=20^\circ$$

\therefore कोण : $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

परिणाम	मिलान चिन्ह	बारम्बातरता
0		6
1		10
2		9
3		5
	योग	<u>30</u>

$$27. \quad \frac{3}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} + \frac{5}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} =$$

$$\frac{3\sqrt{3}-3}{2} + \frac{5\sqrt{3}+5}{2} =$$

$$\frac{3\sqrt{3}-3 + 5\sqrt{3}+5}{2} =$$

$$\frac{8\sqrt{3}+2}{2} = \frac{4\sqrt{3}+1}{2} = a+b\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a=1; b=4$$

$$28. \quad (x+1), x^3+6x^2+11x+6 \text{ का एक गुणनखंड है।}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \sqrt{x^3+6x^2+11x+6} \\ \underline{x^3+x^2} \\ \underline{5x^2+11x+6} \\ \underline{5x^2 \pm 5x} \\ \underline{6x+6} \\ \underline{-6x \pm 6} \\ 0 \end{array}$$

$$x^3+6x^2+11x+6 = (x+1)(x^2+5x+6)$$

$$= (x+1)(x+2)(x+3)$$

29. $\triangle ABC$ में,

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad \text{--- (1)}$$

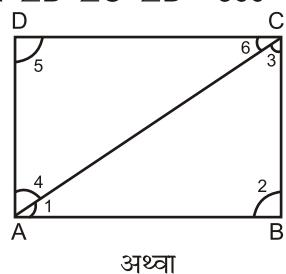
$\triangle ADC$ में

$$\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ \quad \text{--- (2)}$$

1 और 2 को जोड़ने पर,

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$



अथवा

$\triangle AOD$ तथा $\triangle COB$

$AO = OC$ (दिया है)

$OD = OB$ (दिया है)

$\angle AOD = \angle COB$ (शीर्षभिमुख कोण)

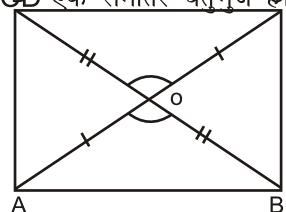
$\Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle COB$

$\Rightarrow \angle OAD = \angle OCB$

यह एक एकांतर कोण है

$\therefore AD \parallel BC$

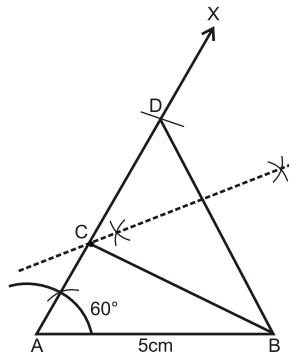
ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।



$$(a+b+c)^2 = 12^2$$

$$30. \quad a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 144 \\ 90 + 2(ab + bc + ca) = 144 \\ ab + bc + ca = 27$$

31.



$$\frac{16+30+34}{2}$$

$$32. \quad S = \underline{\hspace{2cm}} \\ = 40$$

$$\Delta \text{ का क्षे.} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{40(40-16)(40-30)(40-34)}$$

$$= \sqrt{40 \times 24 \times 10 \times 6}$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 3}$$

$$\frac{46}{100} = 240 \text{ cm वर्ग}$$

$$33. \quad (i) \frac{31}{100} = 0.46$$

$$(ii) \frac{39}{100} = 0.31$$

$$(iii) \quad = 0.39$$

$$\frac{27}{54} = \frac{1}{2} \text{ अथवा}$$

$$(i) \frac{42}{54} = \frac{21}{27}$$

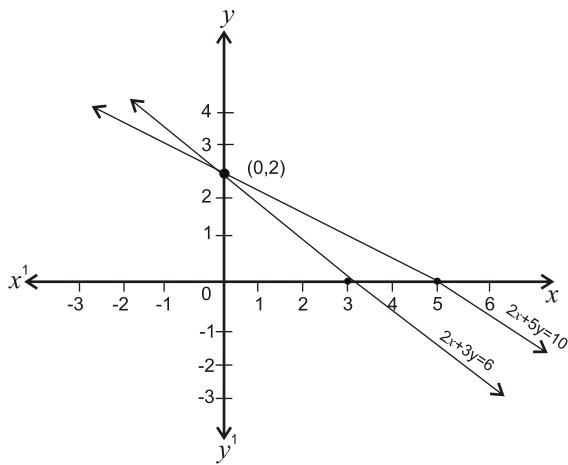
$$(ii) \quad = \frac{10-2x}{5} \\ \frac{6-2x}{3}$$

$$34. \quad 2x + 5y = 10 \Rightarrow y =$$

$$2x + 3y = 6 \Rightarrow y =$$

x	0	5
y	2	0

x	0	3
y	2	0



Point of intersection is (0,2)

35. दिया है: O केंद्र वाले वृत में चाप \overarc{AB} द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण $\angle AOB$ तथा वृत के शेषभाग पर बना कोण $\angle ACB$ है।

सिद्ध करना है: $\angle AOB = 2 \angle ACB$

रचना: CO को मिलाया और Q तक बढ़ाया।

प्रमाण: $\triangle OAC$,

$$OA = OC$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 3$$

$$\text{तथा, } \angle 1 = \angle 3 + \angle 5$$

$$\angle 1 = \angle 3 + \angle 3$$

$$\angle 1 = 2\angle 3 \quad \text{---(i)}$$

$$\text{इसी प्रकार, } \angle 2 = 2\angle 4 \quad \text{---(ii)}$$

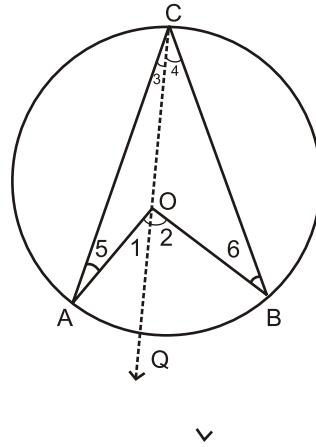
(i) और (ii) को जोड़ने पर

$$\angle 1 + \angle 2 = 2(\angle 3 + \angle 4)$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 2\angle ACB \text{ सिद्ध हुआ}$$

$$x = \frac{1}{2} (50^\circ + 30^\circ)$$

$$x = 40^\circ$$



36. यहाँ, $r = \frac{84}{2} = 42\text{cm} = 0.42\text{m}$

$h = 1.5\text{m}$

$$\begin{aligned}\text{रोलर का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 1.5 \\ &= 3.96\text{m}^2\end{aligned}$$

$$\text{मैदान का क्षेत्रफल} = 3.96 \times 100 = 396\text{m}^2$$

$$\text{मैदान को समतल करने का खर्च} = 396 \times 2.50 = ₹990$$

अथवा

$$\text{माना शंकु की त्रिज्या} = 3x$$

$$\text{शंकु की ऊँचाई} = 4x$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$301.44 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 3x \times 3x \times 4x$$

$$301.44 = 3.14 \times 12x^3$$

$$x^3 = \frac{301.44}{3.14 \times 12}$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$\text{त्रिज्या} = 3 \times 2 = 6\text{cm}$$

$$\text{ऊँचाई} = 4 \times 2 = 8\text{cm}$$

$$l = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\text{cm}$$

$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$= 3.14 \times 6 \times 10$$

$$= 188.4\text{cm}^2$$

अभ्यास प्रश्न पत्र -2

कक्षा - IX (2020-21)

विषय - गणित

अधिकतम अंक : 80

समय अवधि : 3 घंटे

सामान्य निर्देश :

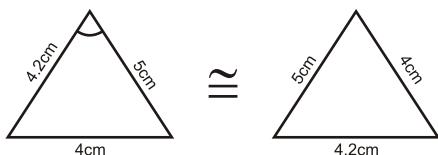
- इस प्रश्न पत्र में 36 प्रश्न हैं जो भाग अ और भाग ब में विभाजित हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- भाग अ में दो खंड-। और ॥ हैं। खंड । में 1 अंक के 16 प्रश्न हैं तथा खंड ॥ में 4 केस स्टडी आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक केस स्टडी प्रश्न में 5 उपभाग हैं जोकि प्रत्येक 1 अंक का है।
- भाग ब में 16 प्रश्न हैं जिनमें 2 अंक के छः प्रश्न, 3 अंक के सात प्रश्न और 5 अंक के तीन प्रश्न हैं।
- प्रश्नपत्र में कोई समग्र में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। आपको दिए गए विकल्पों में से किसी एक विकल्प को हल करना है।
- केस स्टडी आधारित प्रश्नों के पांच उपभागों में से आपको केवल 4 उपभागों को हल करना है।
- कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर आरम्भ करने से पहले कृपया प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

भाग-‘अ’

खण्ड-।

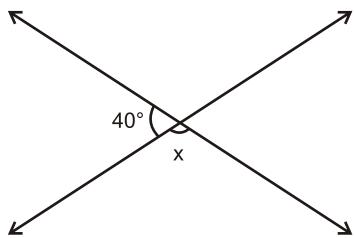
प्रश्न संख्या 1 से 16 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

- a का मान ज्ञात कीजिए यदि $(x-1)$ बहुपद $2x^2-2a$ का गुणनखण्ड है।
- निम्न त्रिभुजों के लिए सर्वांगसमता नियम लिखिए।



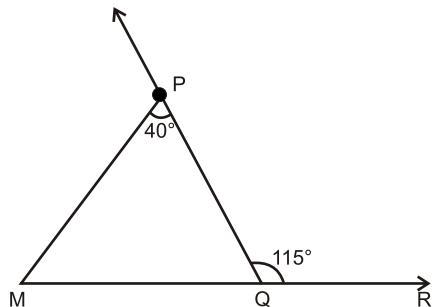
- एक वृत्त के से समदूरस्थ जीवाएँ लंबाई में समान होती हैं।

4. निम्न आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।

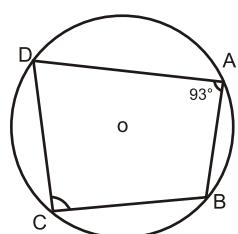


अथवा

- निम्न आकृति में $\angle PMQ$ का मान ज्ञात कीजिए।

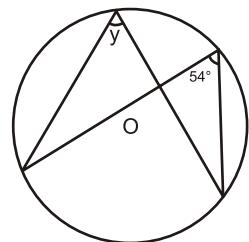


5. जाँच कीजिए कि $\sqrt[3]{250}$ परिमेय संख्या है अथवा अपरिमेय।
6. दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर कुल संभावित परिणाम होते हैं।
7. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। $\angle BCD$ ज्ञात कीजिए।



अथवा

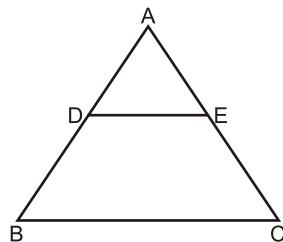
- निम्न आकृति में y का मान ज्ञात कीजिए।



8. बहुपद $2x^3 - x^2 + 3$ में x^2 का गुणांक क्या है?
9. रेखाखण्ड PQ का लंब समद्विभाजक MN, PQ को E पर प्रतिच्छेद करता है। यदि $PQ=10$ सेमी तो PE ज्ञात कीजिए।
10. $\frac{31}{16}$ का दशमलव निरूपण ज्ञात कीजिए।
11. समांतर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो त्रिभुजों में बाँटता है।

अथवा

ΔABC में, $DE \parallel BC$ तथा AB का मध्य-बिंदु D है। AE का मान ज्ञात कीजिए यदि $AC=6$ सेमी।



12. एक अर्धगोले के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।
13. किसी त्रिभुज के लिए $a=8$, $b=7$ और $s=13$ है तो c का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक समबाहु त्रिभुज के लिए s का मान ज्ञात कीजिए।

14. किसी समांतर चतुर्भुज का आधार 10 सेमी तथा ऊँचाई 6 सेमी है। समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
15. $x=-1$ पर $p(x)=x^5 - x^4 + 3$ का मान ज्ञात कीजिए।
16. वर्ग-अंतराल 100-120 का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए।

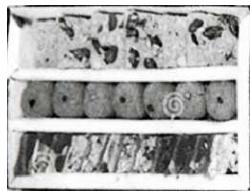
अथवा

यदि 6, 4, 7, 13 तथा p का माध्य 8 है तो p का मान ज्ञात कीजिए।

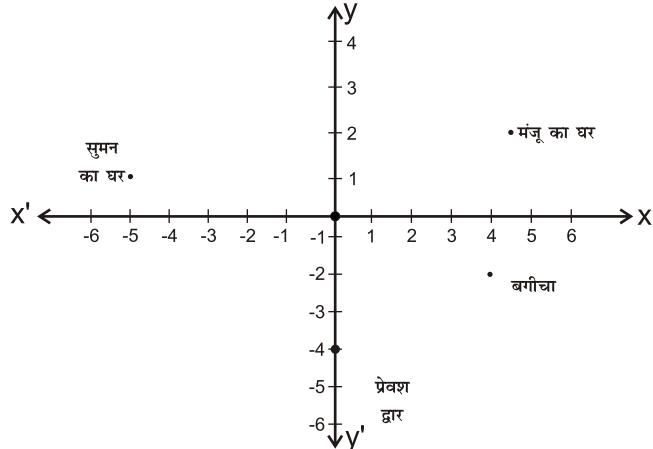
खण्ड-II

प्र. स. 17-20 केस स्टडी आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न से केवल 4 उप भागों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक उपभाग 1 अंक का है।

17. सोनिका बाज़ार से कुछ जरूरी सामान खरीदने गई। उसने ₹ $40\sqrt{5}$ प्रति किलो की दर से 2 किलो गेंहू खरीदे। उसने ₹ $51\sqrt{3}$ में एक पैकेट जूस और ₹ $72\sqrt{3}$ में चार चॉकलेट खरीदीं। उसने कुल $[(1000)^{\frac{2}{3}} - (125)^{\frac{1}{3}}]$ ₹ दुकानदार को दिए। दुकानदार ने शेष बचे रूपये सोनिका को वापस कर दिए।
- (i) सोनिका का कुल बिल कितना है?
- (a) $40\sqrt{5} + 123\sqrt{3}$ (b) $40\sqrt{5} \times 51\sqrt{3} \times 72\sqrt{3}$
 (c) $80\sqrt{5} + 123\sqrt{3}$ (d) $80\sqrt{5} + 339\sqrt{3}$
- (ii) 1 ग्राम गेंहू का कितना मूल्य है?
- (a) $\frac{1}{5\sqrt{5}}$ ₹ (b) $\frac{2}{5\sqrt{5}}$ ₹ (c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ₹ (d) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ₹
- (iii) 1 ग्राम गेंहू के मूल्य का परिमेयकरण है:
- (a) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ₹ (b) $\frac{\sqrt{5}}{25}$ ₹ (c) $\frac{2\sqrt{5}}{25}$ ₹ (d) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ₹
- (iv) सोनिका ने दुकानदार को कुल कितने रूपये दिए?
- (a) 1250 ₹ (b) 250 ₹ (c) 200 ₹ (d) 500 ₹
- (v) जूस तथा 3 चॉकलेट के मूल्य में अंतर है:
- (a) $21\sqrt{3}$ ₹ (b) $3\sqrt{3}$ ₹ (c) $33\sqrt{3}$ ₹ (d) $15\sqrt{3}$ ₹
18. किसी दुकानदार ने दीवाली पर बेचने के लिए एक मिठाई का डब्बा तैयार किया। मिठाई के डब्बे की विमाएँ $24 \times 20 \times 3$ सेमी हैं। डब्बे में लड्डू, बर्फी तथा गुलाब-जामुन हैं। लड्डू का व्यास 2.1 सेमी है। बर्फी का आकार घनाभाकार है जिसकी विमाएँ $3.4 \times 2 \times 0.8$ सेमी है। गुलाब-जामुन बेलनाकार हैं जिसके आधार की त्रिज्या 1.4 सेमी तथा ऊँचाई 5.6 सेमी है। दुकानदार ने डब्बे को तीन समान भागों में बाँटा और तीनों मिठाइयों को रखा।



- (i) मिठाई के डब्बे का आकार है:
- (a) घन (b) घनाभ (c) वर्ग (d) आयत
- (ii) लड्डू का आयतन है:
- (a) 2.3 cm^3 (b) 4.8 cm^3 (c) 2.4 cm^3 (d) 1.15 cm^3
- (iii) बर्फी और गुलाब-जामुन एक साथ मिठाई के डब्बे का कितना स्थान घेरते हैं?
- (a) 480 cm^3 (b) 720 cm^3 (c) 360 cm^3 (d) 960 cm^3
- (iv) डब्बे में गुलाब-जामुन की अनुमानित संख्या है:
- (a) 34 (b) 18 (c) 13 (d) 15
- (v) खुले हुए मिठाई के डब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (cm^2 में) है:
- (a) 744 (b) 612 (c) 1224 (d) 1092
19. मंजू और सुमन दिल्ली में 'चित्रविहार' सोसाइटी में रहती हैं। कार्तीय-तल में सोसायटी के विभिन्न भवनों की स्थिति चित्रानुसार दर्शायी गयी है।



- (i) बगीचे के निर्देशांक हैं :
- (a) $(-2, 4)$ (b) $(4, -2)$ (c) $(-4, 0)$ (d) $(0, -4)$
- (ii) निम्न में से क्या चतुर्थांशं II में स्थित है?
- (a) सुमन का घर (b) प्रवेश द्वार
 (c) मंजू का घर (d) बगीचा

(iii) प्रवेश-द्वार स्थित है:

- | | |
|------------|-------------------|
| (a) x-अक्ष | (b) मूलबिंदु |
| (c) y-अक्ष | (d) चतुर्थांश III |

(iv) निम्न में से क्या मंजू के घर के लिए सत्य नहीं है?

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| (a) भुज धनात्मक है। | (b) चतुर्थांश I में स्थित है। |
| (c) चतुर्थांश IV में स्थित है। | (d) कोटि धनात्मक है। |

(v) वह बिंदु जिसका भुज सुमन के घर के समान और कोटि प्रवेश-द्वार के समान है, स्थित होगा:

- | | |
|------------------|-------------------|
| (a) चतुर्थांश II | (b) मूलबिंदु |
| (c) चतुर्थांश IV | (d) चतुर्थांश III |

20. ज्योति का कार्यालय उसके घर से छः किमी दूर है। सुबह के बज्क वह अपने कार्यालय टैक्सी से जाती है। पहले किलोमीटर के लिए टैक्सी का किराया 10रु है तथा उसके बाद प्रत्येक कि.मी. का किराया 8रु है। ज्योति बस से अपने घर वापस आती है। डी.टी.सी. एसी और नॉन एसी बसे चला रही है। किसी हफ्ते में ज्योति दो दिन एसी बस और चार दिन नॉन एसी बस लेती है। उस हफ्ते में बस से सफर करने में ज्योति ने कुल 70रु खर्च किए।

(i) पहले कि.मी. के किराए को x और उसके बाद के किराए को y मानने पर टैक्सी -किराए के लिए रैखिक समीकरण है:

$$(a) x+y=18 \quad (b) x+5y=50 \quad (c) 5x+y=50 \quad (d) x+5y=18$$

(ii) एक दिन ज्योति 1 कि.मी. पैदल चलती है और फिर टैक्सी लेती है। उस दिन के लिए टैक्सी का किराया है:

$$(a) 50₹ \quad (b) 40₹ \quad (c) 32₹ \quad (d) 42₹$$

(iii) एसी बस का किराया x और नॉन एसी बस का किराया y मानने पर बस के किराए के लिए रैखिक समीकरण है:

$$(a) 2x+4y=70 \quad (b) x+4y=70 \\ (c) 4x+2y=70 \quad (d) 2x+y=70$$

(iv) यदि एसी बस का किराया 15₹ है तो नॉन एसी बस का किराया है

- (a) 5₹ (b) 40₹ (c) 10₹ (d) 12₹

(v) निम्न में से क्या टैक्सी का किराया नहीं हो सकता?

- (a) (10,8) (b) (5,9) (c) (15,7) (d) (6,20)

भाग ब

प्र. स. 21–26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. एक लंबवृत्तीय शंकु का आयतन 9856 घन सेमी है। यदि आधार की त्रिज्या 14 सेमी है तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

22. सरल कीजिए $(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2$

अथवा

हल कीजिए $(625)^{0.06} \times (625)^{0.19}$

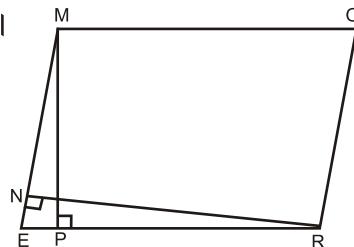
23. $3x+15=0$ को ज्यामितीय रूप से दो चरों में व्यक्त कीजिए।

24. एक घन की भुजा 8 सेमी है। घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

25. यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाओं को दुगुना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज और दिए गए त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

अथवा

दिए गए चित्र में MORE एक समांतर चतुर्भुज है तथा $RN \perp ME$ और $MP \perp ER$ है। यदि $MO=16$ सेमी, $MP=8$ सेमी और $RN=10$ सेमी हो तो ME का मान ज्ञात कीजिए।



26. यदि $P(x)=x-9$ तो $p(x)-p(-x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.स. 27-33 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

27. किसी त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात $11:19:24$ है और इसका परिमाप 540 सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. एक पासे को 80 बार फेंका जाता है। यदि सम संख्या आने की प्रायिकता है तो विषम संख्या पासे पर कितनी बार आई।

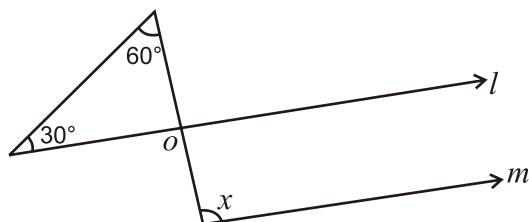
अथवा

किमी विद्यालय के 450 विद्यार्थियों के रक्त-समूह को संकलित कर निम्न तालिका में दर्शाया है:

रक्त समूह	A	AB	O	B
विद्यार्थियों की संख्या	100	80	150	120

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चयनित विद्यार्थी का रक्त-समूह

- (a) 0 है।
- (b) A अथवा B है।
- (c) AB नहीं है।
29. दी गई आकृति में $l \parallel m$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।



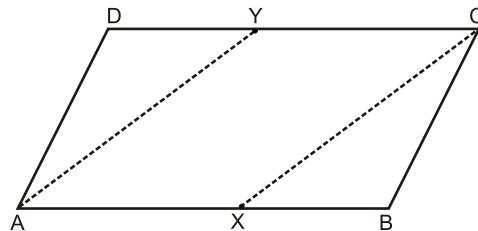
30. बहुपद $9x^3 - 3x^2 + 15x - 3$ को बहुपद $(3x-1)$ से भाग कीजिए तथा गुणनफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।
31. सिद्ध कीजिए कि किसी समबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के सम्मुख कोण भी समान होते हैं।

32. चार कुर्सियों और पाँच मेजों का मूल्य ₹3200 है। इस कथन के लिए दो चर में एक रैखिक समीकरण लिखिए तथा समीकरण के दो हल भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

$$x \text{ के लिए हल कीजिए : } 5(x+1)(x+3)-8 = (5x+1)(x+2)$$

33. दी गई आकृति में x और y समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं AB तथा CD के क्रमशः मध्य-बिंदु हैं। सिद्ध कीजिए कि AXCY एक समांतर चतुर्भुज है।



प्र.स. 34-36 तक प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

34. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए बारंबारता-बहुभुज बनाइए।

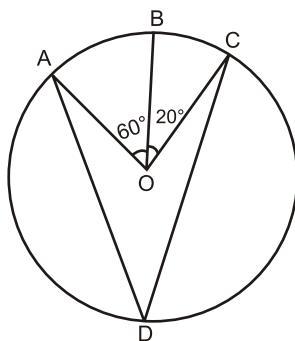
अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	7
10-20	10
20-30	6
30-40	8
40-50	12
50-60	3
60-70	2
70-80	2
कुल	50

35. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाप 6.4 सेमी तथा आधार कोण 60° तथा 45° हैं।

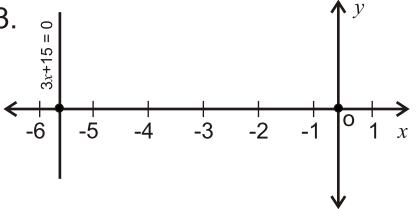
अथवा

एक त्रिभुज ΔPAR की रचना कीजिए जिसमें $PA=5.4$ सेमी. $\angle A=60^\circ$ और $PR-PA=2.3$ सेमी।

36. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिंदु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है। इस प्रकार निम्न आकृति में $\angle ADC$ का मान ज्ञात कीजिए।



**उत्तर
अभ्यास प्रश्न पत्र 2**

1. $a=1$ (v) (a) 744
2. SSS सर्वांगसमता 19. (i) (b) (4,-2)
3. केन्द्र (ii) (a) सुमन का घर
4. $x=140^\circ$ अथवा $\angle PMQ=75^\circ$ (iii) (c) y -अक्ष
5. अपरिमेय (iv) (c) चतुर्थांश IV में स्थित है।
6. 4 (v) (d) चतुर्थांश III
7. 87° अथवा $y=54^\circ$ 20. (i) (b) $x+5y = 50$
8. -1 (ii) (d) 42₹
9. PE=5सेमी. (iii) (a) $2x+4y = 70$
10. 1.9375 (iv) (c) 10₹
11. सर्वांगसम अथवा AE=3सेमी. (v) (d) (6,20)
12. 2:3 21. $h = 48\text{cm}$
13. $C=11$ अथवा $S = \frac{3}{2} \times$ भुजा 22. $12+2\sqrt{35}$ अथवा 5
14. 60cm^2 23. 
15. $p(-1) = 1$ 24. 256cm^3
16. 110 अथवा $p=10$ 25. 4:1 अथवा $ME = 12.8\text{cm}$
17. (i) (c) $80\sqrt{5} + 123\sqrt{3}$ 26. $2x$
- (ii) (a) $\frac{1}{5\sqrt{5}}\text{₹}$ 27. $7200\sqrt{2}\text{cm}^2$
- (iii) (b) $\frac{\sqrt{5}}{25}$ 28. 24 बार
- (iv) (d) 500 ₹ अथवा
- (v) (b) $3\sqrt{3}\text{ ₹}$ (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{22}{45}$ (c) $\frac{37}{45}$
18. (i) (b) घनाभ 29. $x=90^\circ$
- (ii) (b) 4.8cm^3 30. भागफल = $3x^2+5$
- (iii) (d) 960cm^2 शेषफल = 2
- (iv) (c) 13

31. उचित प्रमाण

32. माना कुर्सियों की संख्या = x

मेज़ की संख्या = y

$$4x+5y=3200$$

कोई भी दो हल

अथवा

$$x = \frac{-5}{9}$$

34. उचित बारम्बारता बहुभुज

35. $\angle AOC = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 40^\circ$$

अभ्यास प्रश्न पत्र - 3

कक्षा - IX (2020-21)

विषय - गणित

अधिकतम अंक : 80

समय अवधि : 3 घंटे

सामान्य निर्देश :

1. इस प्रश्न पत्र में 36 प्रश्न हैं जो भाग अ और भाग ब में विभाजित हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. भाग अ में दो खंड-। और ॥ हैं। खंड । में 1 अंक के 16 प्रश्न हैं तथा खंड ॥ में 4 केस स्टडी आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक केस स्टडी प्रश्न में 5 उपभाग हैं जोकि प्रत्येक 1 अंक का है।
3. भाग ब में 16 प्रश्न हैं जिनमें 2 अंक के छः प्रश्न, 3 अंक के सात प्रश्न और 5 अंक के तीन प्रश्न हैं।
4. प्रश्नपत्र में कोई समग्र विकल्प नहीं है। यद्यपि एक अंक के 5 प्रश्नों में, दो तथा तीन अंक के 2 प्रश्नों में और पाँच अंक के 1 प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
5. केस स्टडी आधारित प्रश्नों के पांच उपभागों में से आपको केवल 4 उपभागों को हल करना है।
6. कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।
7. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर आरम्भ करने से पहले कृपया प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

भाग-‘अ’

खण्ड-।

प्र. स. 1-16 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. समीकरण $2x-y=6$ का आलेख, x-अक्ष को किस बिन्दु पर काटता है?
2. ऐसी दो संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी आनावर्ती हो।
3. यदि $2^{5x} \div 2^x = \sqrt[5]{32}$ तो x का मान बताइए।
4. x-अक्ष पर किसी बिंदु की कोटि होती है।

अथवा

बिन्दुओं A(-5,0), B(0,-3), C(3, 0) D(0,4) में से कौन से बिन्दु मूल बिन्दु के नजदीक हैं?

5. यदि समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई 8cm हो और इसकी ऊँचाई 5cm हो तो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

किसी समांतर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल 36cm^2 है। भुजा RS पर एक बिन्दु M स्थित है। PMQ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

6. यदि एक कोण अपने पूरक कोण के समान हो तो उस कोण का माप क्या होगा?
7. बहुपद z^2-2z के शून्यक ज्ञात कीजिए।
8. y-अक्ष से बिन्दु P(-7,2) की लांबिक दूरी क्या होगी?

अथवा

बिन्दु (a,b) किस चतुर्शाश में स्थित होगा?

9. यदि एक सम चतुर्भज की दो क्रमागत भुजाएँ $3x-6$ और $x+14$ हो तो समचतुर्भज का परिमाप ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि समांतर चतुर्भुज के दो संलग्न कोणों का अनुपात $2:4$ है तो इन कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

10. यदि $AB=12$ सेमी, $BC=16$ सेमी. तथा AB, BC के लंबवत् है, तो A, B और C बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
11. यूक्लिड की प्रथम अभिग्रहित लिखिए।

अथवा

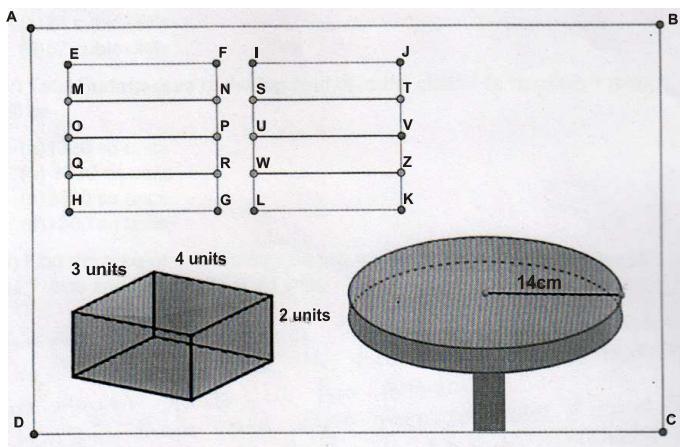
यदि $a+b=15$ तथा $a+b+c=15+c$ हो तो यह युक्लिड की किस अभिग्रहित को दर्शाता है?

12. एक त्रिभुज जिसकी भुजाओं का अनुपात $3:4:5$ है, यदि उसका क्षेत्रफल 150cm^2 हो तो उसका परिमाप कितना होगा?
13. यदि $4, 9, 5, 4, 9, 5, 4, 9$ और $x-10$ का बहुलक 9 है तो x का मान ज्ञात कीजिए।
14. 15 प्रेक्षणों को आरोही क्रम में लगाया गया। नौवें प्रेक्षण को 2 से बढ़ा दिया गया तो नए माध्यक में क्या बदलाव होगा?
15. यदि किसी वर्ग अंतराल का वर्ग चिन्ह 8.5 है तथा वर्ग माप 5 है तो वर्ग अंतराल की वर्ग सीमाएँ क्या होगी?
16. एक फलों की टोकरी में 8 सेब, 5 आम, 7 केले तथा 10 संतरे हैं। टोकरी से एक आम चुनने की प्रायिकता क्या होगी?

खण्ड-II

प्र. स. 17-20 केस स्टडी आधारित प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न से केवल 4 उप-भागों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक उपभाग 1 अंक का है।

17. चित्र में एक दीवार पर खिड़कियाँ EFGH तथा IJKL दिखाई गई हैं। MN, OP, QR, ST, UV व WZ खिड़की में लगे सरिए हैं। एक बॉक्स तथा एक वृत्ताकार सीट वाली कुर्सी भी दिखाई हैं।



- (i) यदि प्रत्येक सरिए की लंबाई 6 मात्रक है तो दोनों खिड़कियों में लगे सरियों की कुल लंबाई होगी।
- | | |
|---------------|---------------|
| (a) 60 मात्रक | (b) 36 मात्रक |
| (c) 30 मात्रक | (d) 18 मात्रक |

- (ii) यदि 2 सरियों के बीच की दूरी 0.8 मात्रक है तो प्रत्येक खिड़की की ऊंचाई होगी-

 - (a) 3.2 मात्रक
 - (b) 4 मात्रक
 - (c) 2.4 मात्रक
 - (d) 5 मात्रक

(iii) घनाभाकर बॉक्स का आयतन होगा-

 - (a) 32 घन मात्रक
 - (b) 48 घन मात्रक
 - (c) 24 घन मात्रक
 - (d) 52 घन मात्रक

(iv) वृत्ताकार कुर्सी की ऊपरी सीट, यदि उसकी ऊंचाई एक मात्रक है, का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा-

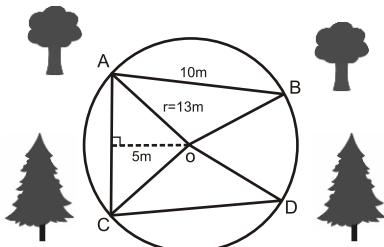
 - (a) 1320 वर्ग मात्रक
 - (b) 1230 वर्ग मात्रक
 - (c) 2310 वर्ग मात्रक
 - (d) 1200 वर्ग मात्रक

(v) यदि दीवार की लंबाई 25 मात्रक तथा चौड़ाई 20 मात्रक है तो दोनों खिड़कियों को छोड़कर दीवार का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

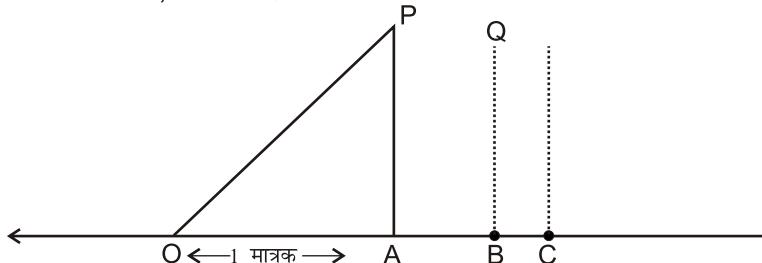
 - (a) 500 वर्ग मात्रक
 - (b) 961.6 वर्ग मात्रक
 - (c) 960 वर्ग मात्रक
 - (d) 38.4 वर्ग मात्रक

18. एक किसान के पास एक वृताकार बाग है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। उस बाग में विभिन्न प्रकार के पेड़-पौधे लगे हैं।

बाग में दो आम के पेड़ A तथा B, पर, AB=10m की दूरी पर लगे हैं। इसी प्रकार दो अशोक के वृक्ष 10m की दूरी पर ही C तथा D पर लगे हैं। AB, केन्द्र O पर $\angle AOB=120^\circ$ बनाती है। केन्द्र से AC की दूरी 5m है। वृत की त्रिज्या 13m है।



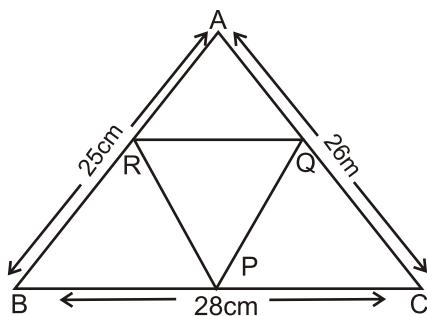
- (i) $\angle COD$ का क्या मान होगा।
(a) 60° (b) 120° (c) 100° (d) 80°
- (ii) आम के पेड़ A तथा अशोक के पेड़ C के बीच कितनी दूरी होगी?
(a) 12m (b) 24m (c) 13m (d) 15m
- (iii) $\angle OAB$ का कितना मान होगा?
(a) 60° (b) 120° (c) 30° (d) 90°
- (iv) $\angle OCD$ का क्या मान होगा?
(a) 30° (b) 120° (c) 60° (d) 90°
- (v) $\angle ODC$ का क्या मान होगा?
(a) 90° (b) 120° (c) 60° (d) 30°
19. एक विद्यालय चित्र में दिखाई दूरी के अनुसार एक पांक्ति में कुछ पेड़ लगाना चाहता है। प्रत्येक पेड़ की ऊँचाई बराबर तथा '1 मात्रक' ली गई है। दूरी 'OA' भी '1 मात्रक' ली गई है। पहला पेड़ बिन्दु 'B' पर तथा दूसरा पेड़ बिन्दु 'C' पर लगाया गया है। बिन्दु 'O' इस रेखा का शून्य माना जाए तथा $OB=OP$, $OC=OQ$ तो-



(पेड़ों की मोटाई को neglect करें)

- (i) दूरी OB होगी-
(a) 1 मात्रक (b) 2 मात्रक
(c) $\sqrt{1}$ मात्रक (d) $\sqrt{2}$ मात्रक
- (ii) दूरी OC होगी-
(a) $\sqrt{3}$ मात्रक (b) $\sqrt{2}$ मात्रक
(c) 2 मात्रक (d) 3 मात्रक

- (iii) $\frac{1}{OB}$ को सरल करने पर प्राप्त होगा-
- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{2}}$
- (iv) $\frac{OB}{OC}$ के हर का परिमेयकरण करने पर प्राप्त होगा-
- (a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (b) 2 (c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (v) अंतर (OC-OB) के व्युत्क्रम को सरल रूप में लाने पर प्राप्त होगा-
- (a) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (b) 1 (c) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (d) $-(\sqrt{2}+\sqrt{3})$
20. एक विद्यालय में दिवाली उत्सव मनाया जा रहा है। बच्चों को त्रिभुजाकार रंगोली बनाने को कहा गया। बच्चों ने $\triangle ABC$ के आकार की रंगोली बनाई। $\triangle ABC$ की भुजाएँ 26cm, 28cm तथा 25cm हैं।
- (i) यदि आकृति में R, AB का मध्य बिन्दु है तथा $RQ \parallel BC$ है तो AQ बराबर होगी।
- (a) BC (b) RB (c) QC (d) AD
- (ii) आकृति में R तथा Q क्रमशः भुजाओं AB तथा AC के मध्य बिन्दु हैं। RQ की लंबाई होगी।
- (a) 14cm (b) 13cm (c) 12cm (d) 10cm
- (iii) R, P, Q क्रमशः भुजाओं AB, BC, CA के मध्य बिन्दु हैं तो $\triangle QPR \cong \triangle B$
- (a) PR (b) RP (c) AC (d) इनमें से कोई नहीं
- (iv) $\triangle ARQ \cong \triangle$ _____
- (a) PQR (b) QPR (c) RQP (d) RPQ
- (v) $\triangle ABC$ में $\angle A$ तथा $\angle C$ में से कौन सा कोण बड़ा है ?
- (a) $\angle C$ (b) $\angle A$ (c) दोनों बराबर हैं (d) जानकारी पर्याप्त नहीं है



भाग-‘ब’

संख्या 21-26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. समीकरण $3x-4y=24$ के कोई दो हल ज्ञात कीजिए।
22. यदि E, F, G और H क्रमशः समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं के मध्य बिंदु हैं, तो सिद्ध कीजिए- क्षेत्रफल (EFGH) = $\frac{1}{2}$ क्षेत्रफल (ABCD)

अथवा

दर्शाइए कि त्रिभुज की एक माधिका उसे बराबर क्षेत्र फलों वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।

23. एक 3.5 सेंटीमीटर त्रिज्या वाले अर्ध गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।
24. सरल कीजिए : $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{80} + \sqrt{48} - \sqrt{45} - \sqrt{27}}$
25. गुणनखंड कीजिए $x^2 + 3\sqrt{3}x + 6$

अथवा

दर्शाइए कि $(x-5)$ बहुपद $x^2 - 3x^2 - 4x - 30$ का एक गुणनखंड है ?

26. एक घन का आयतन 1000 cm^3 है। उसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र. संख्या 27-33 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

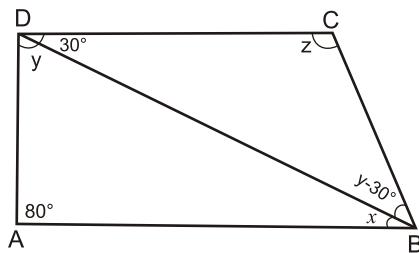
27. कक्षा IX के 35 विद्यार्थियों के Hb स्तर के लिए हुई मेडिकल जाँच को निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

HB स्तर	8 से कम	10 से कम	12 से कम	14 से कम	16 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	13	23	35

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये जिनका

- (i) Hb स्तर 10 से कम हो

- (ii) Hb स्तर 12 या अधिक लेकिन 16 से कम हो
28. एक नगर में टैक्सी का किराया निम्नलिखित है : पहले किलोमीटर का किराया 8 रु है और उसके बाद के दूरी के लिए प्रति किलोमीटर का किराया 5 रु है। यदि तय की गई दूरी x किलोमीटर हो, और कुल किराया y रु हो, तो इसका एक रैखिक समीकरण लिखिए और उसका आलेख खीचिए।
29. चित्र में, यदि $AB \parallel DC$, $\angle BDC = 30^\circ$ तथा $\angle BAD = 80^\circ$ हो तो x, y और z का मान ज्ञात कीजिए।



30. एक समलंब आकार के खेत की समांतर भुजाओं की लंबाई 25 सेंटीमीटर तथा 10 सेंटीमीटर है। असमांतर भुजाओं की लंबाई 14 सेंटीमीटर तथा 13 सेंटीमीटर है। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
31. गुणनखंड कीजिए : $2y^3 + y^2 - 2y - 1$
32. एक त्रिभुज ABC की दो भुजाएँ AB और BC तथा मध्यिका AM क्रमशः एक दूसरे त्रिभुज की भुजाओं PQ और QR तथा माध्यिका PN के बराबर हैं (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि
- (i) $\triangle ABM \cong \triangle PQN$
 - (ii) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$
- अथवा
-

सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज के सभी कोणों का योग 180° होता है।

33. दर्शाइए कि एक समांतर चतुर्भुज के काणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखंड तीसरी भुजा के समांतर होता है।

प्र. संख्या 34-36 तक प्रत्येक प्रश्न 5 अंक है।

34. एक क्रिकेट मैच में दो टीमों A और B द्वारा प्रथम 60 गेंदों में बनाए गए रन नीचे दिए गए हैं:

गेंदों की संख्या	टीम A	टीम B
1-6	2	5
7-12	1	6
13-18	8	2
19-24	9	10
25-30	4	5
31-36	5	6
37-42	6	3
43-48	10	4
49-54	6	8
55-60	2	10

बारंबारता बहुभुजों की सहायता से एक ही आलेख पर दोनों टीमों के आंकड़े निरूपित कीजिए।

अथवा

100 प्रेक्षणों का माध्य 30 है। यदि घटना के समय दो प्रेक्षण गलती से 23 और 11 की जगह 32 और 12 ले लिए गए तो सही माध्य ज्ञात कीजिए।

35. एक ΔABC की रचना कीजिए जिसमें $BC = 5.6 \text{ cm}$, $AC - AB = 1.6 \text{ cm}$ और $\angle B = 45^\circ$ है।
36. a और b का मान ज्ञात कीजिए यदि $(x + 1)$ तथा $(x - 1)$ दोनों ही $ax^3 + x^2 - 2x + b$ के गुणनखंड हैं।

अभ्यास प्रश्नपत्र-3

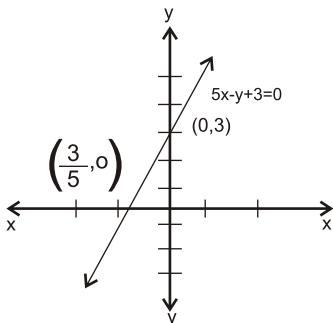
हल
(Part-A)

1. (3,0)
3. $x = \frac{1}{4}$
4. O or B and C
5. 40cm^2 or 18cm^2
6. 45°
7. 0,2
8. 7 मात्रक अथवा पहला चतुर्थांश
9. 96 or $60^\circ, 120^\circ$
10. 10cm
11. 2nd
12. 60cm
13. 19
14. No change
15. 6-11
16. $5/23$
17. (i) (b) 36 मात्रक
(ii) (a) 3.2 मात्रक
(iii) (c) 24 घन मात्रक
(iv) (a) 1320 वर्ग मात्रक
(v) (b) 961.6 वर्ग मात्रक
18. (i) (b) 120°
(ii) (b) 24m
(iii) (c) 30°
(iv) (a) 30°
(v) (d) 30°

19. (a) (iv)
 (b) (i)
 (c) (iii)
 (d) (i)
 (e) (iii)
20. (i) (c) QC
 (ii) (a) 14cm
 (iii) (b) RP
 (iv) (a) PQR
 (v) (b) $\angle A$

Part B

23. 89.83cm^3
 24. 1
 25. $(x+2\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$
 26. 600 cm^2
 27. (i) $2/7$ (ii) $22/35$
 28.



29. $x=30^\circ, y=70^\circ, z=110^\circ$
 30. 196m^2
 31. $(y+1)(y-1)(2y+1)$
 34. 29.9
 36. $a=2, b=-1$